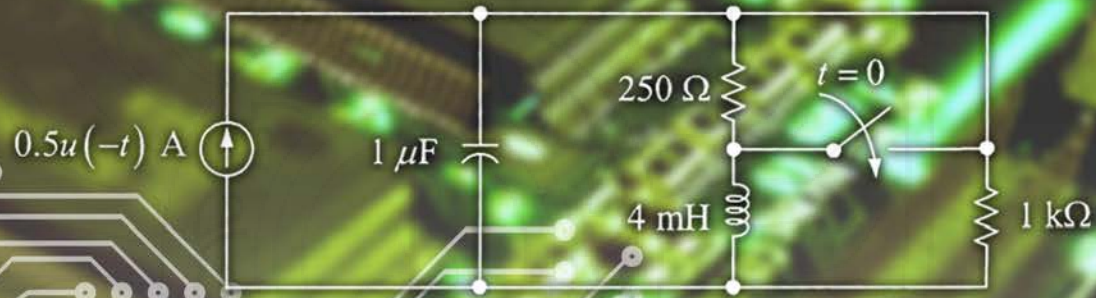


เอกสารประกอบการสอนรายวิชา

วงจรไฟฟ้า

ELECTRIC CIRCUITS

5582122



บรรณวิทย์ บริบูรณ์

คณะเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยราชภัฏอุดรธานี

2555

วงจรไฟฟ้า

บรรณวิทย์ บริบูรณ์

เอกสารประกอบการสอนรายวิชา

5582122 วงจรไฟฟ้า
ELECTRIC CIRCUITS



อ.บรรณวุฒิ บริบูรณ์
วศ.ม. (วิศวกรรมไฟฟ้า)

คณะเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยราชภัฏอุดรธานี
2555

คำนำ

เอกสารประกอบการสอนเล่มนี้ ใช้ประกอบการเรียนในรายวิชา 5582122 วงจรไฟฟ้า สำหรับนักศึกษาในระดับปริญญาตรี หลักสูตรวิศวกรรมศาสตรบัณฑิต (วิศวกรรมอิเล็กทรอนิกส์) พ.ศ. 2551 สาขาวิชาวิศวกรรมอิเล็กทรอนิกส์ คณะเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยราชภัฏอุดรธานี องค์ประกอบของเนื้อหา มีทั้งหมด 10 บท ครบถ้วนตามเนื้อหาที่ระบุในคำอธิบายรายวิชาวงจรไฟฟ้า การแปลคำศัพท์เฉพาะจากภาษาอังกฤษเป็นภาษาไทย ผู้เขียนอ้างอิงจากเว็บไซต์ศัพท์บัญญัติราชบัณฑิตยสถาน หนังสือศัพท์เทคนิค วิศวกรรมอิเล็กทรอนิกส์ (พ.ศ. 2527-2530) ศัพท์เทคนิควิศวกรรมไฟฟ้ากำลัง (พ.ศ. 2527-2532) และ ศัพท์เทคนิควิศวกรรมไฟฟ้าสื่อสาร (พ.ศ. 2527-2534) ของสมาคมวิศวกรรมสถานแห่งประเทศไทย ในพระบรมราชูปถัมภ์ ความรู้พื้นฐานที่สำคัญสำหรับการทำความเข้าใจเนื้อหาในเอกสารเล่มนี้คือ ฟิสิกส์ ไฟฟ้า พีชคณิต เมทริกซ์ พหุนาม และแคลคูลัส ซึ่งผู้เขียนเรียบเรียงเนื้อหาภายใต้สมมติฐานที่ว่า ผู้อ่านมีความรู้พื้นฐานที่เพียงพอสำหรับการทำความเข้าใจในเนื้อหาได้เป็นอย่างดี

ผู้เขียนขอขอบพระคุณ บิดา มารดา ครู อาจารย์ ศาสตราจารย์ นาวาอากาศโท ดร.สรารุณี สุจิต-จร อาจารย์ผู้สอนรายวิชาวงจรไฟฟ้าคนแรกของผู้เขียน รองศาสตราจารย์ ดร.ธนัดชัย กุลรวรานิชพงษ์ อาจารย์ผู้สอนด้านวิชาการและให้คำปรึกษาในทุก ๆ ด้านแก่ผู้เขียน รองศาสตราจารย์สมชาย ชื่นวัฒนา ประณิธิ อาจารย์ผู้สร้างแรงบันดาลใจและให้คำแนะนำแก่ผู้เขียน ขอขอบคุณ คุณเทพยุทธ เหล่าโค้ง วิศวกรจาก HGST (Thailand) Ltd. ศิษย์เก่าวิศวกรรมอิเล็กทรอนิกส์รุ่นที่ 2 มหาวิทยาลัยราชภัฏ-อุดรธานี ที่ช่วยอ่านตรวจทานเอกสารเล่มนี้ด้วยความอุตสาหะเป็นอย่างดี

ขอขอบคุณ คุณศิริรัตน์ อุปสิทธิ์ และ เด็กชายบัญญัติ บริบูรณ์ ภรรยาและบุตร ผู้เป็นกำลังใจ และเป็นส่วนหนึ่งของชีวิตผู้เขียน

หากผู้อ่านพบข้อผิดพลาดของเอกสารเล่มนี้ ได้โปรดแจ้งผู้เขียนได้ที่อีเมล banyat@udru.ac.th จักขอบพระคุณเป็นอย่างยิ่ง

ขอแสดงความนับถือ

บรรณัญติ บริบูรณ์

1 พฤษภาคม 2555

สารบัญ

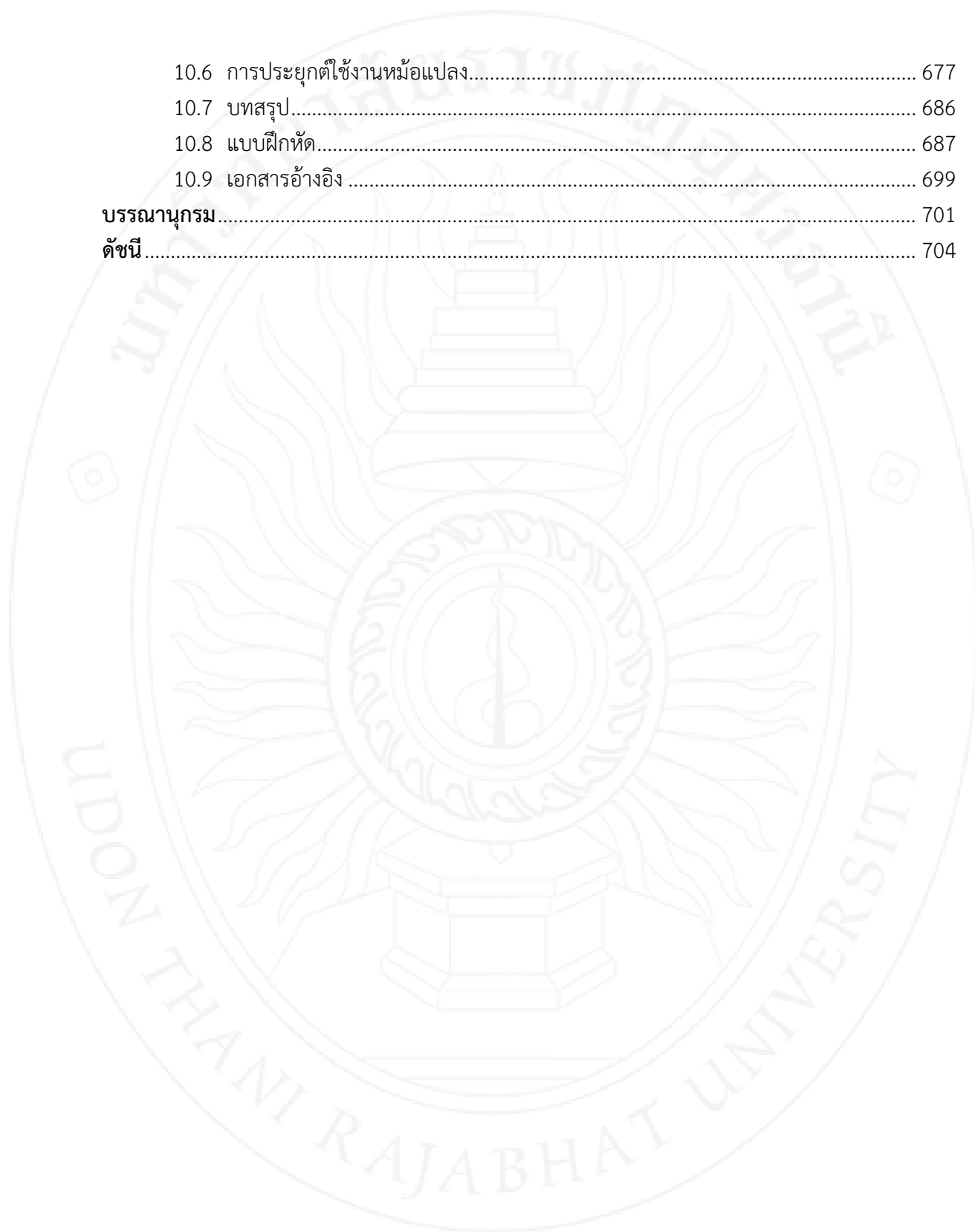
	หน้า
คำนำ	ก
สารบัญ	ข
สารบัญตาราง.....	ช
สารบัญภาพ.....	ซ
แผนบริหารการสอนประจำวิชา.....	1
แผนบริหารการสอนประจำบทที่ 1	7
บทที่ 1 ความรู้พื้นฐาน.....	9
1.1 บทนำ.....	9
1.2 บทนิยามวงจรไฟฟ้า.....	11
1.3 หน่วยและมิติ.....	14
1.3.1 ตัวเลขเต็มหน้า	14
1.3.2 สัญกรณ์ตัวเลข	16
1.3.3 ประโยชน์ของการใช้สัญกรณ์.....	19
1.3.4 เลขนัยสำคัญ.....	20
1.4 ประจุ.....	21
1.5 กระแส.....	23
1.6 แรงดัน.....	26
1.7 กำลัง	28
1.8 องค์กรประกอบวงจร	33
1.9 การแสดงวงจรไฟฟ้า.....	38
1.10 บทสรุป.....	39
1.11 แบบฝึกหัดท้ายบท.....	40
1.12 เอกสารอ้างอิง	46
แผนบริหารการสอนประจำบทที่ 2.....	47
บทที่ 2 กฎพื้นฐาน	49
2.1 บทนำ.....	49
2.2 ตัวต้านทาน	49
2.2.1 รหัสสีตัวต้านทาน	50
2.2.2 การวัดความต้านทาน	55

2.3	ความนำ.....	56
2.4	กฎของโอห์ม.....	58
2.5	กฎของเคอร์ชอฟฟ์	63
2.6	ตัวต้านทานแบบอนุกรมและการแบ่งแรงดัน.....	77
2.7	ตัวต้านทานแบบขนานและการแบ่งกระแส.....	79
2.8	การแปลงวงจรตัวต้านทานวาย-เดลต้า.....	95
	2.8.1 การแปลงเดลต้า-วาย.....	96
	2.8.2 การแปลงวาย-เดลต้า.....	99
2.9	บทสรุป.....	106
2.10	แบบฝึกหัดท้ายบท.....	107
2.11	เอกสารอ้างอิง	117
	แผนบริหารการสอนประจำบทที่ 3.....	118
	บทที่ 3 เทคนิคการวิเคราะห์วงจรไฟฟ้า.....	120
3.1	บทนำ.....	120
3.2	การวิเคราะห์แบบโนด	120
3.3	การวิเคราะห์แบบโนดและซูเปอร์โนด.....	137
3.4	การวิเคราะห์แบบเมช.....	148
3.5	การวิเคราะห์แบบเมชและซูเปอร์เมช.....	158
3.6	บทสรุป.....	163
3.7	แบบฝึกหัดท้ายบท.....	163
3.8	เอกสารอ้างอิง	178
	แผนบริหารการสอนประจำบทที่ 4.....	180
	บทที่ 4 ทฤษฎีบทวงจรไฟฟ้า.....	182
4.1	บทนำ.....	182
4.2	การทับซ้อน.....	182
4.3	การแปลงแหล่งกำเนิด.....	190
4.4	ทฤษฎีบทเทเวนิน.....	199
4.5	ทฤษฎีบทนอร์ตัน.....	209
4.6	การถ่ายโอนกำลังสูงสุด.....	216
4.7	บทสรุป.....	223
4.8	แบบฝึกหัด.....	223
4.9	เอกสารอ้างอิง	236

แผนบริหารการสอนประจำบทที่ 5.....	238
บทที่ 5 ออปแอมป์.....	240
5.1 บทนำ.....	240
5.2 ข้อมูลทั่วไปของออปแอมป์.....	240
5.3 ออปแอมป์อุดมคติ.....	246
5.4 วงจรขยายผกผัน.....	247
5.5 วงจรขยายไม่ผกผัน.....	253
5.6 วงจรขยายผลรวม.....	262
5.7 วงจรขยายผลต่าง.....	264
5.8 วงจรออปแอมป์ต่อเรียงกัน.....	269
5.9 บทสรุป.....	271
5.10 แบบฝึกหัด.....	272
5.11 เอกสารอ้างอิง.....	289
แผนบริหารการสอนประจำบทที่ 6.....	290
บทที่ 6 ตัวเก็บประจุและตัวเหนี่ยวนำ.....	292
6.1 บทนำ.....	292
6.2 ตัวเก็บประจุ.....	292
6.3 การต่อตัวเก็บประจุแบบอนุกรมและขนาน.....	301
6.4 ตัวเหนี่ยวนำ.....	306
6.5 การต่อตัวเหนี่ยวนำแบบอนุกรมและขนาน.....	314
6.6 บทสรุป.....	322
6.7 แบบฝึกหัด.....	323
6.8 เอกสารอ้างอิง.....	331
แผนบริหารการสอนประจำบทที่ 7 วงจรอันดับหนึ่ง.....	332
บทที่ 7 วงจรอันดับหนึ่ง.....	335
7.1 บทนำ.....	335
7.2 วงจรอาร์ซีไม่มีแหล่งกำเนิด.....	335
7.3 วงจรอาร์แอลไม่มีแหล่งกำเนิด.....	347
7.4 ฟังก์ชันเอกฐาน.....	354
7.5 การตอบสนองต่อฟังก์ชันขั้นบันไดของวงจรอาร์ซี.....	361
7.6 การตอบสนองต่อฟังก์ชันขั้นบันไดของวงจรอาร์แอล.....	377
7.7 วงจรออปแอมป์อันดับหนึ่ง.....	392
7.8 บทสรุป.....	398

7.9	แบบฝึกหัด.....	401
7.10	เอกสารอ้างอิง	418
แผนบริหารการสอนประจำบทที่ 8		419
บทที่ 8 วงจรอันดับสอง		421
8.1	บทนำ.....	421
8.2	การหาค่าเริ่มต้นและค่าสุดท้าย.....	421
8.3	วงจรรอนุกรมอาร์แอลซีไม่มีแหล่งกำเนิด	428
8.4	วงจรรขนานอาร์แอลซีไม่มีแหล่งกำเนิด	459
8.5	การตอบสนองต่อฟังก์ชันขั้นบันไดของวงจรรอนุกรมอาร์แอลซี.....	480
8.6	การตอบสนองต่อฟังก์ชันขั้นบันไดของวงจรรขนานอาร์แอลซี.....	503
8.7	บทสรุป.....	517
8.8	แบบฝึกหัด.....	521
8.9	เอกสารอ้างอิง	532
แผนบริหารการสอนประจำบทที่ 9		533
บทที่ 9 การวิเคราะห์โชนุชอยต์ในสถานะอยู่ตัว.....		536
9.1	บทนำ.....	536
9.2	เฟเซอร์และองค์ประกอบวงจร.....	542
9.2.1	การแปลงรูปแบบจำนวนเชิงซ้อนด้วยเครื่องหมาย.....	550
9.2.2	องค์ประกอบวงจรในโดเมนความถี่.....	551
9.3	อิมพีแดนซ์สมมูล	558
9.4	การวิเคราะห์แบบโนด	571
9.5	การวิเคราะห์แบบเมช.....	583
9.6	ทฤษฎีบทเทเวนินและนอร์ตัน.....	594
9.7	บทสรุป.....	611
9.8	แบบฝึกหัด.....	614
9.9	เอกสารอ้างอิง	631
แผนบริหารการสอนประจำบทที่ 10.....		633
บทที่ 10 วงจรเชื่อมต่อทางแม่เหล็กและหม้อแปลง		635
10.1	บทนำ.....	635
10.2	ความเหนี่ยวนำร่วม	635
10.3	การวิเคราะห์พลังงานในวงจรเชื่อมต่อ	648
10.4	หม้อแปลงเชิงเส้น	658
10.5	หม้อแปลงอุดมคติ.....	663

10.6 การประยุกต์ใช้งานหม้อแปลง.....	677
10.7 บทสรุป.....	686
10.8 แบบฝึกหัด.....	687
10.9 เอกสารอ้างอิง	699
บรรณานุกรม.....	701
ดัชนี.....	704



สารบัญตาราง

ตารางที่		หน้า
1.1	ปริมาณและหน่วยในระบบเอสไอ	14
1.2	ตัวเลขเต็มหน้า	15
2.1	ค่าตัวเลขแถบสีของตัวต้านทาน	50
8.1	ค่า α สำหรับตัวต้านทาน 3 กรณี	512
8.2	ผลเฉลยสมบูรณของกระแสสำหรับตัวต้านทาน 3 กรณี	514
8.3	นิพจน์ $\left. \frac{di_L(t)}{dt} \right _{t=0}$ สำหรับตัวต้านทาน 3 กรณี	515
8.4	สมการ $\left. \frac{di_L(t)}{dt} \right _{t=0} = \frac{v_L(0)}{L}$ สำหรับตัวต้านทาน 3 กรณี	515
8.5	สมการ $i_L(t) _{t=0} = i_L(0)$ สำหรับตัวต้านทาน 3 กรณี	515

สารบัญภาพ

รูปที่		หน้า
1.1	ระบบไฟฟ้ากำลัง.....	10
1.2	แผนภาพบล็อกแสดงวงจรไฟฟ้า	11
1.3	เส้นทางการไหลของกระแส.....	11
1.4	ตัวอย่างโครงข่ายตัวต้านทาน	12
1.5	ตัวอย่างโครงข่ายทางไฟฟ้า	13
1.6	สัญลักษณ์วงจรตัวต้านทาน.....	13
1.7	สัญลักษณ์วงจรตัวต้านทาน และแหล่งกำเนิดแรงดันกระแสตรง	14
1.8	รูปสัญญาณกระแสตรง	24
1.9	รูปสัญญาณกระแสสลับ	24
1.10	สัญญาณแสดงกระแสไหลในวัสดุที่นำไฟฟ้า	25
1.11	การแสดงแรงดันในวงจรไฟฟ้า	27
1.12	การใช้สัญลักษณ์เครื่องหมายพาสซีฟเพื่อกำหนดสภาพขั้วของกำลัง.....	29
1.13	สภาพขั้วกรณีองค์ประกอบชุดกลืนกำลัง.....	30
1.14	สภาพขั้วกรณีองค์ประกอบจ่ายกำลัง	30
1.15	วงจรสำหรับตัวอย่างที่ 1.13	32
1.16	วงจรสำหรับตัวอย่างที่ 1.14	33
1.17	สัญลักษณ์แหล่งกำเนิดอิสระชนิดกระแสตรง	34
1.18	สัญลักษณ์แหล่งกำเนิดอิสระชนิดกระแสสลับ	34
1.19	แหล่งกำเนิดไม่อิสระ	35
1.20	วงจรแหล่งกำเนิดแรงดันถูกควบคุมด้วยแรงดัน.....	36
1.21	วงจรแหล่งกำเนิดแรงดันถูกควบคุมด้วยกระแส.....	36
1.22	วงจรแหล่งกำเนิดกระแสถูกควบคุมด้วยแรงดัน.....	36
1.23	วงจรแหล่งกำเนิดกระแสถูกควบคุมด้วยกระแส	37
1.24	วงจรสำหรับตัวอย่างที่ 1.15	37
1.25	แผนภาพบล็อกระบบเครื่องเสียง	38
1.26	แผนภาพแสดงรายละเอียดด้วยรูปสัญลักษณ์วงจรมอเตอร์ต่อกับแบตเตอรี่	39
1.27	แผนภาพเค้าร่างวงจรไฟฟ้าที่มีแหล่งกำเนิดแบบฟังก์ชันขึ้นบันไดหนึ่งหน่วย	39

1.28	รูปสัญญาณสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (9).....	42
1.29	รูปสัญญาณสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (10).....	42
1.30	รูปสัญญาณสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (11).....	43
1.31	โครงข่ายสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (12).....	44
1.32	โครงข่ายสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (13).....	44
1.33	วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (15).....	45
1.34	วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (16).....	45
1.35	วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (17).....	46
2.1	สัญลักษณ์ตัวต้านทาน.....	49
2.2	ตัวต้านทานที่แสดงแถบสี.....	50
2.3	ความหมายแถบสีตัวต้านทาน.....	51
2.4	วงจรสำหรับตัวอย่างที่ 2.1.....	52
2.5	วงจรสำหรับตัวอย่างที่ 2.2.....	53
2.6	วงจรสำหรับตัวอย่างที่ 2.3.....	55
2.7	วงจรวัดความตัวต้านทาน.....	56
2.8	สำหรับตัวอย่างที่ 2.4.....	57
2.9	สัญลักษณ์ตัวต้านทาน.....	58
2.10	ภาวะการสวิตช์องค์ประกอบในวงจร.....	59
2.11	สำหรับตัวอย่างที่ 2.5.....	60
2.12	แหล่งกำเนิดลูกถ้วยวงจร.....	61
2.13	แหล่งกำเนิดลูกถ้วยเปิดวงจร.....	61
2.15	สำหรับตัวอย่างที่ 2.6.....	62
2.16	สำหรับตัวอย่างที่ 2.7.....	63
2.17	ตัวอย่างวงจรที่ประกอบไปด้วยโนด กิ่ง และวงรอบ.....	64
2.18	การต่อตัวต้านทาน.....	65
2.19	สำหรับตัวอย่างที่ 2.8.....	66
2.20	การระบุโนดสำหรับวงจรใน 2.19.....	66
2.22	การใช้กฎกระแสของเคอร์ชอฟฟ์กับพื้นที่ปิด.....	68
2.24	สำหรับตัวอย่างที่ 2.9.....	69
2.25	สำหรับตัวอย่างที่ 2.10.....	71
2.26	การกำหนดโนด a.....	71
2.27	สำหรับตัวอย่างที่ 2.11.....	72
2.28	ทิศทางการวนรอบเพื่อสร้างสมการกฎแรงดันของเคอร์ชอฟฟ์.....	73

2.29	สำหรับตัวอย่างที่ 2.12	74
2.30	การกำหนดทิศทางการวนรอบและโนด a.....	75
2.31	ตัวต้านทานต่อกันแบบอนุกรม	77
2.32	วงจรตัวต้านทานต่ออนุกรมสองตัว.....	78
2.33	ตัวต้านทานต่อกันแบบขนาน	79
2.34	วงจรต่อขนานตัวต้านทานสองตัว.....	81
2.35	วงจรสำหรับตัวอย่างที่ 2.13	83
2.40	วงจรสำหรับตัวอย่างที่ 2.14	85
2.46	วงจรสำหรับตัวอย่างที่ 2.15	88
2.47	สำหรับตัวอย่างที่ 2.15	89
2.48	ทอพอโลยีวงจรเมื่อยุบรวมตัวต้านทาน	89
2.49	วงจรสำหรับตัวอย่างที่ 2.16	90
2.50	ทอพอโลยีวงจรเมื่อยุบรวมตัวต้านทานทั้งหมด.....	91
2.51	วงจรสำหรับตัวอย่างที่ 2.17	91
2.54	วงจรแบ่งไหลกระแส	93
2.55	วงจรสำหรับตัวอย่างที่ 2.18	93
2.56	ทอพอโลยีวงจรเมื่อยุบรวม และ	94
2.57	ทอพอโลยีของโครงข่ายที่เหมือนกัน (ก) Y (ข) T.....	95
2.58	ทอพอโลยีของโครงข่ายที่เหมือนกัน.....	96
2.59	การเปรียบเทียบวงจรตัวต้านทานแบบวายและเดลต้า	98
2.60	วงจรสำหรับตัวอย่างที่ 2.19	101
2.61	วงจรช่วยทบทวนสมการการแปลงเดลต้า-วาย	101
2.62	ทอพอโลยีของโครงข่ายแบบวาย.....	102
2.63	วงจรสำหรับตัวอย่างที่ 2.20	102
2.64	ตำแหน่งตัวต้านทานที่ต่อแบบเดลต้า	103
2.65	วงจรสมมูลหลังแปลงจากการต่อแบบวายเป็นเดลต้า	104
2.71	วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (3).....	108
2.72	วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (4).....	109
2.73	วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (5).....	109
2.74	วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (6).....	110
2.75	วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (7).....	110
2.76	วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (8).....	110
2.77	วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (9).....	111

2.78	วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (10).....	111
2.79	วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (11).....	111
2.80	วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (12).....	112
2.81	วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (13).....	112
2.82	วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (14).....	113
2.83	วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (15).....	113
2.84	วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (16).....	113
2.85	วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (17).....	114
2.86	วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (18).....	114
2.87	วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (19).....	114
2.88	วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (20).....	115
2.89	วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (21).....	115
2.90	วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (22).....	116
2.91	วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (23).....	116
3.1	สัญลักษณ์ของกราวด์.....	120
3.2	กระแสไหลผ่านตัวต้านทานที่เชื่อมต่อระหว่างโนด.....	121
3.3	กระแสไหลผ่านตัวต้านทานที่เชื่อมต่อกับโนดศูนย์.....	121
3.4	ตัวต้านทานที่เชื่อมต่อระหว่างโนด.....	121
3.5	วงจรสำหรับตัวอย่างที่ 3.1.....	122
3.6	กำหนดแรงดันสำหรับโนด 0 1 และ 2.....	123
3.7	กำหนดกระแสโนด.....	123
3.9	วงจรสำหรับตัวอย่างที่ 3.2.....	126
3.10	กำหนดแรงดันโนดและทิศทางกระแสกิ่ง.....	127
3.14	แรงดันตกคร่อมและทิศทางกระแสไหลของกระแสของแหล่งกำเนิดกระแสไม่อิสระ.....	132
3.15	วงจรสำหรับตัวอย่างที่ 3.3.....	132
3.16	กำหนดแรงดันโนดและทิศทางกระแสกิ่ง.....	133
3.17	วงจรสำหรับตัวอย่างที่ 3.4.....	134
3.18	กำหนดแรงดันโนด.....	135
3.19	วงจรที่มีซูเปอร์โนด.....	138
3.20	กิ่งที่มีแหล่งกำเนิดแรงดัน 20 V คั่นกลางระหว่างโนด.....	138
3.21	วงจรสำหรับตัวอย่างที่ 3.5.....	139
3.22	วงจรที่ใช้วิเคราะห์ตามหลักการของซูเปอร์โนด.....	139
3.23	แรงดันตกคร่อมแหล่งกำเนิดกระแส 2 A.....	141

3.24	กระแสน้ำไหลในกิ่งทั้งหมดของวงจร.....	141
3.25	วงจรสำหรับตัวอย่างที่ 3.6.....	142
3.26	การกำหนดซูเปอร์โนดและทิศทางการกระแส.....	143
3.30	วงจรที่ประกอบไปด้วย 2 เมช.....	149
3.31	วงจรสำหรับตัวอย่างที่ 3.7.....	151
3.32	การกำหนดกระแสเมช.....	152
3.35	วงจรสำหรับตัวอย่างที่ 3.8.....	156
3.36	การกำหนดกระแสเมช.....	156
3.37	วงจรที่มีซูเปอร์เมช.....	158
3.38	วงจรสำหรับตัวอย่างที่ 3.8.....	159
3.39	การกำหนดโนด เมช และซูเปอร์เมช.....	160
3.40	วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (1).....	163
3.41	วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (2).....	164
3.42	วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (3).....	164
3.43	วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (4).....	164
3.44	วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (5).....	165
3.45	วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (6).....	165
3.46	วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (7).....	166
3.47	วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (8).....	166
3.48	วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (9).....	167
3.49	วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (10).....	167
3.50	วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (11).....	168
3.51	วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (12).....	168
3.52	วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (13).....	169
3.53	วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (14).....	169
3.54	วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (15).....	170
3.55	วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (16).....	170
3.56	วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (17).....	171
3.57	วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (18).....	171
3.58	วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (19).....	172
3.59	วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (20).....	172
3.60	วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (21).....	173
3.61	วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (22).....	173

3.62	วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (23).....	174
3.63	วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (24).....	174
3.64	วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (25).....	175
3.65	วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (26).....	175
3.66	วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (27).....	175
3.67	วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (28).....	176
3.68	วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (29).....	176
3.69	วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (30).....	177
3.70	วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (31).....	177
3.71	วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (32).....	178
4.1	วงจรสำหรับตัวอย่างที่ 4.1.....	183
4.2	ทอพอโลยีวงจรหลังลัดวงจรแหล่งกำเนิดแรงดัน 12 V.....	184
4.3	ทอพอโลยีวงจรหลังลัดวงจรแหล่งกำเนิดแรงดัน 12 V.....	185
4.4	วงจรสำหรับตัวอย่างที่ 4.2.....	185
4.5	วงจรผลลัพธ์เมื่อเปิดวงจรแหล่งกำเนิดกระแส 2 A.....	186
4.6	วงจรผลลัพธ์เมื่อลัดวงจรแหล่งกำเนิดแรงดัน 3 V.....	187
4.8	วงจรแปลงแหล่งกำเนิดอิสระ.....	191
4.9	วงจรแปลงแหล่งกำเนิดไม่อิสระ.....	191
4.10	วงจรสำหรับตัวอย่างที่ 3.4.....	191
4.11	วงจรผลลัพธ์หลังการแปลงแหล่งกำเนิด 3 A และตัวต้านทาน.....	192
4.12	วงจรผลลัพธ์หลังการแปลง 12 V ด้านซ้ายและขวา.....	193
4.13	วงจรผลลัพธ์หลังยุบรวมตัวต้านทานทั้งสามตัว.....	193
4.14	วงจรสำหรับตัวอย่างที่ 4.4.....	194
4.15	วงจรผลลัพธ์เมื่อแปลงแหล่งกำเนิดแรงดัน 18 V และ.....	194
4.16	วงจรผลลัพธ์เมื่อยุบรวม 4 A และ 6 A และ.....	195
4.17	วงจรสำหรับตัวอย่างที่ 4.5.....	196
4.18	วงจรผลลัพธ์หลังการแปลงแหล่งกำเนิดแรงดัน 5 V ที่ขนานกับ.....	196
4.20	วงจรผลลัพธ์หลังการแปลงแหล่งกำเนิดแรงดัน 15 V และแหล่งกำเนิดกระแส.....	197
4.23	วงจรสมมูลเทเวนิน.....	200
4.25	วงจรสำหรับตัวอย่างที่ 4.6.....	201
4.26	วงจรผลลัพธ์เมื่อลัดวงจรแหล่งกำเนิดแรงดัน 15 V.....	202
4.28	วงจรคำนวณหาแรงดันสมมูลเทเวนิน.....	203
4.29	วงจรคำนวณหาแรงดันโนด.....	203

4.30	วงจรสมมูลเทเวนิน	204
4.31	วงจรสมมูลเทเวนินเชื่อมต่อกับโหลดตัวต้านทาน	204
4.32	วงจรสมมูลเทเวนินเชื่อมต่อกับโหลดแหล่งกำเนิดแรงดัน 10 V	205
4.33	วงจรสมมูลเทเวนินเชื่อมต่อกับโหลดแหล่งกำเนิดกระแส 2 mA	206
4.34	วงจรสำหรับตัวอย่างที่ 4.7	206
4.35	วงจรผลลัพธ์เมื่อลัดวงจรแหล่งกำเนิดแรงดัน 5 V และเพิ่มแหล่งกำเนิดกระแส 1 A	207
4.36	วงจรสำหรับวิเคราะห์หาแรงดันสมมูลเทเวนิน	208
4.37	วงจรสมมูลเทเวนิน	209
4.38	กระแสและความต้านทานสมมูลนอร์ตันระหว่างขั้ว a-b	210
4.39	วงจรสมมูลนอร์ตัน	210
4.40	วงจรสำหรับตัวอย่างที่ 4.8	211
4.41	วงจรสำหรับคำนวณหาความต้านทานสมมูลนอร์ตัน	211
4.42	วงจรสำหรับคำนวณหาความต้านทานสมมูลนอร์ตัน	212
4.43	วงจรสมมูลนอร์ตันของตัวอย่างที่ 4.8	213
4.44	วงจรสำหรับตัวอย่างที่ 4.9	213
4.45	วงจรคำนวณหาความต้านทานสมมูลนอร์ตัน	214
4.46	วงจรคำนวณหาความต้านทานสมมูลนอร์ตัน	215
4.47	วงจรสมมูลนอร์ตันของตัวอย่างที่ 4.9	215
4.48	วงจรสมมูลเทเวนินเชื่อมต่อโหลด	216
4.49	วงจรสำหรับตัวอย่างที่ 4.10	217
4.50	วงจรคำนวณหาความต้านทานสมมูลเทเวนิน	218
4.51	วงจรคำนวณหาแรงดันสมมูลเทเวนิน	218
4.52	วงจรสำหรับตัวอย่างที่ 4.11	219
4.53	วงจรคำนวณหาความต้านทานสมมูลเทเวนิน	220
4.54	วงจรคำนวณหาแรงดันสมมูลเทเวนิน	221
4.55	วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (1)	223
4.56	วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (2)	224
4.57	วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (3)	224
4.58	วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (4)	225
4.59	วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (5)	225
4.60	วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (6)	225
4.61	วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (7)	226
4.62	วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (8)	226

4.63	วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (9).....	227
4.64	วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (10).....	227
4.65	วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (11).....	227
4.66	วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (12).....	228
4.67	วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (13).....	228
4.68	วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (14).....	228
4.69	วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (15).....	229
4.70	วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (16).....	229
4.71	วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (17).....	230
4.72	วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (18).....	230
4.73	วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (19).....	230
4.74	วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (20).....	231
4.75	วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (21).....	231
4.76	วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (22).....	232
4.77	วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (23).....	232
4.78	วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (25).....	233
4.79	วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (26).....	233
4.80	วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (27).....	234
4.81	วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (28).....	234
4.82	วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (29).....	234
4.83	วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (30).....	235
4.84	วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (31).....	235
4.85	วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (32).....	236
4.1	วงจรสำหรับตัวอย่างที่ 4.1.....	183
4.2	ทอพอโลยีวงจรหลังลัดวงจรแหล่งกำเนิดแรงดัน 12 V.....	184
4.3	ทอพอโลยีวงจรหลังลัดวงจรแหล่งกำเนิดแรงดัน 12 V.....	185
4.4	วงจรสำหรับตัวอย่างที่ 4.2.....	185
4.5	วงจรผลลัพธ์เมื่อเปิดวงจรแหล่งกำเนิดกระแส 2 A.....	186
4.6	วงจรผลลัพธ์เมื่อลัดวงจรแหล่งกำเนิดแรงดัน 3 V.....	187
4.8	วงจรแปลงแหล่งกำเนิดอิสระ.....	191
4.9	วงจรแปลงแหล่งกำเนิดไม่อิสระ.....	191
4.10	วงจรสำหรับตัวอย่างที่ 3.4.....	191
4.11	วงจรผลลัพธ์หลังการแปลงแหล่งกำเนิด 3 A และตัวต้านทาน.....	192

4.12	วงจรผลลัพท์หลังการแปลง 12 V ด้านซ้ายและขวา	193
4.13	วงจรผลลัพท์หลังยุบรวมตัวต้านทานทั้งสามตัว.....	193
4.14	วงจรสำหรับตัวอย่างที่ 4.4.....	194
4.15	วงจรผลลัพท์เมื่อแปลงแหล่งกำเนิดแรงดัน 18 V และ	194
4.16	วงจรผลลัพท์เมื่อยุบรวม 4 A และ 6 A และ	195
4.17	วงจรสำหรับตัวอย่างที่ 4.5.....	196
4.18	วงจรผลลัพท์หลังการแปลงแหล่งกำเนิดแรงดัน 5 V ที่ขนานกับ	196
4.20	วงจรผลลัพท์หลังการแปลงแหล่งกำเนิดแรงดัน 15 V และแหล่งกำเนิดกระแส	197
4.23	วงจรสมมูลเทเวนิน	200
4.24	การเพิ่มแหล่งกำเนิดแรงดันหรือกระแสในวงจรเพื่อวิเคราะห์หา	201
4.25	วงจรสำหรับตัวอย่างที่ 4.6.....	201
4.26	วงจรผลลัพท์เมื่อลัดวงจรแหล่งกำเนิดแรงดัน 15 V.....	202
4.27	วงจรผลลัพท์เมื่อยุบรวมตัวต้านทาน และ	202
4.28	วงจรคำนวณหาแรงดันสมมูลเทเวนิน.....	203
4.29	วงจรคำนวณหาแรงดันโนด.....	203
4.30	วงจรสมมูลเทเวนิน	204
4.31	วงจรสมมูลเทเวนินเชื่อมต่อกับโหลดตัวต้านทาน	204
4.32	วงจรสมมูลเทเวนินเชื่อมต่อกับโหลดแหล่งกำเนิดแรงดัน 10 V.....	205
4.33	วงจรสมมูลเทเวนินเชื่อมต่อกับโหลดแหล่งกำเนิดกระแส 2 mA	206
4.34	วงจรสำหรับตัวอย่างที่ 4.7.....	206
4.35	วงจรผลลัพท์เมื่อลัดวงจรแหล่งกำเนิดแรงดัน 5 V และเพิ่มแหล่งกำเนิดกระแส 1 A.....	207
4.36	วงจรสำหรับวิเคราะห์หาแรงดันสมมูลเทเวนิน	208
4.37	วงจรสมมูลเทเวนิน	209
4.39	วงจรสมมูลนอร์ตัน.....	210
4.40	วงจรสำหรับตัวอย่างที่ 4.8.....	211
4.41	วงจรสำหรับคำนวณหาความต้านทานสมมูลนอร์ตัน	211
4.42	วงจรสำหรับคำนวณหาความต้านทานสมมูลนอร์ตัน	212
4.43	วงจรสมมูลนอร์ตันของตัวอย่างที่ 4.8	213
4.44	วงจรสำหรับตัวอย่างที่ 4.9.....	213
4.45	วงจรคำนวณหาความต้านทานสมมูลนอร์ตัน	214
4.46	วงจรคำนวณหาความต้านทานสมมูลนอร์ตัน	215
4.47	วงจรสมมูลนอร์ตันของตัวอย่างที่ 4.9	215
4.48	วงจรสมมูลเทเวนินเชื่อมต่อกับโหลด.....	216

4.49	วงจรสำหรับตัวอย่างที่ 4.10	217
4.50	วงจรคำนวณหาความต้านทานสมมูลเทเวนิน	218
4.51	วงจรคำนวณหาแรงดันสมมูลเทเวนิน	218
4.52	วงจรสำหรับตัวอย่างที่ 4.11	219
4.53	วงจรคำนวณหาความต้านทานสมมูลเทเวนิน	220
4.54	วงจรคำนวณหาแรงดันสมมูลเทเวนิน	221
4.55	วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (1)	223
4.56	วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (2)	224
4.57	วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (3)	224
4.58	วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (4)	225
4.59	วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (5)	225
4.60	วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (6)	225
4.61	วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (7)	226
4.62	วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (8)	226
4.63	วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (9)	227
4.64	วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (10)	227
4.65	วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (11)	227
4.66	วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (12)	228
4.67	วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (13)	228
4.68	วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (14)	228
4.69	วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (15)	229
4.70	วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (16)	229
4.71	วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (17)	230
4.72	วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (18)	230
4.73	วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (19)	230
4.74	วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (20)	231
4.75	วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (21)	231
4.76	วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (22)	232
4.77	วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (23)	232
4.78	วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (25)	233
4.79	วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (26)	233
4.80	วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (27)	234
4.81	วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (28)	234

4.82	วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (29).....	234
4.83	วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (30).....	235
4.84	วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (31).....	235
4.85	วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (32).....	236
5.1	ออปแอมป์เบอร์ UA741CN.....	240
5.2	ออปแอมป์.....	241
5.3	การต่อไฟเลี้ยงให่วงจรออปแอมป์.....	242
5.4	วงจรสมมูลของออปแอมป์แบบไม่อุดมคติ.....	242
5.5	กราฟแรงดันแหล่งจ่ายและแรงดันเอาต์พุตของออปแอมป์ไม่อุดมคติ.....	243
5.6	วงจรสำหรับตัวอย่างที่ 5.1.....	244
5.7	วงจรสมมูลสำหรับตัวอย่างที่ 5.1.....	244
5.8	แบบจำลองออปแอมป์อุดมคติ.....	247
5.9	วงจรขยายผกผัน.....	248
5.10	กำหนดกระแสเมช.....	248
5.11	กำหนดกระแสเมช.....	249
5.12	วงจรสำหรับตัวอย่างที่ 5.2.....	249
5.13	วงจรสำหรับตัวอย่างที่ 5.3.....	250
5.14	วงจรผลลัพธ์เมื่อยุบรวมตัวต้านทานด้านอินพุต.....	251
5.15	วงจรผลลัพธ์เมื่อยุบรวมตัวต้านทานด้านอินพุต.....	251
5.16	วงจรสำหรับตัวอย่างที่ 5.4.....	252
5.17	กำหนดกระแสและแรงดันเพื่อวิเคราะห์วงจร.....	253
5.18	วงจรขยายไม่ผกผัน.....	254
5.19	วงจรสำหรับตัวอย่างที่ 5.5.....	255
5.20	พิจารณาเฉพาะแหล่งกำเนิดแรงดัน 6 V.....	256
5.21	พิจารณาเฉพาะแหล่งกำเนิดแรงดัน 4 V.....	256
5.22	กำหนดกระแสและแรงดันโนดเพื่อวิเคราะห์แบบโนด.....	257
5.23	วงจรสำหรับตัวอย่างที่ 5.6.....	258
5.24	กำหนดกระแสและแรงดันโนดเพื่อวิเคราะห์แบบโนด.....	258
5.25	วงจรสำหรับตัวอย่างที่ 5.7.....	259
5.26	กำหนดกระแสและแรงดันโนดเพื่อวิเคราะห์แบบโนด.....	260
5.27	วงจรขยายผลรวม.....	262
5.28	วงจรสำหรับตัวอย่างที่ 5.8.....	263
5.29	วงจรขยายผลต่าง.....	264

5.30	วงจรสำหรับตัวอย่างที่ 5.10	267
5.31	การต่อออปปแอมป์เรียงกันสามภาค	269
5.32	วงจรสำหรับตัวอย่างที่ 5.11	270
5.33	วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (1).....	272
5.34	วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (2).....	273
5.35	วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (3).....	274
5.36	วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (4).....	274
5.37	วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (5).....	275
5.38	วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (6).....	275
5.39	วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (6).....	276
5.40	วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (8).....	277
5.41	วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (11).....	278
5.42	วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (12).....	278
5.43	วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (13).....	279
5.44	วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (14).....	279
5.45	วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (15).....	280
5.46	วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (16).....	280
5.47	วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (17).....	281
5.48	วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (18).....	281
5.49	วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (19).....	282
5.50	วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (20).....	283
5.51	วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (21).....	283
5.52	วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (22).....	284
5.53	วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (23).....	284
5.54	วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (24).....	285
5.55	วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (25).....	286
5.56	วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (26).....	287
5.57	วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (27).....	287
5.58	วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (28).....	288
5.59	วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (30).....	288
5.60	วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (31).....	289
6.1	โครงสร้างทั่วไปของตัวเก็บประจุ.....	292
6.2	โครงสร้างทั่วไปของตัวเก็บประจุ.....	293

6.3	สัญลักษณ์ตัวเก็บประจุชนิดความจุคงที่	294
6.4	สัญลักษณ์ตัวเก็บประจุชนิดแปรค่าความจุได้	294
6.5	ตัวอย่างตัวเก็บประจุ.....	294
6.6	แรงดัน	299
6.7	กระแส.....	299
6.8	กำลัง.....	300
6.9	พลังงาน	300
6.10	ตัวเก็บประจุต่อแบบขนาน	301
6.11	ตัวเก็บประจุต่อแบบอนุกรม.....	302
6.12	วงจรสำหรับตัวอย่างที่ 6.2.....	303
6.15	วงจรสำหรับตัวอย่างที่ 6.3.....	305
6.16	ทอพอโลยีของวงจรเมื่อยุบรวม และ	305
6.17	โครงสร้างทั่วไปของตัวเหนี่ยวนำ	307
6.18	สัญลักษณ์ตัวเหนี่ยวนำ	307
6.19	โครงสร้างทั่วไปของตัวเก็บประจุ.....	308
6.20	กระแสสำหรับตัวอย่างที่ 6.4.....	310
6.21	แรงดันตกคร่อมตัวเหนี่ยวนำ 3 H.....	311
6.22	วงจรสำหรับตัวอย่างที่ 6.5.....	312
6.23	กระแส	313
6.24	กำลัง.....	313
6.25	รูปสัญญาณพลังงาน	314
6.26	วงจรตัวเหนี่ยวนำอนุกรม.....	315
6.27	วงจรตัวเหนี่ยวนำขนาน	316
6.28	วงจรสำหรับตัวอย่างที่ 6.6.....	317
6.32	วงจรสำหรับตัวอย่างที่ 6.7.....	319
6.37	วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (1).....	324
6.38	รูปสัญญาณสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (4).....	324
6.39	วงจรสำหรับฝึกหัดข้อ (5).....	325
6.40	วงจรสำหรับฝึกหัดข้อ (6).....	325
6.41	วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (7).....	326
6.42	วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (8).....	326
6.43	วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (9).....	326
6.44	วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (10).....	327

6.45	วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (11).....	327
6.46	วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (12).....	328
6.47	รูปสัญญาณกระแสสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (13).....	328
6.48	วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (15).....	329
6.49	วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (16).....	329
6.50	วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (17).....	330
6.51	วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (19).....	330
6.52	วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (20).....	331
7.1	วงจรอาร์ซีไม่มีแหล่งกำเนิด.....	335
7.2	รูปสัญญาณผลตอบสนองแรงดันวงจรอาร์ซีไม่มีแหล่งกำเนิด.....	338
7.3	รูปสัญญาณผลตอบสนองแรงดันของวงจรอาร์ซีที่มีค่าคงตัวเวลาต่างกัน	339
7.4	วงจรสำหรับตัวอย่างที่ 7.1.....	340
7.5	วงจรสำหรับตัวอย่างที่ 7.2.....	341
7.8	วงจรสำหรับตัวอย่างที่ 7.3.....	343
7.12	วงจรสำหรับตัวอย่างที่ 7.4.....	345
7.15	วงจรอาร์แอลไม่มีแหล่งกำเนิด	347
7.16	วงจรสำหรับตัวอย่างที่ 7.5.....	349
7.18	วงจรสำหรับตัวอย่างที่ 7.6.....	352
7.23	รูปสัญญาณของฟังก์ชันขั้นบันไดหนึ่งหน่วย	355
7.28	รูปสัญญาณของฟังก์ชันเดลต้า	357
7.29	รูปสัญญาณของฟังก์ชันลาดเอียงหนึ่งหน่วย.....	358
7.30	รูปสัญญาณสำหรับตัวอย่างที่ 7.7	359
7.32	วงจร RC เชื่อมต่อแหล่งกำเนิดฟังก์ชันขั้นบันได.....	361
7.34	การกำหนดกระแสไหลในวงจร RC เชื่อมต่อแหล่งกำเนิดฟังก์ชันขั้นบันได	362
7.35	วงจรสำหรับตัวอย่างที่ 7.8.....	365
7.39	วงจรสำหรับตัวอย่างที่ 7.9.....	368
7.41	ทอพอโลยีของวงจรที่ใช้คำนวณหาความต้านทานสมมูลเทเวนิน	369
7.45	วงจรสำหรับตัวอย่างที่ 7.10	374
7.48	วงจรที่ใช้คำนวณหาความต้านทานสมมูลเทเวนิน.....	375
7.50	รูปสัญญาณแรงดัน	377
7.51	วงจร RL เชื่อมต่อแหล่งกำเนิดฟังก์ชันขั้นบันได	377
7.52	วงจรสำหรับตัวอย่างที่ 7.11	380
7.58	รูปสัญญาณกระแสสวิตช์และตัวเหนี่ยวนำ	384

7.59	วงจรสำหรับตัวอย่างที่ 7.12	384
7.63	รูปสัญญาณแรงดันตกคร่อมมอเตอร์	387
7.64	วงจรสำหรับตัวอย่างที่ 7.13	388
7.69	วงจรสำหรับตัวอย่างที่ 7.14	393
7.70	กระแส แรงดันตกคร่อมองค์ประกอบ และแรงดันโหนด	393
7.71	วงจรสำหรับตัวอย่างที่ 7.15	394
7.72	กระแส แรงดันตกคร่อมองค์ประกอบ และแรงดันโหนด	395
7.73	วงจรสำหรับตัวอย่างที่ 7.16	396
7.75	วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (1)	401
7.76	วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (2)	402
7.77	วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (3)	402
7.78	วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (4)	402
7.79	วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (5)	403
7.80	วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (6)	403
7.81	วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (7)	404
7.82	วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (8)	404
7.83	วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (9)	405
7.84	วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (10)	405
7.85	วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (11)	405
7.86	วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (12)	406
7.87	รูปสัญญาณสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (14)	408
7.88	วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (15)	409
7.89	วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (16)	409
7.90	วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (17)	410
7.91	วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (18)	411
7.92	วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (19)	411
7.93	วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (20)	412
7.94	วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (21)	412
7.95	วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (22)	412
7.96	วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (23)	413
7.97	วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (24)	413
7.98	วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (25)	414
7.99	วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (26)	414

7.100	วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (27).....	415
7.101	วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (28).....	415
7.102	วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (29).....	416
7.103	วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (30).....	416
7.104	วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (31).....	417
7.105	วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (32).....	417
8.1	วงจรสำหรับตัวอย่างที่ 8.1.....	423
8.5	วงจรสำหรับตัวอย่างที่ 8.2.....	425
8.9	วงจร <i>RLC</i> ไม่มีแหล่งกำเนิด.....	428
8.10	ผลตอบสนองของกระแสวงจร <i>RLC</i> ไม่มีแหล่งกำเนิด.....	432
8.11	วงจรสำหรับตัวอย่างที่ 8.4.....	436
8.15	วงจรสำหรับตัวอย่างที่ 8.5.....	440
8.19	วงจรสำหรับตัวอย่างที่ 8.6.....	444
8.24	วงจรสำหรับตัวอย่างที่ 8.7.....	449
8.28	วงจรสำหรับตัวอย่างที่ 8.8.....	453
8.32	วงจรขนาน <i>RLC</i> ไม่มีแหล่งกำเนิด.....	459
8.33	วงจรสำหรับตัวอย่างที่ 8.9.....	464
8.37	วงจรสำหรับตัวอย่างที่ 8.9.....	470
8.41	วงจรสำหรับตัวอย่างที่ 8.11.....	474
8.44	วงจรสำหรับตัวอย่างที่ 8.12.....	476
8.48	วงจรจ่ายแรงดันขึ้นบันไดให้กับวงจรอนุกรม <i>RLC</i>	480
8.50	วงจรสำหรับตัวอย่างที่ 8.13.....	483
8.59	วงจรสำหรับตัวอย่างที่ 8.14.....	495
8.64	วงจรสำหรับตัวอย่างที่ 8.15.....	500
8.69	วงจรจ่ายแรงดันขึ้นบันไดให้กับวงจรขนาน <i>RLC</i>	503
8.71	วงจรสำหรับตัวอย่างที่ 8.16.....	506
8.72	รูปสัญญาณของแหล่งกำเนิดแรงดัน.....	507
8.73	ทอพอโลยีวงจรควบคุมด้วยสวิตช์.....	507
8.78	วงจรสำหรับตัวอย่างที่ 8.17.....	512
8.83	วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (1).....	521
8.84	วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (2).....	522
8.85	วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (3).....	522
8.86	วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (4).....	523

8.87	วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (5).....	523
8.88	วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (6).....	523
8.89	วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (7).....	524
8.90	วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (11).....	525
8.91	วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (12).....	525
8.92	วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (13).....	526
8.93	วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (14).....	526
8.94	วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (15).....	526
8.95	วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (17).....	527
8.96	วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (18).....	527
8.97	วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (19).....	528
8.98	วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (20).....	528
8.99	วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (21).....	529
8.100	วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (21).....	529
8.101	วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (22).....	529
8.102	วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (24).....	530
8.103	วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (25).....	530
8.104	วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (26).....	530
8.105	วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (27).....	531
8.106	วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (28).....	531
8.107	วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (29).....	531
8.108	วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (30).....	532
9.1	ไซนูซอยด์	536
9.3	รูปสัญญาณสำหรับตัวอย่างที่ 9.3	541
9.4	การกำหนดระยะห่างระหว่างสัญญาณ.....	542
9.5	แผนภาพเฟเซอร์.....	543
9.6	การแสดงอิมพีแดนซ์บนระนาบเชิงซ้อน	554
9.7	วงจรสำหรับตัวอย่างที่ 9.8.....	554
9.8	การแสดงเฟเซอร์และอิมพีแดนซ์บนระนาบเชิงซ้อน	555
9.9	วงจรสำหรับตัวอย่างที่ 9.9.....	556
9.10	การแสดงเฟเซอร์และแอดมิตแตนซ์บนระนาบเชิงซ้อน	557
9.11	อิมพีแดนซ์ต่อแบบอนุกรม	558
9.12	อิมพีแดนซ์ต่อแบบขนาน	558

9.13	อิมพีแดนซ์ต่อแบบวาย-เดลต้า	559
9.14	วงจรสำหรับตัวอย่างที่ 9.10	560
9.15	วงจรสำหรับตัวอย่างที่ 9.11	561
9.18	วงจรสำหรับตัวอย่างที่ 9.12	563
9.19	ทอพอโลยีของวงจรในโดเมนความถี่	564
9.21	วงจรสำหรับตัวอย่างที่ 9.13	565
9.22	ทอพอโลยีของวงจรในโดเมนความถี่	566
9.23	ทอพอโลยีของวงจรสมมูล	566
9.24	วงจรสำหรับตัวอย่างที่ 9.14	567
9.25	วงจรสำหรับตัวอย่างที่ 9.15	568
9.29	การคำนวณกระแสไหลในกิ่ง	571
9.30	วงจรสำหรับตัวอย่างที่ 9.16	572
9.31	กำหนดโดเนออ้างอิงและกระแสกิ่ง	572
9.34	วงจรสำหรับตัวอย่างที่ 9.17	577
9.35	การกำหนดกระแสสำหรับซูเปอร์โนด	577
9.36	วงจรสำหรับตัวอย่างที่ 9.18	580
9.37	การกำหนดชื่อนอด	580
9.38	การกำหนดกระแสเมชและสมการคำนวณแรงดันตกคร่อมอิมพีแดนซ์	584
9.39	วงจรสำหรับตัวอย่างที่ 9.19	585
9.40	การกำหนดกระแสเมชและแรงดันตกคร่อม	585
9.41	วงจรสำหรับตัวอย่างที่ 9.20	587
9.42	การกำหนดกระแสเมช	587
9.43	วงจรสำหรับตัวอย่างที่ 9.21	591
9.44	การกำหนดกระแสเมช	592
9.47	วงจรสำหรับตัวอย่างที่ 9.22	596
9.48	ทอพอโลยีของวงจรเมื่อลัดวงจรแหล่งกำเนิดแรงดัน	597
9.50	วงจรคำนวณหาแรงดันสมมูลเทเวนิน	598
9.51	วงจรสมมูลเทเวนินสำหรับตัวอย่างที่ 9.22	598
9.52	วงจรสำหรับตัวอย่างที่ 9.23	599
9.53	วงจรสำหรับคำนวณหาอิมพีแดนซ์สมมูลเทเวนิน	599
9.54	วงจรสำหรับคำนวณหาแรงดันสมมูลเทเวนิน	600
9.55	วงจรสมมูลเทเวนินสำหรับตัวอย่างที่ 9.22	601
9.56	วงจรสำหรับตัวอย่างที่ 9.26	601

9.57	วงจรสำหรับวิเคราะห์หาอิมพีแดนซ์สมมูลนอร์ตัน.....	601
9.58	วงจรสำหรับวิเคราะห์หากระแสสมมูลนอร์ตัน.....	602
9.59	วงจรสมมูลนอร์ตันสำหรับตัวอย่างที่ 9.22	604
9.60	วงจรสำหรับตัวอย่างที่ 9.25	604
9.61	วงจรสำหรับวิเคราะห์หาอิมพีแดนซ์สมมูลนอร์ตัน.....	605
9.62	วงจรสำหรับวิเคราะห์หากระแสสมมูลนอร์ตัน.....	605
9.63	วงจรสมมูลนอร์ตันสำหรับตัวอย่างที่ 9.25	607
9.64	วงจรสำหรับตัวอย่างที่ 9.26	607
9.66	ทอพอโลยีของวงจรหลังจากคำนวณ และ	608
9.67	วงจรสำหรับคำนวณหากระแสสมมูลนอร์ตัน.....	609
9.70	วงจรวงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (3).....	615
9.71	วงจรวงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (4).....	615
9.72	วงจรวงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (5).....	615
9.73	วงจรวงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (6).....	616
9.74	วงจรวงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (7).....	616
9.75	วงจรวงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (8).....	617
9.76	วงจรวงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (9).....	617
9.77	วงจรวงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (10).....	617
9.78	วงจรวงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (11).....	618
9.79	วงจรวงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (12).....	618
9.80	วงจรวงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (13).....	618
9.81	วงจรวงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (14).....	619
9.82	วงจรวงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (15).....	619
9.83	วงจรวงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (16).....	620
9.84	วงจรวงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (17).....	620
9.85	วงจรวงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (18).....	620
9.86	วงจรวงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (19).....	621
9.87	วงจรวงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (20).....	621
9.88	วงจรวงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (21).....	622
9.89	วงจรวงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (22).....	622
9.90	วงจรวงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (23).....	622
9.91	วงจรวงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (24).....	623
9.92	วงจรวงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (25).....	623

9.93	วงจรวงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (26).....	623
9.94	วงจรวงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (27).....	624
9.95	วงจรวงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (28).....	624
9.96	วงจรวงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (29).....	625
9.97	วงจรวงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (30).....	625
9.98	วงจรวงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (31).....	626
9.99	วงจรวงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (32).....	626
9.100	วงจรวงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (33).....	627
9.101	วงจรวงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (34).....	627
9.102	วงจรวงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (35).....	627
9.103	วงจรวงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (36).....	628
9.104	วงจรวงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (37).....	628
9.105	วงจรวงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (38).....	629
9.106	วงจรวงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (39).....	629
9.107	วงจรวงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (40).....	630
9.108	วงจรวงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (41).....	630
9.109	วงจรวงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (42).....	630
9.110	วงจรวงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (43).....	631
9.111	วงจรวงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (44).....	631
10.1	ฟลักซ์แม่เหล็กเกิดขึ้นรอบตัวเหนี่ยวนำที่มีกระแสไหลผ่าน.....	635
10.2	ความเหนี่ยวนำร่วมของขดลวดที่ 2 เปรียบเทียบกับขดลวดที่ 1.....	636
10.3	ความเหนี่ยวนำร่วมของขดลวดที่ 1 เปรียบเทียบกับขดลวดที่ 2.....	637
10.4	การกำหนดขั้วแรงดันร่วมด้วยสัญญาณมดอท.....	639
10.5	การต่อขดลวดเชื่อมต่อแบบอนุกรม.....	639
10.6	วงจรมีขดลวดเชื่อมต่อ.....	640
10.7	วงจรสำหรับตัวอย่างที่ 10.1.....	641
10.8	การระบุขั้วแรงดันร่วมในวงจรม.....	641
10.9	วงจรสำหรับตัวอย่างที่ 10.2.....	643
10.12	วงจรสำหรับตัวอย่างที่ 10.2.....	645
10.13	วงจรในโดเมนความถี่.....	646
10.17	วงจรเชื่อมต่อทางแม่เหล็ก.....	648
10.18	วงจรสำหรับตัวอย่างที่ 10.4.....	650
10.19	วงจรในโดเมนความถี่.....	651

10.21	วงจรสำหรับตัวอย่างที่ 10.5	654
10.22	การระบุแรงดันร่วมในวงจร.....	655
10.23	หม้อแปลงเชิงเส้น	658
10.24	หม้อแปลงที่มีการใช้งานในชีวิตประจำวัน	659
10.25	วงจรสำหรับตัวอย่างที่ 10.6	661
10.26	การระบุขั้วแรงดันร่วม	661
10.27	หม้อแปลงอุดมคติในโดเมนความถี่.....	663
10.28	หม้อแปลงอุดมคติ.....	665
10.30	สามเหลี่ยมกำลัง	668
10.31	การสะท้อนอิมพีแดนซ์ของหม้อแปลง	669
10.32	วงจรสำหรับตัวอย่างที่ 10.8	671
10.33	วงจรสมมูลที่แสดงอิมพีแดนซ์สะท้อนจากด้านทุติยภูมิไปด้านปฐมภูมิ.....	671
10.34	วงจรสำหรับตัวอย่างที่ 10.9	672
10.35	วงจรสำหรับตัวอย่างที่ 10.10	674
10.36	วงจรสมมูลเมื่อยุบหม้อแปลง T2 ด้วยการแสดงอิมพีแดนซ์สะท้อน.....	675
10.37	วงจรสมมูลเมื่อยุบหม้อแปลง T1 ด้วยการแสดงอิมพีแดนซ์สะท้อน.....	676
10.38	ระบบเครื่องเสียง	678
10.39	หม้อแปลงเข้าคู่อิมพีแดนซ์.....	680
10.40	วงจรแยกโศดระบบไฟฟ้าหลักและเต้ารับของอุปกรณ์ไฟฟ้า.....	680
10.41	การป้องกันอันตรายจากไฟฟ้าด้วยหม้อแปลงแยกโศด	681
10.42	หม้อแปลงแยกโศด.....	682
10.43	วงจรเรียงกระแสแบบเต็มคลื่นโดยใช้หม้อแปลงแท็ปกลาง	683
10.44	การต่อหม้อแปลงกระแสแบบอนุกรมในวงจรไฟฟ้า.....	684
10.45	หม้อแปลงกระแส.....	684
10.46	หม้อแปลงวัดแรงดันสูง	685
10.47	วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อที่ (1)	687
10.48	วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อที่ (2)	687
10.49	วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อที่ (3)	688
10.50	วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อที่ (4)	688
10.51	วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อที่ (6)	689
10.52	วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อที่ (7)	690
10.53	วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อที่ (8)	690
10.54	วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อที่ (9)	690

10.55	วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อที่ (10)	691
10.56	วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อที่ (11)	691
10.57	วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อที่ (12)	691
10.58	วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อที่ (13)	692
10.59	วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อที่ (14)	692
10.60	วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อที่ (15)	693
10.61	วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อที่ (16)	693
10.62	วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อที่ (17)	693
10.63	วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อที่ (18)	694
10.64	วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อที่ (19)	694
10.65	วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อที่ (20)	695
10.66	วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อที่ (21)	695
10.67	วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อที่ (22)	696
10.68	วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อที่ (6)	697
10.69	วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อที่ (26)	697
10.70	วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อที่ (28)	697
10.71	วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อที่ (29)	698
10.72	วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อที่ (27)	698
10.73	วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อที่ (8)	699



แผนบริหารการสอนประจำวิชา

รหัสวิชา 5582122
รายวิชา วงจรไฟฟ้า (Electric Circuits) 3(3-0-6)

คำอธิบายรายวิชา

ศึกษาหน่วยวัดทางไฟฟ้า กฎทางไฟฟ้า การต่อวงจรไฟฟ้าแบบอนุกรม ขนาน และผสม ตัวต้านทาน ตัวเหนี่ยวนำ ตัวเก็บประจุ วงจรไฟฟ้ากระแสตรง วงจรไฟฟ้ากระแสสลับ วงจรแม่เหล็กไฟฟ้า และหม้อแปลง

วัตถุประสงค์ทั่วไป

1. เพื่อให้นักศึกษาเกิดความรู้และความเข้าใจปริมาณทางไฟฟ้า จดจำหน่วยวัด และสามารถนำไปใช้งานได้อย่างถูกต้อง
2. เพื่อให้นักศึกษาเกิดความรู้และความเข้าใจเกี่ยวกับกฎพื้นฐานของวงจรไฟฟ้า พร้อมทั้งสามารถนำไปประยุกต์ใช้เพื่อวิเคราะห์วงจร และการปฏิบัติงานด้านวงจรไฟฟ้าได้อย่างถูกต้อง
3. เพื่อให้นักศึกษาเกิดความรู้และความเข้าใจเกี่ยวกับลักษณะเฉพาะของวงจร ที่ต่อองค์ประกอบวงจรไฟฟ้าแบบอนุกรม ขนาน และผสม พร้อมทั้งสามารถนำไปประยุกต์ใช้เพื่อวิเคราะห์วงจร และการปฏิบัติงานด้านวงจรไฟฟ้าได้อย่างถูกต้อง
4. เพื่อให้นักศึกษาเกิดความรู้และความเข้าใจเกี่ยวกับลักษณะเฉพาะของตัวเหนี่ยวนำและตัวเก็บประจุ ทั้งในสถานะชั่วคราวและสถานะอยู่ตัว พร้อมทั้งสามารถนำไปประยุกต์ใช้เพื่อวิเคราะห์วงจร และการปฏิบัติงานด้านวงจรไฟฟ้าได้อย่างถูกต้อง
5. เพื่อให้นักศึกษาเกิดความรู้และความเข้าใจเกี่ยวกับเทคนิคและทฤษฎีการวิเคราะห์วงจรไฟฟ้ากระแสตรง พร้อมทั้งสามารถนำไปประยุกต์ใช้เพื่อวิเคราะห์วงจรที่มีความซับซ้อน และการปฏิบัติงานด้านวงจรไฟฟ้าได้อย่างถูกต้อง
6. เพื่อให้นักศึกษาเกิดความรู้และความเข้าใจเกี่ยวกับเทคนิคและทฤษฎีการวิเคราะห์วงจรไฟฟ้ากระแสสลับ พร้อมทั้งสามารถนำไปประยุกต์ใช้เพื่อวิเคราะห์วงจรที่มีความซับซ้อน และการปฏิบัติงานด้านวงจรไฟฟ้าได้อย่างถูกต้อง
7. เพื่อให้นักศึกษาเกิดความรู้และความเข้าใจเกี่ยวกับพื้นฐานวงจรแม่เหล็กไฟฟ้า พร้อมทั้งสามารถนำไปประยุกต์ใช้เพื่อวิเคราะห์วงจรแม่เหล็กไฟฟ้าได้อย่างถูกต้อง

8. เพื่อให้นักศึกษาเกิดความรู้และความเข้าใจเกี่ยวกับพื้นฐานหม้อแปลง พร้อมทั้งสามารถนำไปประยุกต์ใช้เพื่อวิเคราะห์วงจรที่มีหม้อแปลง และการปฏิบัติงานด้านวงจรไฟฟ้าได้อย่างถูกต้อง

เนื้อหา

<p>บทที่ 1</p> <p>ความรู้พื้นฐาน บทนำ บทนิยามวงจรไฟฟ้า หน่วยและมิติ ประจุ กระแส แรงดัน กำลัง องค์ประกอบวงจร การแสดงวงจรไฟฟ้า บทสรุป แบบฝึกหัด เอกสารอ้างอิง</p>	<p>3 ชั่วโมง</p>
<p>บทที่ 2</p> <p>กฎพื้นฐาน บทนำ ตัวต้านทาน ความนำ กฎของโอห์ม กฎของเคอร์ชอฟฟ์ ตัวต้านทานแบบอนุกรมและการแบ่งแรงดัน ตัวต้านทานแบบขนานและการแบ่งกระแส การแปลงวงจรตัวต้านทานวาย-เดลต้า บทสรุป แบบฝึกหัดท้ายบท แบบฝึกหัดท้ายบท</p>	<p>3 ชั่วโมง</p>
<p>บทที่ 3</p> <p>เทคนิคการวิเคราะห์วงจรไฟฟ้า บทนำ การวิเคราะห์แบบโนด การวิเคราะห์แบบโนดและซูเปอร์โนด การวิเคราะห์แบบเมช การวิเคราะห์แบบเมชและซูเปอร์เมช</p>	<p>6 ชั่วโมง</p>

	บทสรุป แบบฝึกหัดท้ายบท เอกสารอ้างอิง	
บทที่ 4	ทฤษฎีบทวงจรไฟฟ้า บทนำ การทับซ้อน การแปลงแหล่งกำเนิด ทฤษฎีบทเทเวนิช ทฤษฎีบทนอร์ตัน การถ่ายโอนกำลังสูงสุด บทสรุป แบบฝึกหัด เอกสารอ้างอิง	6 ชั่วโมง
บทที่ 5	ออปแอมป์ บทนำ ข้อมูลทั่วไปของออปแอมป์ ออปแอมป์อุดมคติ วงจรขยายผกผัน วงจรขยายไม่ผกผัน วงจรขยายผลรวม วงจรขยายผลต่าง วงจรออปแอมป์ต่อเรียงกัน บทสรุป แบบฝึกหัด เอกสารอ้างอิง	3 ชั่วโมง
บทที่ 6	ตัวเก็บประจุและตัวเหนี่ยวนำ บทนำ ตัวเก็บประจุ การต่อตัวเก็บประจุแบบอนุกรมและขนาน ตัวเหนี่ยวนำ การต่อตัวเหนี่ยวนำแบบอนุกรมและขนาน บทสรุป แบบฝึกหัด เอกสารอ้างอิง	3 ชั่วโมง
บทที่ 7	วงจรอันดับหนึ่ง บทนำ	6 ชั่วโมง

	<p>วงจรอาร์ซีไม่มีแหล่งกำเนิด</p> <p>วงจรอาร์แอลไม่มีแหล่งกำเนิด</p> <p>ฟังก์ชันเอกฐาน</p> <p>การตอบสนองต่อฟังก์ชันขั้นบันไดของวงจรอาร์ซี</p> <p>การตอบสนองต่อฟังก์ชันขั้นบันไดของวงจรอาร์แอล</p> <p>วงจรออปแอมป์อันดับหนึ่ง</p> <p>บทสรุป</p> <p>แบบฝึกหัด</p> <p>เอกสารอ้างอิง</p>	
บทที่ 8	<p>วงจรอันดับสอง</p> <p>บทนำ</p> <p>การหาค่าเริ่มต้นและค่าสุดท้าย</p> <p>วงจรอนุกรมอาร์แอลซีไม่มีแหล่งกำเนิด</p> <p>วงจรขนานอาร์แอลซีไม่มีแหล่งกำเนิด</p> <p>การตอบสนองต่อฟังก์ชันขั้นบันไดของวงจรอนุกรมอาร์แอลซี</p> <p>การตอบสนองต่อฟังก์ชันขั้นบันไดของวงจรขนานอาร์แอลซี</p> <p>บทสรุป</p> <p>แบบฝึกหัด</p> <p>เอกสารอ้างอิง</p>	6 ชั่วโมง
บทที่ 9	<p>การวิเคราะห์ไขว้ชอยติในสถานะอยู่ตัว</p> <p>บทนำ</p> <p>เฟเซอร์และองค์ประกอบวงจร</p> <p>อิมพีแดนซ์สมมูล</p> <p>การวิเคราะห์แบบโนด</p> <p>การวิเคราะห์แบบเมช</p> <p>ทฤษฎีบทเทเวนนินและนอร์ตัน</p> <p>บทสรุป</p> <p>แบบฝึกหัด</p> <p>เอกสารอ้างอิง</p>	6 ชั่วโมง
บทที่ 10	<p>วงจรเชื่อมต่อแม่เหล็กและหม้อแปลง</p> <p>บทนำ</p> <p>ความเหนี่ยวนำร่วม</p> <p>การวิเคราะห์พลังงานในวงจรเชื่อมต่อ</p> <p>หม้อแปลงเชิงเส้น</p> <p>หม้อแปลงอุดมคติ</p> <p>การประยุกต์ใช้งานหม้อแปลง</p>	6 ชั่วโมง

บทสรุป
แบบฝึกหัด
เอกสารอ้างอิง

วิธีสอนและกิจกรรม

1. บรรยายเพื่อแนะนำเนื้อหาการเรียน และนำเสนอสื่อการเรียนการสอน เช่น วิดีทัศน์ รูปภาพ อุปกรณ์ เป็นต้น ที่มีความสำคัญและเกี่ยวข้องกับเนื้อหาการเรียน โดยอาจแทรกเนื้อหาอื่น ๆ เพื่อเสริมสร้างศีลธรรมและจริยธรรมตามความเหมาะสม
2. นำเสนอเนื้อหาการเรียนด้วยการอธิบายประกอบการนำเสนอด้วยแผ่นภาพเลื่อน แผ่นใส รูปภาพ แผนภูมิ หรือวีดิทัศน์ พร้อมทั้งแสดงตัวอย่างวิธีคิดหรือขั้นตอนการคำนวณบนหน้ากระดาน หรือจอภาพหน้าชั้นเรียน
3. แบ่งผู้เรียนออกเป็นกลุ่มเพื่อศึกษาอุปกรณ์หรือลงมือปฏิบัติการต่อวงจรไฟฟ้า พร้อมทั้งวัดปริมาณทางไฟฟ้า และทำรายงานนำเสนอผลการศึกษาแก่อาจารย์ผู้สอน
4. เปิดโอกาสให้ผู้ศึกษาร่วมอภิปรายเนื้อหา ผลการคิดหรือการคำนวณ สอบถามข้อสงสัย พร้อมทั้งตอบข้อซักถามและสรุปผลโดยอาจารย์ผู้สอน
5. จำลองวงจร ขั้นตอนการคิด หรือคำนวณ ด้วยซอฟต์แวร์ เพื่อเพิ่มความรู้และความเข้าใจให้แก่ผู้ศึกษา สำหรับกรณีที่ยังมีความยุ่งยากและซับซ้อน
6. แบ่งผู้เรียนออกเป็นกลุ่ม เพื่อร่วมกันวิเคราะห์โจทย์ปัญหาวงจร หรือการจำลองวงจร ด้วยซอฟต์แวร์ ที่มอบหมายโดยอาจารย์ผู้สอน แล้วมอบหมายให้ตัวแทนอย่างน้อย 2 คนนำเสนอหน้าชั้นเรียน พร้อมทั้งมีการเก็บคะแนนเป็นรายกลุ่มโดยอาจารย์ผู้สอน
7. อาจารย์ผู้สอนกำหนดให้มีการสอบเก็บสะสมคะแนนในช่วงกลางภาคเรียนและปลายภาคเรียน

สื่อการเรียนการสอน

1. เอกสารประกอบการสอน
2. ตำราภาษาไทยและภาษาอังกฤษ
3. โปรแกรม MATLAB PSIM หรือ Proteus
4. คอมพิวเตอร์
5. คู่มือปฏิบัติการวงจรไฟฟ้า

การวัดผลและการประเมินผล

การวัดผล	100	คะแนน
1. คะแนนระหว่างภาคเรียน	70	คะแนน
1.1 ความสนใจในการเรียน	10	คะแนน
1.2 ทำแบบฝึกหัดท้ายบทเรียน	10	คะแนน
1.3 รายงานผลการปฏิบัติการ	10	คะแนน

- 1.4 นำเสนอผลการทำงานกลุ่มในห้องเรียน 10 คะแนน
- 1.5 ทดสอบกลางภาคเรียน 30 คะแนน
2. คะแนนสอบปลายภาคเรียน 30 คะแนน

การประเมินผล

คะแนนระหว่าง	80 – 100	ได้ระดับ	A
คะแนนระหว่าง	75 – 79	ได้ระดับ	B+
คะแนนระหว่าง	70 – 74	ได้ระดับ	B
คะแนนระหว่าง	65 – 69	ได้ระดับ	C+
คะแนนระหว่าง	60 – 64	ได้ระดับ	C
คะแนนระหว่าง	55 – 59	ได้ระดับ	D+
คะแนนระหว่าง	50 – 54	ได้ระดับ	D
คะแนนระหว่าง	0 – 49	ได้ระดับ	F

แผนบริหารการสอนประจำบทที่ 1

ความรู้พื้นฐาน

หัวข้อเนื้อหา

- 1) บทนำ
- 2) บทนิยามวงจรไฟฟ้า
- 3) หน่วยและมิติ
- 4) ประจุ
- 5) กระแส
- 6) แรงดัน
- 7) กำลัง
- 8) องค์ประกอบวงจร
- 9) การแสดงวงจรไฟฟ้า
- 10) บทสรุป
- 11) แบบฝึกหัด

วัตถุประสงค์เชิงพฤติกรรม

- 1) อธิบายบทนิยามวงจรไฟฟ้า องค์ประกอบทางไฟฟ้า และการเชื่อมต่อกันขององค์ประกอบเป็นวงจรไฟฟ้าได้
- 2) เขียนตัวเลขแสดงมิติของปริมาณทางไฟฟ้า พร้อมทั้งระบุหน่วยวัดในระบบเอสไอ ด้วยตัวเลขเต็มหน้าที่ถูกต้องและเหมาะสมที่สุด
- 3) อธิบายบทนิยามและคำนวณหา ประจุ กระแส แรงดัน และกำลัง ในวงจรไฟฟ้าได้
- 4) แสดงกระแสและแรงดันในวงจรไฟฟ้าด้วยสัญลักษณ์ที่ถูกต้องได้
- 5) อธิบายและพิสูจน์กฎการอนุรักษ์พลังงานในวงจรไฟฟ้าได้

วิธีสอนและกิจกรรม

1) แนะนำเข้าสู่บทเรียนโดยการบรรยายความสำคัญของวงจรไฟฟ้า และการนำไปประยุกต์ใช้งานในอนาคต และอาจนำเสนอสื่อการเรียนการสอนที่มีความเหมาะสม เช่น วิดิทัศน์ รูปภาพ อุปกรณ์ เป็นต้น โดยแทรกเนื้อหาอื่น ๆ เพื่อเสริมสร้างศีลธรรมและจริยธรรม

2) นำเสนอเนื้อหาเกี่ยวกับวงจรไฟฟ้า หน่วยและมิติของปริมาณทางไฟฟ้า ประจุ กระแส แรงดัน และกำลัง ด้วยการอธิบายบนกระดานหน้าชั้นเรียน ประกอบกับการนำเสนอด้วยแผ่นภาพเลื่อน แผ่นใส รูปภาพ แผนภูมิ หรือวิดิทัศน์ พร้อมทั้งแสดงตัวอย่างวิธีคิดหรือขั้นตอนการคำนวณบนหน้ากระดาน หรือจอภาพหน้าชั้นเรียน

3) แบ่งนักศึกษาออกเป็น 5 กลุ่ม มอบหมายให้แต่ละกลุ่มศึกษาอุปกรณ์ วัสดุภัณฑ์ รูปภาพ บทนิยาม และสมการ พร้อมทั้งแลกเปลี่ยนความคิดเห็น อภิปราย หรือร่วมมือกันคำนวณปริมาณทาง ไฟฟ้าด้วยขั้นตอนที่เหมาะสม แต่งตั้งตัวแทนกลุ่มนำเสนอผลการศึกษาด้วยวาจา และตอบข้อซักถาม ของเพื่อนร่วมห้องหน้าชั้นเรียน

4) เปิดโอกาสให้นักศึกษาร่วมอภิปรายเนื้อหา ผลการคิด หรือการคำนวณ สอบถามข้อสงสัย พร้อมทั้งตอบข้อซักถามและสรุปผลโดยอาจารย์ผู้สอน

5) คัดเลือกโจทย์ปัญหาที่เหมาะสม มอบหมายให้นักศึกษาไปฝึกหัดแก้ปัญหาโจทย์นอกห้องเรียน และส่งรายงานผลการศึกษาหรือคำนวณแก่อาจารย์ผู้สอนในการเรียนครั้งถัดไป

สื่อการเรียนการสอน

- 1) เอกสารประกอบการสอน
- 2) ตำราภาษาไทยและภาษาอังกฤษ
- 3) โปรแกรม MATLAB PSIM หรือ Proteus
- 4) คอมพิวเตอร์

การวัดผลและการประเมินผล

การวัดผล

- 1) จากการเข้าเรียนตรงต่อเวลา
- 2) จากการสังเกตการเข้าร่วมกิจกรรมกลุ่ม
- 3) จากการถาม-ตอบ
- 4) จากผลการทำแบบฝึกหัดท้ายบท หรือโจทย์ปัญหาที่ได้รับมอบหมาย

การประเมินผล

- 1) ทำกิจกรรมกลุ่มเสร็จตามเวลาที่กำหนด
- 2) ทำแบบฝึกหัดท้ายบท หรือโจทย์ปัญหาที่ได้รับมอบหมายด้วยตนเอง และมี

ความถูกต้องไม่น้อยกว่า 80%

บทที่ 1

ความรู้พื้นฐาน

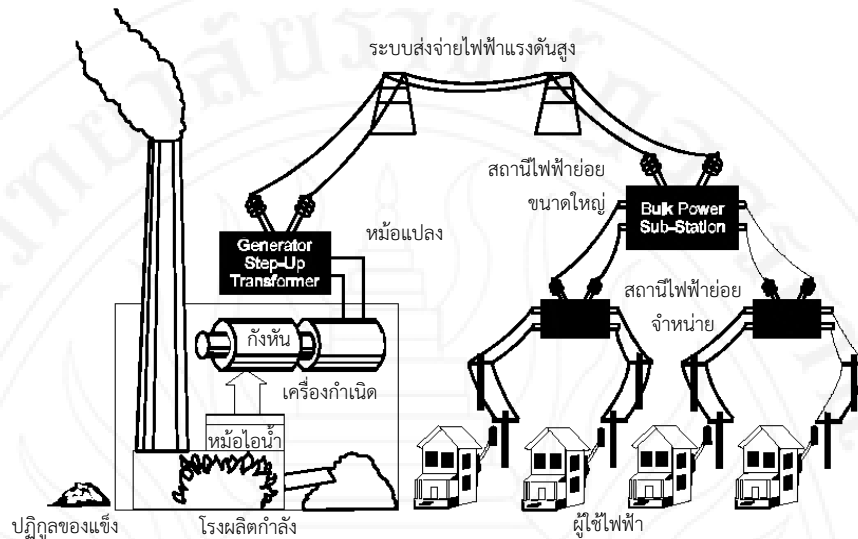
เนื้อหาในบทนี้ กล่าวถึงความรู้พื้นฐานที่สำคัญเกี่ยวกับการวัด การนำเสนอผลการวัด การคำนวณหาพารามิเตอร์อื่น ๆ จากผลการวัด และการนำเสนอผลการคำนวณ ซึ่งเป็นกระบวนการที่สำคัญอย่างยิ่งสำหรับงานด้านวิศวกรรมศาสตร์ เพราะมีความเกี่ยวข้องกับต้นทุนค่าใช้จ่าย และความปลอดภัย เมื่อกล่าวถึงปริมาณทางไฟฟ้า ต้องระบุทั้งมิติและหน่วย ขนาดสิ่งใดสิ่งหนึ่งไม่ได้โดยเด็ดขาด มิติเป็นสิ่งที่บ่งบอกให้ทราบอย่างชัดเจนว่าปริมาณมีน้อยหรือมากเท่าไร ในขณะที่หน่วยเป็นสิ่งที่บ่งบอกให้ทราบชนิดของปริมาณ เนื่องจากมิติของปริมาณทางไฟฟ้า มีทั้งค่าน้อยมากและสูงมาก ดังนั้น การแสดงตัวเลขให้มีความเหมาะสมที่สุดต้องใช้สัญกรณ์เต็มหน้า มิติของปริมาณทางไฟฟ้าอาจได้จากการวัดโดยเครื่องมือวัด หรือการคำนวณ ความแม่นยำของผลการคำนวณ ขึ้นกับความแม่นยำของตัวเลขที่ได้จากการวัด ดังนั้น เพื่อเป็นการป้องกันไม่ให้ความแม่นยำของตัวเลขถูกบิดเบือนจากค่าที่แท้จริง โดยปราศจากการระบุค่าคลาดเคลื่อนของตัวเลข การนำเสนอตัวเลขต้องระบุเลขนัยสำคัญ โดยมีหลักเกณฑ์ที่แตกต่างกันสำหรับตัวเลขธรรมดา ตัวเลขที่อยู่ในรูปของสัญกรณ์วิทยาศาสตร์ และสัญกรณ์วิศวกรรมศาสตร์

1.1 บทนำ

พลังงานไฟฟ้า มีความจำเป็นอย่างยิ่งต่อการดำรงชีวิตของมนุษย์ เนื่องจากเกี่ยวข้องโดยตรงกับการได้มาซึ่งปัจจัย 4 และความสะดวกสบาย เพื่อความเข้าใจเกี่ยวกับจุดกำเนิด และการได้มาซึ่งพลังงานไฟฟ้า พิจารณารูปที่ 1.1 แสดงส่วนประกอบทั้งหมดที่เกี่ยวข้องกับการผลิตพลังงานไฟฟ้า การส่งจ่ายกำลังไฟฟ้า การจำหน่ายกำลังไฟฟ้า และผู้ใช้ไฟฟ้า เมื่อพิจารณาจากซ้ายไปขวา รายละเอียดโดยย่อของรูปที่ 1.1 มีดังนี้

(ก) เชื้อเพลิงซึ่งในที่นี้อาจเป็นน้ำมันหรือถ่านหิน ถูกบรรจุให้กับเตาเผาเพื่อเผาไหม้ให้เกิดความร้อน เมื่อน้ำในหม้อไอน้ำเดือดและเกิดไอน้ำ แรงที่เกิดจากความดันของไอน้ำหมุนกังหัน ในขณะที่เดียวกัน กังหันหมุนเครื่องกำเนิดไฟฟ้าและทำให้เกิดพลังงานไฟฟ้า ส่วนประกอบทั้งหมดที่กล่าวถึงนี้ เรียกรวมกันว่า โรงผลิตกำลัง

(ข) เครื่องกำเนิดไฟฟ้า จ่ายพลังงานไฟฟ้าในรูปแบบของแรงดันให้กับหม้อแปลงเพิ่มแรงดัน เครื่องกำเนิดไฟฟ้า เพื่อเพิ่มระดับแรงดันให้สูงขึ้น พลังงานไฟฟ้าที่มีแรงดันสูง ถูกส่งจ่ายไปตามระบบส่งจ่ายไฟฟ้าแรงสูง ส่วนประกอบทั้งหมดที่กล่าวถึงนี้ เรียกรวมกันว่า ระบบส่งจ่ายกำลังไฟฟ้า



รูปที่ 1.1 ระบบไฟฟ้ากำลัง (ดัดแปลงจาก : <http://www.fas.org/man/dod-101/sys/smart/transformer.gif>, สืบค้นเมื่อ 13 พฤษภาคม 2555)

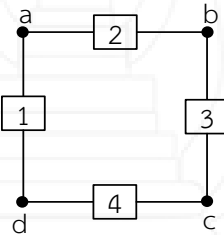
(ค) พลังงานไฟฟ้าที่มีแรงดันสูง ถูกส่งจ่ายให้กับสถานีไฟฟ้าย่อยขนาดใหญ่เพื่อลดระดับแรงดัน และปรับตั้งพารามิเตอร์ทางไฟฟ้าให้เหมาะสม จากนั้นส่งจ่ายพลังงานไฟฟ้าให้กับสถานีไฟฟ้าย่อยจำหน่าย เพื่อลดระดับแรงดันและปรับตั้งพารามิเตอร์ทางไฟฟ้าให้เหมาะสมอีกครั้ง สถานีไฟฟ้าย่อยจำหน่ายส่งจ่ายกำลังไฟฟ้าให้กับผู้ใช้ไฟฟ้า เช่น อาคารบ้านเรือน โรงงานอุตสาหกรรม ห้างสรรพสินค้า มหาวิทยาลัย เป็นต้น โดยส่งจ่ายผ่านหม้อแปลงจำหน่ายเพื่อลดระดับแรงดันให้เหมาะสมกับความต้องการของผู้ใช้ไฟฟ้า ส่วนประกอบทั้งหมดที่กล่าวถึงนี้ เรียกรวมกันว่า ระบบจำหน่ายกำลังไฟฟ้า

จากที่กล่าวถึงภาพรวมของระบบไฟฟ้าข้างต้น ซึ่งประกอบไปด้วย โรงผลิตกำลัง ระบบส่งจ่ายกำลังไฟฟ้า ระบบจำหน่ายกำลังไฟฟ้า และผู้ใช้ไฟฟ้า ล้วนเป็น “วงจรไฟฟ้า” ซึ่งเป็นส่วนประกอบย่อยของวงจรไฟฟ้าหลักที่มีชื่อว่า ระบบไฟฟ้ากำลัง

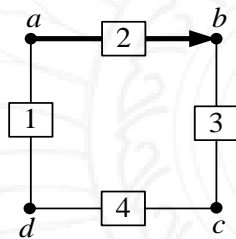
องค์ความรู้ที่สำคัญสำหรับการส่งจ่ายกำลังไฟฟ้า การจำหน่ายกำลังไฟฟ้า การใช้งาน หรือการผลิตอุปกรณ์เครื่องใช้ไฟฟ้าคือ การวิเคราะห์วงจรไฟฟ้า ซึ่งประกอบไปด้วย ความเข้าใจเกี่ยวกับองค์ประกอบ การวิเคราะห์ และการออกแบบ ดังนั้น รายวิชางจรไฟฟ้า จึงเป็นรายวิชาที่นักศึกษาที่เรียนหลักสูตรเกี่ยวกับไฟฟ้าและอิเล็กทรอนิกส์ ต้องเรียนในช่วงปีต้น ๆ ของหลักสูตร เพื่อเป็นพื้นฐานที่สำคัญสำหรับการเรียนในรายวิชาอื่น ๆ ที่มีความยุ่งยากซับซ้อนมากกว่า และจำเป็นอย่างยิ่งสำหรับการประกอบวิชาชีพวิศวกรรม

1.2 บทนิยามวงจรไฟฟ้า

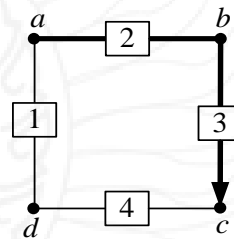
พิจารณาวงจรไฟฟ้าในรูปที่ 1.2 ซึ่งเกิดจากการต่อกันขององค์ประกอบ 4 ชนิด จุดที่องค์ประกอบต่อกัน เรียกว่า โหนด ดังนั้น วงจรมีทั้งหมด 4 โหนด คือ a b c และ d หากกำหนดให้เส้นทางการไหลของกระแสในวงจรแตกต่างกัน 4 ลักษณะ ดังแสดงในรูปที่ 1.3



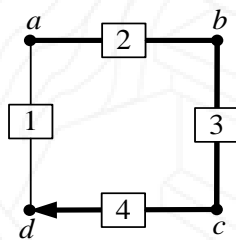
รูปที่ 1.2 แผนภาพบล็อกแสดงวงจรไฟฟ้า



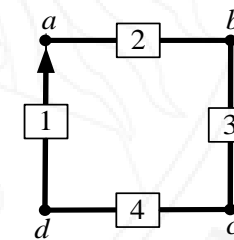
(ก)



(ข)



(ค)



(ง)

รูปที่ 1.3 เส้นทางการไหลของกระแส

จากรูปที่ 1.3 กำหนดให้ ลูกศรเส้นทึบแสดงเส้นทางการไหลของกระแสผ่านองค์ประกอบ และโหนด a คือจุดเริ่มต้นของเส้นทาง บทสรุปสำหรับเส้นทางการไหลของกระแสในรูปที่ 1.3 มีดังนี้

(ก) เส้นทางที่ไม่มีจุดขาดจากกัน ไม่มีโนด หรือส่วนประกอบใดถูกเคลื่อนที่ผ่านซ้ำ เรียกว่า “วิถี”

(ข) วิถีในรูปที่ 1.3(ก)-(ค) เป็นการเคลื่อนที่ออกจากโนด a และไม่ย้อนกลับมาที่โนด a วิถีนี้มีชื่อเรียกว่า “วิถีเปิด”

(ค) วิถีในรูปที่ 1.3(ง) มีความแตกต่างจากรูปที่ 1.3(ก)-(ค) เพราะเคลื่อนที่ที่กลับมาสู่นอต a ซึ่งเป็นโนดเริ่มต้น วิถีลักษณะนี้เรียกว่า “วิถีปิด” หรือ “วงรอบ”

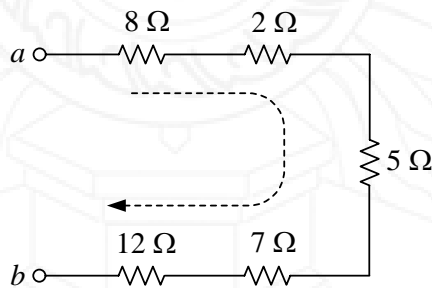
จากนิยามเกี่ยวกับโนด วิถี วิถีเปิด และวิถีปิด ที่กล่าวข้างต้น นิยามในเชิงวิศวกรรมศาสตร์ของ “โครงข่ายไฟฟ้า” คือ

โครงข่ายไฟฟ้า คือ สิ่งที่เกิดขึ้นอันเนื่องมาจากการต่อกันขององค์ประกอบทางไฟฟ้า

นิยามสำหรับ “วงจรไฟฟ้า” คือ

วงจรไฟฟ้า คือ สิ่งที่เกิดขึ้นอันเนื่องมาจากการต่อกันขององค์ประกอบทางไฟฟ้า แล้วทำให้เกิดวงรอบอย่างน้อยหนึ่งวง

จากนิยามสรุปได้ว่า วงจรไฟฟ้าทั้งหมดเป็นโครงข่ายไฟฟ้า ในขณะที่โครงข่ายไฟฟ้าบางชนิด อาจเป็นวงจรไฟฟ้าหรือไม่ก็ได้ พิจารณารูปที่ 1.4 ในทิศทางตามเข็มนาฬิกา

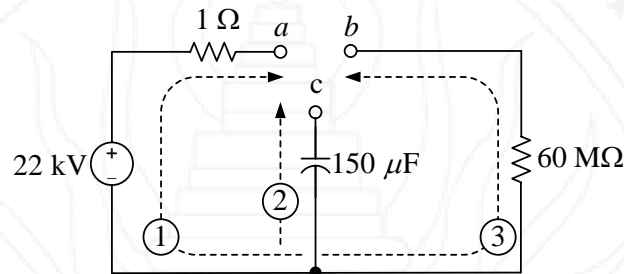


รูปที่ 1.4 ตัวอย่างโครงข่ายตัวต้านทาน

จากรูปที่ 1.4 สรุปได้ว่า

- (ก) วิถีเริ่มต้นจากโนด a
- (ข) ไม่มีจุดที่วิถีขาดจากกัน
- (ค) ไม่มีโนดหรือส่วนประกอบใดที่วิถีผ่านซ้ำ
- (ง) วิถีไม่ย้อนกลับไปสู่นอต a

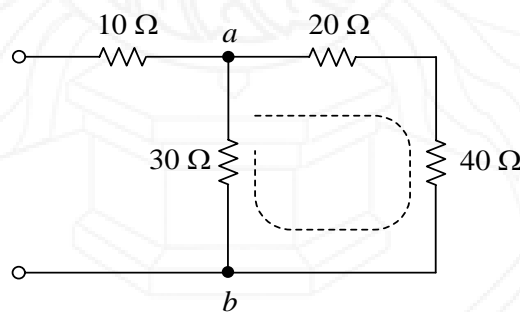
จากลักษณะเฉพาะของวิถี 4 ข้อข้างต้นสรุปได้ว่า วิธีดังกล่าวนี้เป็นวิถีเปิด และการเชื่อมต่อกันของตัวต้านทาน 5 ตัวนี้ทำให้เกิดโครงข่ายไฟฟ้า ตัวอย่างการต่อกันขององค์ประกอบทางไฟฟ้า และทำให้เกิดโครงข่าย แสดงในรูปที่ 1.5 ซึ่งมีวิถีเปิดทั้งหมด 3 วิถี จุดที่วิถีขาดความต่อเนื่องคือ จุด a b และ c ซึ่งไม่เชื่อมต่อกับองค์ประกอบใด ๆ ทั้งสิ้น



รูปที่ 1.5 ตัวอย่างโครงข่ายทางไฟฟ้า

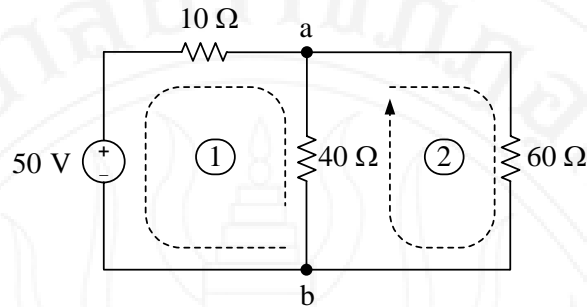
ตัวอย่างวงจรไฟฟ้าแสดงในรูปที่ 1.6 เมื่อกำหนดวิถีผ่าน $30\ \Omega$ $20\ \Omega$ และ $40\ \Omega$ ในทิศทางตามเข็มนาฬิกา สรุปได้ว่า

- (ก) วิถีเริ่มต้นจากโหนด a
- (ข) ไม่มีจุดที่วิถีขาดจากกัน
- (ค) ไม่มีโหนดหรือส่วนประกอบใดที่วิถีผ่านซ้ำ
- (ง) วิธีย้อนกลับไปสู่โหนด a
- (จ) วิธีดังกล่าวนี้ทำให้เกิดวงรอบ



รูปที่ 1.6 สัญลักษณ์วงจรตัวต้านทาน

จากลักษณะเฉพาะ 5 ข้อข้างต้นสรุปได้ว่า การเชื่อมต่อกันของตัวต้านทาน 4 ตัวนี้ ทำให้เกิดวงจรไฟฟ้า ตัวอย่างวงจรไฟฟ้าที่มีวงรอบมากกว่าหนึ่งแสดงในรูปที่ 1.7 วงรอบที่หนึ่งประกอบไปด้วย $40\ \Omega - 60\ \Omega$ มีจุดเริ่มต้นและสิ้นสุดที่โหนด a และวงรอบที่สองประกอบไปด้วย $50\ V - 10\ \Omega - 40\ \Omega$ มีจุดเริ่มต้นและสิ้นสุดที่โหนด b



รูปที่ 1.7 สัญลักษณ์วงจรตัวต้านทาน และแหล่งกำเนิดแรงดันกระแสตรง

1.3 หน่วยและมิติ

การกล่าวถึงปริมาณทางไฟฟ้า ต้องระบุทั้ง “มิติ” และ “หน่วย” จะละเว้นสิ่งใดสิ่งหนึ่งไม่ได้ โดยเด็ดขาด มิฉะนั้น อาจส่งผลให้ไม่เข้าใจในปริมาณที่กล่าวถึง หรืออาจก่อให้เกิดความเข้าใจที่คลาดเคลื่อนได้ เพื่อให้หน่วยมีความเป็นสากลและมีความเข้าใจตรงกันในทุกภาษาทั่วโลก การประชุมวิชาการทั่วไปเกี่ยวกับน้ำหนักและการวัด (General Conference on Weights and Measures) ในปี ค.ศ. 1960 จึงกำหนดหน่วยสำหรับปริมาณพื้นฐานทางฟิสิกส์ชื่อ ระบบเอสไอ (International System of Units, SI) ให้เป็นมาตรฐานเดียวกันทั่วโลก โดยมีชื่อของปริมาณ สัญลักษณ์ย่อ และหน่วย แสดงในตารางที่ 1.1

ตารางที่ 1.1 ปริมาณและหน่วยในระบบเอสไอ

ลำดับที่	ปริมาณ	ตัวย่อ	หน่วยวัด
1	ความยาว	l	เมตร (m)
2	มวล	m	กิโลกรัม (kg)
3	เวลา	t	วินาที (s)
4	กระแสไฟฟ้า	i	แอมแปร์ (A)
5	อุณหภูมิ	T	เคลวิน (K)
6	ความเข้มแสง	I	แคนเดลา (cd)

1.3.1 ตัวเลขเต็มหน้า

ในการทำงานด้านวิทยาศาสตร์หรือวิศวกรรมศาสตร์ ตัวเลขที่ได้จากการวัดและการคำนวณมีความหลากหลาย โดยเฉพาะปริมาณทางไฟฟ้าและอิเล็กทรอนิกส์ บางชนิดอาจมีค่าสูงมาก แต่ข้อมูลชนิดเดียวกันนี้อาจมีค่าต่ำมากสำหรับบางกรณี เช่น

(ก) กระแสที่ไหลในสายส่งกำลังไฟฟ้าเท่ากับ 1,000 A แต่กระแสที่ไหลในวงจรอิเล็กทรอนิกส์เท่ากับ 0.0018 A

(ข) ความต้านทานของขดลวดมอเตอร์เท่ากับ 25Ω แต่ความต้านทานของวงจรอิเล็กทรอนิกส์เท่ากับ $25,000,000 \Omega$

(ค) ความถี่ของระบบไฟฟ้าที่ใช้ตามบ้านเท่ากับ 50 Hz แต่ความถี่ของสัญญาณจุดชนวนวงจรแปลงผันกำลังงานเท่ากับ 30,000 Hz

การนำเสนอตัวเลขเพื่อแทนพารามิเตอร์ที่กล่าวข้างต้น อาจก่อให้เกิดความไม่สะดวกในการเปรียบเทียบ การวิเคราะห์ หรือการนำไปใช้งาน ปัญหาที่สามารถแก้ไขได้ด้วยการประยุกต์ใช้เลขยกกำลังของสิบ ดังสมการที่ (1.1)

$$x_{old} = x_{new} \times 10^n \tag{1.1}$$

เมื่อ x_{old} คือ ตัวเลขดั้งเดิมที่ยังไม่แปลงค่า
 x_{new} คือ ตัวเลขใหม่ที่แปลงให้มีความเหมาะสมที่สุด
 n คือ เลขชี้กำลังที่อาจเป็นจำนวนเต็มลบ ศูนย์ หรือบวก

พจน์ 10^n ในสมการที่ (1.1) มีชื่อเรียกว่า ตัวเลขเต็มหน้า ซึ่งมีรายละเอียดดังแสดงในตารางที่ 1.2

ตารางที่ 1.2 ตัวเลขเต็มหน้า

ลำดับที่	ชื่อภาษาอังกฤษ	ชื่อภาษาไทย	สัญลักษณ์ย่อ	ตัวคูณเทียบเท่า (ตัวพหุคูณ)
1	Atto	อัตโต	a	10^{-18}
2	Femto	เฟมโต	f	10^{-15}
3	Pico	พิโก	p	10^{-12}
4	Nano	นาโน	n	10^{-9}
5	Micro	ไมโคร	μ	10^{-6}
6	Milli	มิลลิ	m	10^{-3}
7	Centi	เซนติ	c	10^{-2}
8	Deci	เดซี	d	10^{-1}
9	Deca	เดคา	da	10^1
10	Kilo	กิโล	k	10^3
11	Mega	เมกะ	M	10^6
12	Giga	จิกะ	G	10^9
13	Tera	เทระ	T	10^{12}
14	Peta	เพตะ	P	10^{15}
15	Exa	เอกซะ	E	10^{18}

สำหรับ x_{new} ซึ่งเป็นตัวเลขใหม่ที่แปลงให้มีความเหมาะสมที่สุด หมายถึงจำนวนจริงที่เลือกมาจากการอ้างอิงตามข้อกำหนดของสัญญาณตัวเลข ซึ่งมีอยู่ 2 ชนิดคือ สัญกรณ์วิทยาศาสตร์ และ สัญกรณ์วิทยาศาสตร์

ตัวอย่างที่ 1.1

จงประยุกต์ใช้ตัวเลขเต็มหน้ากับค่าของแรงดัน 22,000 V

วิธีทำ

$$22,000 \text{ V} = 22 \times 1,000 = 22 \times 10^3 = 22 \text{ kV}$$

ตอบ

ตัวอย่างที่ 1.2

จงประยุกต์ใช้ตัวเลขเต็มหน้ากับผลการคำนวณกำลังสูญเสียบนตัวต้านทาน 10 k Ω ซึ่งมีกระแสตรงไหลผ่าน 0.001 A

วิธีทำ

$$p = Ri^2 = 1000 \times 0.001^2 = 0.01 = 10^{-2} \times 10^{-1} \times 10^1 = 10 \times 10^{-3} = 10 \text{ mW}$$

ตอบ

1.3.2 สัญกรณ์ตัวเลข

สัญญาณ คือ ข้อกำหนดสำหรับการแสดงตัวเลข ให้อยู่ในรูปของผลคูณระหว่างตัวเลขที่เหมาะสม กับเลขสิบยกกำลัง แบ่งออกเป็น 2 ชนิด คือ สัญกรณ์วิทยาศาสตร์ และ สัญกรณ์วิศวกรรมศาสตร์

(1) สัญกรณ์วิทยาศาสตร์

สัญญาณวิทยาศาสตร์กำหนดไว้ว่า จำนวนจริง x_{new} ในสมการที่ (1.1) ต้องมีค่าอยู่ระหว่าง 1-10 เท่านั้น วิธีการเขียนตัวเลขให้อยู่ในรูปสัญญาณวิทยาศาสตร์ มีดังต่อไปนี้

– เลื่อนจุดทศนิยมของตัวเลขไปด้านซ้ายมือ หรือขวามือ จนตัวเลขเดี่ยวที่อยู่หน้าทศนิยมไม่เท่ากับศูนย์ และมีค่าอยู่ระหว่าง 1-10

– คูณตัวเลขที่ผ่านการเลื่อนจุดทศนิยม ด้วยสิบยกกำลังจำนวนเต็มที่เหมาะสมกับจำนวนจุดทศนิยมที่ถูกเลื่อน การพิจารณาค่าจำนวนเต็มนี้แบ่งออกเป็น 2 กรณีคือ ถ้าเลื่อนทศนิยมไปด้านซ้ายมือ เลขยกกำลังของสิบเป็นจำนวนเต็มบวก ถ้าเลื่อนทศนิยมไปด้านขวามือ เลขยกกำลังของสิบเป็นจำนวนเต็มลบ

ตัวอย่างที่ 1.3

จงเปลี่ยน 4,124 ให้อยู่ในรูปของสัญกรณ์วิทยาศาสตร์

วิธีทำ

เพื่อให้ได้ x_{new} ในสมการที่ (1.1) ที่มีค่าไม่เท่ากับศูนย์ และมีค่าอยู่ระหว่าง 1-10 ต้องเลื่อนจุดทศนิยมไปด้านซ้ายมือ 3 จุด ผลลัพธ์คือ 4 อยู่หน้าจุดทศนิยม ดังนี้

4.124
←

การเลื่อนจุดทศนิยมไปด้านซ้ายมือ 3 จุด แสดงว่าเลขยกกำลังของสิบเท่ากับ 3 ดังนั้น ต้องคูณ 4.124 ด้วย 10^3 ดังนี้

$$4.124 \times 10^3$$

ดังนั้น 4,124 ในรูปของสัญกรณ์วิทยาศาสตร์คือ 4.124×10^3

ตอบ**ตัวอย่างที่ 1.4**

จงเปลี่ยน 0.000778 ให้อยู่ในรูปของสัญกรณ์วิทยาศาสตร์

วิธีทำ

เพื่อให้ได้ x_{new} ในสมการที่ (1.1) ที่มีค่าไม่เท่ากับศูนย์ และมีค่าอยู่ระหว่าง 1-10 ต้องเลื่อนจุดทศนิยมไปด้านขวามือ 4 จุด ผลลัพธ์คือ 7 ตัวแรกอยู่หน้าจุดทศนิยม ดังนี้

00007.78
→

การเลื่อนจุดทศนิยมไปด้านขวามือ 4 จุด แสดงว่าเลขยกกำลังของสิบเท่ากับ -4 ดังนั้น ต้องคูณ 7.78 ด้วย 10^{-4} โดยตัด 0 ที่อยู่ด้านหน้าออกเพราะไม่มีนัยสำคัญ ได้ผลลัพธ์ดังนี้

$$7.78 \times 10^{-4}$$

ดังนั้น 0.000778 ในรูปของสัญกรณ์วิทยาศาสตร์คือ 7.78×10^{-4}

ตอบ

เทคนิคสำหรับการตรวจสอบความถูกต้องของคำตอบโดยเบื้องต้นคือ ถ้าตัวเลขน้อยกว่า 1 เลขยกกำลังของ 10 เป็นจำนวนเต็มลบเสมอ แต่ถ้าตัวเลขเท่ากับหรือมากกว่า 10 เลขยกกำลังของ 10 เป็นจำนวนเต็มบวกเสมอ

(2) สัญกรณ์วิศวกรรมศาสตร์

สัญกรณ์วิศวกรรมศาสตร์ มีข้อกำหนดที่จะต้องเป็นจริงทั้ง 2 ข้อ ดังนี้

- จำนวนจริง x_{new} ในสมการที่ (1.1) ต้องมีค่าอยู่ระหว่าง 1 - 999 เท่านั้น
- จำนวนเต็มบวก n ในสมการที่ (1.1) ต้องเป็นตัวเลขที่หารด้วย 3 ลงตัวเท่านั้น

วิธีการเขียนตัวเลขให้อยู่ในสัญกรณ์วิศวกรรมศาสตร์ มีรายละเอียดดังนี้

- เลื่อนจุดทศนิยมของตัวเลขไปด้านซ้ายมือ หรือขวามือ ครั้งละ 3 จุด จนตัวเลขเดียวที่อยู่หน้าทศนิยมไม่เท่ากับศูนย์ และมีค่าอยู่ระหว่าง 1-1,000
- คูณตัวเลขที่ผ่านการเลื่อนจุดทศนิยม ด้วยสิบกกำลังจำนวนเต็มที่เหมาะสมกับจำนวนจุดทศนิยมที่ถูกเลื่อน การพิจารณาค่าจำนวนเต็มนี้แบ่งออกเป็น 2 กรณีคือ ถ้าเลื่อนทศนิยมไปด้านซ้ายมือ เลขยกกำลังของสิบจะเป็นจำนวนเต็มบวก แต่หากเลื่อนทศนิยมไปด้านขวามือ เลขยกกำลังของสิบจะเป็นจำนวนเต็มลบ

ตัวอย่างที่ 1.5

จงเปลี่ยน 8,584,000,000 ให้อยู่ในรูปของสัญกรณ์วิศวกรรมศาสตร์

วิธีทำ

เพื่อให้ได้ x_{new} ในสมการที่ (1.1) ที่มีค่าไม่เท่ากับศูนย์ และมีค่าอยู่ระหว่าง 1-1,000 เลื่อนจุดทศนิยมไปด้านซ้ายมือ 3 ครั้ง ๆ ละ 3 จุด รวมเป็น 9 จุด ผลลัพธ์คือ 8 อยู่หน้าจุดทศนิยม ดังนี้

8.584000000



การเลื่อนจุดทศนิยมไปด้านซ้ายมือ 9 จุด แสดงว่าเลขยกกำลังของสิบเท่ากับ 9 ดังนั้น ต้องคูณ 8.584 ด้วย 10^9 ดังนี้ ได้ผลลัพธ์ดังนี้

$$8.584 \times 10^9$$

ดังนั้น 8,584,000,000 ในรูปของสัญกรณ์วิศวกรรมศาสตร์คือ 8.584×10^9

ตอบ

ตัวอย่างที่ 1.6

จงเปลี่ยน 0.5 ให้อยู่ในรูปของสัญกรณ์วิศวกรรมศาสตร์

วิธีทำ

เพื่อให้ได้ x_{new} ในสมการที่ (1.1) ที่มีค่าไม่เท่ากับศูนย์ และมีค่าอยู่ระหว่าง 1-1,000 เลื่อนจุดทศนิยมไปด้านขวามือ 1 ครั้ง ๆ ละ 3 จุด รวมเป็น 3 จุด ผลลัพธ์คือ 500 อยู่หน้าจุดทศนิยม ดังนี้

0500.
→

การเลื่อนจุดทศนิยมไปด้านขวามือ 3 จุด แสดงว่าเลขยกกำลังของสิบเท่ากับ -3 ดังนั้น ต้องคูณ 500 ด้วย 10^{-3} ดังนี้ ได้ผลลัพธ์ดังนี้

$$500 \times 10^{-3}$$

ดังนั้น 0.5 ในรูปของสัญกรณ์วิศวกรรมศาสตร์คือ 500×10^{-3}

ตอบ**1.3.3 ประโยชน์ของการใช้สัญกรณ์**

ถึงแม้การเปลี่ยนตัวเลขให้อยู่ในรูปสัญกรณ์วิทยาศาสตร์ หรือสัญกรณ์วิศวกรรมศาสตร์ อาจสร้างความยุ่งยาก แต่ประโยชน์ซึ่งเป็นที่ประจักษ์ มีดังต่อไปนี้

(ก) ช่วยให้การเขียนตัวเลขมีความสะดวก และมีจำนวนตัวเลขไม่มากจนเกินไป ซึ่งอาจก่อให้เกิดความผิดพลาดในการเขียน และยังช่วยในการจดจำ หรือนำไปเปรียบเทียบกับตัวเลขอื่นได้ง่ายขึ้น เช่น

$$\text{มวลของโลก} = 5,970,000,000,000,000,000,000 \text{ kg}$$

$$\text{มวลของดวงจันทร์} = 73,600,000,000,000,000,000,000 \text{ kg}$$

ถ้าเขียนมวลของโลกและดวงจันทร์ ให้อยู่ในรูปแบบตามสัญกรณ์วิศวกรรมศาสตร์ ดังนี้

$$\text{มวลของโลก} = 5,970,000,000,000,000,000,000 = 5.97 \times 10^{24} \text{ kg}$$

$$\text{มวลของดวงจันทร์} = 73,600,000,000,000,000,000,000 = 73.6 \times 10^{21} \text{ kg}$$

เมื่อพิจารณาตัวเลขมวลตามสัญกรณ์วิศวกรรมศาสตร์ด้านบนพบว่า เป็นรูปแบบที่สะดวกสำหรับการจดจำและการเปรียบเทียบ

(ข) ช่วยให้การพิจารณาเกี่ยวกับระดับของเลขนัยสำคัญของตัวเลขมีความสะดวกเพิ่มมากขึ้น เช่น

$$5.97 \times 10^{24} \text{ kg} \text{ มีเลขนัยสำคัญ} = 3 \text{ (พิจารณาเฉพาะ } 5.97)$$

$$0.62 \times 10^{-12} \text{ C} \text{ มีเลขนัยสำคัญ} = 2 \text{ (พิจารณาเฉพาะ } 6 \text{ และ } 2)$$

(ค) ช่วยให้การคำนวณมีความสะดวกมากกว่าการคำนวณด้วยตัวเลขรูปแบบดั้งเดิม เช่น $(5 \times 10^9) \times (4 \times 10^{-3}) = (5 \times 4) \times 10^{9-3} = 20 \times 10^6$ เป็นต้น

1.3.4 เลขนัยสำคัญ

ความจริงเกี่ยวกับการวัดปริมาณทางไฟฟ้าที่ต้องยอมรับ และมีข้อตกลงร่วมกันคือ ไม่มีเครื่องมือวัดที่ให้ผลการวัดถูกต้องตรงกับความเป็นจริงทุกประการ ดังนั้น ความเชื่อสัตย์ของผู้วัดจึงเป็นสิ่งจำเป็นที่ไม่อาจละเลยได้ การแสดงตัวเลขที่ได้จากการวัด ต้องระบุความแม่นยำไม่มากไปกว่าความสามารถของเครื่องมือวัด ในกรณีที่มีการนำเอาตัวเลขที่ได้จากการวัดไปดำเนินการทางคณิตศาสตร์ เช่น การบวก การลบ การคูณ และการหาร เป็นต้น การนำเสนอตัวเลขที่เป็นผลลัพธ์ ต้องมีความเหมาะสม เพื่อเป็นการควบคุมการนำเสนอตัวเลขที่ได้จากการวัด และป้องกันปัญหาเกี่ยวกับความไม่น่าเชื่อถือของตัวเลข ต้องประยุกต์ใช้หลักการเกี่ยวกับการกำหนดจำนวนตำแหน่งทศนิยม หรือหลักการของเลขนัยสำคัญ

(1) หลักการระบุเลขนัยสำคัญของตัวเลข

- (ก) ตัวเลขที่ไม่เท่ากับศูนย์มีนัยสำคัญ
- (ข) เลขศูนย์ที่อยู่ระหว่างตัวเลขอื่นมีนัยสำคัญ เช่น 1,207 และ 50.01 มีเลขนัยสำคัญเท่ากับ 4 เป็นต้น
- (ค) เลขศูนย์ที่อยู่ด้านหน้าตัวเลขอื่นไม่มีนัยสำคัญ เช่น 0.0402 และ 209 มีเลขนัยสำคัญเท่ากับ 3 เป็นต้น
- (ง) เลขศูนย์ที่อยู่ด้านหลังตัวเลขอื่นและไม่มีจุดทศนิยม ไม่มีนัยสำคัญ เช่น
 - 21,000 และ 41,000,000 มีเลขนัยสำคัญเท่ากับ 2
 - 49.0 และ 782.000 มีเลขนัยสำคัญเท่ากับ 3 และ 6 ตามลำดับ
- (จ) เลขสิบยกกำลังไม่มีนัยสำคัญ เช่น 4.124×10^3 มีเลขนัยสำคัญเท่ากับ 4

(2) หลักการระบุเลขนัยสำคัญของผลบวกและผลลบ

เลขนัยสำคัญของผลลัพธ์ที่ได้จากการบวกหรือลบ เท่ากับ เลขนัยสำคัญของผลลัพธ์ ต้องถูกปัดจุดทศนิยมให้เท่ากับจุดทศนิยมน้อยที่สุดของตัวเลขที่นำมาบวกหรือลบกัน เช่น

- $1.14 + 0.35 = 1.49$ (มีเลขนัยสำคัญเท่ากับ 3)
- $4.78 + 5.6 = 10.38 = 10.4$ (มีเลขนัยสำคัญเท่ากับ 3)
- $45.893 + 987 + 6.7 = 1039.593 = 1040$ (มีเลขนัยสำคัญเท่ากับ 3)

(3) หลักการระบุเลขนัยสำคัญของผลคูณและผลหาร

เลขนัยสำคัญของผลลัพธ์ที่ได้จากการคูณหรือหาร เท่ากับเลขนัยสำคัญที่น้อยที่สุดของตัวเลขที่นำมาคูณหรือหารกัน เช่น

- $45 \times 7.28 = 327.6 = 330 = 33 \times 10^1$ (มีเลขนัยสำคัญเท่ากับ 2)
- $7.81 \div 80 = 0.097625 = 0.10 = 1 \times 10^{-1}$ (มีเลขนัยสำคัญเท่ากับ 1)

1.4 ประจุ

ส่วนประกอบเล็กที่สุดของอนุภาคหรือวัตถุคือ อะตอม วัตถุต่างชนิดกันและมีคุณสมบัติแตกต่างกัน เพราะมีส่วนประกอบของอะตอมที่แตกต่างกัน จากการที่แบบจำลองอะตอมแบบกลุ่มหมอกกล่าวไว้ว่า อะตอม ประกอบไปด้วยกลุ่มหมอกของอิเล็กตรอนอยู่รอบ ๆ นิวเคลียส ซึ่งนิวเคลียสประกอบไปด้วยโปรตอน และนิวตรอน สำหรับบริเวณที่กลุ่มหมอกที่บีบ แสดงว่าโอกาสที่จะพบอิเล็กตรอนมีมาก และบริเวณกลุ่มหมอกจาง โอกาสที่จะพบอิเล็กตรอนมีน้อย อิเล็กตรอนประกอบไปด้วยอนุภาคที่เป็นประจุลบ นิวตรอน ประกอบไปด้วยอนุภาคที่เป็นกลาง และโปรตอนประกอบไปด้วยอนุภาคที่เป็นประจุบวก ความเกี่ยวข้องระหว่างประจุและไฟฟ้าคือ ประจุเป็นสิ่งที่กำหนดคุณสมบัติทางไฟฟ้าของวัสดุ เช่น ความสามารถในการนำไฟฟ้า ความสามารถในการสร้างหรือทำลายสนามแม่เหล็กไฟฟ้า ความสามารถในการสะสมพลังงานไฟฟ้า เป็นต้น ดังนั้น บทนิยามโดยทั่วไปของประจุคือ (Alexander & Sadiku, 2004)

ประจุ คือ คุณสมบัติทางไฟฟ้า และเป็นตัวกำหนดปรากฏการณ์เกี่ยวกับไฟฟ้าของวัสดุ

หน่วยวัดของประจุ คือ คูโลมบ์ (C) สัญลักษณ์ที่ใช้แทนประจุคือ Q ประจุที่มีค่าไม่คงที่ นิยมใช้สัญลักษณ์ q เช่น $q(t)$ แทนประจุที่แปรค่าตามเวลา เป็นต้น

นิยามของประจุ 1 C คือ ประจุที่เกิดขึ้นอันเนื่องมาจากการเคลื่อนที่ของอิเล็กตรอนจำนวน 6.25×10^{18} ตัว ดังนั้น หากวัตถุได้รับอิเล็กตรอนจำนวน 6.25×10^{18} ตัว แสดงว่าวัตถุมีประจุขั้วลบเกิดขึ้น 1 C หรือ $Q = -1$ C ในทางกลับกัน หากวัตถุสูญเสียอิเล็กตรอนจำนวน 6.25×10^{18} ตัว แสดงว่าวัตถุมีประจุขั้วบวกเกิดขึ้น 1 C หรือ $Q = +1$ C จากการอ้างอิงนิยามดังกล่าวนี้ อิเล็กตรอนและโปรตอนจึงมีประจุเท่ากับสมการที่ (1.2) และ (1.3) ตามลำดับ

$$\frac{-1}{6.25 \times 10^{18}} = -1.602 \times 10^{-19} \text{ C} \quad (1.2)$$

$$\frac{+1}{6.25 \times 10^{18}} = +1.602 \times 10^{-19} \text{ C} \quad (1.3)$$

คุณสมบัติที่สำคัญของประจุ คือ

(ก) การทำลายประจุ หรือสร้างประจุขึ้นใหม่ เป็นสิ่งที่ไม่สามารถกระทำได้ ดังนั้น ผลรวมของประจุในวัตถุทุกชนิดต้องมีค่าคงที่เสมอ

(ข) ประจุที่มีขั้วต่างกัน เกิดแรงดึงดูดระหว่างประจุ ในขณะที่ประจุที่มีขั้วเหมือนกัน เกิดแรงผลักระหว่างประจุ

ตัวอย่างที่ 1.7

อิเล็กตรอนจำนวน 93.75×10^{16} ตัว ทำให้เกิดประจุที่คลอมบ์

วิธีทำ

การที่วัตถุได้รับอิเล็กตรอนจำนวน 6.25×10^{18} ตัว แสดงว่ามีประจุขั้วลบเกิดขึ้น 1 C เมื่อเทียบ
บัญญัติไตรยางศ์สำหรับอิเล็กตรอนจำนวน 93.75×10^{16} ตัว ดังนี้

อิเล็กตรอนจำนวน	6.25×10^{18} ตัว	เกิดประจุ	1 C
อิเล็กตรอนจำนวน	93.75×10^{16} ตัว	เกิดประจุ	?

ผลลัพธ์ที่ได้คือ

$$\frac{93.75 \times 10^{16}}{6.25 \times 10^{18}} = 0.15 \text{ C}$$

ตอบ

ตัวอย่างที่ 1.8

การที่วัตถุชนิดหนึ่งสูญเสียประจุ 3 C แสดงว่าวัตถุชนิดนี้สูญเสียอิเล็กตรอนเป็นจำนวนเท่าไร

วิธีทำ

เทียบบัญญัติไตรยางศ์สำหรับประจุ 3 C ได้ดังนี้

ประจุ	1 C	เกิดจากการสูญเสียอิเล็กตรอนจำนวน	6.25×10^{18} ตัว
ประจุ	3 C	เกิดจากการสูญเสียอิเล็กตรอนจำนวน	?

ผลลัพธ์จำนวนอิเล็กตรอนคือ

$$3(6.25 \times 10^{18}) = 1.875 \times 10^{19}$$

ตอบ

จากตัวอย่างที่ 1.5 และ ตัวอย่างที่ 1.6 สามารถแสดงความสัมพันธ์ระหว่าง จำนวนอิเล็กตรอนและ
ประจุ ได้ดังสมการที่ (1.4)

$$Q = \frac{\text{จำนวนอิเล็กตรอน}}{6.25 \times 10^{18}} \quad (1.4)$$

1.5 กระแส

การส่งกำลังไฟฟ้าจากจุดหนึ่งไปยังอีกจุดหนึ่ง ต้องอาศัยการเคลื่อนที่ของอิเล็กตรอนผ่านวัสดุที่สามารถนำไฟฟ้าได้ เมื่ออิเล็กตรอนเคลื่อนที่ ทำให้เกิดอัตราการเปลี่ยนแปลงของประจุในจุดที่อิเล็กตรอนเคลื่อนที่ผ่าน และทำให้เกิดกระแสไฟฟ้าไหลในวัสดุดังกล่าว บทนิยามสำหรับกระแสจึงมีรายละเอียดดังนี้ (Alexander & Sadiku, 2004)

กระแส คือ อัตราการเปลี่ยนแปลงของประจุเทียบกับเวลา ณ จุดที่ประจุเคลื่อนที่ผ่าน

หน่วยวัดของกระแสคือ แอมแปร์ (A) สัญลักษณ์ที่ใช้เขียนแทนกระแสคือ i กรณีที่กระแสมีค่าไม่คงที่และเป็นฟังก์ชันของพารามิเตอร์อื่น อาจวงเล็บต่อท้ายเพื่อระบุว่า เป็นฟังก์ชันของพารามิเตอร์ใด เช่น $i(t)$ แทนกระแสที่เป็นฟังก์ชันของเวลา เป็นต้น จากบทนิยามของกระแส สมการคำนวณกระแสที่เวลา t คือ

$$i = \frac{dq}{dt} \tag{1.5}$$

เมื่อ i คือ กระแสที่เวลา t
 q คือ ประจุ

ในทางกลับกัน เมื่อจัดพจน์สมการที่ (1.5) ใหม่ และใส่เครื่องหมายปริพันธ์ทั้ง 2 ข้าง สำหรับช่วงเวลา $t_1 - t_2$ ได้ผลลัพธ์ดังนี้

$$dq = idt$$

$$\int_1^2 dq = \int_1^2 idt + q(t_0)$$

ดังนั้น สมการสำหรับคำนวณประจุ ณ เวลาใด ๆ คือ

$$q = \int_1^2 idt + q(t_0) \tag{1.6}$$

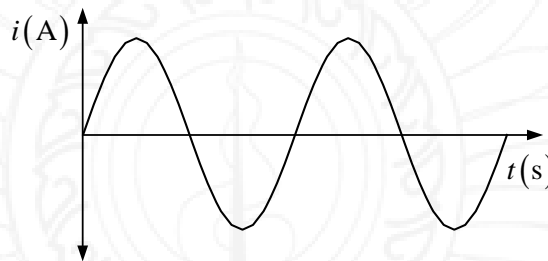
เมื่อ q คือ ประจุสำหรับช่วงเวลา $t_1 - t_2$
 t_0 คือ เวลาก่อนหน้า t_1
 t_1 คือ เวลาเริ่มต้น
 t_2 คือ เวลาสิ้นสุด
 $q(t_0)$ คือ ประจุที่เวลา t_0

หากอัตราการเปลี่ยนแปลงของประจุในสมการที่ (1.5) มีค่าคงที่ แสดงว่า กระแสที่เกิดขึ้นจากการเปลี่ยนแปลงของประจุนั้นเป็นกระแสตรง มีลักษณะของสัญญาณเหมือนรูปที่ 1.8

หากอัตราการเปลี่ยนแปลงของประจุในสมการที่ (1.5) มีค่าไม่คงที่ และมีค่าสลับไปมาระหว่าง + และ - แสดงว่า กระแสที่เกิดขึ้นจากการเปลี่ยนแปลงของประจุนั้นเป็นกระแสสลับ มีลักษณะของสัญญาณเหมือนรูปที่ 1.9

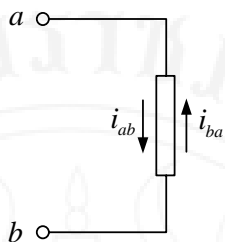


รูปที่ 1.8 รูปสัญญาณกระแสตรง



รูปที่ 1.9 รูปสัญญาณกระแสสลับ

กระแสไหลในตัวนำไฟฟ้าในทิศทางเดียวกันกับการเคลื่อนที่ของประจุบวก แต่ตรงกันข้ามกับการเคลื่อนที่ของอิเล็กตรอนหรือประจุลบ สัญกรณ์แสดงกระแสในวงจรไฟฟ้ามีลักษณะเหมือนรูปที่ 1.10 ซึ่งประกอบไปด้วย ค่ากระแสและเครื่องหมายแสดงทิศทาง ค่ากระแสอาจเป็นตัวเลขหรือตัวแปร เช่น 5 A i_{ab} เป็นต้น เมื่อกล่าวถึงกระแสในวงจรไฟฟ้า ต้องใช้คำว่า “ไหลผ่าน” องค์ประกอบ เช่น กระแส 5 A ไหลผ่าน 10Ω เป็นต้น ทิศทางการไหลของกระแส ถูกกำหนดด้วยทิศทางของหัวลูกศร ดังแสดงในรูปที่ 1.10



รูปที่ 1.10 สัญลักษณ์แสดงกระแสไหลในวัสดุที่นำไฟฟ้า

จากรูปที่ 1.10 กระแส i_{ab} คือ กระแสที่ไหลจากจุด a ไปสู่จุด b ในทางกลับกัน i_{ba} คือ กระแสที่ไหลจากจุด b ไปสู่จุด a กระแสทั้งสองมีขนาดเท่ากัน แต่ทิศทางตรงกันข้ามกัน นั่นคือ i_{ab} เท่ากับค่าลบของกระแส i_{ba} ดังนี้

$$i_{ab} = -i_{ba} \tag{1.7}$$

สิ่งสำคัญที่ต้องระมัดระวังคือการแสดงกระแสในวงจร สัญลักษณ์ที่ใช้ต้องประกอบไปด้วยค่ากระแสและเครื่องหมายเพื่อแสดงทิศทาง ไม่เช่นนั้น อาจก่อให้เกิดความผิดพลาดของผลลัพธ์ที่ได้จากการวิเคราะห์วงจรไฟฟ้าได้

ตัวอย่างที่ 1.9

ประจุรวมเคลื่อนที่ผ่านขั้วของตัวนำด้วยค่าที่สอดคล้องกับฟังก์ชัน $q = 5t \sin(4\pi t)$ mC จงคำนวณหากระแสที่เวลา $t = 0.5$ s

วิธีทำ

จากสมการที่ (1.5) จะได้

$$\begin{aligned} i &= \frac{dq}{dt} \\ &= \frac{d\{5t \sin(4\pi t)\}}{dt} \\ &= 5 \left\{ t \frac{d}{dt} \sin(4\pi t) + \sin(4\pi t) \frac{dt}{dt} \right\} \\ &= 5 \{ t(\cos(4\pi t))(4\pi) + \sin(4\pi t)(1) \} \\ &= 20\pi t \cos(4\pi t) + 5\sin(4\pi t) \quad \text{mA} \end{aligned}$$

ที่เวลา $t = 0.5$ s กระแสมีค่าเท่ากับ

$$i(0.5) = 20\pi(0.5)\cos(4\pi \times 0.5) + 5\sin(4\pi \times 0.5) = 31.42 \text{ mA}$$

ตอบ

ตัวอย่างที่ 1.10

จงคำนวณหาประจุรวมซึ่งเคลื่อนที่ผ่านขั้วของตัวนำในช่วงเวลา $t_1 = 1$ s ถึง $t_2 = 2$ s ด้วยค่าที่สอดคล้องกับฟังก์ชัน $i = (3t^2 - t)$ A

วิธีทำ

จากสมการที่ (1.6) จะได้

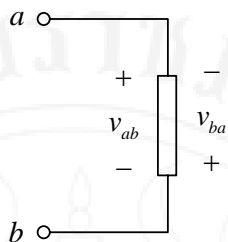
$$\begin{aligned} q &= \int_{t_1}^{t_2} i dt \\ &= \int_1^2 (3t^2 - t) dt \\ &= \int_1^2 (3t^2) dt - \int_1^2 t dt \\ &= 3 \left(\frac{t^3}{3} \Big|_1^2 \right) - \frac{t^2}{2} \Big|_1^2 \\ &= 3 \left(\frac{2^3}{3} - \frac{1^3}{3} \right) - \left(\frac{2^2}{2} - \frac{1^2}{2} \right) \\ &= 5.5 \text{ C} \end{aligned}$$

ตอบ

1.6 แรงแจ้งดัน

พารามิเตอร์พื้นฐานของวงจรไฟฟ้าคือกระแสและแรงดัน กระแสแสดงรายละเอียดเกี่ยวกับการไหลของประจุผ่านองค์ประกอบในวงจร สำหรับแรงดัน สื่อความหมายถึงปริมาณพลังงานที่ทำให้ประจุเคลื่อนที่ เนื่องจากประจุไม่สามารถเคลื่อนที่ได้ด้วยตนเอง ต้องอาศัยแรงจากภายนอกที่มีชื่อว่าแรงเคลื่อนไฟฟ้า แหล่งกำเนิดแรงเคลื่อนไฟฟ้าที่พบเห็นโดยทั่วไป เช่น แบตเตอรี่ ถ่านไฟฉาย เป็นต้น สำหรับเนื้อหาเกี่ยวกับวงจรไฟฟ้า แรงเคลื่อนไฟฟ้าคือ แรงแจ้งดัน หรือความต่างศักย์ หน่วยวัดคือ โวลต์ (V) บทนิยามสำหรับแรงดันคือ (Alexander & Sadiku, 2004)

แรงแจ้งดัน คือ ปริมาณพลังงานที่ต้องใช้สำหรับเคลื่อนที่ประจุบวกขนาดหนึ่งหน่วย จากจุดหนึ่งไปยังอีกจุดหนึ่ง



รูปที่ 1.11 การแสดงแรงดันในวงจรไฟฟ้า

สัญกรณ์ของแรงดันในวงจรไฟฟ้าแสดงในรูปที่ 1.11 ประกอบไปด้วย 2 ส่วน คือ ค่าแรงดัน และ เครื่องหมายแสดงทิศทางการเคลื่อนที่ของประจุ หรือขั้วของแรงดัน ซึ่งกำหนดโดยเครื่องหมาย + และ - เมื่อกล่าวถึงแรงดันในวงจรไฟฟ้า ต้องใช้คำว่า “ตกคร่อม” เช่น แรงดัน 220 V ตกคร่อมตัวต้านทาน 1 kΩ เป็นต้น การแสดงค่าแรงดัน สามารถพิจารณาได้ 2 รูปแบบที่แตกต่างกัน แรงดัน v_{ab} คือแรงดันที่จุด a เปรียบเทียบกับจุด b ในทางตรงกันข้าม v_{ba} คือแรงดันที่จุด b เปรียบเทียบกับจุด a สมการที่แสดงความสัมพันธ์ระหว่างแรงดันทั้ง 2 นี้คือ

$$v_{ab} = -v_{ba}$$

จากความรู้เกี่ยวกับฟิสิกส์ สมการทางคณิตศาสตร์ที่ใช้คำนวณแรงดันคือ

$$v = \frac{\Delta w}{q} = \frac{w_a - w_b}{q} \tag{1.8}$$

- | | | | |
|-------|------------|-----|-------------------------------------|
| เมื่อ | Δw | คือ | ผลต่างของพลังงาน มีหน่วยเป็นจูล (J) |
| | w_a | คือ | พลังงานของจุด a มีหน่วยเป็นจูล |
| | w_b | คือ | พลังงานของจุด b มีหน่วยเป็นจูล |
| | q | คือ | ประจุ |

ถ้าประจุและพลังงานมีความต่อเนื่อง และมีค่าเปลี่ยนแปลงตลอดเวลา ต้องเปลี่ยนสมการที่ (1.8) ให้อยู่ในรูปของสมการอนุพันธ์ ดังสมการที่ (1.9)

$$v = \frac{dw}{dq} \tag{1.9}$$

ตัวอย่างที่ 1.11

เมื่อประจุ 20 C ใช้พลังงาน 60 J เพื่อเคลื่อนที่จากจุดหนึ่งไปยังอีกจุดหนึ่งในวงจรไฟฟ้า จงคำนวณหาแรงดันระหว่างสองจุดดังกล่าวนี้ (Boylestad, 2002)

วิธีทำ

จากสมการที่ (1.8) จะได้

$$v = \frac{\Delta w}{q} = \frac{60 \text{ J}}{20 \text{ C}} = 3 \text{ V}$$

ตอบ

1.7 กำลัง

แม้ว่ากระแสและแรงดันเป็นพารามิเตอร์พื้นฐานในวงจรไฟฟ้า แต่ไม่เพียงพอสำหรับการระบุรายละเอียดเกี่ยวกับไฟฟ้า เมื่อพิจารณาจากชีวิตประจำวันของมนุษย์ที่เกี่ยวข้องกับไฟฟ้า อุปกรณ์ไฟฟ้าทำงานได้ก็ต่อเมื่อถูกเชื่อมต่อกับแหล่งจ่ายพลังงานไฟฟ้า หลอดไฟขนาด 100 W ให้ความสว่างมากกว่าหลอดไฟขนาด 60 W และการไฟฟ้าส่งใบแจ้งหนี้ค่าไฟฟ้าในทุก ๆ รอบของ 1 เดือน จากความคุ้นเคย และความรู้เบื้องต้นดังกล่าวนี้ สามารถสรุปได้ว่า การคำนวณกำลังไฟฟ้าและกำลังไฟฟ้ามีความสำคัญต่อผู้ใช้ไฟฟ้าโดยตรง และเป็นขั้นตอนที่สำคัญของการวิเคราะห์วงจรไฟฟ้า จากความรู้เกี่ยวกับฟิสิกส์ บทนิยามของ “กำลัง” คือ (Alexander & Sadiku, 2004)

กำลัง คือ อัตราการเปลี่ยนแปลงเทียบกับเวลา ของการจ่ายพลังงาน หรือการรับพลังงาน

จากบทนิยามข้างต้น ความสัมพันธ์ระหว่างกำลัง พลังงาน และเวลา ในรูปแบบของสมการเชิงอนุพันธ์ มีลักษณะดังสมการที่ (1.10)

$$p = \frac{dw}{dt} \quad (1.10)$$

เมื่อ p คือ กำลัง หน่วยวัดเป็น วัตต์ (W)
 w คือ พลังงานซึ่งเป็นฟังก์ชันของเวลา

ประยุกต์ใช้กฎลูกโซ่ของอนุพันธ์กับสมการที่ (1.10) ได้ผลลัพธ์ดังนี้

$$p = \frac{dw}{dt} = \frac{dw}{dq} \cdot \frac{dq}{dt} = vi$$

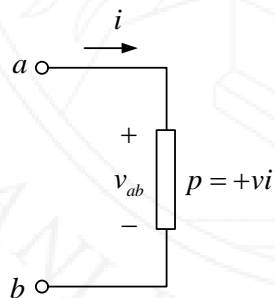
นั่นคือ การคำนวณหากำลังสำหรับองค์ประกอบทางไฟฟ้า สามารถคำนวณได้จากผลคูณระหว่าง กระแสที่ไหลผ่าน และแรงดันที่ตกคร่อม ดังสมการที่ (1.11)

$$p = vi \tag{1.11}$$

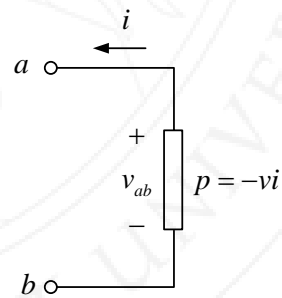
สำหรับไฟฟ้ากระแสตรง กำลังในสมการที่ (1.11) มีค่าคงที่ ส่วนไฟฟ้ากระแสสลับ หรือกรณีที่กระแส และแรงดันเป็นฟังก์ชันของเวลา จะเรียกกำลังที่เกิดขึ้นว่า กำลังขณะหนึ่ง จากการพิจารณา p หรือ พจน์การคูณ vi ในสมการที่ (1.11) ไม่มีรายละเอียดใด ๆ ระบุว่า องค์ประกอบที่กำลังพิจารณานี้ ดูดกลืนกำลัง หรือจ่ายกำลัง สิ่งที่ใช้เป็นข้อกำหนดว่า องค์ประกอบนั้นทำหน้าที่จ่ายกำลัง หรือเป็นตัวรับกำลัง คือ สัญนิยมเครื่องหมายพาสซีฟ ซึ่งมีสภาพชั่วของกำลังดังแสดงในรูปที่ 1.12

ประเด็นสำคัญของสัญญาณเครื่องหมายพาสซีฟคือ ต้องระบุตำแหน่งขั้วบวกของแรงดันตกคร่อมองค์ประกอบและทิศทางกระแสของกระแสบวก พิจารณารูปที่ 1.12-(ก) กระแสค่าบวกไหลเข้าองค์ประกอบที่ขั้วบวก ดังนั้น กำลังขององค์ประกอบต้องมีค่าเป็นบวก และมีค่าเท่ากับ $p = +vi$ กรณีดังกล่าวนี้แสดงว่า องค์ประกอบดูดกลืนกำลัง หรือ องค์ประกอบได้รับการจ่ายกำลัง แต่เมื่อพิจารณารูปที่ 1.12-(ข) กระแสค่าบวกไหลออกจากองค์ประกอบโดยผ่านขั้วบวก หรืออาจกล่าวได้ว่า กระแสไหลออกจากขั้วบวก กรณีดังกล่าวนี้ กำลังมีค่าเป็นลบ และมีค่าเท่ากับ $p = -vi$ กรณีดังกล่าวนี้แสดงว่า องค์ประกอบจ่ายกำลัง หรือ องค์ประกอบสูญเสียกำลัง ในกรณีที่ค่ากระแสเป็นลบ ไม่สามารถประยุกต์ใช้สัญญาณเครื่องหมายพาสซีฟได้โดยทันที ต้องเปลี่ยนเครื่องหมายเป็นบวก และกลับทิศทางกระแสของกระแสเสียก่อน ดังนั้น บทสรุปข้อกำหนดของสัญญาณเครื่องหมายพาสซีฟคือ (Alexander & Sadiku, 2004)

สัญญาณเครื่องหมายพาสซีฟกำหนดไว้ว่า เมื่อกระแสค่าบวกไหลเข้าสู่ขั้วบวกขององค์ประกอบ กำลังมีค่าเท่ากับ $p = +vi$ แต่กรณีที่กระแสค่าบวก ไหลเข้าสู่ขั้วลบขององค์ประกอบ กำลังมีค่าเท่ากับ $p = -vi$



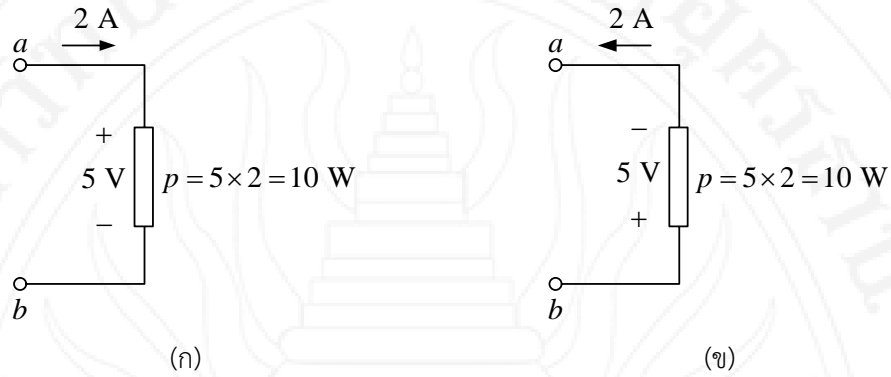
(ก) องค์ประกอบดูดกลืนกำลัง



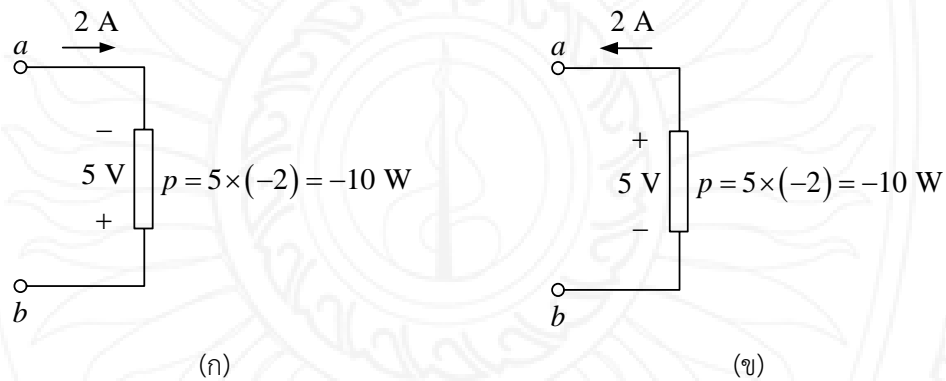
(ข) องค์ประกอบจ่ายกำลัง

รูปที่ 1.12 การใช้สัญญาณเครื่องหมายพาสซีฟเพื่อกำหนดสภาพชั่วของกำลัง

ตัวอย่างของสภาพชั่วคราวที่องค์ประกอบดูดกลืนกำลัง แสดงในรูปที่ 1.13 และในกรณีที่องค์ประกอบจ่ายกำลัง แสดงในรูปที่ 1.14



รูปที่ 1.13 สภาพชั่วคราวที่องค์ประกอบดูดกลืนกำลัง



รูปที่ 1.14 สภาพชั่วคราวที่องค์ประกอบจ่ายกำลัง

กฎการอนุรักษ์พลังงานของวงจรไฟฟ้ากำหนดไว้ว่า ผลรวมเชิงพีชคณิตของกำลังในวงจรที่เวลาใด ๆ มีค่าเท่ากับศูนย์ มีความสอดคล้องกับสมการที่ (1.12)

$$\sum_{k=1}^n p_k = 0 \tag{1.12}$$

เมื่อ n คือ จำนวนองค์ประกอบทั้งหมดในวงจร

ความหมายของผลรวมเชิงพีชคณิตคือ การหาผลรวมของตัวเลขโดยพิจารณาเครื่องหมาย กล่าวคือ ใน การคำนวณผลบวก ค่าตัวเลขที่เป็นลบต้องคงเครื่องหมายลบไว้ และค่าตัวเลขที่เป็นบวกก็ต้องคง

เครื่องหมายบวกไว้เช่นกัน จากเนื้อหาที่ผ่านมา กำลังมีค่าเป็นบวกหมายถึง กำลังที่องค์ประกอบ ดูดกลืน ในขณะที่กำลังมีค่าเป็นลบหมายถึง กำลังที่องค์ประกอบจ่าย ดังนั้น ในวงจรไฟฟ้าใด ๆ กำลังที่ถูกดูดกลืนเท่ากับกำลังที่จ่ายเสมอ ดังสมการที่ (1.13) (Alexander & Sadiku, 2009)

$$\sum_{i=1}^q p_i = \sum_{j=1}^r p_j \tag{1.13}$$

เมื่อ q คือ จำนวนองค์ประกอบทั้งหมดที่จ่ายกำลังในวงจร
 r คือ จำนวนองค์ประกอบทั้งหมดที่ดูดกลืนกำลังในวงจร

จากสมการที่ (1.10) เมื่อจัดพจน์ใหม่และใส่เครื่องหมายปริพันธ์ทั้งสองข้างของสมการ ผลลัพธ์ที่ได้คือ กำลังที่ถูกดูดกลืนหรือถูกจ่ายในวงจรไฟฟ้าในช่วงระยะเวลาที่พิจารณา ดังสมการที่ (1.14)

$$w = \int_{t_0}^{t_1} p dt = \int_{t_0}^{t_1} v i dt \tag{1.14}$$

เมื่อ t_0, t_1 คือ คือช่วงเวลาที่เริ่มต้นและสิ้นสุดการพิจารณา

บทนิยามของพลังงานไฟฟ้า คือ ค่าความสามารถของการทำงาน หน่วยวัด คือ จูล (J) แต่ค่าที่การ ไฟฟ้าวัดการไฟฟ้ามีหน่วยวัดเป็น วัตต์-ชั่วโมง (Wh) โดยที่ 1 Wh มีค่าเท่ากับ 3,600 J

ตัวอย่างที่ 1.12

แหล่งกำเนิดพลังงานขับเคลื่อนให้กระแส 2 A ไหลผ่านหลอดไฟด้วยระยะเวลา 10 s หากปรากฏการณ์นี้ส่งผลให้เกิดพลังงานของแสงสว่างและความร้อนรวมเท่ากับ 2.3 kJ จงคำนวณหา แรงดันตกคร่อมหลอดไฟ

วิธีทำ

จากสมการที่ (1.5) หากพิจารณาการเปลี่ยนแปลงในช่วงเวลา 0 – 10 s สมการความสัมพันธ์ระหว่าง กระแส ประจุ และแรงดัน จะมีรูปแบบดังนี้

$$i = \frac{\Delta q}{\Delta t} \tag{1.15}$$

ดังนั้น ประจุมุมมีค่าเท่ากับ

$$\Delta q = i \times \Delta t = 2 \times 10 = 20 \text{ C}$$

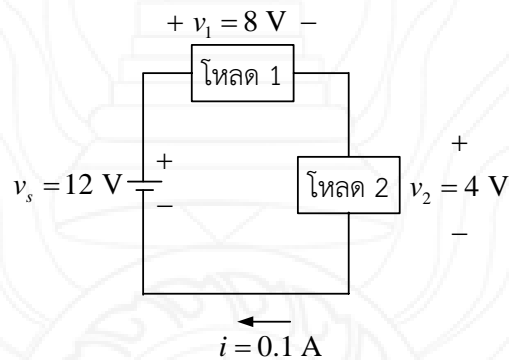
จากสมการที่ (1.8) แรงดันตกคร่อมหลอดไฟมีค่าเท่ากับ

$$v = \frac{\Delta w}{\Delta q} = \frac{2.3 \times 10^3}{20} = 115 \text{ V}$$

ตอบ

ตัวอย่างที่ 1.13

จงประยุกต์ใช้สัญญาณนิยามเครื่องหมายพาสซีฟกับวงจรในรูปที่ 1.15 (Rizzoni & Hartley, 2000)



รูปที่ 1.15 วงจรสำหรับตัวอย่างที่ 1.13

วิธีทำ

พิจารณาทิศทางการไหลของกระแสในวงจรพบว่า มีทิศทางการไหลจากซ้ายมือไปด้านขวามือ หรือมีทิศทางตามเข็มนาฬิกา ดังนั้น กระแส i จึงไหลเข้าขั้ว - ของ v_s เมื่ออ้างอิงสัญญาณนิยามเครื่องหมายพาสซีฟ สมการคำนวณกำลังสำหรับองค์ประกอบนี้คือ

$$p_{v_s} = -vi = -(12)(0.1) = -1.2 \text{ W}$$

ตอบ

พิจารณาที่โหนด 1 กระแสไหลเข้าขั้ว + ของ v_1 เมื่ออ้างอิงสัญญาณนิยามเครื่องหมายพาสซีฟ สมการคำนวณกำลังคือ

$$p_{v_1} = +vi = (8)(0.1) = 0.8 \text{ W}$$

ตอบ

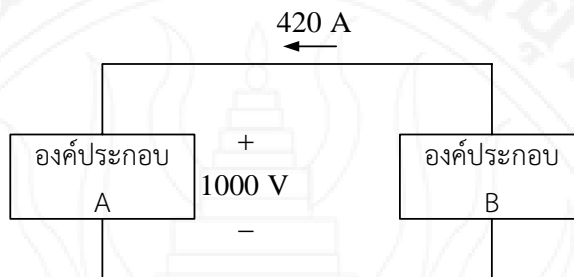
และพิจารณาที่โหนด 2 กระแสไหลเข้าขั้ว + ของ v_2 เมื่ออ้างอิงสัญญาณนิยามเครื่องหมายพาสซีฟ สมการคำนวณกำลังคือ

$$p_{v_2} = +vi = (4)(0.1) = 0.4 \text{ W}$$

ตอบ

ตัวอย่างที่ 1.14

จากวงจรในรูปที่ 1.18 จงวิเคราะห์หว่าองค์ประกอบใดดูดกลืนกำลัง หรือกำเนิดกำลัง (Rizzoni & Hartley, 2000)



รูปที่ 1.16 วงจรสำหรับตัวอย่างที่ 1.14

วิธีทำ

พิจารณาทิศทางการไหลของกระแสในวงจรพบว่า มีทิศทางการไหลจากขวามือไปด้านซ้ายมือ หรือมีทิศทางทวนเข็มนาฬิกา ดังนั้น กระแส $i = 420 \text{ A}$ จึงไหลเข้าขั้ว + ของแรงดัน 1000 V ซึ่งตกคร่อมองค์ประกอบ A เมื่ออ้างอิงสัญญาณเครื่องหมายพาสซีฟ สมการคำนวณกำลังสำหรับองค์ประกอบ A คือ

$$p_A = +vi = (420)(1000) = 420 \text{ kW}$$

กำลังมีค่าเป็นบวก แสดงว่าองค์ประกอบ A ดูดกลืนกำลัง

ตอบ

เมื่อพิจารณาที่องค์ประกอบ B ขั้ว + ของแรงดันตกคร่อม 1000 V อยู่ด้านบน ในขณะที่ขั้ว - อยู่ด้านล่าง และเป็นขั้วที่กระแส $i = 420 \text{ A}$ ไหลเข้า เมื่ออ้างอิงสัญญาณเครื่องหมายพาสซีฟ สมการคำนวณกำลังคือ

$$p_B = -vi = -(1000)(420) = -420 \text{ kW}$$

กำลังมีค่าเป็นลบ แสดงว่าองค์ประกอบ B กำเนิดกำลัง

ตอบ

1.8 องค์ประกอบวงจร

ความรู้ที่จำเป็นสำหรับการวิเคราะห์วงจรไฟฟ้าคือ ความรู้และความเข้าใจเกี่ยวกับองค์ประกอบทางไฟฟ้าของวงจร เช่น รูปลักษณะที่ปรากฏ ลักษณะสมบัติทางไฟฟ้า แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ เป็นต้น ในวงจรไฟฟ้ามีองค์ประกอบ 2 ชนิด คือ องค์ประกอบพาสซีฟ และองค์ประกอบ

แอกทีฟ หากพิจารณาในประเด็นเกี่ยวกับพลังงาน องค์กรประกอบพาสซีฟ คือองค์กรประกอบที่ไม่สามารถแสดงคุณสมบัติทางไฟฟ้าได้ด้วยตนเอง ต้องได้รับกำลังจากองค์กรประกอบอื่น ตัวอย่างองค์กรประกอบชนิดนี้ เช่น ตัวต้านทาน ตัวเก็บประจุ ตัวเหนี่ยวนำ เป็นต้น สำหรับองค์กรประกอบแอกทีฟ สามารถจ่ายกำลังให้กับองค์กรประกอบพาสซีฟได้ หรือในบางกรณี อาจจ่ายกำลังให้กับองค์กรประกอบแอกทีฟตัวอื่น สำหรับเนื้อหาในหัวข้อนี้ กล่าวถึงเฉพาะองค์กรประกอบแอกทีฟเท่านั้น

องค์กรประกอบที่มีความสำคัญมากที่สุดในวงจรไฟฟ้าคือ แหล่งกำเนิด มีหน้าที่จ่ายพลังงานไฟฟ้าให้กับองค์กรประกอบอื่น ๆ ส่งผลให้วงจรไฟฟ้าสามารถแสดงลักษณะเฉพาะที่เป็นไปตามวัตถุประสงค์ของผู้ออกแบบ หรือผู้ใช้วงจรอุปกรณ์ไฟฟ้า เมื่ออ้างอิงตามลักษณะเฉพาะของเอาต์พุตสามารถจำแนกแหล่งกำเนิดได้ 2 ชนิด คือ แหล่งกำเนิดอิสระ และแหล่งกำเนิดไม่อิสระ ซึ่งบทนิยามของแหล่งกำเนิดอิสระ มีรายละเอียดดังต่อไปนี้ (Alexander & Sadiku, 2009)

แหล่งกำเนิดอิสระ คือ องค์กรประกอบแอกทีฟที่สามารถจ่ายกำลังไฟฟ้า โดยกระแสหรือแรงดันเอาต์พุต มีลักษณะเฉพาะที่เป็นอิสระจากองค์กรประกอบอื่น ๆ ในวงจร

สัญลักษณ์ของแหล่งกำเนิดอิสระชนิดกระแสตรง แสดงในรูปที่ 1.17 ในขณะที่สัญลักษณ์ของแหล่งกำเนิดอิสระชนิดกระแสสลับ แสดงในรูปที่ 1.18



รูปที่ 1.17 สัญลักษณ์แหล่งกำเนิดอิสระชนิดกระแสตรง

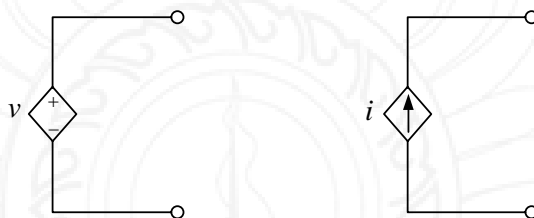


รูปที่ 1.18 สัญลักษณ์แหล่งกำเนิดอิสระชนิดกระแสสลับ

เนื่องจากวงจรในอุปกรณ์ไฟฟ้าหรือระบบไฟฟ้ามีความซับซ้อน แม้ว่าองค์ประกอบบางตัว ไม่สามารถจ่ายพลังงานไฟฟ้าได้ แต่ผลจากการจ่ายพลังงานของแหล่งกำเนิดอิสระ ลักษณะเฉพาะของ องค์ประกอบ และลักษณะเฉพาะของวงจร ส่งผลให้องค์ประกอบบางตัวที่ไม่มีพลังงานภายใน สามารถรับพลังงานจากแหล่งกำเนิด หรือองค์ประกอบอื่น ๆ และทำหน้าที่เป็นแหล่งกำเนิดได้ โดยเอาต์พุตของแหล่งกำเนิดชนิดนี้ เป็นผลลัพธ์อันเนื่องมาจากพารามิเตอร์อื่น ๆ ที่อยู่ในวงจร หรืออาจกล่าวได้ว่า ลักษณะเฉพาะของแหล่งกำเนิด ถูกควบคุมโดยองค์ประกอบตัวอื่นนั่นเอง ดังนั้น แหล่งกำเนิดชนิดนี้จึงถูกเรียกว่า แหล่งกำเนิดไม่อิสระ และมีบทนิยามดังนี้ (Alexander & Sadiku, 2009)

แหล่งกำเนิดไม่อิสระ คือ องค์ประกอบแยกที่ฟที่สามารถจ่ายกำลังไฟฟ้าได้ โดยกระแสหรือแรงดันเอาต์พุต มีลักษณะเฉพาะที่ถูกควบคุมโดยองค์ประกอบอื่น ๆ ในวงจร

สัญลักษณ์แหล่งกำเนิดไม่อิสระแสดงในรูปที่ 1.19



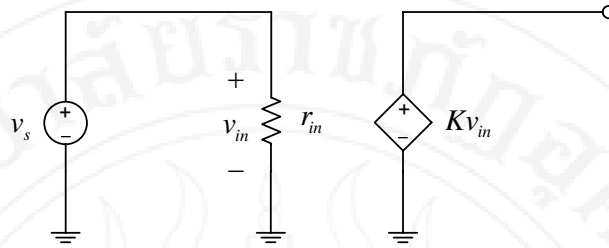
(ก) แหล่งกำเนิดแรงดัน

(ข) แหล่งกำเนิดกระแส

รูปที่ 1.19 แหล่งกำเนิดไม่อิสระ

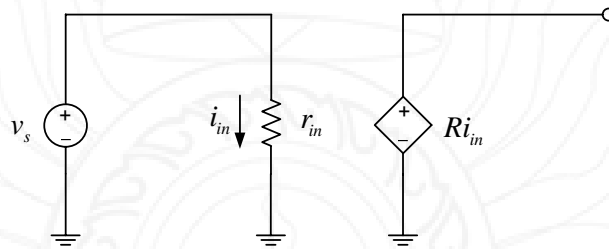
รูปที่ 1.19-(ก) เป็นแหล่งกำเนิดแรงดัน และรูปที่ 1.19-(ข) เป็นแหล่งกำเนิดกระแส เนื่องจากเอาต์พุตของแหล่งกำเนิดไม่อิสระ ขึ้นกับลักษณะเฉพาะขององค์ประกอบอื่น ๆ ในวงจร ดังนั้น ค่าแรงดันหรือกระแสที่จ่ายออกไป ไม่คงที่และมีการเปลี่ยนแปลง หากอ้างอิงตามพารามิเตอร์ควบคุมและพารามิเตอร์ที่ถูกควบคุม ซึ่งในที่นี้หมายถึงกระแสหรือแรงดัน อาจจำแนกแหล่งกำเนิดไม่อิสระได้ 4 ชนิด ดังนี้

(ก) แหล่งกำเนิดแรงดันถูกควบคุมด้วยแรงดัน ค่าแรงดันเอาต์พุตของแหล่งกำเนิดชนิดนี้ ถูกควบคุมด้วยค่าแรงดันจากส่วนอื่นของวงจร ดังตัวอย่างวงจรแสดงในรูปที่ 1.20 แรงดันของแหล่งกำเนิดด้านขวามีขึ้นกับค่าแรงดัน v_m ในรูปแบบของฟังก์ชัน Kv_m

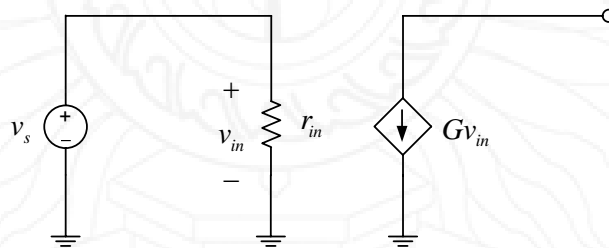


รูปที่ 1.20 วงจรแหล่งกำเนิดแรงดันถูกควบคุมด้วยแรงดัน

(ข) แหล่งกำเนิดแรงดันถูกควบคุมด้วยกระแส ค่าแรงดันเอาต์พุตของแหล่งกำเนิดชนิดนี้ ถูกควบคุมด้วยค่ากระแสจากส่วนอื่นของวงจร ดังตัวอย่างวงจรแสดงในรูปที่ 1.21 แรงดันของแหล่งกำเนิดด้านขวามือขึ้นกับค่ากระแส i_{in} ในรูปแบบของฟังก์ชัน Ri_{in}



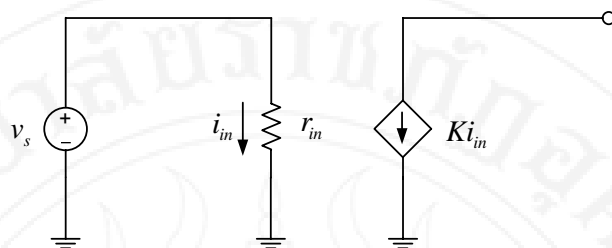
รูปที่ 1.21 วงจรแหล่งกำเนิดแรงดันถูกควบคุมด้วยกระแส



รูปที่ 1.22 วงจรแหล่งกำเนิดกระแสถูกควบคุมด้วยแรงดัน

(ค) แหล่งกำเนิดกระแสถูกควบคุมด้วยแรงดัน ค่ากระแสของแหล่งกำเนิดชนิดนี้ ถูกควบคุมด้วยค่าแรงดันจากส่วนอื่นของวงจร ดังตัวอย่างวงจรที่แสดงในรูปที่ 1.22 กระแสของแหล่งกำเนิดด้านขวามือขึ้นกับค่าแรงดัน v_{in} ในรูปแบบของฟังก์ชัน Gv_{in}

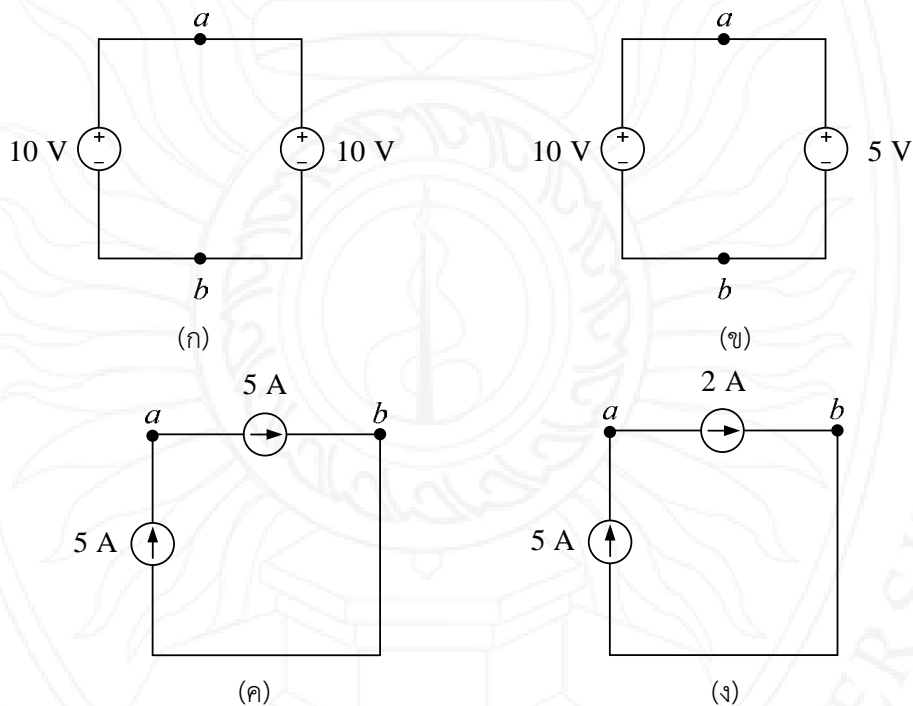
(ง) แหล่งกำเนิดกระแสถูกควบคุมด้วยกระแส ค่ากระแสของแหล่งกำเนิดชนิดนี้ ถูกควบคุมด้วยค่ากระแสจากส่วนอื่นของวงจร ดังตัวอย่างวงจรที่แสดงในรูปที่ 1.23 กระแสของแหล่งกำเนิดด้านขวามือขึ้นกับค่ากระแส i_{in} ในรูปแบบของฟังก์ชัน Ki_{in}



รูปที่ 1.23 วงจรแหล่งกำเนิดกระแสถูกควบคุมด้วยกระแส

ตัวอย่างที่ 1.15

จากวงจรใน รูปที่ 1.27 จงระบุว่า การต่อแหล่งกำเนิดแบบใดถูกต้องและไม่ถูกต้อง (Nilsson & Riedel, 2008)



รูปที่ 1.24 วงจรสำหรับตัวอย่างที่ 1.15

วิธีทำ

วงจรในตัวอย่างที่ 1.15(ก) แหล่งกำเนิดทั้งคู่จ่ายแรงดันเท่ากัน 5 V ขั้ว + ต่อโนด a และขั้ว - ต่อโนด b เหมือนกัน ดังนั้น เป็นการต่อวงจรในรูปแบบที่ถูกต้อง ตอบ

วงจรในตัวอย่างที่ 1.15(ข) แหล่งกำเนิดทั้งคู่จ่ายแรงดันไม่เท่ากัน ดังนั้น เป็นการต่อวงจรในรูปแบบที่ไม่ถูกต้อง **ตอบ**

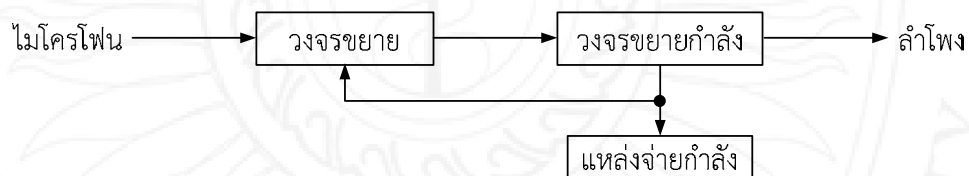
วงจรในตัวอย่างที่ 1.15(ค) แหล่งกำเนิดทั้งคู่จ่ายกระแสเท่ากัน เชื่อมต่อโนดในลักษณะที่ทำให้กระแสไหลไปในทิศทางเดียวกัน ดังนั้น เป็นการต่อวงจรในรูปแบบถูกต้อง **ตอบ**

วงจรในตัวอย่างที่ 1.15(ง) แหล่งกำเนิดทั้งคู่จ่ายกระแสไม่เท่ากัน แม้ว่ารูปแบบของการเชื่อมต่อโนดทำให้กระแสไหลไปในทิศทางเดียวกัน ดังนั้น เป็นการต่อวงจรในรูปแบบที่ไม่ถูกต้อง **ตอบ**

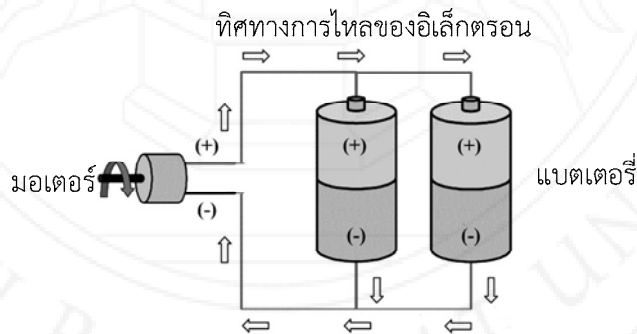
1.9 การแสดงวงจรไฟฟ้า

การแสดงวงจรไฟฟ้าที่พบโดยทั่วไป สามารถจำแนกได้ 3 รูปแบบ ดังนี้

(ก) แผนภาพบล็อก ส่วนประกอบทั้งหมดของวงจร ถูกนำเสนอด้วยบล็อกที่มีขนาดแตกต่างกัน พร้อมกับการระบุชื่อบล็อกแทนชื่อขององค์ประกอบวงจร ทิศทางการไหลของสัญญาณ หรือลำดับขั้นของการทำงาน สามารถระบุได้ด้วยเส้นตรงที่ต่อระหว่างบล็อก และมีการกำหนดลูกศรเพื่อกำหนดทิศทาง ตัวอย่างของการนำเสนอวงจรชนิดนี้ แสดงดัง ข้อดีของการแสดงวงจรไฟฟ้าด้วยแผนภาพชนิดนี้คือ ทำให้ทราบภาพรวมเกี่ยวกับส่วนประกอบทั้งหมด และลำดับขั้นของการทำงานในแต่ละส่วนประกอบ ข้อด้อยคือ ไม่มีการแสดงรายละเอียดเกี่ยวกับโครงสร้าง หรือรายละเอียดอื่น ๆ ที่มีความแตกต่างกัน



รูปที่ 1.25 แผนภาพบล็อกระบบเครื่องเสียง

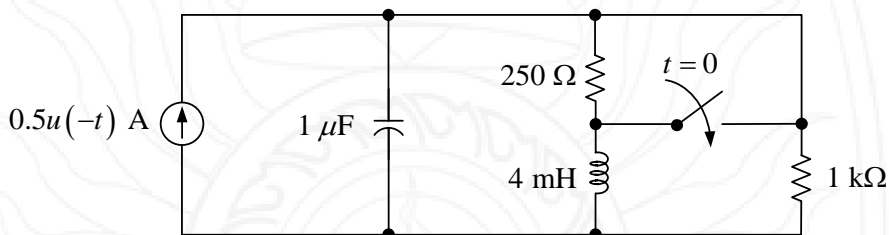


รูปที่ 1.26 แผนภาพแสดงรายละเอียดด้วยรูปสัญลักษณ์วงจรมอเตอร์ต่อกับแบตเตอรี่

(ดัดแปลงจาก : http://www.makeitsolar.com/images/battery_circuit_parallel_002.gif, สืบค้นเมื่อ 15 พฤษภาคม 2555)

(ข) แผนภาพแสดงรายละเอียดด้วยรูปสัญลักษณ์ การแสดงวงจรไฟฟ้าด้วยแผนภาพชนิดนี้ทำให้ทราบรูปร่างที่แท้จริงของส่วนประกอบ สามารถทำความเข้าใจได้ง่าย แต่สำหรับวงจรไฟฟ้าที่มีความซับซ้อน การแสดงวงจรไฟฟ้าด้วยแผนภาพชนิดนี้อาจมีความยุ่งยากและไม่เหมาะสม ตัวอย่างของแผนภาพชนิดนี้แสดงในรูปที่ 1.26

(ค) แผนภาพเค้าร่าง เป็นวิธีการแสดงวงจรไฟฟ้าที่พบมากที่สุด สัญลักษณ์ที่ใช้แทนส่วนประกอบวงจร ไม่มีการสื่อความหมายเกี่ยวกับขนาด หรือรูปร่างเชิงกายภาพของอุปกรณ์ชนิดนั้น ข้อดีของการแสดงวงจรด้วยแผนภาพเค้าร่างคือ สามารถแสดงรายละเอียดของวงจรได้อย่างสมบูรณ์ โดยการแทนส่วนประกอบที่แตกต่างกันด้วยสัญลักษณ์ที่ได้รับการยอมรับ และมีข้อตกลงร่วมกันในระดับสากล สิ่งสำคัญสำหรับแผนภาพชนิดนี้คือ ผู้ใช้งานต้องจดจำสัญลักษณ์ของส่วนประกอบวงจรไฟฟ้าทั้งหมดให้ได้อย่างแม่นยำ ไมเช่นนั้น อาจก่อให้เกิดความผิดพลาดและก่อให้เกิดความเข้าใจผิดในรายละเอียดของวงจร ตัวอย่างการแสดงแผนภาพเค้าร่างวงจรไฟฟ้า แสดงดังรูปที่ 1.27



รูปที่ 1.27 แผนภาพเค้าร่างวงจรไฟฟ้าที่มีแหล่งกำเนิดแบบฟังก์ชันขั้นบันไดหนึ่งหน่วย (ดัดแปลงจาก Hayt, 2007)

1.10 บทสรุป

- (1) วงจรไฟฟ้า คือ สิ่งที่เกิดขึ้นอันเนื่องมาจากการต่อกันขององค์ประกอบทางไฟฟ้า แล้วทำให้เกิดวงจรอย่างน้อยหนึ่งวง
- (2) การประยุกต์ใช้ตัวเลขเต็มหน้ากับตัวเลขที่ได้จากการวัดหรือการคำนวณ จะทำให้ค่าของตัวเลขที่เปลี่ยนไปมีความเหมาะสมสำหรับการแสดงผล การวิเคราะห์ หรือการคำนวณ แบ่งออกเป็น 2 รูปแบบคือ สัญลักษณ์วิทยาศาสตร์ และ สัญลักษณ์วิศวกรรมศาสตร์
- (3) เลขนัยสำคัญ คือ การระบุค่าความผิดพลาดของตัวเลข ที่ได้จากการวัดหรือการคำนวณ
- (4) ประจุ คือ คุณสมบัติทางไฟฟ้า และเป็นตัวกำหนดปรากฏการณ์เกี่ยวกับไฟฟ้าของวัสดุ หน่วยวัดประจุคือ คูโลมบ์ (C) เป็นปริมาณที่ไม่สามารถสร้างขึ้นใหม่ และไม่สามารถทำลายได้
- (5) กระแส คือ อัตราการเปลี่ยนแปลงของประจุเทียบกับเวลา ณ จุดที่ประจุเคลื่อนที่ผ่าน หน่วยวัดกระแสคือ แอมแปร์ (A) การแสดงกระแสในวงจร ต้องระบุทั้งขนาดและลูกศรเพื่อแสดงทิศทางของการไหล

(6) แรงดัน คือ ปริมาณพลังงานที่ต้องใช้สำหรับเคลื่อนที่ประจุบวกขนาดหนึ่งหน่วย จากจุดหนึ่งไปยังอีกจุดหนึ่ง หน่วยวัดแรงดันคือ โวลต์ (V) การแสดงแรงดันในวงจร ต้องระบุขั้วบวกและลบให้ชัดเจน

(7) กำลัง คือ อัตราการเปลี่ยนแปลงเทียบกับเวลา ของการจ่ายพลังงาน หรือการรับพลังงาน หน่วยวัดกำลังคือ วัตต์ (W) กำลังที่ถูกดูดกลืนโดยองค์ประกอบในวงจรไฟฟ้า มีค่าเท่ากับ กำลังที่จ่ายโดยองค์ประกอบในวงจรไฟฟ้าเสมอ

(8) แหล่งกำเนิดอิสระ คือ องค์ประกอบแอกทีฟที่สามารถจ่ายกำลังไฟฟ้า โดยกระแสหรือแรงดันเอาต์พุต มีลักษณะเฉพาะที่เป็นอิสระจากองค์ประกอบอื่น ๆ ในวงจร

(9) แหล่งกำเนิดไม่อิสระ คือ องค์ประกอบแอกทีฟที่สามารถจ่ายกำลังไฟฟ้าได้ โดยกระแสหรือแรงดันเอาต์พุต มีลักษณะเฉพาะที่ถูกควบคุมโดยองค์ประกอบอื่น ๆ ในวงจร

(10) การแสดงวงจรไฟฟ้า สามารถแสดงได้ 3 รูปแบบ คือ แผนภาพบล็อก แผนภาพแสดงรายละเอียดด้วยรูปสัญลักษณ์ และแผนภาพเค้าร่าง รูปแบบที่นิยมและพบมากที่สุดคือ แผนภาพเค้าร่าง

1.11 แบบฝึกหัดท้ายบท

1.11.1 หน่วยและมิติ

- (1) จงเปลี่ยนตัวเลขต่อไปนี้ให้อยู่ในรูปสัญกรณ์วิศวกรรมศาสตร์ และมีเลข
นัยสำคัญเท่ากับสี่
- | | |
|---------------------------------------|--------------------------------------|
| (ก) $1.2 \times 10^{-5} \text{ s}$ | (ฉ) 1,000,000 V |
| (ข) 1130 Ω | (ญ) 47,000 W |
| (ค) 0.0065 μm | (ฎ) 0.033 mJ |
| (ง) 0.039 nA | (ฏ) 0.000000001 s |
| (จ) $1.73 \times 10^{-5} \mu\text{A}$ | (ฐ) 12.35 mm |
| (ฉ) 750 mJ | (ฑ) 0.00546 A |
| (ช) 13,560,000 Hz | (ฒ) $5.33 \times 10^{-6} \text{ mW}$ |
| (ซ) 49,000 Ω | (ณ) 5555 kW |
- (2) จงแสดงผลลัพธ์ให้อยู่ในรูปสัญกรณ์วิศวกรรมศาสตร์ พร้อมทั้งระบุเลขนัยสำคัญ
- | | |
|--|--|
| (ก) $(9.2 \times 10^6) + (3.4 \times 10^7)$ | (ข) 50 mA + 680 mA |
| (ข) $(5 \times 10^3) + (8.5 \times 10^{-1})$ | (ฉ) 0.02 mF + 3300 pF |
| (ค) $(5.6 \times 10^{-8}) + (4.6 \times 10^{-9})$ | (ญ) 120 kW + 2.2 MW |
| (ง) 250 mV \div 50 mV | (ฎ) $(1.0 \times 10^{-3}) \div (2.5 \times 10^2)$ |
| (จ) 10 kW \div (2.2 kW + 10 kW) | (ฏ) $(2.5 \times 10^{-6}) \div (5.0 \times 10^{-8})$ |
| (ฉ) $(3.2 \times 10^{-12}) - (1.1 \times 10^{12})$ | (ฐ) 1 kW \div 2 MW |
| (ช) $(2.6 \times 10^8) - (1.3 \times 10^7)$ | (ฑ) 0.05 $\Omega \div$ 100 Ω |

(3) จงเปลี่ยนปริมาณต่อไปนี้ให้อยู่ในรูปสัญกรณ์วิศวกรรมศาสตร์ พร้อมทั้งระบุตัวเลขเต็มหน้าหน่วยวัดให้ถูกต้อง

- | | |
|--------------------|-------------------|
| (ก) 0.00456 C | (ณ) 12567.98 V |
| (ข) 0.000000123 C | (ญ) 987.56 A |
| (ค) 0.05009 A | (ฎ) 2300 W |
| (ง) 456,780 V | (ฏ) 22000 mV |
| (จ) 0.0069 V | (ฐ) 70089 μ A |
| (ฉ) 90,000,000 W | (ฑ) 45,008 kW |
| (ช) 0.024 W | (ฒ) 87567 A |
| (ซ) 5,000 Ω | (ณ) 0.009876 kV |

(4) กำหนดให้รถไฟฟ้าขนาดเล็กใช้มอเตอร์พิกัด 175 แรงม้า จงคำนวณหา

- พิกัดกำลัง (kW) ของมอเตอร์ดังกล่าวนี้ โดยสมมติให้ประสิทธิภาพของการแปลงผันพลังงานทางกลเป็นพลังงานไฟฟ้าเท่ากับ 100 เปอร์เซ็นต์
- พลังงาน (J) ที่ต้องใช้สำหรับการวิ่งต่อเนื่องตลอดระยะเวลา 3 ชั่วโมง
- จำนวนแบตเตอรี่ที่ต้องใช้สำหรับกรณีการใช้งานในข้อ (ข) เมื่อกำหนดให้แบตเตอรี่มีความจุเท่ากับ 430 กิโลวัตต์ชั่วโมง

(5) เครื่องเลเซอร์ผลิตพัลส์เลเซอร์ที่มีพลังงาน 400 มิลลิจูล และมีคาบของสัญญาณเท่ากับ 20 นาโนวินาที จงคำนวณหา

- กำลังค่ายอดบัตตลของพัลส์เลเซอร์
- กำลังเฉลี่ยเอาต์พุตของพัลส์เลเซอร์ กำหนดให้หนึ่ง 1 วินาที มีสัญญาณพัลส์เท่ากับ 20 พัลส์

(6) แบตเตอรี่จ่ายกำลังคงที่ 6 วัตต์ ในช่วง 5 นาทีแรก มีค่าเท่ากับศูนย์ในช่วง 2 นาทีหลังจากนั้น เพิ่มค่าแบบเชิงเส้นจากศูนย์จนเป็น 10 วัตต์ หลังจากผ่านไป ด้วยเวลา 10 นาที และลดค่าแบบเชิงเส้นจนเป็นศูนย์หลังจากผ่านไป ด้วยเวลา 7 นาที จงคำนวณหา

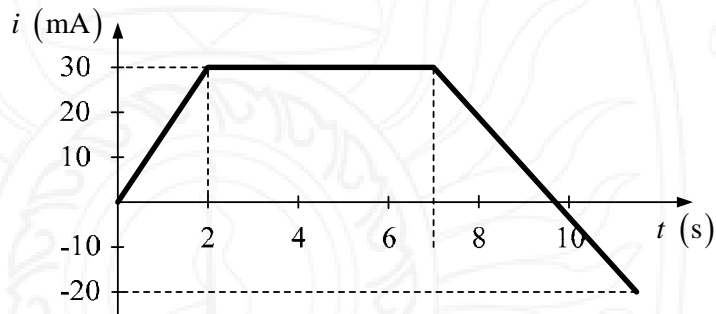
- พลังงานที่ถูกจ่ายทั้งหมดในช่วงเวลา 24 นาที
- กำลังเฉลี่ยในหน่วย Btu/h ในช่วงเวลา 24 นาที

(7) แบตเตอรี่จ่ายกำลัง 10 วัตต์ ตลอดระยะเวลา 8 ชั่วโมง โดยที่ไม่มีการขึ้นลงของกระแสหรือแรงดัน แต่หลังจากผ่านไป 8 ชั่วโมง กำลังเอาต์พุตลดลงแบบเชิงเส้นจนเหลือเป็นศูนย์ภายในระยะเวลา 5 นาทีเท่านั้น จงคำนวณหา

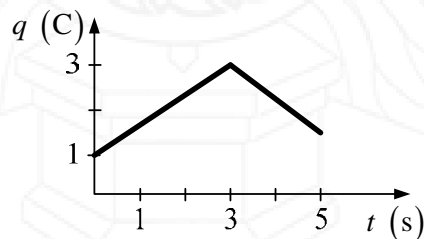
- ความจุพลังงานของแบตเตอรี่
- พลังงานที่แบตเตอรี่จ่ายไปในช่วงช่วงเวลา 5 นาทีสุดท้าย

1.11.2 ประจุ กระแส แรงดัน และกำลัง

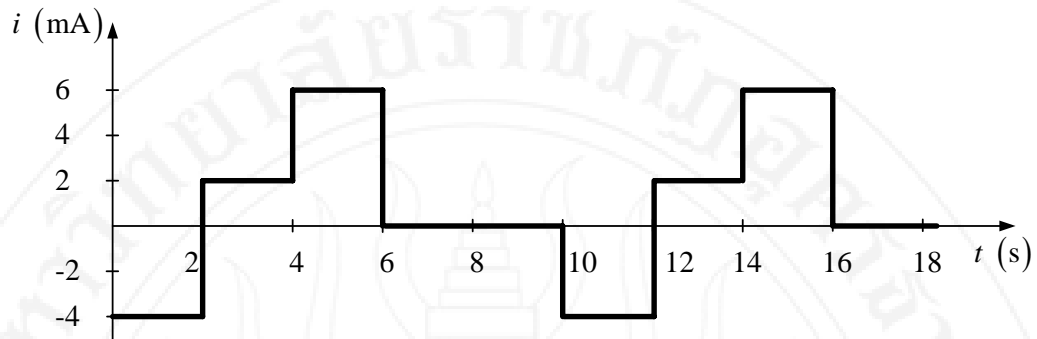
- (8) กระแสไหลผ่านตัวนำด้วยค่าเท่ากับ $i(t) = 8t^2 - 4t$ A จงคำนวณหา
- ประจุรวมที่เคลื่อนที่ผ่านตัวนำที่เวลา 2 วินาที
 - ประจุรวมสูงสุดในช่วงเวลา 0 – 3 วินาที และเวลาที่เกิดค่าสูงสุด
 - แบบร่างของเส้นโค้งระหว่าง ประจุเทียบกับเวลา และ กระแสเทียบกับเวลา สำหรับช่วงเวลา 0 – 3 วินาที
- (9) จากรูปคลื่นในรูปที่ 1.28 จงคำนวณหาประจุรวมในช่วงเวลา 0 – 10 วินาที
- (10) ประจุเคลื่อนที่ผ่านตัวนำมีค่าดังกราฟในรูปที่ 1.29 จงคำนวณหากระแสที่ไหลผ่านตัวนำระหว่างช่วงเวลา 4 – 5 s



รูปที่ 1.28 รูปสัญญาณสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (9) (Alexander & Sadiku, 2009)



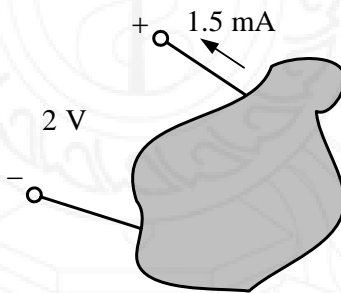
รูปที่ 1.29 รูปสัญญาณสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (10) (Alexander & Sadiku, 2009)



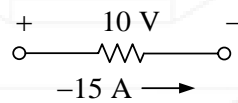
รูปที่ 1.30 รูปสัญญาณสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (11) (Hayt, Kemmerly, & Durbin, 2007)

- (11) รูปคลื่นกระแสมีลักษณะดังแสดงในรูปที่ 1.27 โดยมีคาบของสัญญาณเท่ากับ 10 วินาที จงคำนวณหา
- (ก) กระแสเฉลี่ยในหนึ่งคาบ
 - (ข) ประจุที่มีการถ่ายโอนในช่วงเวลา 1 – 12 วินาที
 - (ค) แบบร่างของเส้นโค้ง $q(t)$ ในช่วงเวลา 0 – 16 วินาที กำหนดให้ $q(0) = 0$

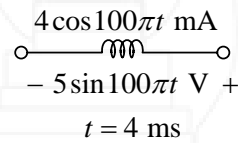
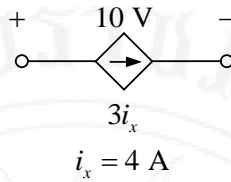
- (12) จงคำนวณหาค่ากำลังที่ดูดกลืนโดยองค์ประกอบในรูปที่ 1.31



(ก)



(ข)



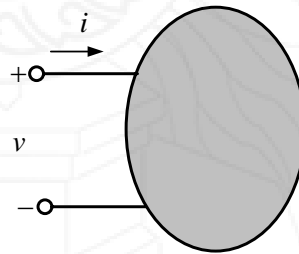
รูปที่ 1.31 โคจรข่ายสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (12) (Alexander & Sadiku, 2009)

(13) จากองค์ประกอบของวงจรใน

(14) รูปที่ 1.32 กำหนดให้ $i = 2te^{-150t}$ mA และ $v = (0.008 - 0.8t)e^{-150t}$ V จงคำนวณหา

(ก) กำลังที่องค์ประกอบดูดกลืน ณ เวลา 6 มิลลิวินาที

(ข) พลังงานที่องค์ประกอบถูกจ่ายให้ในช่วงเวลา $0 - \infty$ วินาที



รูปที่ 1.32 โคจรข่ายสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (13) (Alexander & Sadiku, 2009)

(15) จากองค์ประกอบของวงจรใน

(16) รูปที่ 1.32 กำหนดให้ $i = 4te^{-200t}$ mA จงคำนวณหา กำลังที่องค์ประกอบดูดกลืน ณ เวลา 6 มิลลิวินาที เมื่อกำหนดให้แรงดันมีค่าดังต่อไปนี้

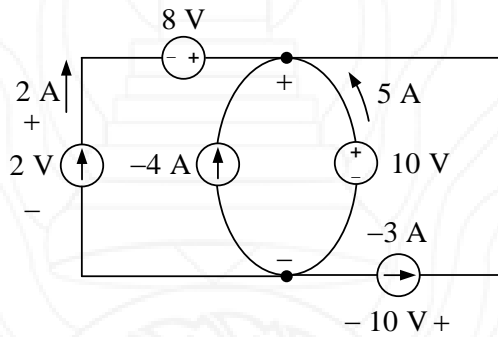
(ก) $20i$ V

(ข) $0.1 \frac{di}{dt}$ V

(ค) $20 \int_0^t i dt + 15$ V

(17) จงคำนวณหา กำลังที่ถูกดูดกลืนโดยองค์ประกอบแต่ละตัวใน

(18) รูปที่ 1.33 พร้อมทั้งพิสูจน์ว่าผลรวมของกำลังทั้งหมดในวงจรมีค่าเท่ากับศูนย์



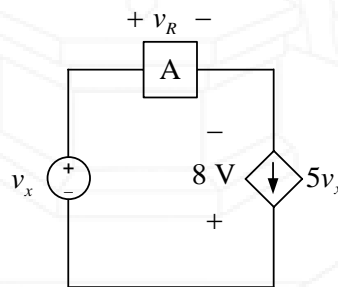
รูปที่ 1.33 วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (15) (Hayt et al., 2007)

(19) จากวงจรในรูปที่ 1.34 กำหนดให้กระแสที่ไหลผ่านองค์ประกอบทุกตัวมีค่าเท่ากัน $v_x = 1$ V และ $v_R = 9$ V จงคำนวณหา

(ค) กำลังที่องค์ประกอบ A ดูดกลืน

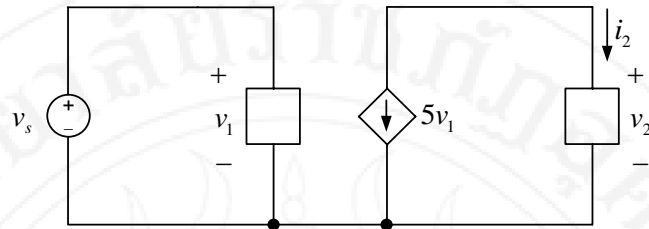
(ง) กำลังที่จ่ายโดยแหล่งกำเนิดทั้งสองตัว

(จ) กำลังที่องค์ประกอบจ่ายมีค่าเท่ากับกำลังที่องค์ประกอบดูดกลืนหรือไม่ จงอธิบายเหตุผล



รูปที่ 1.34 วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (16) (Hayt et al., 2007)

(20) จากวงจรใน กำหนดให้ $v_2 = 1000i_2$ และ $i_2 = 5$ mA จงคำนวณหา v_s



รูปที่ 1.35 วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (17) (Hayt et al., 2007)

1.12 เอกสารอ้างอิง

- Alexander, C. K., & Sadiku, M. N. O. (2004). *Fundamentals of electric circuits* (2nd ed.). New York: McGraw-Hill.
- Alexander, C. K., & Sadiku, M. N. O. (2009). *Fundamentals of electric circuits* (4 ed.). New York: McGraw-Hill.
- Boylestad, R. L. (2002). *Introductory Circuit Analysis* (10 ed.). Upper Saddle River, N.J.: Prentice Hall.
- Dorf, R. C., & Svoboda, J. A. (2010). *Introduction to electric circuits* (8 ed.). NJ: John Wiley & Sons, Inc.
- Hayt, W. H., Jr., Kemmerly, J. E., Jr., & Durbin, S. M. (2007). *Engineering Circuit Analysis* (7 ed.). New York: McGraw-Hill.
- Nilsson, J. W., & Riedel, S. A. (2008). *Electric Circuits* (8 ed.). Upper Saddle River, NJ: Pearson Education, Inc.
- Rizzoni, G., & Hartley, T. T. (2000). *Principles and applications of electrical engineering* (Vol. 3). New York: McGraw Hill.

แผนบริหารการสอนประจำบทที่ 2

กฎพื้นฐาน

หัวข้อเนื้อหา

- 1) บทนำ
- 2) ตัวต้านทาน
 - 2.1) รหัสสีตัวต้านทาน
 - 2.2) ความนำ
- 3) กฎของโอห์ม
- 4) กฎของเคอร์ชอฟฟ์
- 5) ตัวต้านทานแบบอนุกรมและการแบ่งแรงดัน
- 6) ตัวต้านทานแบบขนานและการแบ่งกระแส
- 7) การแปลงวาย-เดลต้า
- 8) บทสรุป
- 9) แบบฝึกหัด

วัตถุประสงค์เชิงพฤติกรรม

- 1) อธิบายลักษณะเฉพาะของตัวต้านทาน และอ่านค่าความต้านทานจากรหัสสีของตัวต้านทานได้
- 2) อธิบายกฎของโอห์ม และยกตัวอย่างการนำไปประยุกต์ใช้งานได้
- 3) อธิบายกฎของเคอร์ชอฟฟ์ และยกตัวอย่างการนำไปประยุกต์ใช้งานได้
- 4) คำนวณความต้านทานสมมูลของวงจรตัวต้านทานที่เชื่อมต่อแบบอนุกรมและขนาน และยกตัวอย่างการนำไปประยุกต์ใช้งานได้
- 5) อธิบายหลักของวงจรแบ่งแรงดัน และยกตัวอย่างการนำไปประยุกต์ใช้งานได้
- 6) อธิบายหลักของวงจรแบ่งกระแส และยกตัวอย่างการนำไปประยุกต์ใช้งานได้
- 7) คำนวณความต้านทานที่แปลงจากวงจรตัวต้านทานที่เชื่อมต่อแบบวายและเดลต้า และยกตัวอย่างการนำไปประยุกต์ใช้งานได้

วิธีสอนและกิจกรรม

- 1) แนะนำเข้าสู่บทเรียนโดยการบรรยายความสำคัญของตัวต้านทาน ทอพอโลยีของการเชื่อมต่อ กฎของโอห์ม กฎของเคอร์ชอฟฟ์ และการนำไปประยุกต์ใช้งาน โดยอาจนำเสนอสื่อการเรียนการสอนที่มีความเหมาะสม เช่น วิดีทัศน์ รูปภาพ อุปกรณ์ เป็นต้น อีกทั้งอาจแทรกเนื้อหาอื่น ๆ เพื่อเสริมสร้างศีลธรรมและจริยธรรม

2) นำเสนอเนื้อหาเกี่ยวกับตัวต้านทาน รหัสสีตัวต้านทาน ความนำ กฎของโอห์ม กฎของเคอร์ชอฟฟ์ ตัวต้านทานแบบอนุกรมและการแบ่งแรงดัน ตัวต้านทานแบบขนานและการแบ่งกระแส และการแปลงวาย-เดลต้า ด้วยการอธิบายบนกระดานหน้าชั้นเรียน ประกอบกับการนำเสนอด้วยแผ่นภาพเคลื่อนไหว แผ่นใส รูปภาพ แผนภูมิ หรือวีดิทัศน์ พร้อมทั้งแสดงตัวอย่างวิธีคิดหรือขั้นตอนการคำนวณบนหน้ากระดาน หรือจอภาพหน้าชั้นเรียน

3) แบ่งนักศึกษาออกเป็น 5 กลุ่ม มอบหมายให้แต่ละกลุ่มศึกษาอุปกรณ์ วีดิทัศน์ รูปภาพ บทนิยาม และสมการ พร้อมทั้งแลกเปลี่ยนความคิดเห็น อภิปราย หรือร่วมมือกันคำนวณปริมาณทางไฟฟ้าด้วยขั้นตอนที่เหมาะสม แต่งตั้งตัวแทนกลุ่มนำเสนอผลการศึกษาดูจาก และตอบข้อซักถามของเพื่อนร่วมห้องหน้าชั้นเรียน

4) เปิดโอกาสให้นักศึกษาร่วมอภิปรายเนื้อหา ผลการคิด หรือการคำนวณ สอบถามข้อสงสัย พร้อมทั้งตอบข้อซักถามและสรุปผลโดยอาจารย์ผู้สอน

5) คัดเลือกโจทย์ปัญหาที่เหมาะสม มอบหมายให้นักศึกษาไปฝึกหัดแก้โจทย์ปัญหาโจทย์นอกห้องเรียน และส่งรายงานผลการศึกษาหรือคำนวณแก่อาจารย์ผู้สอนในการเรียนครั้งถัดไป

สื่อการเรียนการสอน

- 1) เอกสารประกอบการสอน
- 2) ตำราภาษาไทยและภาษาอังกฤษ
- 3) โปรแกรม MATLAB PSIM หรือ Proteus
- 4) คอมพิวเตอร์

การวัดผลและการประเมินผล

การวัดผล

- 1) จากการเข้าเรียนตรงต่อเวลา
- 2) จากการสังเกตการเข้าร่วมกิจกรรมกลุ่ม
- 3) จากการถาม-ตอบ
- 4) จากผลการทำแบบฝึกหัดท้ายบท หรือโจทย์ปัญหาที่ได้รับมอบหมาย

การประเมินผล

- 1) ทำกิจกรรมกลุ่มเสร็จตามเวลาที่กำหนด
- 2) ทำแบบฝึกหัดท้ายบท หรือโจทย์ปัญหาที่ได้รับมอบหมายด้วยตนเอง และมีความถูกต้องไม่น้อยกว่า 80%

บทที่ 2 กฎพื้นฐาน

2.1 บทนำ

เนื้อหาในบทนี้กล่าวถึงตัวต้านทาน และกฎพื้นฐานที่สำคัญสำหรับการวิเคราะห์วงจรไฟฟ้า มิติที่บ่งบอกขนาดของตัวต้านทานคือ ค่าความต้านทาน ซึ่งอ่านได้โดยตรงจากรหัสสีของตัวต้านทาน หรือการวัดด้วยโอห์มมิเตอร์ การวิเคราะห์วงจรสำหรับบางกรณี อาจมีความสะดวกมากกว่าหากพิจารณาความต้านทานเป็นความนำ ซึ่งเป็นค่าผกผันของความต้านทาน เนื่องจากตัวต้านทานเป็นองค์ประกอบพาสซีฟไม่สามารถจ่ายกำลังไฟฟ้าได้ วงจรไฟฟ้าที่มีเฉพาะตัวต้านทาน จึงไม่สามารถแสดงลักษณะเฉพาะทางไฟฟ้าและไม่มีประโยชน์ ยกเว้นวงจรตัวต้านทานที่มีต่อกับแหล่งกำเนิด การวิเคราะห์วงจรเพื่อคำนวณหา กระแส แรงดัน กำลัง หรือพารามิเตอร์อื่น ๆ ต้องใช้กฎพื้นฐานที่สำคัญมากคือ กฎของโอห์มและกฎของเคอร์ชอฟฟ์ จากการใช้กฎทั้ง 2 ข้อนี้ ส่งผลให้เกิดวิธีการวิเคราะห์วงจรที่มีประโยชน์หลายวิธี เช่น ความต้านทานสมมูล การแบ่งกระแส การแบ่งแรงดัน และการแปลงตัวต้านทาน วาย-เดลต้า เป็นต้น

2.2 ตัวต้านทาน

ความต้านทานเป็นคุณสมบัติทางไฟฟ้าที่ต่อต้านการไหลของกระแส เป็นต้นเหตุของการสูญเสียกำลังไฟฟ้าโดยเปล่าประโยชน์ ดังนั้น อุปกรณ์ไฟฟ้าที่ผู้ใช้ต้องการมากที่สุดคือ อุปกรณ์ที่มีความต้านทานน้อยที่สุด สัญลักษณ์ของตัวต้านทานแสดงในรูปที่ 2.1 ตัวอักษร R คือ ความต้านทาน มีหน่วยเป็น โอห์ม (Ohm, Ω) และเป็นจำนวนจริงบวกเท่านั้น



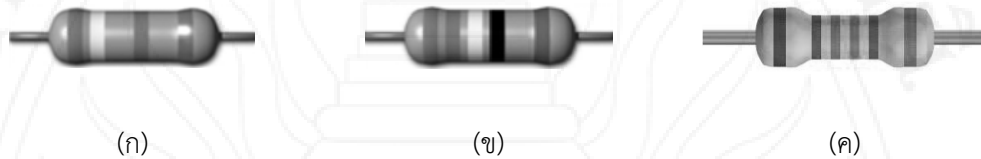
รูปที่ 2.1 สัญลักษณ์ตัวต้านทาน

(ก) ตัวต้านทานชนิดค่าคงที่

(ข) ตัวต้านทานชนิดปรับค่าได้

2.2.1 รหัสสีตัวต้านทาน

ค่าความต้านทานของตัวต้านทาน สามารถอ่านโดยตรงจากรหัสสีที่แสดงบนตัวต้านทาน ซึ่งอาจมีสีจำนวน 4 5 หรือ 6 แถบ ขึ้นอยู่กับเปอร์เซ็นต์ค่าผิดพลาดของการแสดงค่าความต้านทานด้วยรหัสสี ข้อมูลที่อ่านได้จากแถบรหัสสีมีเพียงค่าความต้านทานเท่านั้น ข้อมูลอื่น ๆ เช่น พิกัดกำลัง กระแส หรือแรงดัน เป็นต้น สามารถดูได้จากเอกสารของผู้ผลิตหรือจากการทดลอง ตัวอย่างตัวต้านทานที่แสดงรหัสสี แสดงในรูปที่ 2.2 ความหมายของแถบสีสำหรับตัวต้านทาน 4-6 แถบ แสดงในรูปที่ 2.3 ค่าตัวเลขของแถบสีแสดงในตารางที่ 2.1



รูปที่ 2.2 ตัวต้านทานที่แสดงแถบสี (ที่มา: http://www.learnabout-electronics.org/resistors_06.php, สืบค้นเมื่อ 4 มิถุนายน 2555)

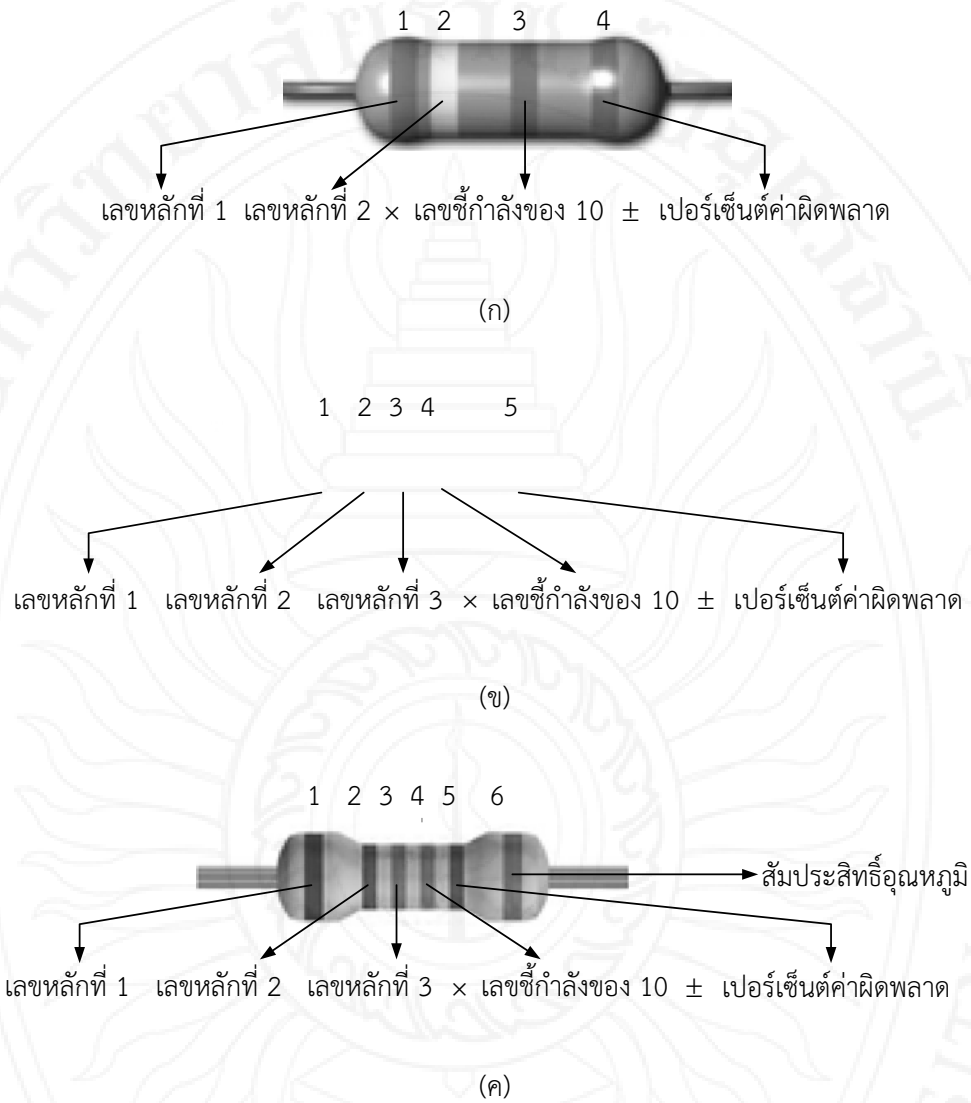
(ก) ตัวต้านทานชนิด 4 แถบสี

(ข) ตัวต้านทานชนิด 5 แถบสี

(ค) ตัวต้านทานชนิด 6 แถบสี

ตารางที่ 2.1 ค่าตัวเลขแถบสีของตัวต้านทาน

สี	ตัวเลข	ตัวคูณ	ค่าผิดพลาด
ดำ	0	$10^0 = 1$	-
น้ำตาล	1	$10^1 = 10$	$\pm 1\%$
แดง	2	$10^2 = 100$	$\pm 2\%$
ส้ม	3	$10^3 = 1,000$	-
เหลือง	4	$10^4 = 10,000$	-
เขียว	5	$10^5 = 100,000$	$\pm 0.5\%$
น้ำเงิน	6	$10^6 = 1,000,000$	$\pm 0.25\%$
ม่วง	7	$10^7 = 10,000,000$	$\pm 0.1\%$
เทา	8	-	-
ขาว	9	-	-
เงิน	-	$10^{-2} = 0.01$	$\pm 10\%$
ทอง	-	$10^{-1} = 0.1$	$\pm 5\%$
ไม่มีสี	-	-	$\pm 20\%$



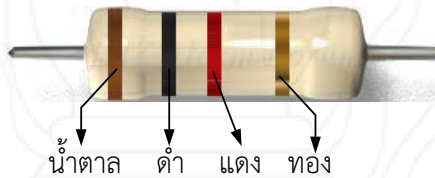
รูปที่ 2.3 ความหมายแถบสีตัวต้านทาน (ที่มา: http://www.learnabout-electronics.org/resistors_06.php, สืบค้นเมื่อ 4 มิถุนายน 2555)

- (ก) ตัวต้านทานชนิด 4 แถบสี
- (ข) ตัวต้านทานชนิด 5 แถบสี
- (ค) ตัวต้านทานชนิด 6 แถบสี

ตัวอย่างที่ 2.1

จากตัวต้านทานในรูปที่ 2.4 จงคำนวณหา

- (ก) ค่าระบุและค่าผิดพลาดของความต้านทาน
- (ข) ค่าความต้านทานต่ำสุดที่เป็นไปได้
- (ค) ค่าความต้านทานสูงสุดที่เป็นไปได้



รูปที่ 2.4 สำหรับตัวอย่างที่ 2.1 (ที่มา: http://www.learnabout-electronics.org/resistors_06.php, สืบค้นเมื่อ 4 มิถุนายน 2555)

วิธีทำ

เมื่อพิจารณาตัวต้านทานในรูปที่ 2.4 มีทั้งหมด 4 แถบสี การอ่านค่าความต้านทานจากแถบสีต้องอ้างอิงกับรูปที่ 2.3(ก) และกำหนดค่าตัวเลขโดยอ้างอิงจากตารางที่ 2.1 ดังรายละเอียดต่อไปนี้

- (ก) แถบที่ 1 คือ สีน้ำตาล ตัวเลขแสดงค่าความต้านทานหลักที่หนึ่งคือ 1
แถบที่ 2 คือ สีดำ ตัวเลขแสดงค่าความต้านทานหลักที่สองคือ 0 เมื่อรวมตัวเลขหลักที่หนึ่งและสองจะได้ 10
แถบที่ 3 คือ สีแดง เลขชี้กำลังของ 10 คือ 2 ตัวคูณจึงมีค่าเท่ากับ $10^2 = 100$
ค่าระบุของความต้านทานจึงมีค่าเท่ากับ $10 \times 100 = 1,000 \Omega = 1 \text{ k}\Omega$ **ตอบ**
แถบที่ 4 คือ สีทอง ค่าผิดพลาดของความต้านทานเท่ากับ $\pm 5\%$ **ตอบ**
- (ข) เนื่องจากค่าระบุของความต้านทานมีค่าเท่ากับ $1,000 \Omega$ และค่าผิดพลาดเท่ากับ $\pm 5\%$ ความต้านทานต่ำสุดที่เป็นไปได้จึงมีค่าเท่ากับ ความต้านทานค่าระบุ ลบด้วย 5% ของความต้านทานค่าระบุ ดังนี้

$$R_{min} = R_{nom} (1 - \%ค่าผิดพลาด) = (1,000) \left(1 - \frac{5}{100}\right) = 950 \Omega \quad \text{ตอบ}$$

โดยที่ R_{nom} คือ ค่าระบุของความต้านทาน
 R_{min} คือ ความต้านทานต่ำสุดที่เป็นไปได้
 %ค่าผิดพลาด คือ เปอร์เซ็นต์ค่าผิดพลาดของค่าความต้านทาน

(ค) ความต้านทานสูงสุดที่เป็นไปได้จึงมีค่าเท่ากับ ความต้านทานค่าระบุ บวกด้วย 5% ของความต้านทานค่าระบุ ดังนี้

$$R_{max} = R_{nom} (1 + 5\%) = (1,000) \left(1 + \frac{5}{100} \right) = 1.05 \text{ k}\Omega \quad \text{ตอบ}$$

จากตัวอย่างที่ 2.1 สมการคำนวณความต้านทานต่ำสุด (R_{min}) และความต้านทานสูงสุด (R_{max}) โดยใช้รหัสสีของตัวต้านทานคือ

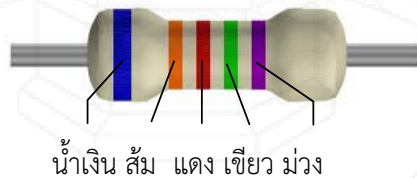
$$R_{min} = R_{nom} (1 - | \%ค่าผิดพลาด |) \quad (1.1)$$

$$R_{max} = R_{nom} (1 + | \%ค่าผิดพลาด |) \quad (1.2)$$

ตัวอย่างที่ 2.2

จากตัวต้านทานในรูปที่ 2.5 จงคำนวณหา

- (ก) ค่าระบุและค่าผิดพลาดของความต้านทาน
- (ข) ค่าความต้านทานต่ำสุดที่เป็นไปได้
- (ค) ค่าความต้านทานสูงสุดที่เป็นไปได้



รูปที่ 2.5 สำหรับตัวอย่างที่ 2.2 (ที่มา: http://www.learnabout-electronics.org/resistors_06.php, สืบค้นเมื่อ 4 มิถุนายน 2555)

วิธีทำ

เมื่อพิจารณาตัวต้านทานในรูปที่ 2.5 มีทั้งหมด 5 แถบสี การอ่านค่าความต้านทานจากแถบสีต้องอ้างอิงกับรูปที่ 2.3-(ข) และกำหนดค่าตัวเลขโดยอ้างอิงจากตารางที่ 2.1 ดังรายละเอียดต่อไปนี้

- (ก) แถบที่ 1 คือ สีน้ำเงิน ตัวเลขแสดงค่าความต้านทานหลักที่หนึ่งคือ 6
 แถบที่ 2 คือ สีส้ม ตัวเลขแสดงค่าความต้านทานหลักที่สองคือ 3
 แถบที่ 3 คือ สีแดง ตัวเลขแสดงค่าความต้านทานหลักที่สามคือ 2 เมื่อรวมตัวเลขหลักที่หนึ่ง สอง และสาม จะได้ 632
 แถบที่ 4 คือ สีเขียว เลขชี้กำลังของ 10 คือ 5 ตัวคูณจึงมีค่าเท่ากับ $10^5 = 100,000$
 ค่าระบุของความต้านทานจึงมีค่าเท่ากับ $632 \times 100,000 = 63.2 \text{ M}\Omega$ **ตอบ**
 แถบสีที่ 5 คือ สีม่วง ค่าผิดพลาดของความต้านทานเท่ากับ $\pm 0.1\%$ **ตอบ**

- (ข) จากสมการที่ (1.1) ค่าความต้านทานต่ำสุดที่เป็นไปได้มีค่าเท่ากับ

$$R_{min} = (63.2 \times 10^6) \left(1 - \frac{0.1}{100}\right) = 63,136,800 = 63.14 \text{ M}\Omega \quad \text{ตอบ}$$

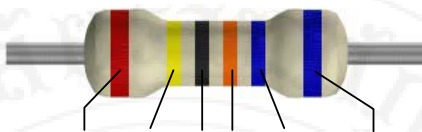
- (ค) จากสมการที่ (1.2) ค่าความต้านทานสูงสุดที่เป็นไปได้มีค่าเท่ากับ

$$R_{max} = (63.2 \times 10^6) \left(1 + \frac{0.1}{100}\right) = 63,263,200 = 63.26 \text{ M}\Omega \quad \text{ตอบ}$$

ตัวอย่างที่ 2.3

จากตัวต้านทานในรูปที่ 2.6 จงคำนวณหา

- (ก) ค่าระบุและค่าผิดพลาดของความต้านทาน
 (ข) ค่าความต้านทานต่ำสุดที่เป็นไปได้
 (ค) ค่าความต้านทานสูงสุดที่เป็นไปได้



แดง เหลือง ดำ ส้ม น้ำเงิน น้ำเงิน

รูปที่ 2.6 สำหรับตัวอย่างที่ 2.3 (ที่มา: http://www.learnabout-electronics.org/resistors_06.php, สืบค้นเมื่อ 4 มิถุนายน 2555)

วิธีทำ

เมื่อพิจารณาตัวต้านทานในรูปที่ 2.6 มีทั้งหมด 6 แถบสี การอ่านค่าความต้านทานจากแถบสีต้องอ้างอิงกับรูปที่ 2.3-(ค) และกำหนดค่าตัวเลขโดยอ้างอิงจากตารางที่ 2.1 ดังรายละเอียดต่อไปนี้

- (ก) แถบที่ 1 คือ สีแดง ตัวเลขแสดงค่าความต้านทานหลักที่หนึ่งคือ 2
 แถบที่ 2 คือ สีเหลือง ตัวเลขแสดงค่าความต้านทานหลักที่สองคือ 4
 แถบที่ 3 คือ สีดำ ตัวเลขแสดงค่าความต้านทานหลักที่สามคือ 0 เมื่อรวมตัวเลขหลักที่หนึ่ง สอง และสาม จะได้ 240
 แถบที่ 4 คือ สีส้ม เลขชี้กำลังของ 10 คือ 3 ตัวคูณจึงมีค่าเท่ากับ $10^3 = 1,000$
 ค่าระบุของความต้านทานจึงมีค่าเท่ากับ $240 \times 1,000 = 240 \text{ k}\Omega$ ตอบ
 แถบสีที่ 5 คือ สีน้ำเงิน ค่าผิดพลาดของความต้านทานเท่ากับ $\pm 0.25\%$ ตอบ

- (ข) จากสมการที่ (1.1) ค่าความต้านทานต่ำสุดที่เป็นไปได้มีค่าเท่ากับ

$$R_{min} = (240 \times 10^3) \left(1 - \frac{0.25}{100} \right) = 239,400 = 239.4 \text{ k}\Omega$$
ตอบ

- (ค) จากสมการที่ (1.2) ค่าความต้านทานสูงสุดที่เป็นไปได้มีค่าเท่ากับ

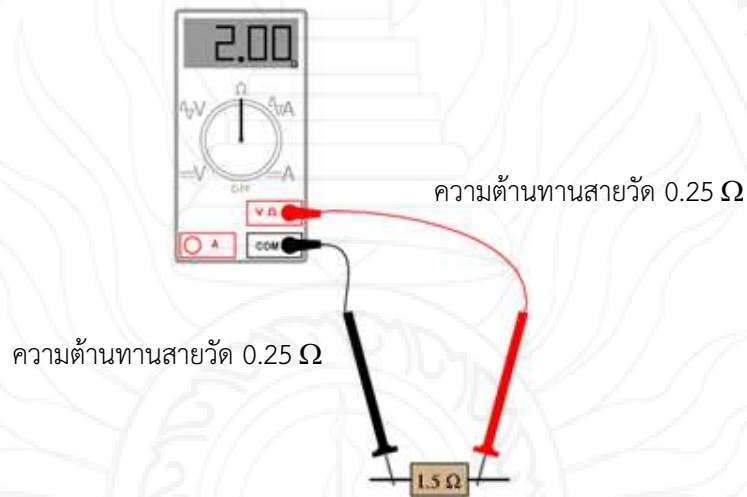
$$R_{max} = (240 \times 10^3) \left(1 + \frac{0.25}{100} \right) = 240,600 = 240.6 \text{ k}\Omega$$
ตอบ

2.2.2 การวัดความต้านทาน

การวัดความต้านทานของตัวต้านทานต้องใช้เครื่องมือวัดทางไฟฟ้าชื่อ โอมมิเตอร์ และ มัลติมิเตอร์ โอมมิเตอร์วัดได้เฉพาะความต้านทานเท่านั้น แต่มัลติมิเตอร์อาจวัดพารามิเตอร์อื่นได้ด้วย เช่น กระแส แรงดัน เป็นต้น ตัวอย่างมัลติมิเตอร์และวิธีการวัดแสดงดังรูปที่ 2.7 สายวัดเส้นสี

แดงเสียบช่องที่ระบุว่าวัดความต้านทาน ซึ่งสังเกตได้จากเครื่องหมาย Ω ในขณะที่สายวัดอีกเส้นเสียบช่องที่มีคำว่า COM การที่มัลติมิเตอร์ในรูปที่ 2.7 ระบุความต้านทานเท่ากับ 2Ω ทั้งที่ตัวต้านทานมีค่าความต้านทานระบุเท่ากับ 1.5Ω เนื่องจากมิเตอร์รวมความต้านทานของสายวัดซึ่งมีขนาดเท่ากับ 0.25Ω ทั้งสองเส้น ดังนั้น ค่าความต้านทานที่แสดงบนมิเตอร์จึงมีค่าเท่ากับ

$$(0.25 + 0.25) + 1.5 = 2 \Omega$$



รูปที่ 2.7 วงจรวัดความต้านทาน

(ดัดแปลงจาก <http://www.learningelectronics.net/images/05279.png>, สืบค้นเมื่อ 4 มิถุนายน 2555)

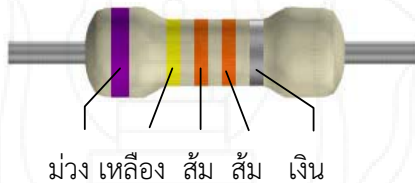
2.3 ความนำ

คุณสมบัติที่สำคัญอีกประการหนึ่งของวัสดุคือ ความสามารถในการนำไฟฟ้าได้ ปริมาณที่ใช้ระบุมิติของคุณสมบัตินี้คือ ความนำ ซึ่งเป็นค่าผกผันกับความต้านทาน หน่วยวัดของความนำคือ ซีเมน (S) หากวัสดุมีความต้านทานสูงแสดงว่ามีความนำต่ำ สมการแสดงความสัมพันธ์ระหว่างความต้านทานและความนำคือ

$$G = \frac{1}{R} \quad (1.3)$$

ตัวอย่างที่ 2.4

จากตัวต้านทานในรูปที่ 2.5 จงคำนวณหาความนำต่ำสุดและสูงสุดที่เป็นไปได้



รูปที่ 2.8 สำหรับตัวอย่างที่ 2.4 (ที่มา: http://www.learnabout-electronics.org/resistors_06.php, สืบค้นเมื่อ 4 มิถุนายน 2555)

วิธีทำ

เมื่อพิจารณาตัวต้านทานในรูปที่ 2.5 มีทั้งหมด 5 แถบสี การอ่านค่าความต้านทานจากแถบสีต้องอ้างอิงกับรูปที่ 2.7-(ข) และกำหนดค่าตัวเลขโดยอ้างอิงจากตารางที่ 3.1 ดังรายละเอียดต่อไปนี้

- (ก) แถบที่ 1 คือ สีม่วง ตัวเลขแสดงค่าความต้านทานหลักที่หนึ่งคือ 7
 - แถบที่ 2 คือ สีเหลือง ตัวเลขแสดงค่าความต้านทานหลักที่สองคือ 4
 - แถบที่ 3 คือ สีส้ม ตัวเลขแสดงค่าความต้านทานหลักที่สามคือ 3 เมื่อรวมตัวเลขหลักที่หนึ่ง สอง และสาม จะได้ 743
 - แถบที่ 4 คือ สีส้ม เลขชี้กำลังของ 10 คือ 3 ตัวคูณจึงมีค่าเท่ากับ $10^3 = 1,000$ ค่าระบุของความต้านทานจึงมีค่าเท่ากับ $743 \times 1,000 = 743 \text{ k}\Omega$
 - แถบสีที่ 5 คือ สีเงิน ค่าผิดพลาดของความต้านทานเท่ากับ $\pm 10\%$
- จากสมการที่ (1.1) และสมการที่ (1.3) ค่าความนำสูงสุดที่เป็นไปได้มีค่าเท่ากับ

$$G_{max} = \frac{1}{R_{min}} = \frac{1}{(743 \times 10^3) \left(1 - \frac{10}{100}\right)} = 1.50 \mu\text{S} \quad \text{ตอบ}$$

จากสมการที่ (1.2) และสมการที่ (1.3) ค่าความนำต่ำสุดที่เป็นไปได้มีค่าเท่ากับ

$$G_{min} = \frac{1}{R_{max}} = \frac{1}{(743 \times 10^3) \left(1 + \frac{10}{100}\right)} = 1.22 \mu\text{S} \quad \text{ตอบ}$$

2.4 กฎของโอห์ม

Georg Simon Ohm (ค.ศ. 1787–1854) นักฟิสิกส์ชาวเยอรมัน ค้นพบความสัมพันธ์ระหว่างกระแสและแรงดันของตัวต้านทาน ความสัมพันธ์นี้มีชื่อเรียกว่า กฎของโอห์ม มีรายละเอียดดังนี้ (Alexander & Sadiku, 2009)

กฎของโอห์ม กล่าวไว้ว่า “แรงดันที่ตกคร่อมตัวต้านทาน แปรผันตรงกับกระแสที่ไหลผ่านตัวต้านทาน”

สมการที่แทนความสัมพันธ์กฎของโอห์มคือ

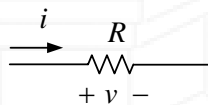
$$v \propto i \quad (1.4)$$

จากผลการทดลองของโอห์ม ค่าคงตัวการแปรผันของสมการที่ (1.4) คือ ความต้านทาน ดังนั้นรูปแบบใหม่ของสมการที่ (1.4) คือ

$$v = Ri \quad (1.5)$$

สิ่งที่ต้องพิจารณาให้รอบคอบเกี่ยวกับสมการที่ (1.5) คือ ค่ากระแสและแรงดันต้องเป็นไปตามสัญญาณเครื่องหมายพาสซีฟ กล่าวคือ กระแสค่า + ไหลเข้าตัวต้านทานด้านที่มีศักย์ไฟฟ้าสูงกว่า หรือข้อ + ดังแสดงในรูปที่ 2.9 หากกระแสเป็นค่า - หรือมีทิศทางการไหลที่ไม่เป็นไปตามนี้ สมการแรงดันตกคร่อมตัวต้านทานจะเปลี่ยนเป็น $v = -Ri$ ความต้านทานมีค่าเท่ากับ

$$R = -\frac{v}{i} \quad (1.6)$$



รูปที่ 2.9 สัญลักษณ์ตัวต้านทาน

ในทางทฤษฎี ความต้านทานอาจมีค่าระหว่าง $0-\infty$ ภาวะของวงจรที่ทำให้เกิดความต้านทานเท่ากับศูนย์คือ ลัดวงจร แสดงด้วยจุด a ในรูปที่ 2.10 ภาวะที่ทำให้ความต้านทานเท่ากับค่าอนันต์คือ เปิดวงจร แสดงด้วยจุด b ในรูปที่ 2.10 เมื่อจุด a เกิดภาวะลัดวงจร ส่งผลให้อุปกรณ์ประกอบ 1 ต่อกับวงจร แรงดันตกคร่อมที่จุดลัดวงจรมีค่าเท่ากับศูนย์ ดังนั้น ความต้านทานมีค่าเท่ากับ

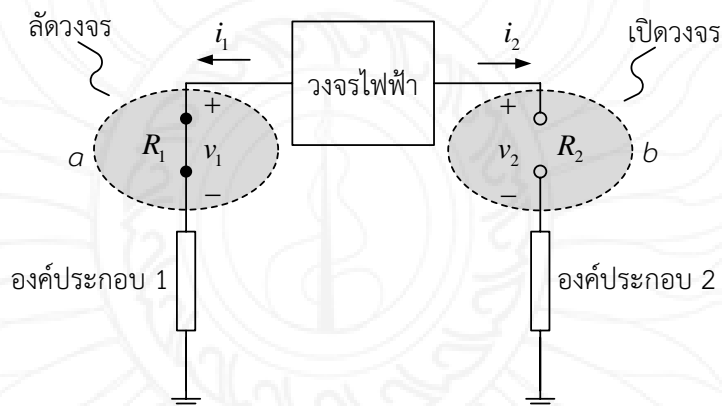
$$R = \frac{0}{i} = 0 \Omega \tag{1.7}$$

เมื่อจุด b เกิดภาวะเปิดวงจร องค์ประกอบ 2 ถูกตัดขาดออกจากวงจร ส่งผลให้กระแสไม่สามารถไหลได้ กระแสที่จุดเปิดวงจรมีค่าเท่ากับศูนย์ ดังนั้น ความต้านทานมีค่าเท่ากับ

$$R = \frac{v}{0} = \infty \Omega \tag{1.8}$$

จากสมการที่ (1.7) และสมการที่ (1.8) สามารถสรุปได้ว่า

จุดที่ลัดวงจร ทำให้เกิดองค์ประกอบที่มีค่าความต้านทานเท่ากับศูนย์ และ **จุดที่เปิดวงจร** ทำให้เกิดองค์ประกอบที่มีค่าความต้านทานเท่ากับอนันต์



รูปที่ 2.10 ภาวะการสวิตช์ขององค์ประกอบในวงจร

(ก) จุด a เปิดวงจร

(ข) จุด b ลัดวงจร

เมื่อพิจารณาสมการกฎของโอห์ม เป็นความสัมพันธ์ระหว่างแรงดัน กระแส และความต้านทานเท่านั้น เมื่อใช้กฎของโอห์มกับสมการคำนวณกำลัง จะได้สมการความสัมพันธ์ระหว่างกำลัง แรงดัน และความต้านทานดังนี้

$$p = vi = v \left(\frac{v}{R} \right) = \frac{v^2}{R} = Gv^2 \tag{1.9}$$

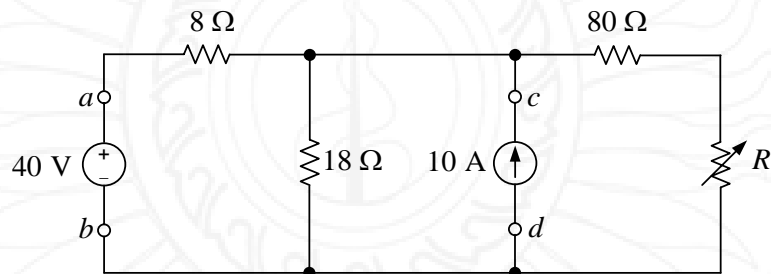
ในการทำงานเดียวกันสำหรับสมการความสัมพันธ์ระหว่างกำลัง กระแส และความต้านทาน

$$p = vi = (Ri)i = Ri^2 = \frac{i^2}{G} \quad (1.10)$$

สมการที่ (1.9) ใช้คำนวณหา กำลังกรณีที่เราทราบเพียงแรงดัน ความต้านทาน หรือความนำ สมการที่ (1.10) ใช้คำนวณหา กำลังกรณีที่เราทราบเพียงกระแส ความต้านทาน หรือความนำ เมื่อพิจารณาทั้งสองสมการ เป็นฟังก์ชันพหุนามอันดับสองของแรงดันและกระแส เนื่องจากความต้านทานเป็นค่าบวก ค่ายกกำลังสองของกระแสและแรงดันเป็นค่าบวก กำลังของตัวต้านทานจึงเป็นค่าบวกเสมอ ซึ่งเป็นสิ่งที่ระบุว่าตัวต้านทานเป็นองค์ประกอบที่ดูดกลืนกำลัง

ตัวอย่างที่ 2.5

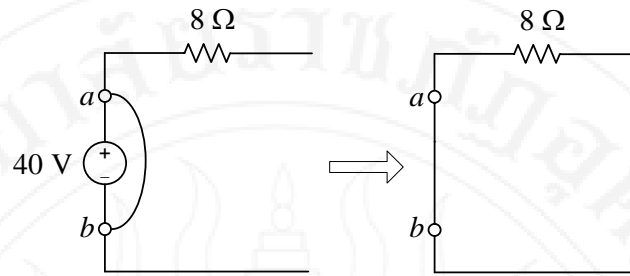
จากวงจรในรูปที่ 2.11 จงแสดงวงจรผลลัพท์ที่เป็นผลมาจากภาวะลัดวงจรระหว่างจุด $a-b$ และภาวะเปิดวงจรที่จุด $c-d$



รูปที่ 2.11 สำหรับตัวอย่างที่ 2.5

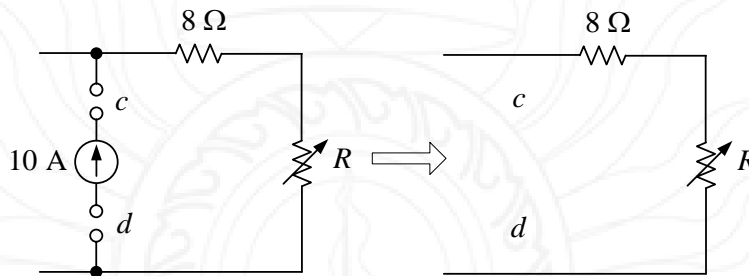
วิธีทำ

เมื่อจุด $a-b$ ลัดวงจร ความต้านทานระหว่างสองจุดนี้มีค่าเท่ากับศูนย์ แสดงว่าจุดทั้งสองเป็นจุดเดียวกัน ส่งผลให้แหล่งกำเนิด 40 V หายไปจากวงจร ดังแสดงในรูปที่ 2.12



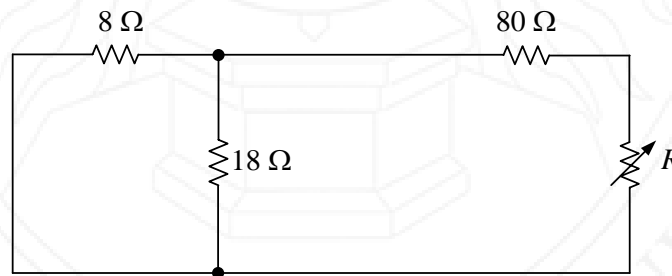
รูปที่ 2.12 แหล่งกำเนิด 40 V ถูกลัดวงจร

เมื่อจุด $c-d$ เปิดวงจร ความต้านทานที่จุด c และจุด d มีค่าเท่ากับอนันต์ แสดงว่าจุดต่อทั้งสองแยกจากกัน ส่งผลให้แหล่งกำเนิด 10 A หายไปจากวงจร ดังแสดงในรูปที่ 2.13



รูปที่ 2.13 แหล่งกำเนิด 10 A ถูกเปิดวงจร

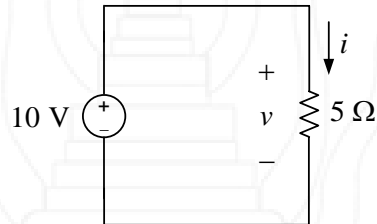
วงจรผลลัพธ์ที่เกิดจากจุด $a-b$ ลัดวงจร และจุด $c-d$ เปิดวงจร มีโครงแบบดังรูปที่ 2.14 **ตอบ**



รูปที่ 2.14 วงจรผลลัพธ์เมื่อจุด $a-b$ ลัดวงจร และจุด $c-d$ เปิดวงจร

ตัวอย่างที่ 2.6

จากวงจรในรูปที่ 2.15 จงคำนวณหาแรงดัน v กระแส i ความนำ G และกำลัง p ที่สูญเสียในตัวต้านทาน



รูปที่ 2.15 สำหรับตัวอย่างที่ 2.6

วิธีทำ

พิจารณาวงจรในรูปที่ 2.15 กระแสค่าบวกไหลเข้าขั้วบวกของแรงดันตกคร่อมตัวต้านทาน ดังนั้นจากสมการที่ (1.5) กระแส i มีค่าเท่ากับ

$$i = \frac{v}{R} = \frac{10}{5} = 2 \text{ A}$$

ตอบ

แรงดันตกคร่อมตัวต้านทานมีค่าเท่ากับ

$$v = Ri = (5)(2) = 10 \text{ V}$$

ตอบ

จากสมการที่ (1.3) และสมการที่ (1.5) ความนำมีค่าเท่ากับ

$$G = \frac{i}{v} = \frac{2}{10} = 200 \text{ mS}$$

ตอบ

จากสมการที่ (1.9) กำลังที่สูญเสียในตัวต้านทานมีค่าเท่ากับ

$$p = vi = (10)(2) = 20 \text{ W}$$

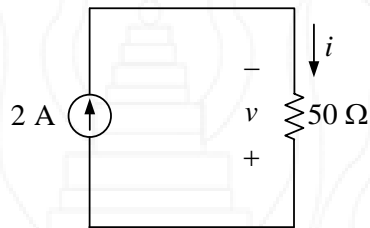
$$p = Ri^2 = (5)(2^2) = 20 \text{ W}$$

$$p = \frac{i^2}{G} = \frac{2^2}{200 \times 10^{-3}} = 20 \text{ W}$$

ตอบ

ตัวอย่างที่ 2.7

จากวงจรในรูปที่ 2.16 จงคำนวณหาแรงดัน v ความนำ G และกำลัง p ที่สูญเสียในตัวต้านทาน



รูปที่ 2.16 สำหรับตัวอย่างที่ 2.7

วิธีทำ

พิจารณาวงจรในรูปที่ 2.15 กระแสค่าบวกไหลเข้าขั้วลบของแรงดันตกคร่อมตัวต้านทาน ดังนั้น จากสมการที่ (1.5) แรงดัน v มีค่าเท่ากับ

$$v = -Ri = -(50)(2) = -100 \text{ V} \quad \text{ตอบ}$$

จากสมการที่ (1.3) และสมการที่ (1.5) ความนำมีค่าเท่ากับ

$$G = \frac{i}{-v} = \frac{2}{-(-100)} = 20 \text{ mS} \quad \text{ตอบ}$$

เนื่องจากกระแสค่าบวกไหลเข้าเครื่องหมายลบของแรงดัน ดังนั้น จากสมการที่ (1.10) กำลังที่สูญเสียในตัวต้านทานมีค่าเท่ากับ

$$p = -vi = -(-100)(2) = 200 \text{ W}$$

$$p = \frac{v^2}{R} = \frac{(-100)^2}{50} = 200 \text{ W} \quad \text{ตอบ}$$

2.5 กฎของเคอร์ชอฟฟ์

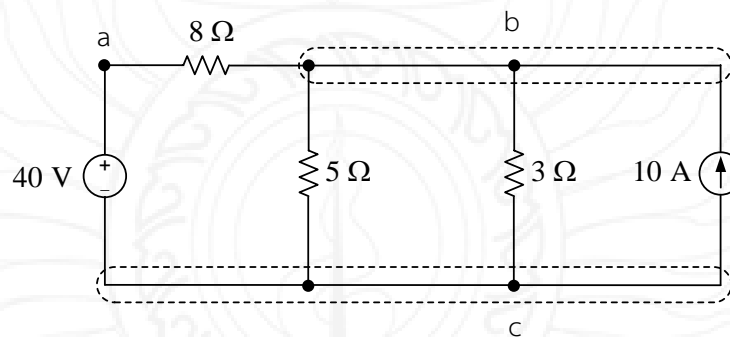
การวิเคราะห์วงจรที่มีความซับซ้อนด้วยกฎของโอห์ม อาจไม่สะดวกหรือไม่สามารถทำได้ นักฟิสิกส์ชาวเยอรมันชื่อ Gustav Robert Kirchhoff (ค.ศ. 1824–1887) จึงเสนอ “กฎของเคอร์ชอฟฟ์” เพื่อใช้วิเคราะห์วงจรที่มีองค์ประกอบหลายตัวและมีความซับซ้อน ในหัวข้อที่ 1.2 ได้กล่าวถึง

บทนิยามของ โหนดและวงรอบ ซึ่งเป็นความเข้าใจที่สำคัญสำหรับการใช้กฎของเคอร์ชอฟฟ์ นอกเหนือจากนั้น สิ่งที่ต้องทำความเข้าใจเพิ่มเติมคือคำว่า กิ่ง ซึ่งมีบทนิยามดังนี้ (Alexander & Sadiku, 2009)

กิ่ง คือสิ่งที่ใช้แทนองค์ประกอบวงจรเพียงชนิดเดียว

พิจารณาวงจรในรูปที่ 2.17 มีจำนวนองค์ประกอบทั้งสิ้น 5 ตัว ดังนั้น มีจำนวนกิ่งเท่ากับ 5 กิ่ง จุดที่องค์ประกอบต่อกันมีทั้งหมด 3 จุด คือ a b และ c ดังนั้น มีจำนวนโหนดทั้งสิ้น 3 โหนด วงรอบที่สามารถเกิดขึ้นได้มีดังนี้

- (ก) $40\text{ V} - 8\ \Omega - 5\ \Omega$
- (ข) $5\ \Omega - 3\ \Omega$
- (ค) $3\ \Omega - 10\text{ A}$



รูปที่ 2.17 ตัวอย่างวงจรที่ประกอบไปด้วยโหนด กิ่ง และวงรอบ

ดังนั้น วงจรนี้มีจำนวนวงรอบทั้งสิ้น 3 วงรอบ หากกำหนดให้ b = จำนวนกิ่ง l = จำนวนวงรอบ และ n = จำนวนโหนด สมการแสดงความสัมพันธ์ระหว่าง 3 พารามิเตอร์นี้คือ

$$b = l + n - 1 \quad (1.11)$$

ทอพอโลยีของการต่อกันระหว่างองค์ประกอบในวงจร อาจเป็นแบบแบบอนุกรมหรือขนาน ซึ่งมีหลักในการจำแนกชนิดของการต่อดังนี้

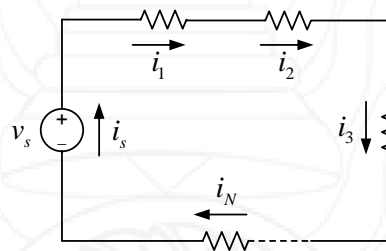
องค์ประกอบที่ต่อกันแบบอนุกรม ต้องต่อกันแบบเรียงลำดับ และมีกระแสไหลผ่านเท่ากัน
 องค์ประกอบที่ต่อกันแบบขนาน ต้องต่อกันที่โหนดเดียวกันสองโหนด และมีแรงดันตกคร่อมเท่ากัน

ตัวอย่างองค์ประกอบชนิดตัวต้านทานต่อกันแบบอนุกรมและขนาน แสดงในรูปที่ 2.18 เมื่ออ้างอิงจากบทนิยามข้างต้น กระแสในรูปที่ 2.18-(ก) มีความสัมพันธ์กันดังสมการที่ (1.12)

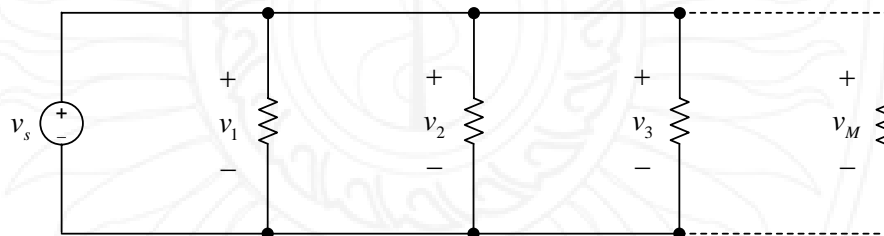
$$i_s = i_1 = i_2 = i_3 = \dots = i_N \quad (1.12)$$

และในรูปที่ 2.18-(ข) แรงดันมีความสัมพันธ์กันดังสมการที่ (1.13)

$$v_s = v_1 = v_2 = v_3 = \dots = v_M \quad (1.13)$$



(ก)



(ข)

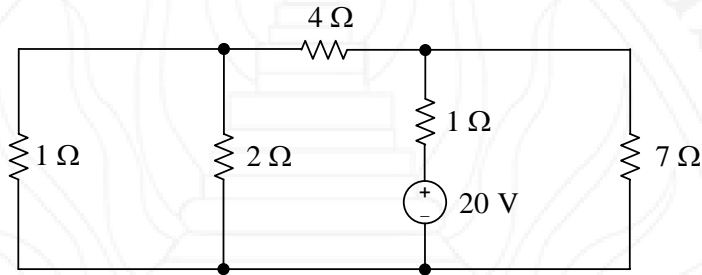
รูปที่ 2.18 การต่อตัวต้านทาน

(ก) แบบอนุกรม

(ข) แบบขนาน

ตัวอย่างที่ 2.8

จากวงจรในรูปที่ 2.19 จงระบุจำนวนกิ่ง โหนด วงรอบ และองค์ประกอบที่ต่อกันแบบอนุกรมหรือขนาน



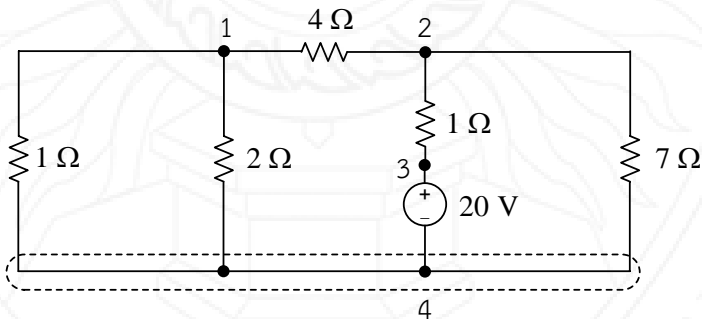
รูปที่ 2.19 สำหรับตัวอย่างที่ 2.8

วิธีทำ

พิจารณาวงจรในรูปที่ 2.19 มีองค์ประกอบทั้งหมด 6 ตัว ดังนั้น จำนวนกิ่งของวงจรมีค่าเท่ากับ

$$b = 6$$

ตอบ



รูปที่ 2.20 การระบุโหนดสำหรับวงจรในรูปที่ 2.19

พิจารณาวงจรในรูปที่ 2.20 มีจุดที่องค์ประกอบต่อกัน 4 จุด ดังนั้น จำนวนโหนดเท่ากับ $n = 4$ **ตอบ**
พิจารณาวงจรในรูปที่ 2.19 วงรอบที่สามารถเกิดขึ้นได้มีดังนี้

- (ก) $1 \Omega - 2 \Omega$
- (ข) $2 \Omega - 4 \Omega - 20 \text{ V}$

(ค) $20\text{ V} - 1\ \Omega - 7\ \Omega$

ดังนั้น วงจรนี้มีจำนวนวงรอบทั้งสิ้น 3 วงรอบ หรือ $\ell = 3$

ตอบ

พิจารณาวงจรในรูปที่ 2.19 องค์ประกอบที่ต่อกันแบบอนุกรมคือ $20\text{ V} - 1\ \Omega$ ในขณะที่ $1\ \Omega - 2\ \Omega$ เป็นการต่อแบบขนาน

ตอบ

จากกฎของการอนุรักษ์ประจุที่ระบุไว้ว่า ประจุเป็นอนุภาคที่ไม่สามารถทำลายหรือสร้างขึ้นใหม่ได้ เคอร์ซอพฟ์จึงนำเสนอ ”กฎกระแสของเคอร์ซอพฟ์” ที่มีประโยชน์อย่างยิ่งต่อการวิเคราะห์วงจร ดังนี้ (Alexander & Sadiku, 2009)

กฎกระแสของเคอร์ซอพฟ์ กล่าวไว้ว่า ผลรวมเชิงพีชคณิตของกระแสที่โหนดใด ๆ มีค่าเท่ากับศูนย์

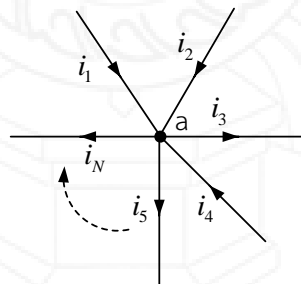
พิจารณารูปที่ 2.21 สมการที่สอดคล้องกับกฎกระแสของเคอร์ซอพฟ์คือ

$$\sum_{n=1}^N i_n = 0 \tag{1.14}$$

$$i_1 + i_2 + i_3 + \dots + i_N = 0$$

เมื่อ i_n คือ กระแสของกิ่งที่ n

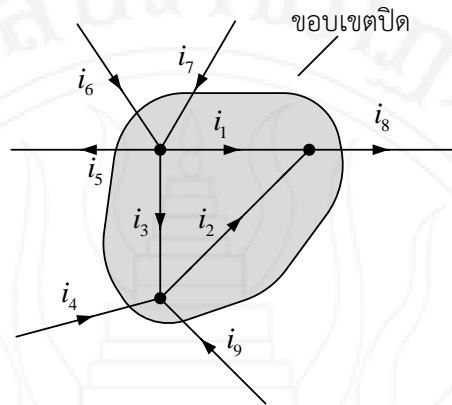
N คือ จำนวนกิ่งที่ต่อกับโหนดที่กำลังพิจารณาอยู่



รูปที่ 2.21 กระแส N กิ่งไหลเข้า-ออกโหนด a

การคำนวณผลรวมเชิงพีชคณิตของกระแส เป็นการหาผลบวกที่ต้องพิจารณาเครื่องหมาย + หรือ - ของกระแส สำหรับกฎกระแสของเคอร์ซอพฟ์ กำหนดให้กระแสที่ไหลเข้าโหนดมีค่าเป็น + และกระแสที่ไหลออกจากโหนดมีค่าเป็น -

กรณีที่มีวงจรหลายวงรอบ อาจใช้กฎกระแสของเคอร์ซอพฟ์กับขอบเขตปิด ซึ่งประกอบไปด้วยวงรอบมากกว่า 1 วง ดังแสดงในรูปที่ 2.22



รูปที่ 2.22 การใช้กฎกระแสของเคอร์ชอฟฟ์กับพื้นที่ปิด

จากรูปที่ 2.22 หากกำหนดให้กระแสทั้งหมดเป็นค่าบวก สมการกฎกระแสของเคอร์ชอฟฟ์สำหรับขอบเขตปิดคือ

$$\sum_{n=1}^6 i_n = 0$$

$$i_4 - i_5 + i_6 + i_7 - i_8 + i_9 = 0 \quad (1.15)$$

จากกฎของการอนุรักษ์พลังงานที่ระบุไว้ว่า ผลรวมเชิงพีชคณิตของพลังงานในวงจรมีค่าเท่ากับศูนย์ เคอร์ชอฟฟ์จึงนำเสนอ "กฎแรงดันของเคอร์ชอฟฟ์" ดังนี้ (Alexander & Sadiku, 2009)

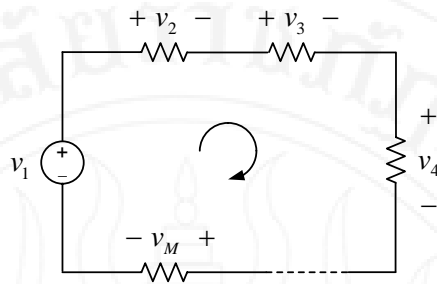
กฎแรงดันของเคอร์ชอฟฟ์ กล่าวไว้ว่า ผลรวมเชิงพีชคณิตของแรงดันที่วงรอบใด ๆ มีค่าเท่ากับศูนย์

พิจารณารูปที่ 2.23 สมการที่สอดคล้องกับกฎแรงดันของเคอร์ชอฟฟ์คือ

$$\sum_{m=1}^M v_m = 0$$

$$-v_1 + v_2 + v_3 + \dots + v_M = 0 \quad (1.16)$$

เมื่อ v_m คือ แรงดันขององค์ประกอบที่ m
 M คือ จำนวนองค์ประกอบทั้งหมดของวงรอบ

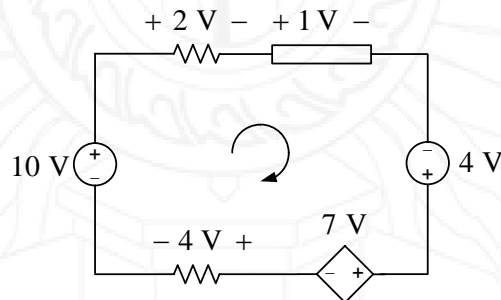


รูปที่ 2.23 แรงดันตกคร่อม M กิ่งในหนึ่งวงรอบ

การคำนวณผลรวมเชิงพีชคณิตของแรงดัน เป็นการหาผลบวกที่ต้องพิจารณาเครื่องหมาย + หรือ - ของแรงดัน การวนรอบเพื่อสร้างสมการกฎแรงดันของเคอร์ชอฟฟ์ ไม่ว่าจะเป็นการวนรอบในทิศทางตามหรือทวนเข็มนาฬิกา หากพบขั้ว + ก่อนขั้ว - ต้องกำหนดให้แรงดันมีค่าเป็น + ในทางกลับกัน หากพบขั้ว - ก่อนขั้ว + ต้องกำหนดให้แรงดันมีค่าเป็น -

ตัวอย่างที่ 2.9

จากวงจรในรูปที่ 2.24 จงเขียนสมการผลบวกเชิงพีชคณิตของแรงดันตามกฎแรงดันของเคอร์ชอฟฟ์



รูปที่ 2.24 สำหรับตัวอย่างที่ 2.9

วิธีทำ

เมื่อวนรอบในทิศทางตามเข็มนาฬิกา พิจารณาที่แหล่งกำเนิดแรงดัน 10 V พบเครื่องหมาย - ก่อน + ดังนั้น ค่าของแรงดันที่ต้องแทนในสมการกฎแรงดันของเคอร์ชอฟฟ์คือ

$$v_1 = -10 \text{ V} \tag{1.17}$$

พิจารณาที่แรงดัน 2 V พบเครื่องหมาย + ก่อน - ดังนั้น ค่าของแรงดันที่ต้องแทนในสมการกฎแรงดันของเคอร์ชอฟฟ์คือ

$$v_2 = 2 \text{ V} \quad (1.18)$$

พิจารณาที่แรงดัน 1 V พบเครื่องหมาย + ก่อน - ดังนั้น ค่าของแรงดันที่ต้องแทนในสมการกฎแรงดันของเคอร์ชอฟฟ์คือ

$$v_3 = 1 \text{ V} \quad (1.19)$$

พิจารณาที่แหล่งกำเนิดแรงดัน 4 V พบเครื่องหมาย - ก่อน + ดังนั้น ค่าของแรงดันที่ต้องแทนในสมการกฎแรงดันของเคอร์ชอฟฟ์คือ

$$v_4 = -4 \text{ V} \quad (1.20)$$

พิจารณาที่แหล่งกำเนิดแรงดันไม่อิสระ 7 V พบเครื่องหมาย + ก่อน - ดังนั้น ค่าของแรงดันที่ต้องแทนในสมการกฎแรงดันของเคอร์ชอฟฟ์คือ

$$v_5 = 7 \text{ V} \quad (1.21)$$

พิจารณาที่แรงดัน 4 V พบเครื่องหมาย + ก่อน - ดังนั้น ค่าของแรงดันที่ต้องแทนในสมการกฎแรงดันของเคอร์ชอฟฟ์คือ

$$v_6 = 4 \text{ V} \quad (1.22)$$

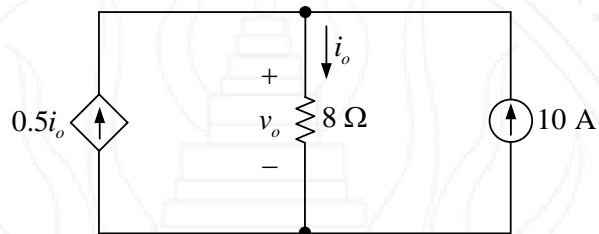
แทนค่าแรงดันจากสมการที่ (1.17) - (1.22) และ $M = 6$ ในสมการที่ (1.16) จะได้สมการกฎแรงดันของเคอร์ชอฟฟ์ดังนี้

$$\begin{aligned} v_1 + v_2 + v_3 + v_4 + v_5 + v_6 &= 0 \\ -10 + 2 + 1 - 4 + 7 + 4 &= 0 \end{aligned}$$

ตอบ

ตัวอย่างที่ 2.10

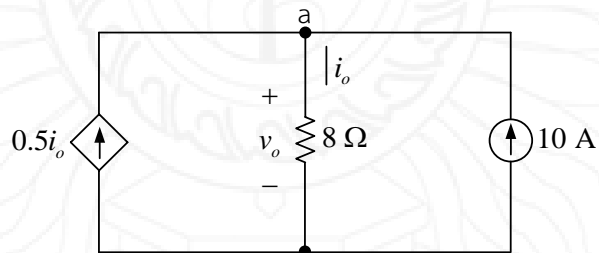
จากวงจรในรูปที่ 2.25 จงใช้กฎกระแสของเคอร์ชอฟฟ์คำนวณหา i_o และ v_o



รูปที่ 2.25 สำหรับตัวอย่างที่ 2.10

วิธีทำ

พิจารณารูปที่ 2.25 กระแส i_o หาได้โดยตรงจากการใช้กฎกระแสของเคอร์ชอฟฟ์ แรงดัน v_o หาได้จากการใช้กฎของโอห์ม ซึ่งตัวแปรแรกที่ทราบค่าคือความต้านทาน 8Ω การวิเคราะห์ที่เริ่มต้นด้วยการกำหนดโนด a ดังรูปที่ 2.26



รูปที่ 2.26 การกำหนดโนด a

การกำหนดเครื่องหมายของกระแส สำหรับแทนค่าในสมการกฎกระแสของเคอร์ชอฟฟ์ มีรายละเอียดดังนี้

- (ก) กระแส $0.5i_o$ ไหลเข้าโนด a ดังนั้น ค่าที่แทนในสมการต้องเป็นเครื่องหมาย +
- (ข) กระแส i_o ไหลออกจากโนด a ดังนั้น ค่าที่แทนในสมการต้องเป็นเครื่องหมาย -
- (ค) กระแส 10 A ไหลเข้าโนด a ดังนั้น ค่าที่แทนในสมการต้องเป็นเครื่องหมาย +

จากการกำหนดเครื่องหมายกระแสข้างต้น สมการกฎกระแสของเคอร์ชอฟฟ์ที่โหนด a คือ

$$\begin{aligned}\sum_{n=1}^3 i_n &= 0 \\ 0.5i_o - i_o + 10 &= 0 \\ (0.5 - 1)i_o &= -10 \\ i_o &= \frac{-10}{0.5 - 1} \\ &= 20 \text{ A}\end{aligned}$$

ตอบ

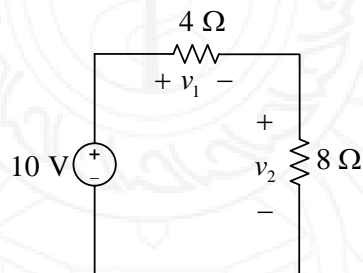
จากกฎของโอห์ม แรงดัน v_o มีค่าเท่ากับ

$$v_o = Ri_o = (8)(20) = 160 \text{ V}$$

ตอบ

ตัวอย่างที่ 2.11

จากวงจรในรูปที่ 2.27 จงใช้กฎแรงดันของเคอร์ชอฟฟ์คำนวณหา v_1 และ v_2



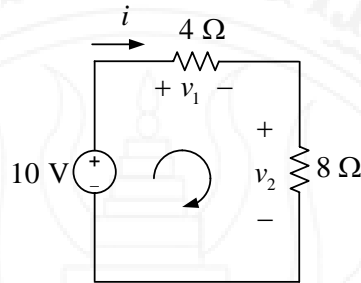
รูปที่ 2.27 สำหรับตัวอย่างที่ 2.11

วิธีทำ

พิจารณารูปที่ 2.27 แรงดัน v_1 และ v_2 หาได้จากกฎของโอห์ม ซึ่งหมายความว่า ต้องคำนวณหากระแสที่ไหลผ่านตัวต้านทานทั้งสองเสียก่อน เนื่องจากตัวต้านทานต่อกันแบบอนุกรม ดังนั้น กระแสที่ไหลผ่านย่อมมีค่าเท่ากัน ซึ่งกำหนดเป็นกระแส i ดังแสดงในรูปที่ 2.28 จากกฎของโอห์ม สมการคำนวณ v_1 และ v_2 คือ

$$v_1 = Ri = 4i \tag{1.23}$$

$$v_2 = R_2 i = 8i \quad (1.24)$$



รูปที่ 2.28 ทิศทางการวนรอบเพื่อสร้างสมการกฎแรงดันของเคอร์ชอฟฟ์

การกำหนดทิศทางวนรอบเพื่อสร้างสมการกฎแรงดันของเคอร์ชอฟฟ์แสดงในรูปที่ 2.28 การกำหนดเครื่องหมายของแรงดัน สำหรับแทนค่าในสมการกฎแรงดันของเคอร์ชอฟฟ์ มีรายละเอียดดังนี้

- (ก) วนรอบพบเครื่องหมาย - ของแรงดัน 10 V ก่อนเครื่องหมาย + ดังนั้น ค่าที่แทนในสมการต้องเป็นเครื่องหมาย -
- (ข) วนรอบพบเครื่องหมาย + ของแรงดัน v_1 ก่อนเครื่องหมาย - ดังนั้น ค่าที่แทนในสมการต้องเป็นเครื่องหมาย +
- (ค) วนรอบพบเครื่องหมาย + ของแรงดัน v_2 ก่อนเครื่องหมาย - ดังนั้น ค่าที่แทนในสมการต้องเป็นเครื่องหมาย +

จากการกำหนดเครื่องหมายแรงดัน แทนค่าแรงดัน 10 V และแรงดันจากสมการที่ (1.23) - (1.24) จะได้สมการกฎแรงดันของเคอร์ชอฟฟ์ดังนี้

$$\begin{aligned} \sum_{m=1}^3 v_m &= 0 \\ -10 + v_1 + v_2 &= 0 \\ 4i + 8i &= 10 \\ (4+8)i &= 10 \\ i &= \frac{10}{4+8} \\ &= 833.33 \text{ mA} \end{aligned} \quad (1.25)$$

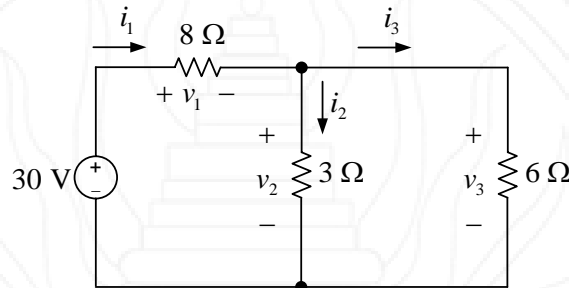
แทนค่า i ในสมการที่ (1.23) - (1.24) แรงดัน v_1 และ v_2 มีค่าเท่ากับ

$$v_1 = 4i = (4)(833.33 \times 10^{-3}) = 3.33 \text{ V} \quad \text{ตอบ}$$

$$v_2 = 8i = (8)(833.33 \times 10^{-3}) = 6.67 \text{ V} \quad \text{ตอบ}$$

ตัวอย่างที่ 2.12

จากวงจรในรูปที่ 2.29 จงใช้กฎกระแสและกฎแรงดันของเคอร์ชอฟฟ์คำนวณหากระแสและแรงดันทั้งหมดของวงจร



รูปที่ 2.29 สำหรับตัวอย่างที่ 2.12

วิธีทำ

พิจารณารูปที่ 2.27 แรงดันทั้งหมดหาได้จากกฎของโอห์ม สำหรับการคำนวณหากระแส ต้องเขียนสมการตามกฎแรงดันของเคอร์ชอฟฟ์สำหรับวงรอบออกมาเสียก่อน เมื่ออ้างอิงจากกฎของโอห์ม ตัวแปรของสมการผลบวกเชิงพีชคณิตของแรงดันคือกระแสที่ยังไม่ทราบค่า i_1 , i_2 และ i_3 จากสมการแรงดันดังกล่าวนี้ สามารถนำไปวิเคราะห์หาค่าผลเฉลยสำหรับกระแสทั้ง 3 ค่าได้ในที่สุด จากกฎของโอห์ม สมการคำนวณ v_1 , v_2 และ v_3 คือ

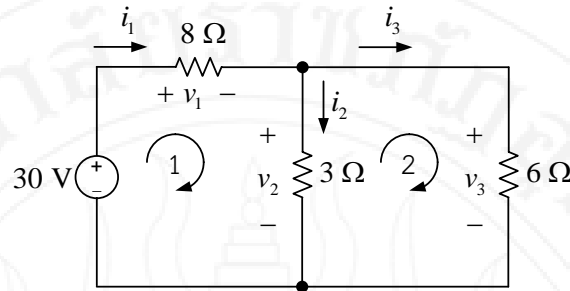
$$v_1 = R_1 i_1 = 8i_1 \quad (1.26)$$

$$v_2 = R_2 i_2 = 3i_2 \quad (1.27)$$

$$v_3 = R_3 i_3 = 6i_3 \quad (1.28)$$

กำหนดทิศทางการวนวงรอบและโนด a ดังรูปที่ 2.30 เพื่อใช้วิเคราะห์หาสมการกฎกระแสและแรงดันของเคอร์ชอฟฟ์ สมการกฎแรงดันของเคอร์ชอฟฟ์ที่วงรอบ 1 คือ

$$\begin{aligned} \sum_{m=1}^3 v_m &= 0 \\ -30 + v_1 + v_2 &= 0 \\ 8i_1 + 3i_2 &= 30 \end{aligned} \quad (1.29)$$



รูปที่ 2.30 การกำหนดทิศทางกรวนวงรอบและโนด a

สมการกฎแรงดันของเคอร์ชอฟฟ์ที่วงรอบ 2 คือ

$$\begin{aligned} \sum_{m=1}^2 v_m &= 0 \\ -v_2 + v_3 &= 0 \\ -3i_2 + 6i_3 &= 0 \\ \frac{-3i_2 + 6i_3}{3} &= \frac{0}{3} \\ -i_2 + 2i_3 &= 0 \end{aligned} \tag{1.30}$$

เมื่อพิจารณาสมการที่ (1.29) - (1.30) พบว่า เป็นสมการหลายชั้น 2 สมการ และมี 3 ตัวแปร ส่งผลให้ไม่สามารถคำนวณหาผลเฉลยได้ วิธีการแก้ปัญหานี้คือ กำจัดตัวแปรตัวใดตัวหนึ่งออกไปจากสมการ ในที่นี้ ตัวแปรที่ต้องการกำจัดคือ i_3 ดังนั้น ต้องวิเคราะห์หา i_3 ในพจน์ของ i_1 และ i_2 แล้วนำไปแทนค่าในสมการที่ (1.30) หลักการที่นำมาใช้เพื่อวิเคราะห์หา i_3 คือ สมการผลบวกเชิงพีชคณิตของกระแส กฎกระแสของเคอร์ชอฟฟ์ที่โนด a ดังนี้

$$\begin{aligned} \sum_{n=1}^3 i_n &= 0 \\ i_1 - i_2 - i_3 &= 0 \\ i_3 &= i_1 - i_2 \end{aligned} \tag{1.31}$$

แทนค่า i_3 ในสมการที่ (1.30) จะได้

$$\begin{aligned} -i_2 + 2i_3 &= 0 \\ -i_2 + 2(i_1 - i_2) &= 0 \\ 2i_1 - (1+2)i_2 &= 0 \\ 2i_1 - 3i_2 &= 0 \end{aligned} \tag{1.32}$$

เขียนสมการที่ (1.29) และสมการที่ (1.32) ในรูปของระบบสมการหลายชั้น จะได้

$$\begin{aligned} 8i_1 + 3i_2 &= 30 \\ 2i_1 - 3i_2 &= 0 \end{aligned} \quad (1.33)$$

เขียนสมการที่ (1.34) ในรูปของเมทริกซ์ จะได้

$$\begin{bmatrix} 8 & 3 \\ 2 & -3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 30 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (1.34)$$

จากหลักเกณฑ์ของคราเมอร์ ผลเฉลยของ i_1 และ i_2 มีค่าเท่ากับ

$$i_1 = \frac{\begin{vmatrix} 30 & 3 \\ 0 & -3 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 8 & 3 \\ 2 & -3 \end{vmatrix}} = \frac{(30)(-3) - (0)(3)}{(8)(-3) - (2)(3)} = 3 \text{ A} \quad \text{ตอบ}$$

$$i_2 = \frac{\begin{vmatrix} 8 & 30 \\ 2 & 0 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 8 & 3 \\ 2 & -3 \end{vmatrix}} = \frac{(8)(0) - (2)(30)}{(8)(-3) - (2)(3)} = 2 \text{ A} \quad \text{ตอบ}$$

แทนค่า i_1 และ i_2 ในสมการที่ (1.31) จะได้ i_3 มีค่าเท่ากับ

$$i_3 = i_1 - i_2 = 3 - 2 = 1 \text{ A} \quad \text{ตอบ}$$

แทนค่า i_1 , i_2 และ i_3 ในกฎของโอห์ม จะได้ค่า v_1 , v_2 และ v_3 ดังนี้

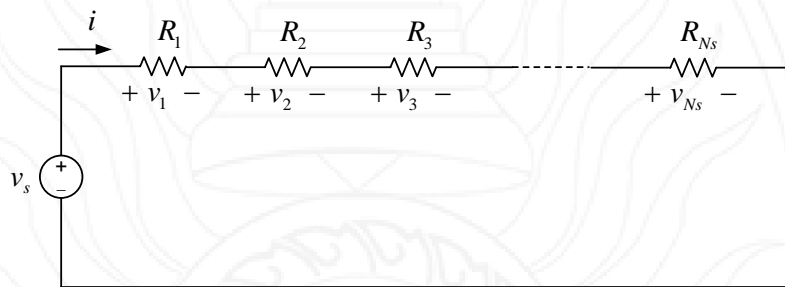
$$v_1 = 8i_1 = (8)(3) = 24 \text{ V} \quad \text{ตอบ}$$

$$v_2 = 3i_2 = (3)(2) = 6 \text{ V} \quad \text{ตอบ}$$

$$v_3 = 6i_3 = (6)(1) = 6 \text{ V} \quad \text{ตอบ}$$

2.6 ตัวต้านทานแบบอนุกรมและการแบ่งแรงดัน

ความซับซ้อนของวงจรเกิดจากการต่อกันขององค์ประกอบหลายตัว หากสามารถลดความซับซ้อนดังกล่าวได้ การวิเคราะห์วงจรจะมีความง่ายเพิ่มขึ้น การยุบรวมความต้านทาน เป็นวิธีการหนึ่งที่ช่วยให้จำนวนของตัวต้านทานลดลง ทำให้สามารถใช้กฎพื้นฐาน เช่น กฎของโอห์ม กฎของเคอร์ชอฟฟ์ เป็นต้น วิเคราะห์วงจรได้ พื้นฐานของการยุบรวมความต้านทาน หรือการคำนวณหาความต้านทานสมมูล มาจากกฎของเคอร์ชอฟฟ์ สำหรับความต้านทานสมมูลของตัวต้านทานที่ต่อกันแบบอนุกรม วิเคราะห์จากกฎแรงดันของเคอร์ชอฟฟ์ พิจารณาตัวต้านทานที่ต่อกันแบบอนุกรม N ตัวในรูปที่ 2.31



รูปที่ 2.31 ตัวต้านทานต่อกันแบบอนุกรม

สมการกฎแรงดันของเคอร์ชอฟฟ์สำหรับวงจรนี้คือ

$$\sum_{n=1}^N v_n = 0$$

$$-v_s + v_1 + v_2 + v_3 + \dots + v_N = 0 \tag{1.35}$$

จากกฎของโอห์ม แรงดันตกคร่อมตัวต้านทานมีค่าเท่ากับ Ri แทนในสมการที่ (1.35) จะได้

$$R_1 i_1 + R_2 i_2 + R_3 i_3 + \dots + R_N i_N = v_s \tag{1.36}$$

เนื่องจากกระแสขององค์ประกอบที่ต่อกันแบบอนุกรมจะมีค่าเท่ากัน กล่าวคือ

$$i_1 = i_2 = i_3 = \dots = i_N = i$$

แทนค่า i ลงในสมการที่ (1.36) จะได้

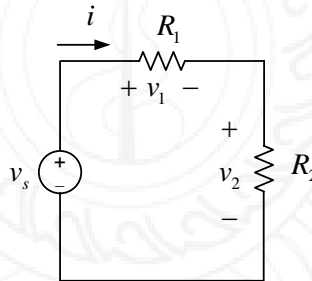
$$\begin{aligned} R_1 i + R_2 i + R_3 i + \dots + R_N i &= v_s \\ (R_1 + R_2 + R_3 + \dots + R_N) i &= v_s \\ R_{eq,s} i &= v_s \end{aligned} \quad (1.37)$$

จากสมการที่ (1.37) สมการคำนวณความต้านทานสมมูลของตัวต้านทานที่ต่อกันแบบอนุกรมคือ

$$R_{eq} = \sum_{n=1}^{N_s} R_n = R_1 + R_2 + R_3 + \dots + R_N \quad (1.38)$$

เมื่อ R_{eq} คือ ความต้านทานสมมูลของตัวต้านทานต่อแบบอนุกรม
 R_n คือ ความต้านทานลำดับที่ n
 N_s คือ จำนวนตัวต้านทานที่ต่อกันแบบอนุกรมทั้งหมด

กรณีที่ตัวต้านทานต่อกันแบบอนุกรม 2 ตัวดังรูปที่ 2.32



รูปที่ 2.32 วงจรตัวต้านทานต่ออนุกรมสองตัว

แรงดันตกคร่อมตัวต้านทานแต่ละตัวมีค่าดังสมการที่ (1.39) และสมการที่ (1.40)

$$v_1 = R_1 i \quad (1.39)$$

$$v_2 = R_2 i \quad (1.40)$$

สมการกฎแรงดันของเคอร์ชอฟฟ์คือ

$$-v_s + v_1 + v_2 = 0 \quad (1.41)$$

แทนค่า v_1 และ v_2 ในสมการที่ (1.41) จะได้

$$\begin{aligned} -v_s + R_1 i + R_2 i &= 0 \\ (R_1 + R_2) i &= v_s \\ i &= \frac{v_s}{R_1 + R_2} \end{aligned} \tag{1.42}$$

แทนค่ากระแสในสมการที่ (1.39) และสมการที่ (1.40) จะได้

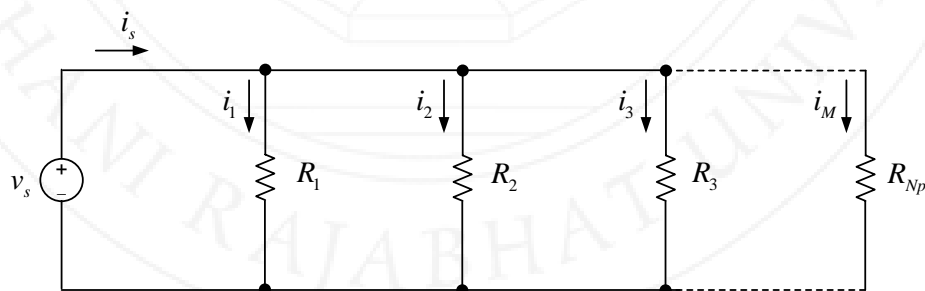
$$v_1 = \frac{R_1}{R_1 + R_2} v_s \tag{1.43}$$

$$v_2 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} v_s \tag{1.44}$$

จากสมการที่ (1.43) - (1.44) แรงแดันตกคร่อมตัวต้านทาน แปรผันตรงกับอัตราส่วนของความต้านทานตัวที่สนใจต่อความต้านทานสมมูลของวงจร หากความต้านทานมีค่ามาก แรงแดันตกคร่อมก็จะมีค่ามาก ในทางกลับกัน หากความต้านทานมีค่าต่ำ แรงแดันตกที่ตกคร่อมก็จะมีค่าต่ำด้วย สมการคำนวณแรงแดันตกคร่อมในสมการที่ (1.43) และสมการที่ (1.44) มีชื่อเรียกว่า หลักการของตัวแบ่งแรงแดัน (Rizzoni & Hartley, 2000) และวงจรในรูปที่ 2.32 มีชื่อเรียกว่า วงจรแบ่งแรงแดัน หลักการของตัวแบ่งแรงแดัน จะถูกนำไปใช้อย่างสม่ำเสมอเพื่อวิเคราะห์วงจรไฟฟ้า เป็นหลักการพื้นฐานสำคัญที่ต้องจดจำให้ได้ เช่นเดียวกับกับกฎของโอห์มและกฎของเคอร์ชอฟฟ์

2.7 ตัวต้านทานแบบขนานและการแบ่งกระแส

ความต้านทานสมมูลของตัวต้านทานที่ต่อกันแบบขนาน วิเคราะห์จากกฎกระแสของเคอร์ชอฟฟ์ พิจารณาตัวต้านทานที่ต่อกันแบบขนาน N_p ตัว ในรูปที่ 2.31



รูปที่ 2.33 ตัวต้านทานต่อกันแบบขนาน

สมการกฎกระแสของเคอร์ชอฟฟ์สำหรับวงจรนี้คือ

$$\sum_{m=1}^{N_p} i_m = 0$$

$$-i_s + i_1 + i_2 + i_3 + \dots + i_{N_p} = 0 \quad (1.45)$$

จากกฎของโอห์ม กระแสไหลผ่านตัวต้านทานมีค่าเท่ากับ $\frac{v}{R}$ แทนในสมการที่ (1.45) จะได้

$$\frac{v_1}{R_1} + \frac{v_2}{R_2} + \frac{v_3}{R_3} + \dots + \frac{v_{N_p}}{R_{N_p}} = i_s \quad (1.46)$$

เนื่องจากแรงดันตกคร่อมขององค์ประกอบที่ต่อกันแบบขนานจะมีค่าเท่ากัน สมการที่ (1.46) จึงเปลี่ยนรูปดังนี้

$$\frac{v_s}{R_1} + \frac{v_s}{R_2} + \frac{v_s}{R_3} + \dots + \frac{v_s}{R_{N_p}} = i_s$$

$$\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \dots + \frac{1}{R_{N_p}} \right) v_s = i_s$$

$$v_s = \frac{i_s}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \dots + \frac{1}{R_{N_p}}}$$

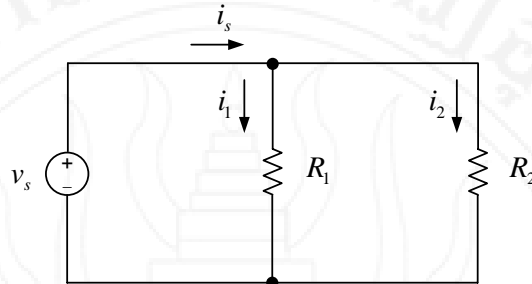
$$v_s = R_{eq} i_s \quad (1.47)$$

จากสมการที่ (1.47) สมการคำนวณความต้านทานสมมูลของตัวต้านทานที่ต่อกันแบบขนานคือ

$$R_{eq} = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \dots + \frac{1}{R_{N_p}}} \quad (1.48)$$

เมื่อ R_{eq} คือ ความต้านทานสมมูลของตัวต้านทานต่อแบบขนาน
 N_p คือ จำนวนตัวต้านทานที่ต่อกันแบบขนานทั้งหมด

กรณีที่ตัวต้านทานต่อกันแบบขนาน 2 ตัว ดังรูปที่ 2.34



รูปที่ 2.34 วงจรต่อขนานตัวต้านทานสองตัว

สมการคำนวณความต้านทานสมมูลคือ

$$R_{eq} = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}} = \frac{1}{\frac{R_1 + R_2}{R_1 R_2}} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \quad (1.49)$$

สิ่งที่ต้องจดจำไว้คือ สมการที่ (1.49) ประยุกต์ใช้กับกรณีตัวต้านทานสองตัวต่อกันแบบขนานเท่านั้น จากรูปที่ 2.34 กระแสไหลผ่านตัวต้านทานแต่ละตัวมีค่าดังสมการที่ (1.50) และสมการที่ (1.51)

$$i_1 = \frac{v_s}{R_1} \quad (1.50)$$

$$i_2 = \frac{v_s}{R_2} \quad (1.51)$$

จากกฎกระแสของเคอร์ชอฟฟ์ จะได้

$$i_s - i_1 - i_2 = 0 \quad (1.52)$$

แทนค่า i_1 และ i_2 ในสมการที่ (1.52) จะได้

$$\begin{aligned} i_s - \frac{v_s}{R_1} - \frac{v_s}{R_2} &= 0 \\ \frac{v_s}{R_1} + \frac{v_s}{R_2} &= i_s \end{aligned} \quad (1.53)$$

จัดพจน์ใหม่ จะได้

$$\begin{aligned} \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right) v_s &= i_s \\ v_s &= \frac{i_s}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}} \\ &= \frac{i_s}{\frac{R_1 + R_2}{R_1 R_2}} \\ &= \left(\frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}\right) i_s \end{aligned} \quad (1.54)$$

แทนค่าแรงดันจากสมการที่ (1.54) ในสมการที่ (1.50) และสมการที่ (1.51) จะได้

$$i_1 = \frac{\left(\frac{R_1 R_2}{R_2 + R_1}\right) i_s}{R_1} = \frac{R_1 R_2}{R_1 (R_2 + R_1)} i_s = \frac{R_2}{R_1 + R_2} i_s \quad (1.55)$$

$$i_2 = \frac{\left(\frac{R_1 R_2}{R_2 + R_1}\right) i_s}{R_2} = \frac{R_1 R_2}{R_2 (R_2 + R_1)} i_s = \frac{R_1}{R_1 + R_2} i_s \quad (1.56)$$

สมการคำนวณกระแสในสมการที่ (1.55) และสมการที่ (1.56) มีชื่อเรียกว่า หลักการของตัวแบ่งกระแส และวงจรในรูปที่ 2.34 มีชื่อเรียกว่า วงจรแบ่งกระแส (Rizzoni & Hartley, 2000)

ความต้านทานสมมูลของวงจรตัวต้านทานแบบขนาน สามารถคำนวณได้จากความนำ ซึ่งมีรูปแบบการคำนวณที่ง่ายกว่าการคำนวณจากความต้านทานโดยตรง จากสมการที่ (1.48) เมื่อแทนค่าความนำ $G = \frac{1}{R}$ จะได้

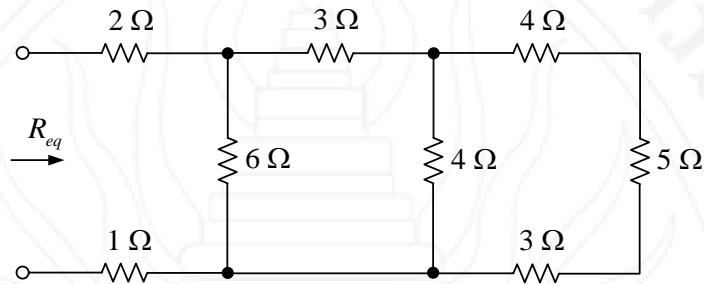
$$G_{eq} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \dots + \frac{1}{R_{Np}} \quad (1.57)$$

$$R_{eq} = \frac{1}{G_{eq}} \quad (1.58)$$

เมื่อ G_{eq} คือ ความนำสมมูลของตัวต้านทานต่อแบบขนาน

ตัวอย่างที่ 2.13

จากวงจรในรูปที่ 2.35 จงคำนวณหาความต้านทานสมมูล R_{eq}



รูปที่ 2.35 วงจรสำหรับตัวอย่างที่ 2.13

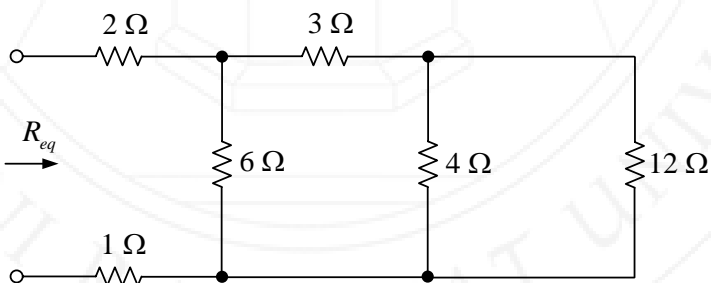
วิธีทำ

พิจารณา $4\ \Omega$ $5\ \Omega$ และ $3\ \Omega$ ด้านขวาของวงจรซึ่งต่อกันแบบอนุกรม จากสมการที่ (1.38) ความต้านทานสมมูลมีค่าเท่ากับ

$$R_{eq1} = R_1 + R_2 + R_3 = 4 + 5 + 3 = 12\ \Omega \quad (1.59)$$

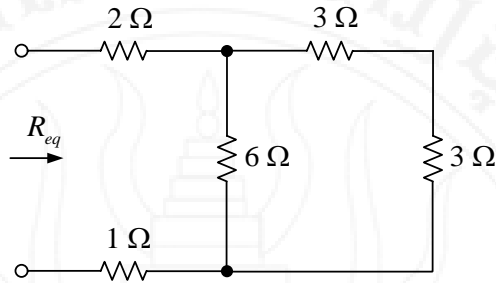
ทอพอโลยีหลังยุบรวม $4\ \Omega$ $5\ \Omega$ และ $3\ \Omega$ แสดงดังรูปที่ 2.36 พิจารณา $4\ \Omega$ และ $12\ \Omega$ ซึ่งต่อกันแบบขนาน จากสมการที่ (1.49) ความต้านทานสมมูลมีค่าเท่ากับ

$$R_{eq2} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = \frac{4 \times 12}{4 + 12} = 3\ \Omega \quad (1.60)$$



รูปที่ 2.36 ทอพอโลยีของวงจรหลังยุบรวม $4\ \Omega$ $5\ \Omega$ และ $3\ \Omega$

ทอพอโลยีหลังยุบรวม 4 Ω และ 12 Ω แสดงดังรูปที่ 2.37



รูปที่ 2.37 ทอพอโลยีของวงจรหลังยุบรวม 4 Ω และ 12 Ω

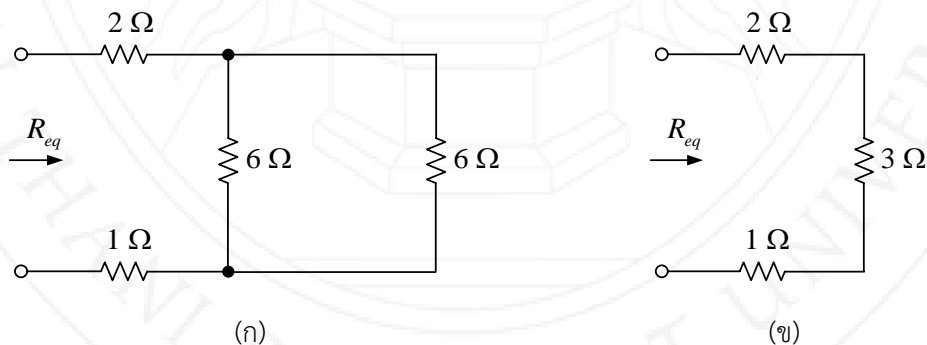
พิจารณาตัวต้านทาน 3 Ω ด้านขวาทั้งสองตัวซึ่งต่อกันแบบอนุกรม จากสมการที่ (1.38) ความต้านทานสมมูลมีค่าเท่ากับ

$$R_{eq3} = R_1 + R_2 = 3 + 3 = 6 \Omega \quad (1.61)$$

ทอพอโลยีหลังยุบรวมตัวต้านทาน 3 Ω สองตัวแสดงดังรูปที่ 2.38-(ก) พิจารณาตัวต้านทาน 6 Ω ด้านขวาของวงจรทั้งสองตัวซึ่งต่อกันแบบขนาน จากสมการที่ (1.49) ความต้านทานสมมูลมีค่าเท่ากับ

$$R_{eq4} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = \frac{6 \times 6}{6 + 6} = 3 \Omega \quad (1.62)$$

ทอพอโลยีหลังยุบรวมตัวต้านทาน 6 Ω ด้านขวาของวงจรทั้งสองตัว แสดงดังรูปที่ 2.38-(ข)



รูปที่ 2.38 ทอพอโลยีของวงจร

(ก) หลังยุบรวม 4 Ω และ 12 Ω

(ข) หลังยุบรวม 3 Ω และ 3 Ω

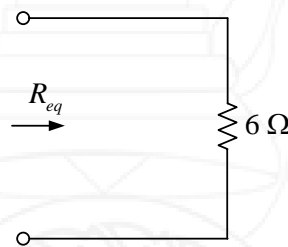
พิจารณา $2\ \Omega$ $3\ \Omega$ และ $1\ \Omega$ ซึ่งต่อกันแบบอนุกรม จากสมการที่ (1.38) ความต้านทานสมมูลมีค่าเท่ากับ

$$R_{eq5} = R_1 + R_2 + R_2 = 2 + 3 + 1 = 6\ \Omega \quad (1.63)$$

ดังนั้น ความต้านทานสมมูลของวงจรมีค่าเท่ากับ R_{eq} ดังแสดงใน

$$R_{eq} = R_{eq5} = 6\ \Omega$$

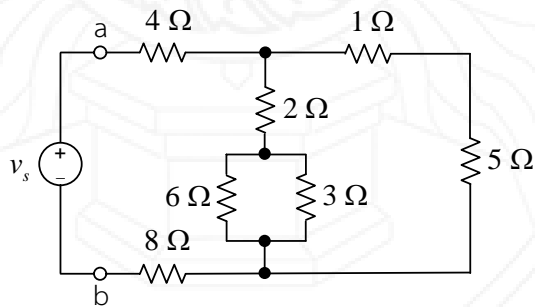
ตอบ



รูปที่ 2.39 ทอพอโลยีของวงจรหลังยุบรวมตัวต้านทานทั้งหมด

ตัวอย่างที่ 2.14

จากวงจรในรูปที่ 2.40 จงคำนวณหาความต้านทานสมมูลระหว่างขั้ว a-b



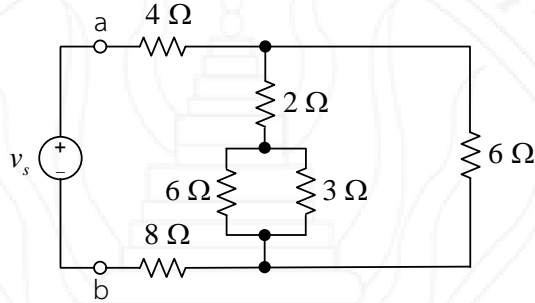
รูปที่ 2.40 วงจรสำหรับตัวอย่างที่ 2.14

วิธีทำ

พิจารณา $1\ \Omega$ และ $5\ \Omega$ ซึ่งต่อกันแบบอนุกรม จากสมการที่ (1.38) ความต้านทานสมมูลมีค่าเท่ากับ

$$R_{eq1} = R_1 + R_2 = 1 + 5 = 6 \Omega \quad (1.64)$$

ทอพอโลยีหลังยุบรวม 1Ω และ 5Ω แสดงดังรูปที่ 2.41

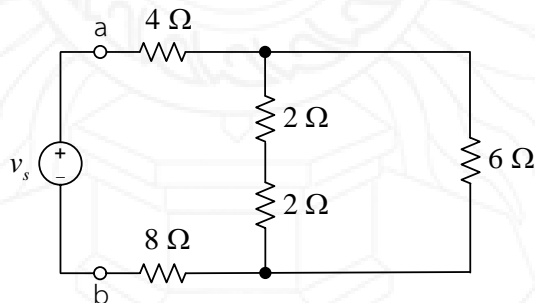


รูปที่ 2.41 ทอพอโลยีของวงจรหลังยุบรวม 1Ω และ 5Ω

พิจารณา 6Ω และ 3Ω ซึ่งต่อกันแบบขนาน จากสมการที่ (1.49) ความต้านทานสมมูลมีค่าเท่ากับ

$$R_{eq2} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = \frac{6 \times 3}{6 + 3} = 2 \Omega \quad (1.65)$$

ทอพอโลยีหลังยุบรวม 6Ω และ 3Ω แสดงดังรูปที่ 2.42

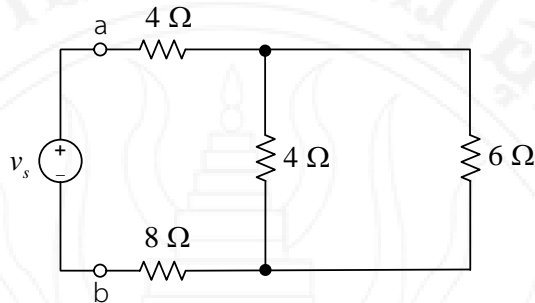


รูปที่ 2.42 ทอพอโลยีของวงจรหลังยุบรวม 6Ω และ 3Ω

พิจารณา 2Ω ซึ่งต่อกันแบบอนุกรม จากสมการที่ (1.38) ความต้านทานสมมูลมีค่าเท่ากับ

$$R_{eq3} = R_1 + R_2 = 2 + 2 = 4 \Omega \quad (1.66)$$

ทอพอโลยีหลังยุบรวมตัวต้านทาน 2 Ω แสดงดังรูปที่ 2.41

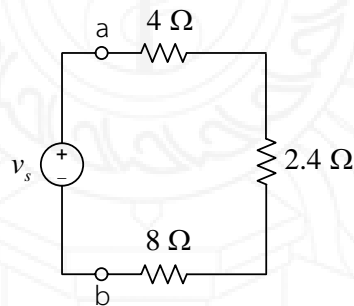


รูปที่ 2.43 ทอพอโลยีของวงจรหลังยุบรวมตัวต้านทาน 2 Ω

พิจารณา 4 Ω และ 6 Ω ซึ่งต่อกันแบบขนาน จากสมการที่ (1.49) ความต้านทานสมมูลมีค่าเท่ากับ

$$R_{eq4} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = \frac{(4)(6)}{4 + 6} = \frac{24}{10} = 2.4 \Omega \quad (1.67)$$

ทอพอโลยีหลังยุบรวม 4 Ω และ 6 Ω แสดงดังรูปที่ 2.44

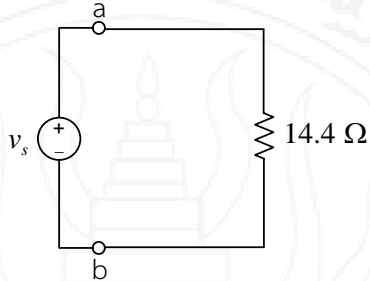


รูปที่ 2.44 ทอพอโลยีของวงจรหลังยุบรวม 4 Ω และ 6 Ω

พิจารณา 4 Ω 2.4 Ω และ 8 Ω ซึ่งต่อกันแบบอนุกรม จากสมการที่ (1.38) ความต้านทานสมมูลมีค่าเท่ากับ

$$R_{eq5} = R_1 + R_2 + R_3 = 4 + 2.4 + 8 = 14.4 \Omega \quad (1.68)$$

ทอพอโลยีหลังยุบรวมตัวต้านทาน 4Ω 2.4Ω และ 8Ω แสดงดังรูปที่ 2.45



รูปที่ 2.45 ทอพอโลยีของวงจรหลังยุบรวมตัวต้านทาน 4Ω 2.4Ω และ 8Ω

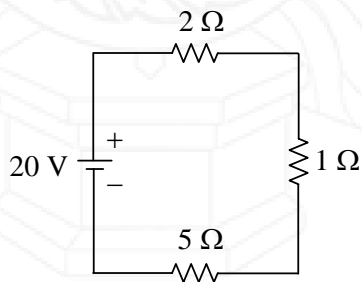
เมื่อพิจารณาวงจรในรูปที่ 2.45 ความต้านทานสมมูลระหว่างขั้ว a-b จึงมีค่าเท่ากับ

$$R_{ab} = 14.4 \Omega$$

ตอบ

ตัวอย่างที่ 2.15

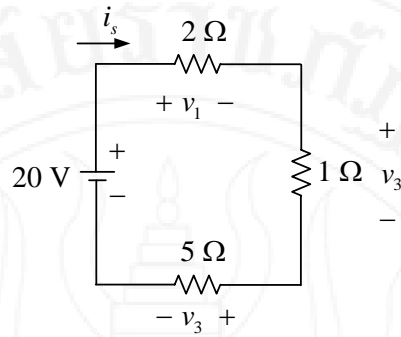
จากวงจรในรูปที่ 2.46 จงคำนวณหากระแสที่จ่ายโดยแบตเตอรี่ แรงดันตกคร่อมตัวต้านทาน และกำลังที่สูญเสียในตัวต้านทานแต่ละตัว (Boylestad, 2002)



รูปที่ 2.46 วงจรสำหรับตัวอย่างที่ 2.15

วิธีทำ

กำหนดทิศทางกระแส และขั้วของแรงดันตกคร่อมตามกฎของโอห์ม ดังแสดงในรูปที่ 2.47

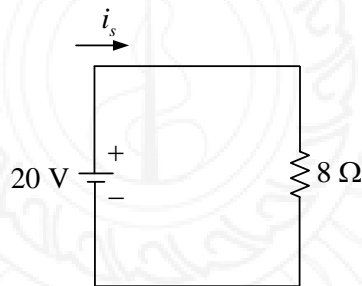


รูปที่ 2.47 สำหรับตัวอย่างที่ 2.15

ยุบรวมตัวต้านทานอนุกรมทั้ง 3 ตัวจะได้

$$R_{eq} = 2 + 1 + 5 = 8 \Omega \quad (1.69)$$

ทอพอโลยีวงจรผลลัพธ์แสดงในรูปที่ 2.48



รูปที่ 2.48 ทอพอโลยีวงจรเมื่อยุบรวมตัวต้านทาน

จากกฎของโอห์ม กระแสที่จ่ายโดยแบตเตอรี่จึงมีค่าเท่ากับ

$$i_s = \frac{v}{R_{eq}} = \frac{20}{8} = 2.5 \text{ A}$$

ตอบ

เนื่องจากตัวต้านทานทั้ง 3 ตัวนี้ต่อกันแบบอนุกรม ดังนั้น กระแสที่ไหลผ่านจึงมีค่าเท่ากันทุกตัว จากกฎของโอห์ม แรงดันตกคร่อมตัวต้านทานแต่ละตัวจึงมีค่าเท่ากับ

$$v_1 = R_1 i_1 = 2 \times 2.5 = 5 \text{ V}$$

$$v_2 = R_2 i_2 = 1 \times 2.5 = 2.5 \text{ V}$$

$$v_3 = R_3 i_3 = 5 \times 2.5 = 12.5 \text{ V}$$

ตอบ

กำลังที่สูญเสียบนตัวต้านทานแต่ละตัวมีค่าเท่ากับ

$$p_1 = v_1 i_1 = 5 \times 2.5 = 12.5 \text{ W}$$

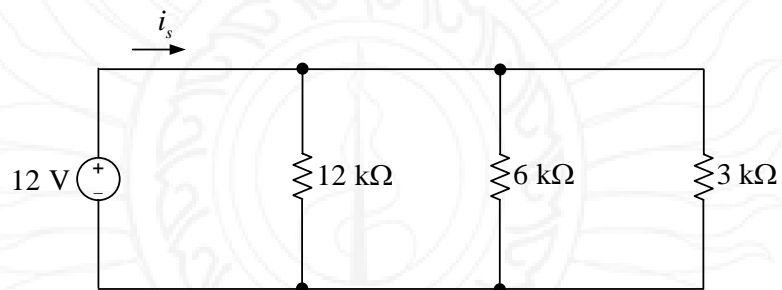
$$p_2 = v_2 i_2 = 2.5 \times 2.5 = 6.25 \text{ W}$$

$$p_3 = v_3 i_3 = 12.5 \times 2.5 = 31.25 \text{ W}$$

ตอบ

ตัวอย่างที่ 2.16

จากวงจรในรูปที่ 2.46 จงคำนวณหากระแสที่จ่ายโดยแหล่งกำเนิดแรงดัน 12 V



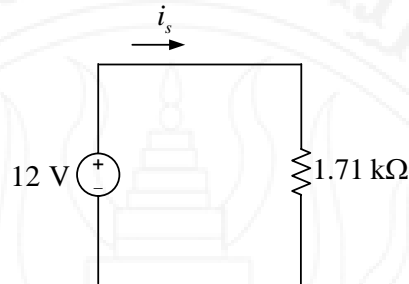
รูปที่ 2.49 วงจรสำหรับตัวอย่างที่ 2.16

วิธีทำ

ยุบรวมตัวต้านทานขนานทั้ง 3 ตัวจะได้

$$R_{eq} = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}} = \frac{1}{\frac{1}{12 \times 10^3} + \frac{1}{6 \times 10^3} + \frac{1}{3 \times 10^3}} = 1.71 \text{ k}\Omega \quad (1.70)$$

ทอพอโลยีวงจรผลลัพธ์แสดงในรูปที่ 2.58



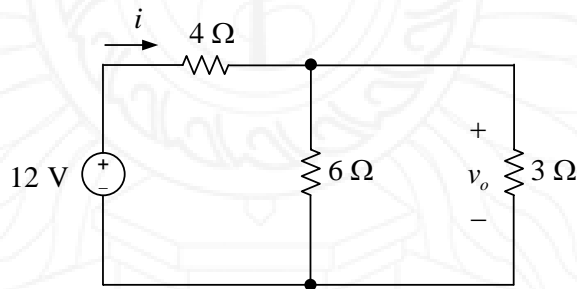
รูปที่ 2.50 ทอพอโลยีวงจรเมื่อยุบรวมตัวต้านทานทั้งหมด

จากกฎของโอห์ม กระแสที่จ่ายโดยแบตเตอรี่จึงมีค่าเท่ากับ $i_s = \frac{v}{R_{eq}} = \frac{20}{8} = 2.5 \text{ A}$

ตอบ

ตัวอย่างที่ 2.17

จากวงจรในรูปที่ 2.51 จงคำนวณหากระแส i และแรงดัน v_o



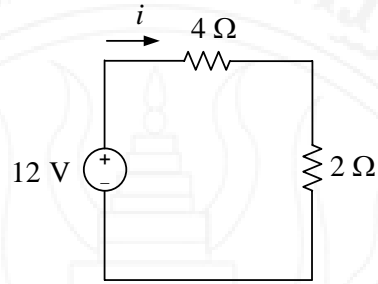
รูปที่ 2.51 วงจรสำหรับตัวอย่างที่ 2.17

วิธีทำ

ยุบรวมตัวต้านทานขนาน 6Ω และ 3Ω จะได้

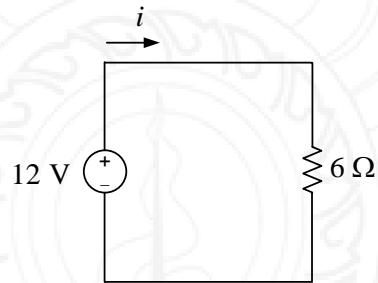
$$R_{eq1} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = \frac{6 \times 3}{6 + 3} = 2 \Omega \tag{1.71}$$

ทอพอโลยีวงจรผลลัพธ์แสดงในรูปที่ 2.58



รูปที่ 2.52 ทอพอโลยีวงจรเมื่อยุบรวม $6\ \Omega$ และ $3\ \Omega$

ยุบรวมตัวต้านทานขนาน $4\ \Omega$ และ $2\ \Omega$ จะได้ $R_{eq2} = R_1 + R_2 = 4 + 2 = 6\ \Omega$ ทอพอโลยีวงจรผลลัพธ์แสดงในรูปที่ 2.53

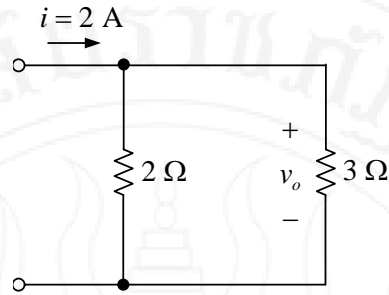


รูปที่ 2.53 ทอพอโลยีวงจรเมื่อยุบรวม $4\ \Omega$ และ $2\ \Omega$

จากกฎของโอห์ม กระแส i จึงมีค่าเท่ากับ

$$i = \frac{v}{R_{eq2}} = \frac{12}{6} = 2\ \text{A} \quad (1.72)$$

เมื่อพิจารณาย้อนกลับไปที่วงจรในรูปที่ 2.51 พบว่า กระแส $i = 2\ \text{A}$ คือค่าที่ไหลผ่านตัวต้านทาน $4\ \Omega$ และแบ่งไหลผ่านตัวต้านทาน $6\ \Omega$ และ $3\ \Omega$ ดังแสดงวงจรในรูปที่ 2.54



รูปที่ 2.54 วงจรแบ่งไหลกระแส $i = 2\text{ A}$

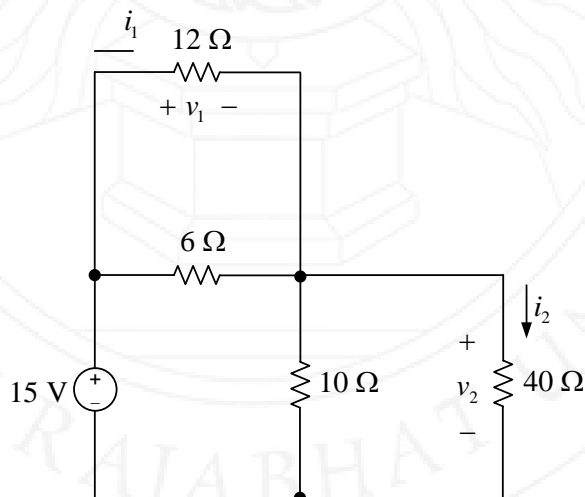
จากหลักการแบ่งกระแสกระแส กระแสที่ไหลผ่านตัวต้านทาน $3\ \Omega$ มีค่าเท่ากับ

$$i_{3\Omega} = \frac{6\ \Omega}{6\ \Omega + 3\ \Omega} \times 2\ \text{A} = \frac{4}{3}\ \text{A} \quad (1.73)$$

จากกฎของโอห์ม แรงดัน v_o จึงมีค่าเท่ากับ $v_o = 3 \times \frac{4}{3} = 4\ \text{V}$ ตอบ

ตัวอย่างที่ 2.18

จากวงจรในรูปที่ 2.55 จงคำนวณหา i_1 i_2 v_1 และ v_2 พร้อมทั้งคำนวณหาค่ากำลังที่สูญเสียไปกับตัวต้านทาน $12\ \Omega$ และ $40\ \Omega$



รูปที่ 2.55 วงจรสำหรับตัวอย่างที่ 2.18

วิธีทำ

ยุบรวมตัวต้านทานขนาน $12 \Omega \parallel 6 \Omega$ และ $10 \Omega \parallel 40 \Omega$ จะได้

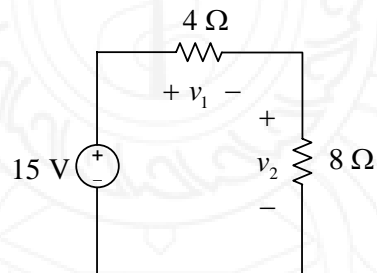
$$R_{eq1} = \frac{12 \times 6}{12 + 6} = 4 \Omega \quad (1.74)$$

$$R_{eq2} = \frac{10 \times 40}{10 + 40} = 8 \Omega \quad (1.75)$$

ทอพอโลยีวงจรผลลัพธ์แสดงในรูปที่ 2.56 จากหลักการวงจรแบ่งแรงดัน แรงดันตกคร่อม 4Ω และ 8Ω จะได้ มีค่าเท่ากับ

$$v_{4\Omega} = \frac{4 \Omega}{4 \Omega + 8 \Omega} \times 15 \text{ V} = 5 \text{ V} \quad (1.76)$$

$$v_{8\Omega} = \frac{8 \Omega}{4 \Omega + 8 \Omega} \times 15 \text{ V} = 10 \text{ V} \quad (1.77)$$



รูปที่ 2.56 ทอพอโลยีวงจรเมื่อยุบรวม $12 \Omega \parallel 6 \Omega$ และ $10 \Omega \parallel 40 \Omega$

ตัวต้านทานที่ต่อกันแบบขนานจะมีแรงดันตกคร่อมเท่ากัน ดังนั้น พิจารณาจากรูปที่ 2.55 จะได้

$$v_1 = v_{4\Omega} = 5 \text{ V}$$

ตอบ

$$v_2 = v_{8\Omega} = 10 \text{ V}$$

ตอบ

จากกฎของโอห์ม กระแส i_1 และ i_2 มีค่าเท่ากับ

$$i_1 = \frac{v_1}{12 \Omega} = \frac{5 \text{ V}}{12 \Omega} = 416.7 \text{ mA} \quad \text{ตอบ}$$

$$i_2 = \frac{v_2}{40 \Omega} = \frac{10 \text{ V}}{40 \Omega} = 250 \text{ mA} \quad \text{ตอบ}$$

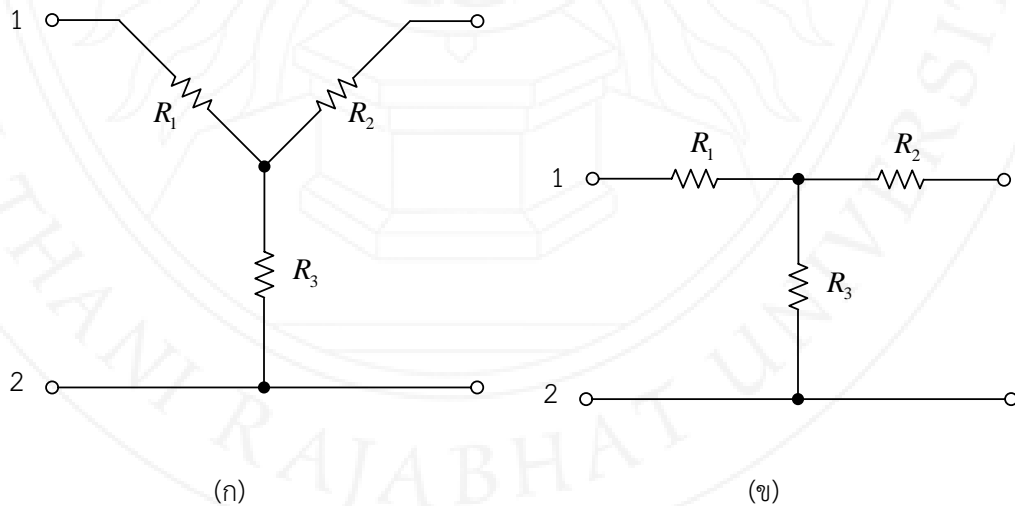
กำลังสูญเสียที่ตัวต้านทาน 12Ω และ 40Ω มีค่าเท่ากับ

$$P_{12\Omega} = Ri^2 = (12)(416.7 \times 10^{-3})^2 = 2.08 \text{ W} \quad \text{ตอบ}$$

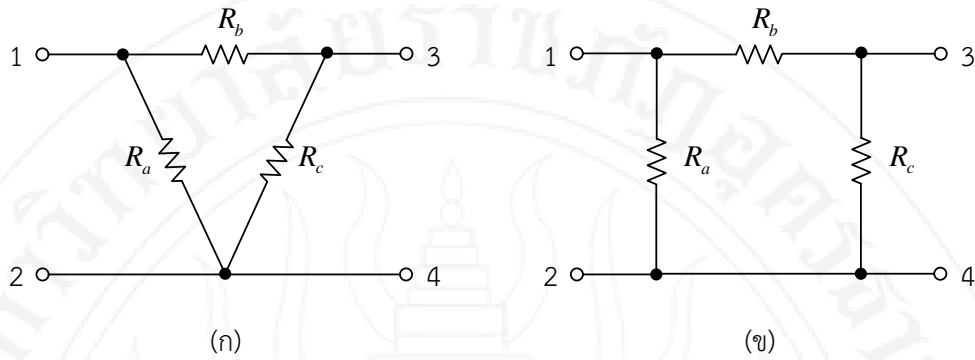
$$P_{40\Omega} = Ri^2 = (40)(250 \times 10^{-3})^2 = 2.5 \text{ mW} \quad \text{ตอบ}$$

2.8 การแปลงวงจรตัวต้านทานวาย-เดลต้า

การหาความต้านทานสมมูลของตัวต้านทานต่อแบบอนุกรมและขนาน เป็นวิธีการที่ช่วยให้การใช้กฎของโอห์มหรือกฎของเคอร์ชอฟฟ์มีความสะดวกมากขึ้น ทอพอโลยีอื่นของการต่อตัวต้านทานในวงจรไฟฟ้าคือ การต่อแบบวาย (Y) หรือที (T) แสดงในรูปที่ 2.57 และเดลต้า (Δ) หรือพาย (Π) ดังแสดงในรูปที่ 2.58 การวิเคราะห์หาสมการแปลงตัวต้านทานแบบวาย-เดลต้า ใช้หลักการอ้างอิงค่าความต้านทานระหว่างขั้วเดียวกัน ไม่ว่าจะเป็นการต่อแบบวายหรือเดลต้า ค่าความต้านทานระหว่างขั้วเดียวกันย่อมมีค่าเท่ากัน ดังสมการที่ (1.78)



รูปที่ 2.57 ทอพอโลยีของโครงข่ายที่เหมือนกัน (ก) Y (ข) T



รูปที่ 2.58 ทอพอโลยีของโครงข่ายที่เหมือนกัน (ก) Δ (ข) Π

$$\begin{aligned} R_{12}(Y) &= R_{12}(\Delta) \\ R_{13}(Y) &= R_{13}(\Delta) \\ R_{34}(Y) &= R_{34}(\Delta) \end{aligned} \tag{1.78}$$

เมื่อ $R_{km}(Y)$ คือ ความต้านทานสมมูลระหว่างขั้ว k-m ของตัวต้านทานต่อแบบวาย
 $R_{km}(\Delta)$ คือ ความต้านทานสมมูลระหว่างขั้ว k-m ของตัวต้านทานต่อแบบเดลต้า
 k, m คือ จำนวนเต็มเท่ากับ 1 2 และ 3

2.8.1 การแปลงเดลต้า-วาย

จากรูปที่ 2.57(ก) ระหว่างขั้ว 1-2 มีตัวต้านทาน R_1 และ R_3 ต่อกันแบบอนุกรม ในขณะที่ตัวต้านทาน R_2 ไม่ได้เป็นส่วนหนึ่งของวงจรความต้านทานสมมูลระหว่างขั้ว 1-2 หรือ $R_{12}(Y)$ จึงมีค่าเท่ากับ

$$R_{12}(Y) = R_1 + R_3 \tag{1.79}$$

ในทำนองเดียวกันสำหรับขั้ว 1-3 และขั้ว 3-4 ความต้านทานสมมูลมีค่าเท่ากับ

$$R_{13}(Y) = R_1 + R_2 \tag{1.80}$$

$$R_{34}(Y) = R_2 + R_3 \tag{1.81}$$

จากรูปที่ 2.58(ก) ระหว่างขั้ว 1-2 มีตัวต้านทาน R_b และ R_c ต่อกันแบบอนุกรม และตัวต้านทานทั้งสองนี้ต่อขนานกับ R_a และจากสมการที่ (1.78) ความต้านทานสมมูลระหว่างขั้ว 1-2 หรือ $R_{12}(\Delta)$ จึงมีค่าเท่ากับ

$$R_{12}(\Delta) = R_1 + R_3 = R_a \parallel (R_b + R_c) = \frac{R_a(R_b + R_c)}{R_a + R_b + R_c} \quad (1.82)$$

ในทำนองเดียวกันสำหรับขั้ว 1-3 และขั้ว 3-4 ความต้านทานสมมูลมีค่าเท่ากับ

$$R_{13}(\Delta) = R_1 + R_2 = R_b \parallel (R_a + R_c) = \frac{R_b(R_a + R_c)}{R_a + R_b + R_c} \quad (1.83)$$

$$R_{34}(\Delta) = R_2 + R_3 = R_c \parallel (R_a + R_b) = \frac{R_c(R_a + R_b)}{R_a + R_b + R_c} \quad (1.84)$$

สมการที่ (1.83) ลบสมการที่ (1.84) จะได้

$$\begin{aligned} (R_1 + R_2) - (R_2 + R_3) &= \frac{R_b(R_a + R_c)}{R_a + R_b + R_c} - \frac{R_c(R_a + R_b)}{R_a + R_b + R_c} \\ R_1 + R_2 - R_2 - R_3 &= \frac{R_a R_b + R_b R_c - R_a R_c + R_b R_c}{R_a + R_b + R_c} \\ R_1 - R_3 &= \frac{R_a R_b - R_a R_c}{R_a + R_b + R_c} \end{aligned} \quad (1.85)$$

สมการที่ (1.85) บวกสมการที่ (1.82) จะได้

$$\begin{aligned} (R_1 - R_3) + (R_1 + R_3) &= \frac{R_a R_b - R_a R_c}{R_a + R_b + R_c} + \frac{R_a(R_b + R_c)}{R_a + R_b + R_c} \\ R_1 - R_3 + R_1 + R_3 &= \frac{R_a R_b - R_a R_c + R_a R_b + R_a R_c}{R_a + R_b + R_c} \\ 2R_1 &= \frac{2R_a R_b}{R_a + R_b + R_c} \end{aligned}$$

$$R_1 = \frac{R_a R_b}{R_a + R_b + R_c} \quad (1.86)$$

สมการที่ (1.83) ลบสมการที่ (1.86) จะได้

$$(R_1 + R_2) - R_1 = \frac{R_b(R_a + R_c)}{R_a + R_b + R_c} - \frac{R_a R_b}{R_a + R_b + R_c}$$

$$R_1 + R_2 - R_1 = \frac{R_a R_b + R_b R_c - R_a R_b}{R_a + R_b + R_c}$$

$$R_2 = \frac{R_b R_c}{R_a + R_b + R_c} \quad (1.87)$$

สมการที่ (1.84) ลบสมการที่ (1.87) จะได้

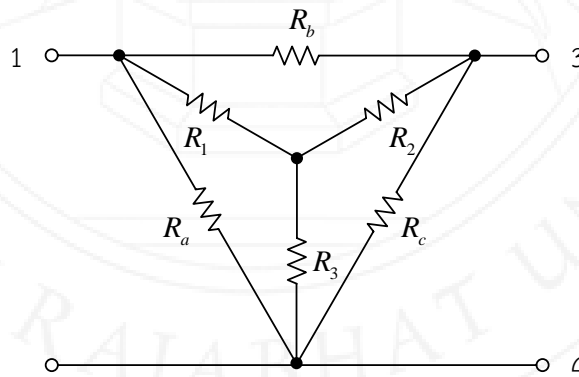
$$(R_2 + R_3) - R_2 = \frac{R_c(R_a + R_b)}{R_a + R_b + R_c} - \frac{R_b R_c}{R_a + R_b + R_c}$$

$$R_2 + R_3 - R_2 = \frac{R_a R_c + R_b R_c - R_b R_c}{R_a + R_b + R_c}$$

$$R_3 = \frac{R_a R_c}{R_a + R_b + R_c} \quad (1.88)$$

เพื่อความง่ายในการจำสูตรคำนวณ ขอให้พิจารณารูปที่ 2.59 นำไปประกอบการประยุกต์ใช้สมการที่ (1.86) - (1.88) ซึ่งมีข้อสรุปสำหรับช่วยจำสมการคำนวณดังนี้ (Alexander & Sadiku, 2009)

ความต้านทานของโครงข่ายที่ต่อแบบวายมีค่าเท่ากับ ผลคูณความต้านทานแบบเดลต้าที่ประชิดตัวต้านทานแบบวายที่ต้องการทราบค่าหารด้วยผลรวมของความต้านทานแบบเดลต้าทั้งหมด



รูปที่ 2.59 การเปรียบเทียบวงจรตัวต้านทานแบบวายและเดลต้า

2.8.2 การแปลงวาย-เดลต้า

การวิเคราะห์หาสมการแปลงวาย-เดลต้า ต้องใช้การดำเนินการระหว่างสมการที่ (1.86) - (1.88) เพื่อให้เหลือฟังก์ชันของ R_a , R_b หรือ R_c ที่ประกอบไปด้วยพจน์ของ R_1 , R_2 และ R_3 การดำเนินการดังกล่าวนี้ เริ่มต้นจากเอาสมการที่ (1.86) หาด้วยสมการที่ (1.87) จะได้

$$\begin{aligned} \frac{R_1}{R_2} &= \frac{\frac{R_a R_b}{R_a + R_b + R_c}}{\frac{R_b R_c}{R_a + R_b + R_c}} = \frac{R_a R_b}{R_a + R_b + R_c} \times \frac{R_a + R_b + R_c}{R_b R_c} = \frac{R_a}{R_c} \\ R_c &= \frac{R_2 R_a}{R_1} \end{aligned} \quad (1.89)$$

สมการที่ (1.87) หาด้วยสมการที่ (1.88) จะได้

$$\begin{aligned} \frac{R_2}{R_3} &= \frac{\frac{R_b R_c}{R_a + R_b + R_c}}{\frac{R_a R_c}{R_a + R_b + R_c}} = \frac{R_b R_c}{R_a + R_b + R_c} \times \frac{R_a + R_b + R_c}{R_a R_c} = \frac{R_b}{R_a} \\ R_b &= \frac{R_2 R_a}{R_3} \end{aligned} \quad (1.90)$$

แทนค่า R_b และ R_c ในสมการที่ (1.88) จะได้

$$R_3 = \frac{R_a \left(\frac{R_2 R_a}{R_1} \right)}{R_a + \frac{R_2 R_a}{R_3} + \left(\frac{R_2 R_a}{R_1} \right)} \quad (1.91)$$

คูณด้านขวาทั้งบนและล่างของสมการที่ (1.91) ด้วย $R_1 R_3$ ผลลัพธ์ที่ได้คือ

$$R_3 = \frac{R_a \left(\frac{R_2 R_a}{R_1} \right)}{R_a + \frac{R_2 R_a}{R_3} + \left(\frac{R_2 R_a}{R_1} \right)} \times \frac{R_1 R_3}{R_1 R_3} = \frac{R_2 R_3 R_a^2}{R_1 R_3 R_a + R_1 R_2 R_a + R_2 R_3 R_a} \quad (1.92)$$

คุณต้านขาทั้งบนและล่างของสมการที่ (1.92) ด้วย $\frac{1}{R_a}$ ผลลัพธ์ที่ได้คือ

$$R_3 = \frac{R_2 R_3 R_a}{R_1 R_3 + R_1 R_2 + R_2 R_3} \quad (1.93)$$

คูณด้านขวาและซ้ายของสมการที่ (1.93) ด้วย $\frac{1}{R_3}$ ผลลัพธ์ที่ได้คือ

$$1 = \frac{R_2 R_a}{R_1 R_3 + R_1 R_2 + R_2 R_3} \quad (1.94)$$

จัดพจน์สำหรับสมการที่ (1.94) ใหม่จะได้

$$R_a = \frac{R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3}{R_2} \quad (1.95)$$

แทนค่า R_a ในสมการที่ (1.90) จะได้

$$R_b = \frac{R_2 \left(\frac{R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3}{R_2} \right)}{R_3} = \frac{R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3}{R_3} \quad (1.96)$$

แทนค่า R_a ในสมการที่ (1.89) จะได้

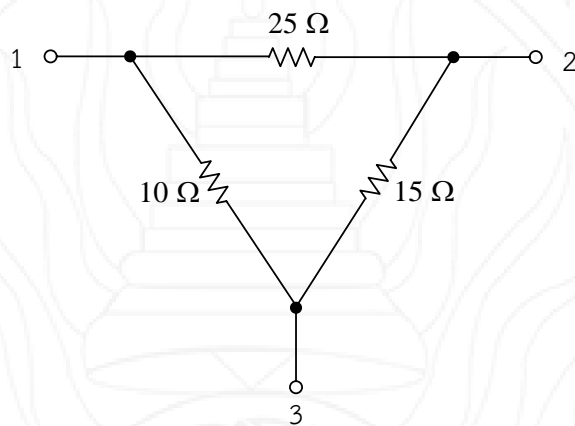
$$R_c = \frac{R_2 \left(\frac{R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3}{R_2} \right)}{R_1} = \frac{R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3}{R_1} \quad (1.97)$$

เมื่อพิจารณาสมการที่ (1.95) - (1.97) ประกอบกับวงจรในรูปที่ 2.59 ทำให้สามารถสรุปหลักการจำสมการคำนวณได้ดังนี้ (Alexander & Sadiku, 2009)

ความต้านทานของโครงข่ายที่ต่อแบบเดลต้ามีค่าเท่ากับ ผลรวมของผลคูณจับคู่ความต้านทานแบบววาย ทหารด้วยความต้านทานแบบววายที่อยู่ตรงกันข้ามตัวต้านทานแบบเดลต้าที่ต้องการทราบค่า

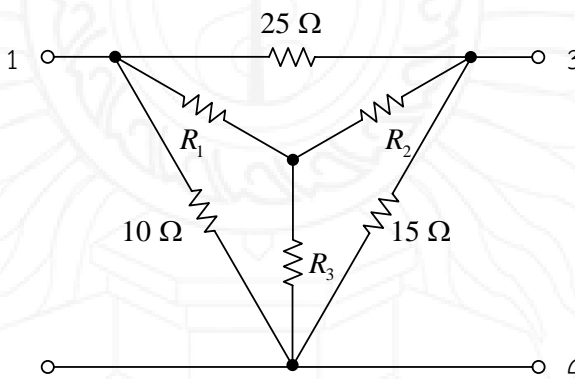
ตัวอย่างที่ 2.19

จากวงจรในรูปที่ 2.60 จงแปลงให้เป็นการต่อแบบวาย (Alexander & Sadiku, 2009)



รูปที่ 2.60 วงจรสำหรับตัวอย่างที่ 2.19

วิธีทำ



รูปที่ 2.61 วงจรช่วยทบทวนสมการการแปลงเดลต้า-วาย

พิจารณารูปที่ 2.61 และจากสมการที่ (1.86) - (1.88) จะได้

$$R_1 = \frac{R_a R_b}{R_a + R_b + R_c} = \frac{(10)(25)}{10 + 25 + 13} = 5 \Omega$$

ตอบ

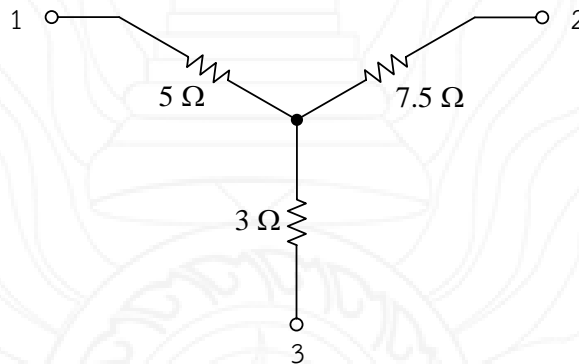
$$R_2 = \frac{R_b R_c}{R_a + R_b + R_c} = \frac{(25)(15)}{10 + 25 + 13} = 7.5 \Omega$$

ตอบ

$$R_3 = \frac{R_a R_c}{R_a + R_b + R_c} = \frac{(10)(15)}{10 + 25 + 13} = 3 \Omega$$

ตอบ

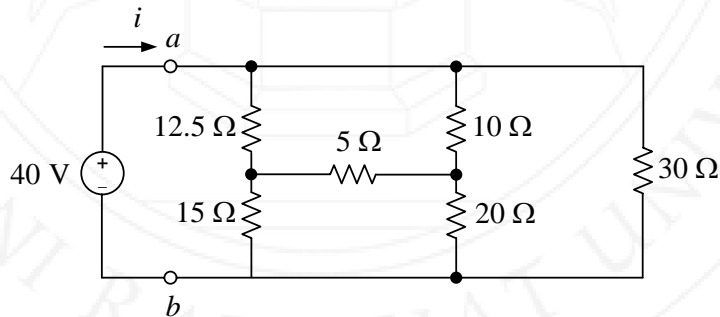
โครงข่ายแบบวายมีทอพอโลยีดังรูปที่ 2.62



รูปที่ 2.62 ทอพอโลยีของโครงข่ายแบบวาย

ตัวอย่างที่ 2.20

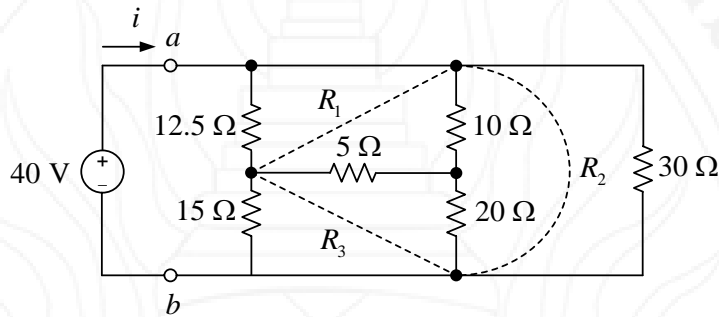
จากวงจรในรูปที่ 2.63 วงจรสำหรับตัวอย่างที่ 2.20 จงคำนวณหาความต้านทานสมมูลระหว่างขั้ว a-b และกระแส i



รูปที่ 2.63 วงจรสำหรับตัวอย่างที่ 2.20

วิธีทำ

พิจารณาตัวต้านทาน $5\ \Omega$ $10\ \Omega$ และ $20\ \Omega$ พบว่า เป็นการต่อแบบววาย หากแปลงเป็นการต่อแบบเดลต้า จะได้ตัวต้านทานขนาดดังแสดงเป็นเส้นประในรูปที่ 2.64 ซึ่งจะช่วยให้สามารถคำนวณหาความต้านทานสมมูลแบบขนานได้



รูปที่ 2.64 ตำแหน่งตัวต้านทานที่ต่อแบบเดลต้า

จากรูปที่ 2.64 ตัวต้านทานที่อยู่ตรงกันข้าม R_1 คือ $20\ \Omega$ จากสมการที่ (1.95) - (1.97) จะได้

$$R_1 = \frac{(5)(10) + (5)(20) + (10)(20)}{20} = 17.5\ \Omega \quad (1.98)$$

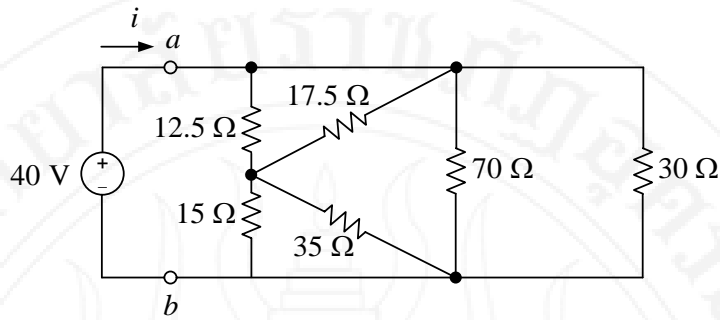
ในการทำงานเดียวกันสำหรับ R_2 และ R_3

$$R_2 = \frac{(5)(10) + (5)(20) + (10)(20)}{5} = 70\ \Omega \quad (1.99)$$

$$R_3 = \frac{(5)(10) + (5)(20) + (10)(20)}{10} = 35\ \Omega \quad (1.100)$$

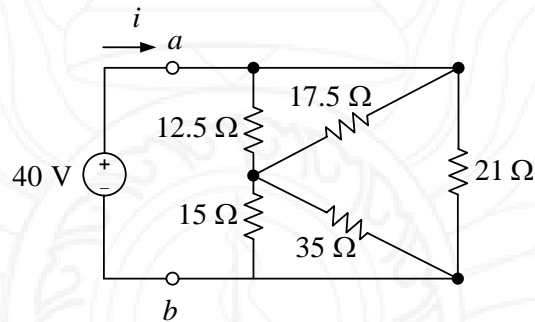
วงจรสมมูลหลังแปลงจากการต่อแบบววายเป็นเดลต้า มีทอพอโลยีดังรูปที่ 2.65 พิจารณา $70\ \Omega$ และ $30\ \Omega$ ซึ่งต่อกันแบบขนาน ความต้านทานสมมูลมีค่าเท่ากับ

$$R_{eq1} = \frac{(70)(30)}{70 + 30} = 21\ \Omega \quad (1.101)$$



รูปที่ 2.65 วงจรสมมูลหลังแปลงจากการต่อแบบวายเป็นเซลล์ต้า

ทอพอโลยีหลังยุบรวมตัวต้านทาน $70\ \Omega$ และ $30\ \Omega$ แสดงดังรูปที่ 2.66

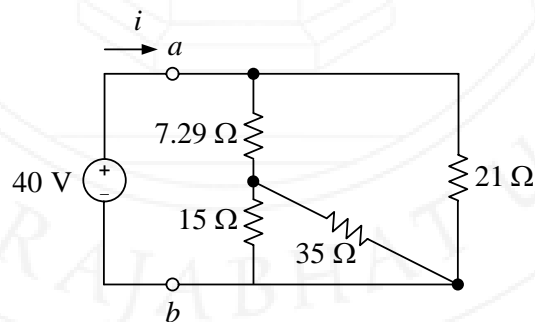


รูปที่ 2.66 ทอพอโลยีของวงจรหลังยุบรวมตัวต้านทาน $70\ \Omega$ และ $30\ \Omega$

พิจารณา $12.5\ \Omega$ และ $17.5\ \Omega$ ซึ่งต่อกันแบบขนาน ความต้านทานสมมูลมีค่าเท่ากับ

$$R_{eq2} = \frac{(12.5)(17.5)}{12.5+17.5} = 7.29\ \Omega \quad (1.102)$$

ทอพอโลยีหลังยุบรวมตัวต้านทาน $12.5\ \Omega$ และ $17.5\ \Omega$ แสดงดังรูปที่ 2.67

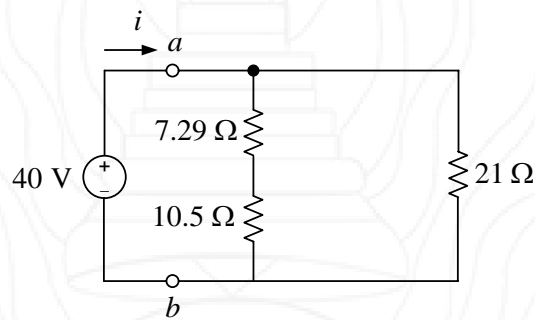


รูปที่ 2.67 ทอพอโลยีของวงจรหลังยุบรวมตัวต้านทาน $12.5\ \Omega$ และ $17.5\ \Omega$

พิจารณา 15Ω และ 35Ω ซึ่งต่อกันแบบขนาน ความต้านทานสมมูลมีค่าเท่ากับ

$$R_{eq3} = \frac{(15)(35)}{15+35} = 10.5 \Omega \quad (1.103)$$

ทอพอโลยีหลังยุบรวมตัวต้านทาน 15Ω และ 35Ω แสดงดังรูปที่ 2.68

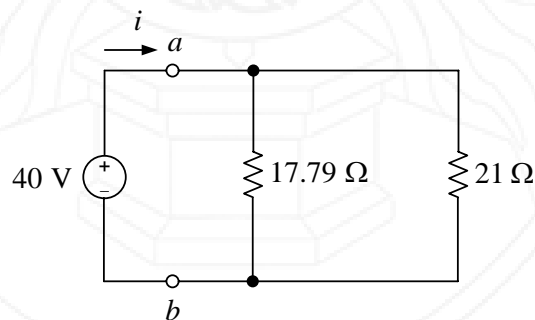


รูปที่ 2.68 ทอพอโลยีของวงจรหลังยุบรวมตัวต้านทาน 15Ω และ 35Ω

พิจารณา 7.29Ω และ 10.5Ω ซึ่งต่อกันแบบอนุกรม ความต้านทานสมมูลมีค่าเท่ากับ

$$R_{eq4} = 7.29 + 10.5 = 17.79 \Omega \quad (1.104)$$

ทอพอโลยีหลังยุบรวมตัวต้านทาน 7.29Ω และ 10.5Ω แสดงดังรูปที่ 2.69



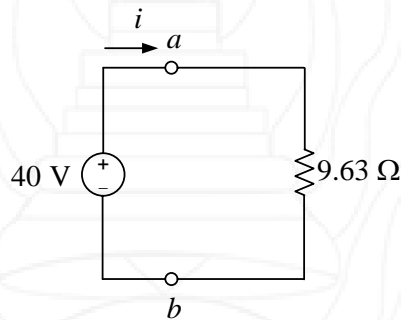
รูปที่ 2.69 ทอพอโลยีของวงจรหลังยุบรวมตัวต้านทาน 7.29Ω และ 10.5Ω

เหลือเพียงตัวต้านทาน 17.79Ω ต่อขนานกับ 21Ω ดังนั้น ความต้านทานสมมูลระหว่างขั้ว $a-b$ จึงมีค่าเท่ากับ

$$R_{ab} = \frac{(17.79)(21)}{17.79 + 21} = 9.63 \Omega$$

ตอบ

ทอพอโลยีหลังยุบรวมตัวต้านทาน 17.79Ω และ 21Ω แสดงดังรูปที่ 2.70



รูปที่ 2.70 ทอพอโลยีของวงจรหลังยุบรวมตัวต้านทาน 17.79Ω และ 21Ω

จากกฎของโอห์ม กระแส i ที่แหล่งกำเนิดแรงดัน 40 V จ่ายให้กับวงจรมีค่าเท่ากับ

$$i = \frac{v}{R_{ab}} = \frac{40}{9.63} = 4.15 \text{ A}$$

ตอบ

2.9 บทสรุป

- (1) ความต้านทาน เป็นคุณสมบัติทางไฟฟ้าที่ต่อต้านการไหลของกระแส เป็นต้นเหตุของการสูญเสียกำลังไฟฟ้า สัญลักษณ์คือ R และหน่วยวัดคือโอห์ม (Ω)
- (2) การวัดความต้านทานใช้เครื่องมือวัดที่มีชื่อเรียกว่า โอห์มมิเตอร์
- (3) ความนำ เป็นคุณสมบัติทางไฟฟ้าที่บ่งบอกความสามารถในการนำไฟฟ้าของวัสดุ มีค่าเป็นส่วนกลับของความต้านทาน สัญลักษณ์คือ G และหน่วยวัดคือซีเมนส์ (S)
- (4) กฎของโอห์ม กล่าวไว้ว่า แรงดันที่ตกคร่อมตัวต้านทานมีค่าแปรผันตรงกับกระแสที่ไหลผ่านตัวต้านทาน เขียนเป็นสมการได้ดังนี้

$$v = Ri$$

- (5) กฎกระแสของเคอร์ชอฟฟ์ กล่าวไว้ว่า ผลรวมเชิงพีชคณิตของกระแสที่โหนดใด ๆ มีค่าเท่ากับศูนย์

(6) กฎแรงดันของเคอร์ชอฟฟ์ กล่าวไว้ว่า ผลรวมเชิงพีชคณิตของแรงดันที่วงรอบใด ๆ มีค่าเท่ากับศูนย์

(7) สมการคำนวณความต้านทานสมมูลสำหรับตัวต้านทานต่อแบบอนุกรมคือ

$$R_{eq} = R_1 + R_2 + R_3 + \dots + R_{Ns}$$

(8) สมการคำนวณแรงดันตกคร่อมตัวต้านทานอนุกรมสองตัว ตามหลักการของตัวแบ่งแรงดันคือ

$$v_1 = \frac{R_1}{R_1 + R_2} v_s$$

$$v_2 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} v_s$$

(9) สมการคำนวณความต้านทานสมมูลสำหรับตัวต้านทานต่อแบบขนานคือ

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \dots + \frac{1}{R_{Np}}$$

(10) สมการคำนวณกระแสไหลผ่านตัวต้านทานขนานสองตัว ตามหลักการของตัวแบ่งกระแสคือ

$$i_1 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} i_s$$

$$i_2 = \frac{R_1}{R_1 + R_2} i_s$$

2.10 แบบฝึกหัดท้ายบท

3.7.1 การอ่านรหัสสีตัวต้านทาน

(1) จงระบุช่วงของค่าความต้านทาน 4 แถบสี ดังต่อไปนี้

แถบที่ 1	แถบที่ 2	แถบที่ 3	แถบที่ 4
เขียว	น้ำเงิน	ส้ม	ทอง
แดง	แดง	น้ำตาล	เงิน
น้ำตาล	ดำ	ดำ	ไม่มีสี

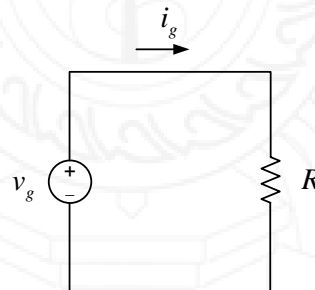
(2) จงระบุช่วงของค่าความต้านทาน 5 แถบสี ดังต่อไปนี้

แถบที่ 1	แถบที่ 2	แถบที่ 3	แถบที่ 4	แถบที่ 5
เทา	แดง	ดำ	ทอง	น้ำตาล
ส้ม	ขาว	ทอง	เงิน	ไม่มีสี
เหลือง	แดง	แดง	น้ำตาล	ม่วง

3.7.2 กฎของโอห์ม

(3) กำหนดให้วงจรมีทอพอโลยีดังรูปที่ 2.71 จงคำนวณหา

- (ก) ค่าความต้านทาน R และกำลังที่สูญเสียในตัวต้านทานทานนี้ เมื่อกำหนดให้ $v_g = 1 \text{ kV}$ และ $i_g = 5 \text{ mA}$
- (ข) ค่าความต้านทาน R และกำลังที่สูญเสียในตัวต้านทานนี้ เมื่อกำหนดให้ $i_g = 75 \text{ mA}$ และกำลังที่แหล่งกำเนิดแรงดันจ่ายเท่ากับ 3 W
- (ค) v_g และ i_g เมื่อกำหนดให้ $R = 300 \Omega$ และกำลังที่ตัวต้านทานดูดกลืนมีค่าเท่ากับ 480 mW

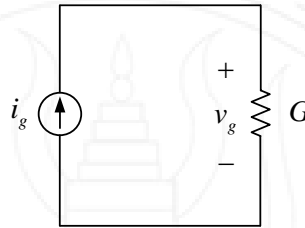


รูปที่ 2.71 วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (3) (Nilsson & Riedel, 2008)

(4) กำหนดให้วงจรมีทอพอโลยีดังรูปที่ 2.72 จงคำนวณหา

- (ก) v_g และกำลังที่จ่ายโดยแหล่งกำเนิดกระแส เมื่อกำหนดให้ $i_g = 500 \text{ mA}$ และ $G = 50 \text{ mS}$
- (ข) ค่าความนำ G และ i_g เมื่อกำหนดให้ $v_g = 15 \text{ V}$ และกำลังที่จ่ายให้ตัวนำมีค่าเท่ากับ 9 W

(ค) v_g และ i_g เมื่อกำหนดให้ $G = 200 \mu S$ และกำลังที่จ่ายให้ตัวนำมีค่าเท่ากับ 8 W



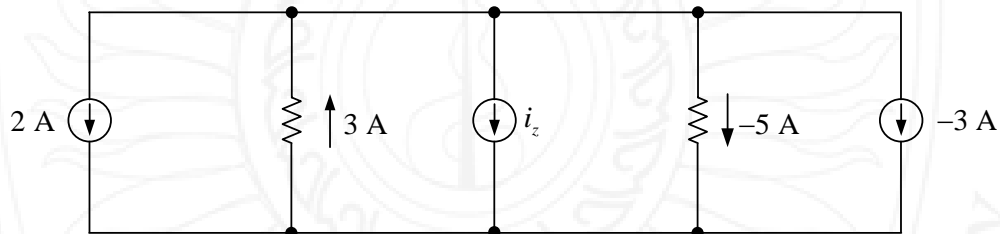
รูปที่ 2.72 วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (4) (Nilsson & Riedel, 2008)

3.7.3 กฎกระแสของเคอร์ชอฟฟ์

(5) จากวงจรในรูปที่ 2.73 จงคำนวณหา

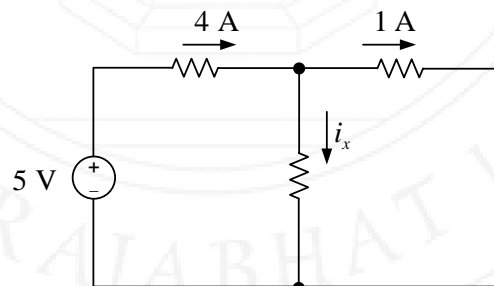
(ก) กระแส i_z

(ข) ความต้านทานของตัวต้านทานที่กระแส -5 A ไหลผ่าน เมื่อกำหนดให้ ตัวต้านทานที่กระแส 3 A ไหลผ่านคือ 1Ω



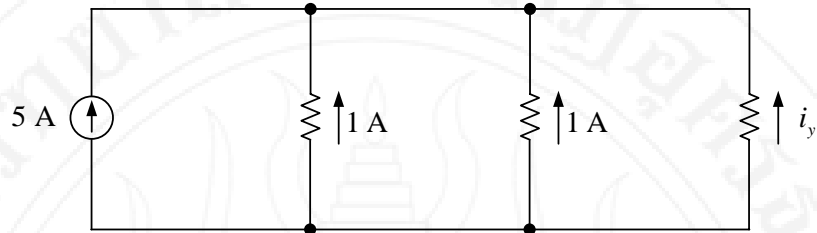
รูปที่ 2.73 วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (5) (Hayt et al., 2007)

(6) จากวงจรในรูปที่ 2.74 จงคำนวณหา i_x



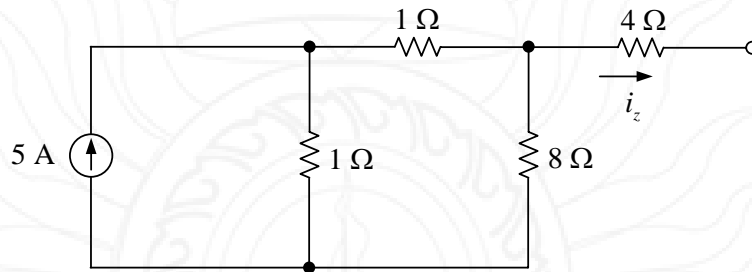
รูปที่ 2.74 วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (6) (Hayt et al., 2007)

(7) จากวงจรในรูปที่ 2.75 จงคำนวณหา i_y



รูปที่ 2.75 วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (7) (Hayt et al., 2007)

(8) จากวงจรในรูปที่ 2.76 จงคำนวณหา i_z

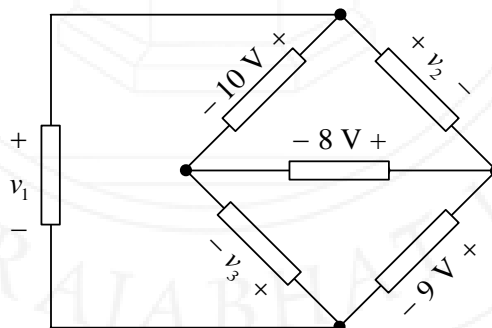


รูปที่ 2.76 วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (8) (Hayt et al., 2007)

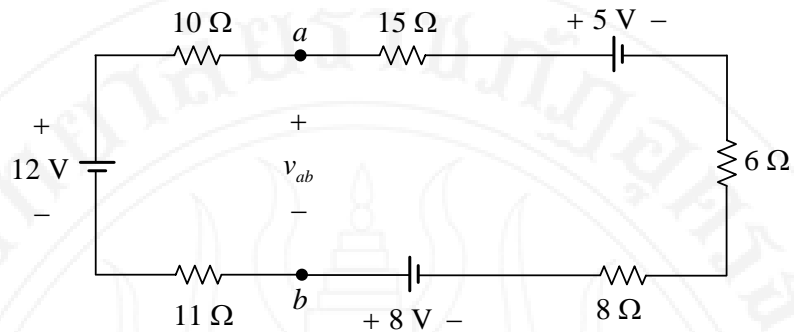
3.7.4 กฎแรงดันของเคอร์ชอฟฟ์

(9) จากวงจรในรูปที่ 2.77 จงคำนวณหา v_1 v_2 และ v_3

(10) จากวงจรในรูปที่ 2.78 จงคำนวณหา v_{ab}



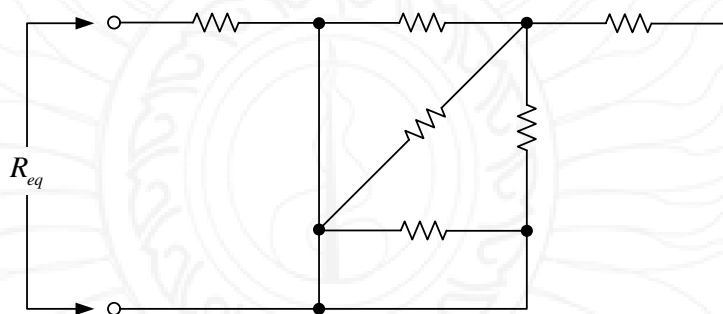
รูปที่ 2.77 วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (9) (O'Malley, 1992)



รูปที่ 2.78 วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (10) (O'Malley, 1992)

3.7.5 ตัวต้านทานขนานและอนุกรม

(11) จากวงจรในรูปที่ 2.79 จงคำนวณหาความต้านทานสมมูล R_{eq} เมื่อกำหนดให้ตัวต้านทานทุกตัวมีค่าความต้านทานเท่ากับ $1\text{ k}\Omega$

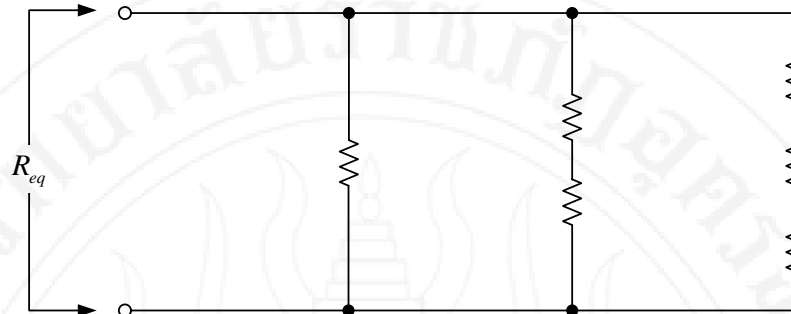


รูปที่ 2.79 วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (11) (Hayt et al., 2007)

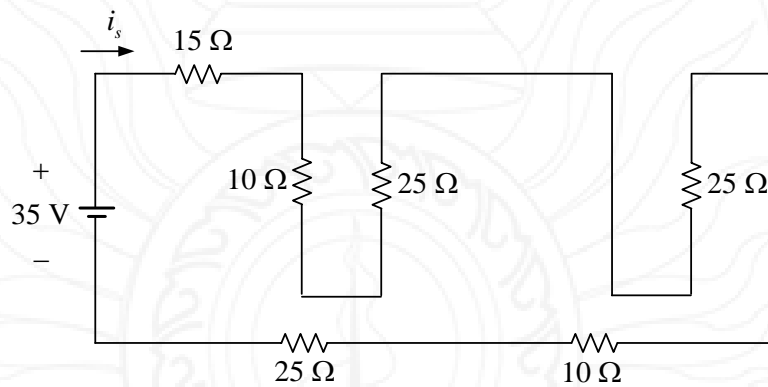
(12) จากวงจรในรูปที่ 2.80 จงคำนวณหาความต้านทานสมมูล R_{eq} เมื่อกำหนดให้ตัวต้านทานทุกตัวมีค่าความต้านทานเท่ากับ $1\ \Omega$

(13) จากวงจรในรูปที่ 2.81 จงคำนวณหาความต้านทานสมมูล และกระแส i_s

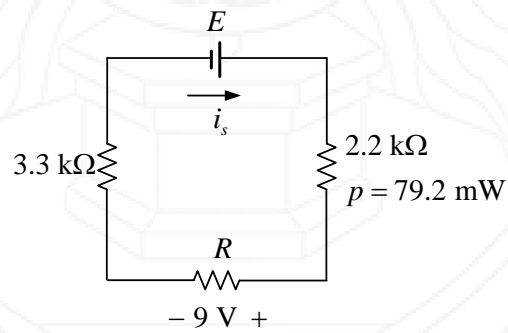
(14) จากวงจรในรูปที่ 2.82 จงคำนวณหาแรงดันของแบตเตอรี่ E กระแส i_s , ความต้านทานสมมูล และแรงดันตกคร่อมองค์ประกอบแต่ละตัว



รูปที่ 2.80 วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (12) (Hayt et al., 2007)



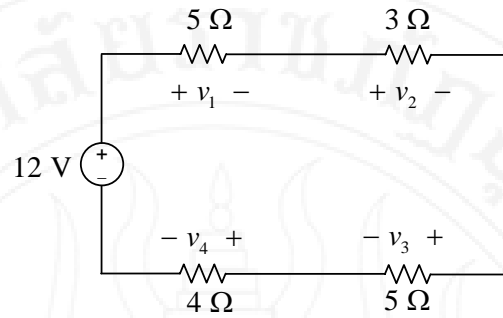
รูปที่ 2.81 วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (13) (Boylestad, 2002)



รูปที่ 2.82 วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (14) (Boylestad, 2002)

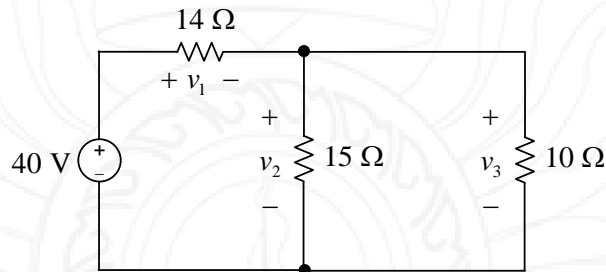
3.7.6 วงจรแบ่งแรงดัน

(15) จากวงจรในรูปที่ 2.83 จงคำนวณหาแรงดันตกคร่อมตัวต้านทานทั้งหมด



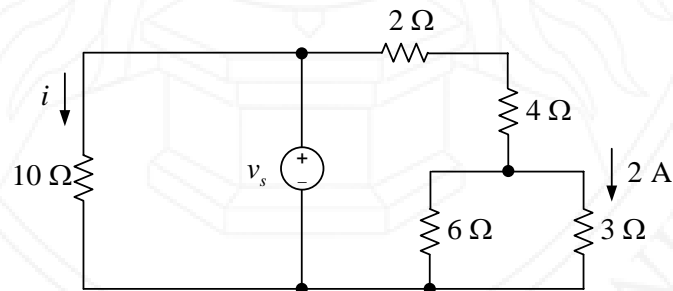
รูปที่ 2.83 วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (15) (Dorf & Svoboda, 2010)

(16) จากวงจรในรูปที่ 2.84 จงคำนวณหาแรงดันตกคร่อมตัวต้านทานทั้งหมด



รูปที่ 2.84 วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (16) (Alexander & Sadiku, 2004)

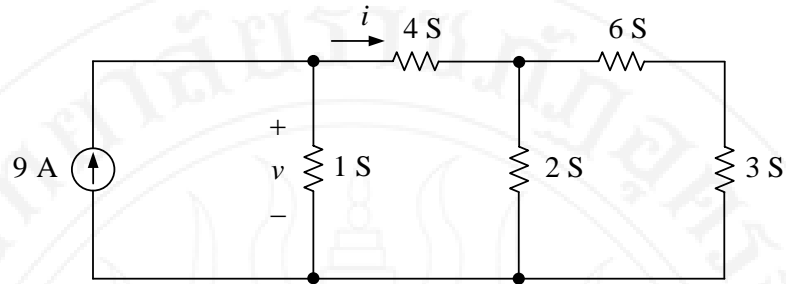
(17) จากวงจรในรูปที่ 2.85 จงคำนวณหา v_s และ i



รูปที่ 2.85 วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (17) (Alexander & Sadiku, 2004)

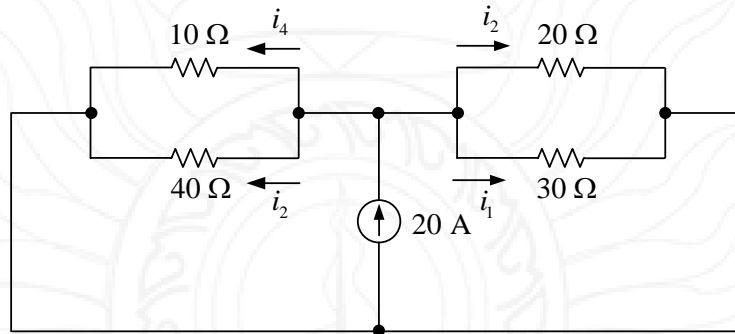
3.7.7 วงจรแบ่งกระแส

(18) จากวงจรในรูปที่ 2.86 จงคำนวณหา v และ i



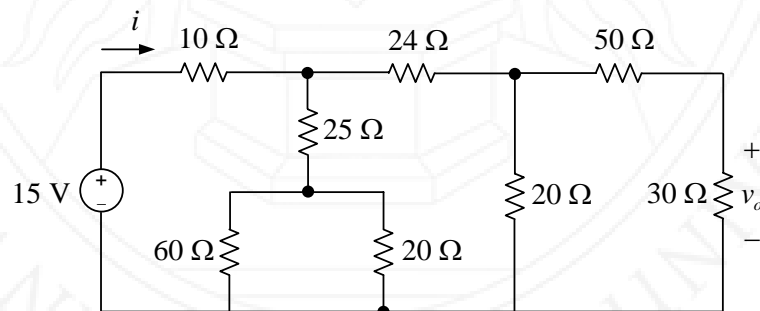
รูปที่ 2.86 วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (18) (Alexander & Sadiku, 2009)

(19) จากวงจรในรูปที่ 2.87 จงคำนวณหากระแสทั้งหมด



รูปที่ 2.87 วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (19) (Alexander & Sadiku, 2009)

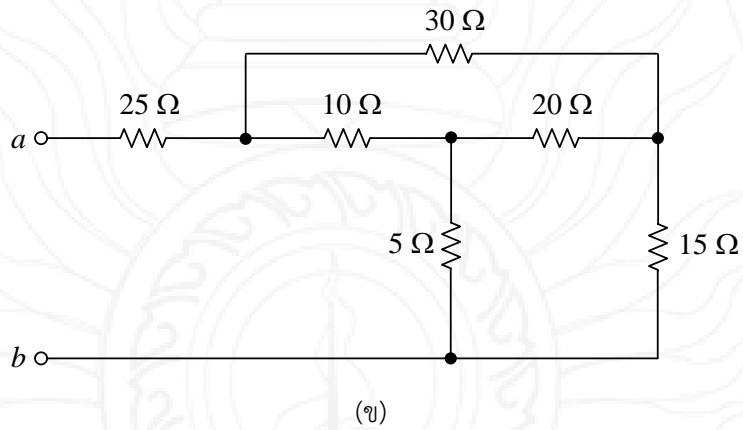
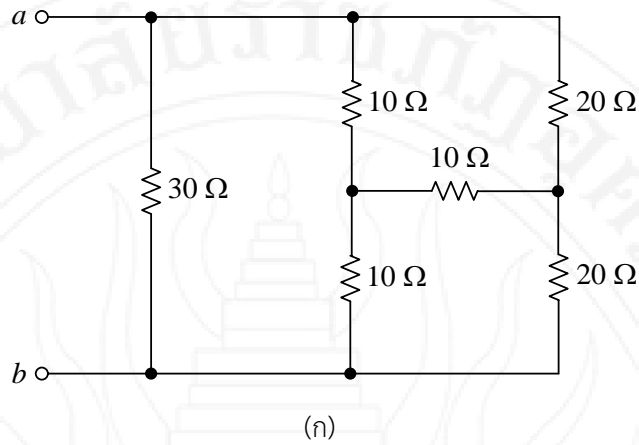
(20) จากวงจรในรูปที่ 2.88 จงคำนวณหา v_o และ i



รูปที่ 2.88 วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (20) (Alexander & Sadiku, 2009)

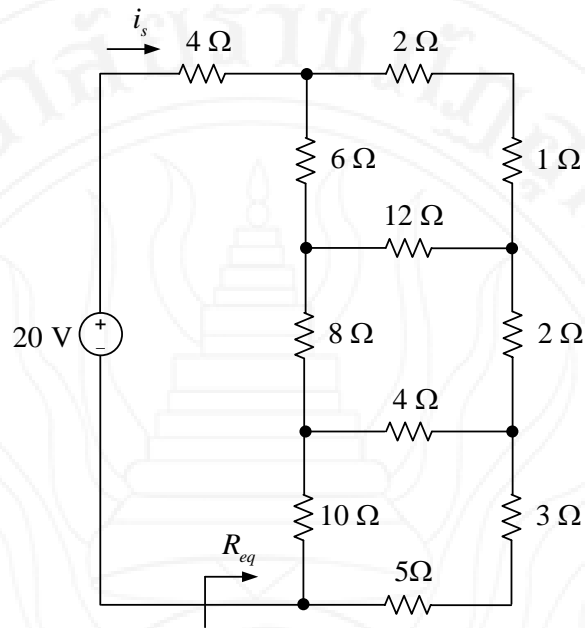
3.7.8 การแปลงวาย-เดลต้า

(21) จากวงจรในรูปที่ 2.89 จงคำนวณหาความต้านทานสมมูลระหว่างขั้ว a-b

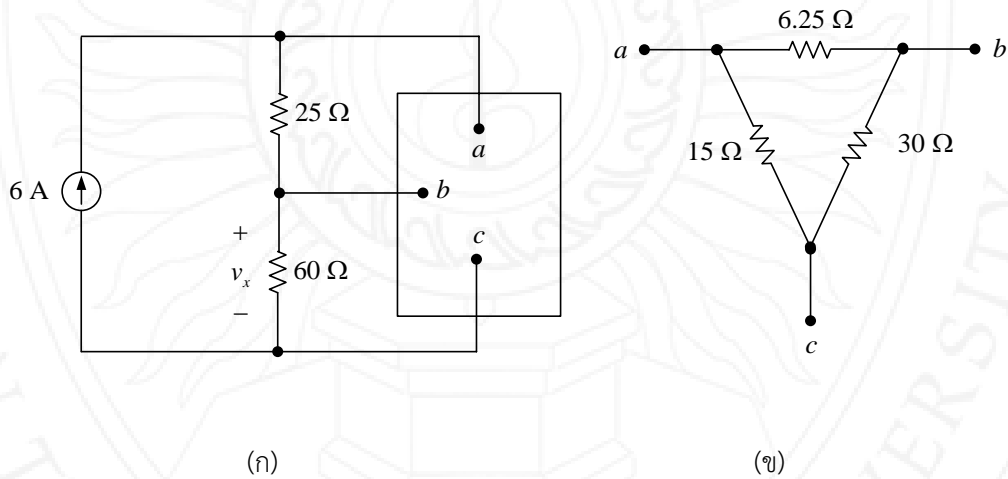


รูปที่ 2.89 วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (21) (Alexander & Sadiku, 2009)

- (22) จากวงจรในรูปที่ 2.90 จงคำนวณหา R_{eq} และ i_s
- (23) จากวงจรในรูปที่ 2.91(ก) กำหนดให้อุปกรณ์ที่เชื่อมต่อกับวงจร มีป้ายแสดง โหนด a b และ c ด้านนอกของตัวอุปกรณ์ โดยการเชื่อมต่่วงจรตัวด้านทาน ภายในอุปกรณ์ มีทอพอโลยีดังแสดงในรูปที่ 2.91(ข) จงคำนวณหา v_x และ กำลังที่สูญเสียในตัวต้านทาน 60Ω



รูปที่ 2.90 วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (22) (Alexander & Sadiku, 2009)



รูปที่ 2.91 วงจรวงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (23) (Nilsson & Riedel, 2008)

2.11 เอกสารอ้างอิง

Alexander, C. K., & Sadiku, M. N. O. (2004). *Fundamentals of electric circuits* (2nd ed.). Boston: McGraw-Hill.

Alexander, C. K., & Sadiku, M. N. O. (2009). *Fundamentals of electric circuits* (4 ed.). New York: McGraw-Hill.

- Boylestad, R. L. (2002). *Introductory Circuit Analysis* (10 ed.). Upper Saddle River, N.J.: Prentice Hall.
- Dorf, R. C., & Svoboda, J. A. (2010). *Introduction to electric circuits* (8 ed.). NJ: John Wiley & Sons, Inc.
- Franco, S. (1995). *Electric Circuits Fundamentals*. Florida: Saunders College Publishing.
- Hayt, W. H., Jr., Kemmerly, J. E., Jr., & Durbin, S. M. (2007). *Engineering Circuit Analysis* (7 ed.). New York: McGraw-Hill.
- Karris, S. T. (2009). *Circuit Analysis I with MATLAB® Computing and Simulink® / SimPowerSystems® Modeling*. California: Orchard Publications.
- Naeem, W. (2009). *Concepts in Electric Circuits*. www.bookboon.com: Dr. Wasif Naeem & Ventus Publishing ApS.
- Nilsson, J. W., & Riedel, S. A. (2008). *Electric Circuits* (8 ed.). Upper Saddle River, NJ: Pearson Education, Inc.
- Nilsson, J. W., & Riedel, S. A. (2011). *Electric Circuits* (9 ed.). Upper Saddle River, N.J.: Prentice Hall.
- O'Malley, J. (1992). *Theory and problems of basic circuit analysis* (2 ed.). New York: McGraw-Hill.
- Patrick, D. R., & Fardo, S. W. (2008). *Electricity and electronics fundamentals* (2 ed.). GA: The Fairmont Press, Inc.
- Rizzoni, G., & Hartley, T. T. (2000). *Principles and applications of electrical engineering* (Vol. 3). New York: McGraw Hill.
- Whitehouse, J. E. (1997). *Circuit Analysis*: Woodhead Publishing.

แผนบริหารการสอนประจำบทที่ 3 เทคนิคการวิเคราะห์วงจรไฟฟ้า

หัวข้อเนื้อหา

- 1) บทนำ
- 2) การวิเคราะห์แบบโนด
- 3) การวิเคราะห์แบบโนดและซูเปอร์โนด
- 4) การวิเคราะห์แบบเมช
- 5) การวิเคราะห์แบบเมชและซูเปอร์เมช
- 6) บทสรุป
- 7) แบบฝึกหัด

วัตถุประสงค์เชิงพฤติกรรม

- 1) อธิบายที่มา ขั้นตอนการวิเคราะห์ และสามารถวิเคราะห์วงจร ด้วยเทคนิคการวิเคราะห์แบบโนดได้
- 2) สามารถวิเคราะห์วงจรที่มีแหล่งกำเนิดแรงดันระหว่างโนด ด้วยเทคนิคการวิเคราะห์แบบโนดได้
- 3) อธิบายที่มา ขั้นตอนการวิเคราะห์ และสามารถวิเคราะห์วงจรด้วยเทคนิคการวิเคราะห์แบบเมชได้
- 4) สามารถวิเคราะห์วงจรที่มีแหล่งกำเนิดกระแสในเมช ด้วยเทคนิคการวิเคราะห์แบบเมชได้

วิธีสอนและกิจกรรม

- 1) แนะนำเข้าสู่บทเรียนโดยการทบทวนกฎกระแสของเคอร์ชอฟฟ์ กฎแรงดันของเคอร์ชอฟฟ์ การคำนวณหากระแสของกิ่งที่มีทอพอโลยีต่างกัน กฎแรงดันของเคอร์ชอฟฟ์ การวิเคราะห์วงจรไฟฟ้าด้วยเทคนิคการวิเคราะห์แบบโนด สำหรับวงจรที่มีและไม่มีแหล่งกำเนิดแรงดันระหว่างโนด การวิเคราะห์วงจรไฟฟ้าด้วยเทคนิคการวิเคราะห์แบบเมช สำหรับวงจรที่มีและไม่มีแหล่งกำเนิดกระแสในเมช ด้วยการอธิบายบนกระดานหน้าชั้นเรียน ประกอบกับการนำเสนอด้วยแผ่นภาพเลื่อน แผ่นใส รูปภาพ แผนภูมิ หรือวีดิทัศน์ พร้อมทั้งแสดงตัวอย่างวิธีคิดหรือขั้นตอนการคำนวณบนหน้ากระดาน หรือจอภาพหน้าชั้นเรียน

2) แบ่งนักศึกษาออกเป็น 5 กลุ่ม มอบหมายให้แต่ละกลุ่มศึกษาอุปกรณ์ วัสดุภัณฑ์ รูปภาพ บทนิยาม และสมการ พร้อมทั้งแลกเปลี่ยนความคิดเห็น อภิปราย หรือร่วมมือกันคำนวณปริมาณทาง ไฟฟ้าด้วยขั้นตอนที่เหมาะสม แต่งตั้งตัวแทนกลุ่มนำเสนอผลการศึกษาด้วยวาจา และตอบข้อซักถาม ของเพื่อนร่วมห้องหน้าชั้นเรียน

3) เปิดโอกาสให้นักศึกษาร่วมอภิปรายเนื้อหา ผลการคิด หรือการคำนวณ สอบถามข้อ สงสัย พร้อมทั้งตอบข้อซักถามและสรุปผลโดยอาจารย์ผู้สอน

4) คัดเลือกโจทย์ปัญหาที่เหมาะสม มอบหมายให้นักศึกษาไปฝึกหัดแก้ปัญหาโจทย์นอก ห้องเรียน และส่งรายงานผลการศึกษาหรือคำนวณแก่อาจารย์ผู้สอนในการเรียนครั้งถัดไป

สื่อการเรียนการสอน

- 1) เอกสารประกอบการสอน
- 2) ตำราภาษาไทยและภาษาอังกฤษ
- 3) โปรแกรม MATLAB PSIM หรือ Proteus
- 4) คอมพิวเตอร์

การวัดผลและการประเมินผล

การวัดผล

- 1) จากการเข้าเรียนตรงต่อเวลา
- 2) จากการสังเกตการเข้าร่วมกิจกรรมกลุ่ม
- 3) จากการถาม-ตอบ
- 4) จากผลการทำแบบฝึกหัดท้ายบท หรือโจทย์ปัญหาที่ได้รับมอบหมาย

การประเมินผล

- 1) ทำกิจกรรมกลุ่มเสร็จตามเวลาที่กำหนด
- 2) ทำแบบฝึกหัดท้ายบท หรือโจทย์ปัญหาที่ได้รับมอบหมายด้วยตนเอง และมี

ความถูกต้องไม่น้อยกว่า 80%

บทที่ 3

เทคนิคการวิเคราะห์วงจรไฟฟ้า

3.1 บทนำ

การวิเคราะห์วงจรด้วยกฎของโอห์ม กฎของเคอร์ชอฟ การหาความต้านทานสมมูล หรือการแปลงตัวต้านทานวาย-เดลต้า อาจไม่เพียงพอสำหรับบางวงจรที่มีความซับซ้อน เนื้อหาในบทนี้จึงกล่าวถึงเทคนิคเฉพาะเพื่อใช้วิเคราะห์วงจรที่มีชื่อเรียกว่า การวิเคราะห์แบบโนดและการวิเคราะห์แบบเมช ทั้งสองเทคนิคนี้มีที่มาจากกฎของโอห์มและกฎของเคอร์ชอฟ ดังนั้น การที่จะวิเคราะห์วงจรอย่างมีประสิทธิภาพและให้ผลเฉลยที่ถูกต้อง ผู้วิเคราะห์ต้องมีความเข้าใจกฎของโอห์มและกฎของเคอร์ชอฟอย่างถ่องแท้เสียก่อน โดยเฉพาะพื้นฐานเกี่ยวกับเมทริกซ์ และการหาผลเฉลยสมการหลายชั้น

3.2 การวิเคราะห์แบบโนด

ที่มาของเทคนิคการวิเคราะห์แบบโนดคือ กฎกระแสของเคอร์ชอฟ ซึ่งกล่าวไว้ว่า “ผลรวมเชิงพีชคณิตของกระแสที่โนดใด ๆ มีค่าเท่ากับศูนย์” ดังนั้น ขั้นตอนที่สำคัญของการวิเคราะห์แบบโนดคือ การวิเคราะห์หากระแสที่ไหลเข้าและไหลออกจากโนด ซึ่งอาจหาได้จากกฎของโอห์มหรือกฎแรงดันของเคอร์ชอฟ เทคนิคการวิเคราะห์แบบโนด มีขั้นตอนดังต่อไปนี้ (Alexander & Sadiku, 2009)

(1) กำหนดโนดอ้างอิงด้วยการใส่สัญลักษณ์กราวด์ ดังนั้น โหนดอ้างอิงมีค่าแรงดันเท่ากับศูนย์ ($v_o = 0$) โดยทั่วไป โหนดที่อยู่ด้านล่างสุดของวงจรจะถูกกำหนดให้เป็นโนดอ้างอิง สัญลักษณ์ของกราวด์มี 3 รูปแบบที่แตกต่างกันดังแสดงในรูปที่ 3.1 สัญลักษณ์กราวด์ในรูปที่ 3.1(ก) ใช้กับวงจรของอุปกรณ์ที่มีโนดอ้างอิงเป็นตัวถังหรือตัวห่อหุ้ม สัญลักษณ์กราวด์ในรูปที่ 3.1(ข) ใช้กับวงจรที่มีโนดอ้างอิงเป็นดินของพื้นโลก



(ก)



(ข)

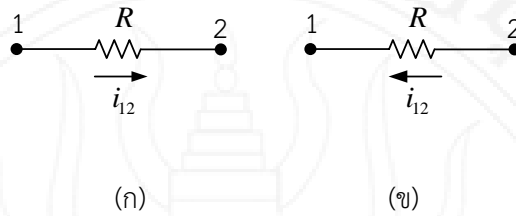


(ค)

รูปที่ 3.1 สัญลักษณ์ของกราวด์ (ก) กราวด์แทนเครื่อง (ข) กราวด์สายดิน (ค) กราวด์สายดิน

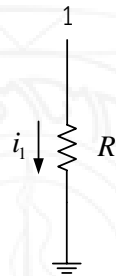
(2) กำหนดหมายเลขสำหรับโนดอ้างอิงเท่ากับ 0 และโนดอื่น ๆ กำหนดเป็น 1 2 3 ... ตามลำดับ แรงดันของโนดเหล่านี้เทียบกับโนดอ้างอิง และมีค่าเท่ากับ $v_1 v_2 v_3 \dots v_{N-1}$ เมื่อ N คือจำนวนโนดทั้งหมดของวงจร

(3) กำหนดทิศทางการไหลของกระแสในแต่ละโหนดตามต้องการ ดังแสดงในรูปที่ 3.2(ก) และรูปที่ 3.2(ข)



รูปที่ 3.2 กระแสไหลผ่านตัวต้านทานที่เชื่อมต่อระหว่างโหนด

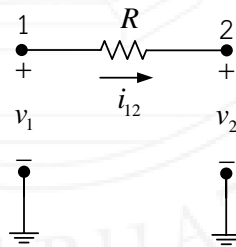
หากองค์ประกอบเป็นตัวต้านทานที่เชื่อมต่อกับโหนดศูนย์ กระแสจะมีทิศทางดังแสดงในรูปที่ 3.3



รูปที่ 3.3 กระแสไหลผ่านตัวต้านทานที่เชื่อมต่อกับโหนดศูนย์

- (4) เขียนสมการตามกฎกระแสของเคอร์ชอฟฟ์สำหรับทุกโหนด ยกเว้นโหนดอ้างอิง
 - (5) วิเคราะห์หากระแสสำหรับแต่ละกิ่งด้วยกฎของโอห์ม และกฎแรงดันของเคอร์ชอฟฟ์
- แล้วนำพจน์ของกระแสเหล่านั้นไปแทนค่าในขั้นตอนที่ (4)

พิจารณารูปที่ 3.4 สมการตามกฎแรงดันของเคอร์ชอฟฟ์เมื่อวนรอบตามทิศทางเข็มนาฬิกาคือ



รูปที่ 3.4 ตัวต้านทานที่เชื่อมต่อระหว่างโหนด

$$\begin{aligned}
 -v_1 + Ri_{12} + v_2 &= 0 \\
 Ri_{12} &= v_1 - v_2 \\
 i_{12} &= \frac{v_1 - v_2}{R}
 \end{aligned}
 \tag{3.1}$$

หลักการวิเคราะห์หากกระแสตามกฎแรงดันของเคอร์ชอฟฟ์ตั้งตัวอย่างข้างต้น สามารถนำไปประยุกต์ใช้ได้กับทุกกรณี ซึ่งอาจมีขั้วของแรงดันโหนด หรือทิศทางกระแสไหลผ่านตัวต้านทานแตกต่างกัน

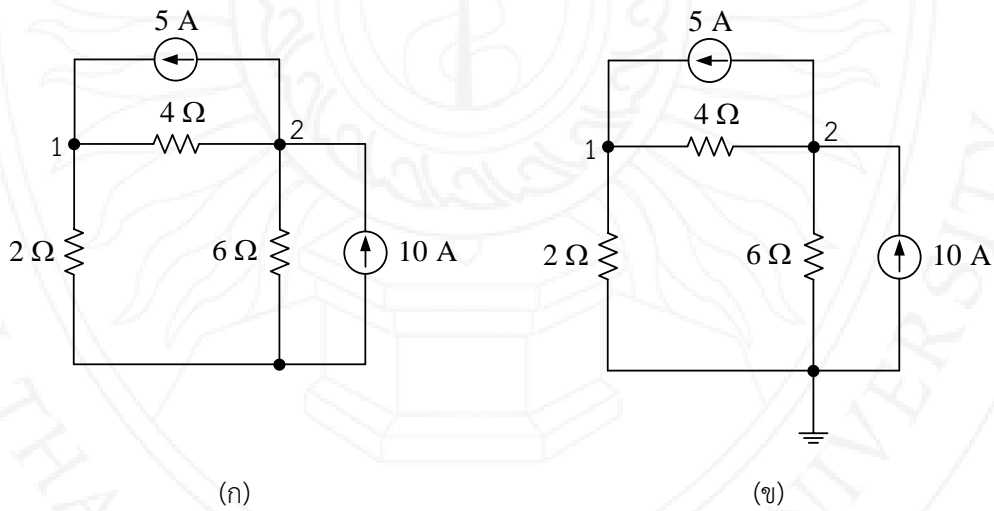
(6) จัดพจน์สมการที่ได้จากขั้นตอนที่ (4) ให้อยู่ในรูปเมทริกซ์ และคำนวณหาผลเฉลยของสมการหลายชั้น ผลลัพธ์ที่ได้คือค่าแรงดันของทุกโหนด

(7) นำค่าแรงดันที่ได้จากขั้นตอนที่ (6) ไปคำนวณหาค่าพารามิเตอร์ที่ต้องการทราบค่า

เพื่อความเข้าใจเกี่ยวกับขั้นตอนดังกล่าวข้างต้นมากยิ่งขึ้น ขอให้พิจารณาตัวอย่างดังต่อไปนี้

ตัวอย่างที่ 3.1

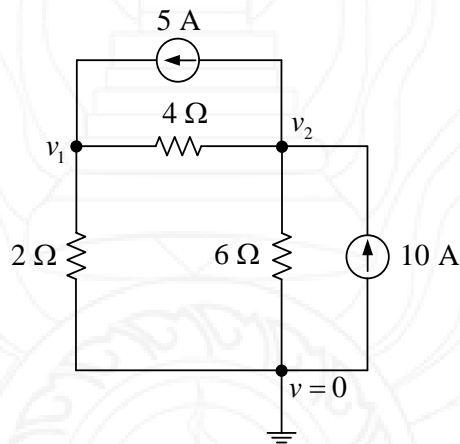
จากวงจรในรูปที่ 3.5(ก) จงคำนวณหาแรงดันโหนด 1 และ 2



รูปที่ 3.5 สำหรับตัวอย่างที่ 3.1 (Alexander & Sadiku, 2004)

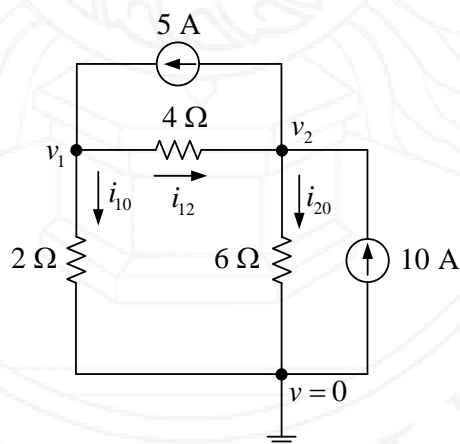
วิธีทำ

- (1) กำหนดโนดอ้างอิงด้วยการใส่สัญลักษณ์กราวด์ ดังแสดงในรูปที่ 3.5(ข)
- (2) กำหนดหมายเลขโนดอ้างอิงเท่ากับ 0 และแรงดันเท่ากับ 0 V กำหนดแรงดัน v_1 สำหรับโนดที่ 1 และกำหนดแรงดัน v_2 สำหรับโนดที่ 2 ดังแสดงในรูปที่ 3.6



รูปที่ 3.6 กำหนดแรงดันสำหรับโนด 0 1 และ 2

- (3) กำหนดทิศทางการไหลของกระแสในแต่ละโนดตามต้องการ ดังแสดงในรูปที่ 3.7



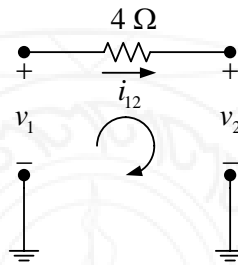
รูปที่ 3.7 กำหนดกระแสโนด

(4) วิเคราะห์หาสมการกระแสสำหรับแต่ละโนด เริ่มต้นที่ i_{10} จากกฎของโอห์มจะได้

$$i_{10} = \frac{v_1}{2} \quad (3.2)$$

จากรูปที่ 3.8 กำหนดทิศทางการวนรอบเพื่อวิเคราะห์หา i_{12} เมื่อเขียนสมการกฎแรงดันของเคอร์ชอฟฟ์ จะได้

$$\begin{aligned} -v_1 + 4i_{12} + v_2 &= 0 \\ i_{12} &= \frac{v_1 - v_2}{4} \end{aligned} \quad (3.3)$$



รูปที่ 3.8 การกำหนดทิศทางการวนรอบเพื่อเขียนสมการกฎแรงดันของเคอร์ชอฟฟ์สำหรับ i_{12}

พิจารณา i_{20} จากกฎของโอห์ม จะได้

$$i_{20} = \frac{v_2}{6} \quad (3.4)$$

(5) เขียนสมการกฎกระแสของเคอร์ชอฟฟ์สำหรับโนดที่ 1 กระแสที่เกี่ยวข้องกับโนดนี้ ประกอบไปด้วย

- 5 A ไหลเข้า ดังนั้น แทนค่าในสมการกฎกระแสของเคอร์ชอฟฟ์ด้วย 5
- i_{10} ไหลออก ดังนั้น แทนค่าในสมการกฎกระแสของเคอร์ชอฟฟ์ด้วย $-i_{10}$
- i_{12} ไหลออก ดังนั้น แทนค่าในสมการกฎกระแสของเคอร์ชอฟฟ์ด้วย $-i_{12}$

สมการกฎกระแสของเคอร์ชอฟฟ์สำหรับโหนดที่ 1 คือ

$$\begin{aligned}
 5 - i_{10} - i_{12} &= 0 \\
 \frac{v_1}{2} + \left(\frac{v_1 - v_2}{4} \right) &= 5 \\
 \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4} \right) v_1 - \frac{v_2}{4} &= 5 \\
 \frac{3}{4} v_1 - \frac{1}{4} v_2 &= 5 \\
 (4) \left(\frac{3}{4} v_1 - \frac{1}{4} v_2 \right) &= (5)(4) \\
 3v_1 - v_2 &= 20
 \end{aligned} \tag{3.5}$$

เขียนสมการกฎกระแสของเคอร์ชอฟฟ์สำหรับโหนดที่ 2 กระแสที่เกี่ยวข้องกับโหนดนี้ประกอบไปด้วย

- 5 A ไหลออก ดังนั้น แทนค่าในสมการกฎกระแสของเคอร์ชอฟฟ์ด้วย -5
- i_{12} ไหลเข้า ดังนั้น แทนค่าในสมการกฎกระแสของเคอร์ชอฟฟ์ด้วย i_{12}
- i_{20} ไหลออก ดังนั้น แทนค่าในสมการกฎกระแสของเคอร์ชอฟฟ์ด้วย i_{20}
- 10 A ไหลเข้า ดังนั้น แทนค่าในสมการกฎกระแสของเคอร์ชอฟฟ์ด้วย 10

สมการตามกฎกระแสของเคอร์ชอฟฟ์สำหรับโหนดที่ 2 คือ

$$\begin{aligned}
 -5 + i_{12} - i_{20} + 10 &= 0 \\
 \frac{v_1 - v_2}{4} - \frac{v_2}{6} &= -5 \\
 \frac{v_1}{4} - \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{6} \right) v_2 &= -5 \\
 \frac{1}{4} v_1 - \frac{5}{12} v_2 &= -5 \\
 (-12) \left(\frac{1}{4} v_1 - \frac{5}{12} v_2 \right) &= (-5)(-12) \\
 -3v_1 + 5v_2 &= 60
 \end{aligned} \tag{3.6}$$

- (6) จัดพจน์สมการที่ (3.5) และ (3.6) ให้อยู่ในรูปเมทริกซ์ จะได้

$$\begin{bmatrix} 3 & -1 \\ -3 & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 20 \\ 60 \end{bmatrix} \tag{3.7}$$

กำหนดให้

$$\Delta = \begin{vmatrix} 3 & -1 \\ -3 & 5 \end{vmatrix} = (3)(5) - (-3)(-1) = 12 \quad (3.8)$$

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} 20 & -1 \\ 60 & 5 \end{vmatrix} = (20)(5) - (60)(-1) = 160 \quad (3.9)$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} 3 & 20 \\ -3 & 60 \end{vmatrix} = (3)(60) - (-3)(20) = 240 \quad (3.10)$$

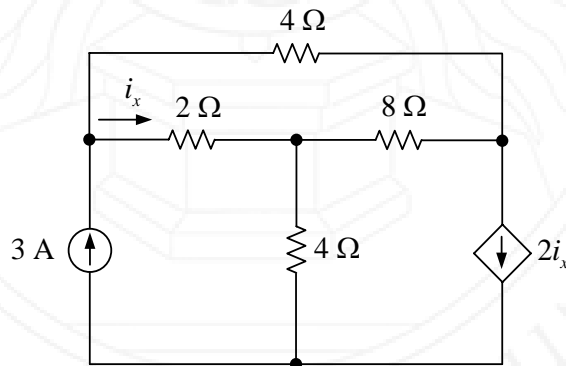
ผลเฉลยสำหรับแรงดัน v_1 และ v_2 คือ

$$v_1 = \frac{\Delta_1}{\Delta} = \frac{160}{12} = 13.33 \text{ V} \quad \text{ตอบ}$$

$$v_2 = \frac{\Delta_2}{\Delta} = \frac{240}{12} = 20 \text{ V} \quad \text{ตอบ}$$

ตัวอย่างที่ 3.2

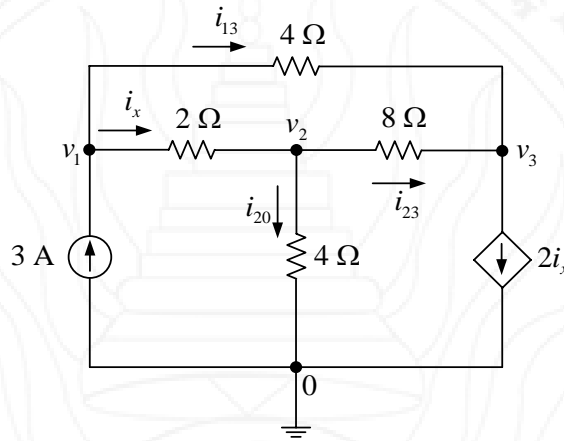
จากวงจรในรูปที่ 3.9 จงคำนวณหา i_x และกำลังที่จ่ายหรือดูดกลืนโดยแหล่งกำเนิดกระแส $2i_x$



รูปที่ 3.9 สำหรับตัวอย่างที่ 3.2 (Alexander & Sadiku, 2004)

วิธีทำ

กำหนดโหนดอ้างอิง แรงดันโหนด และทิศทางกระแส ดังแสดงในรูปที่ 3.10



รูปที่ 3.10 กำหนดแรงดันโหนดและทิศทางกระแสกิ่ง

วิเคราะห์หาสมการกระแสสำหรับแต่ละโหนด โดยเริ่มต้นที่ i_x จากรูปที่ 3.11 เมื่อเขียนสมการกฎแรงดันของเคอร์ชอฟฟ์ จะได้

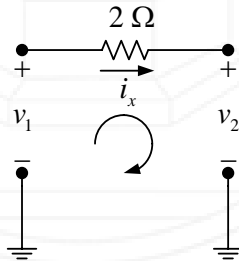
$$-v_1 + v_{2\Omega} + v_2 = 0$$

$$-v_1 + 2i_x + v_2 = 0$$

$$2i_x = v_1 - v_2$$

$$i_x = \frac{v_1 - v_2}{2}$$

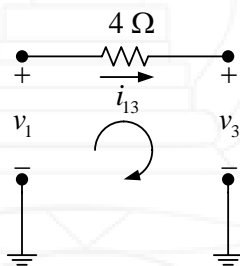
(3.11)



รูปที่ 3.11 วงจรใช้วิเคราะห์หา i_x

ในการทำงานเดียวกันสำหรับ i_{13} จากรูปที่ 3.12 เมื่อเขียนสมการตามกฎแรงดันของเคอร์ชอฟฟ์ จะได้

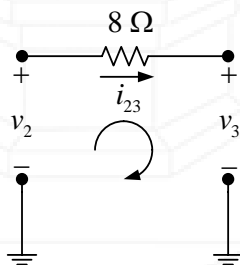
$$\begin{aligned} -v_1 + v_{4\Omega} + v_3 &= 0 \\ -v_1 + 4i_{13} + v_3 &= 0 \\ 4i_{13} &= v_1 - v_3 \\ i_{13} &= \frac{v_1 - v_3}{4} \end{aligned} \tag{3.12}$$



รูปที่ 3.12 วงจรใช้วิเคราะห์หา i_{13}

ในการทำงานเดียวกันสำหรับ i_{23} จากรูปที่ 3.13 เมื่อเขียนสมการกฎแรงดันของเคอร์ชอฟฟ์ จะได้

$$\begin{aligned} -v_2 + v_{8\Omega} + v_3 &= 0 \\ -v_2 + 8i_{23} + v_3 &= 0 \\ 8i_{23} &= v_2 - v_3 \\ i_{23} &= \frac{v_2 - v_3}{8} \end{aligned} \tag{3.13}$$



รูปที่ 3.13 วงจรใช้วิเคราะห์หา i_{23}

พิจารณา i_{20} จากกฎของโอห์ม จะได้

$$i_{20} = \frac{v_2}{4} \quad (3.14)$$

เขียนสมการกฎกระแสของเคอร์ชอฟฟ์สำหรับโหนดที่ 1 กำหนดให้กระแสไหลเข้าเป็นเครื่องหมาย + และกระแสไหลออกเป็นเครื่องหมาย - จะได้

$$\begin{aligned} \sum_{n=1}^3 i_n &= 0 \\ 3 - i_x - i_{13} &= 0 \\ -\left(\frac{v_1 - v_2}{2}\right) - \left(\frac{v_1 - v_3}{4}\right) &= -3 \\ -\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4}\right)v_1 + \frac{1}{2}v_2 + \frac{1}{4}v_3 &= -3 \\ -\frac{3}{4}v_1 + \frac{1}{2}v_2 + \frac{1}{4}v_3 &= -3 \\ (-4)\left(-\frac{3}{4}v_1 + \frac{1}{2}v_2 + \frac{1}{4}v_3\right) &= (-3)(-4) \\ 3v_1 - 2v_2 - v_3 &= 12 \end{aligned} \quad (3.15)$$

ในทำนองเดียวกันสำหรับโหนดที่ 2 จะได้

$$\begin{aligned} \sum_{n=1}^3 i_n &= 0 \\ i_x - i_{20} - i_{23} &= 0 \\ \frac{v_1 - v_2}{2} - \frac{v_2}{4} - \left(\frac{v_2 - v_3}{8}\right) &= 0 \\ \frac{1}{2}v_1 - \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8}\right)v_2 + \frac{1}{8}v_3 &= 0 \\ \frac{1}{2}v_1 - \frac{7}{8}v_2 + \frac{1}{8}v_3 &= 0 \\ (-8)\left(\frac{1}{2}v_1 - \frac{7}{8}v_2 + \frac{1}{8}v_3\right) &= (0)(-8) \\ -4v_1 + 7v_2 - v_3 &= 0 \end{aligned} \quad (3.16)$$

และในทำนองเดียวกันสำหรับโหนดที่ 3 จะได้

$$\begin{aligned} \sum_{n=1}^3 i_n &= 0 \\ i_{23} + i_{13} - 2i_x &= 0 \\ \frac{v_2 - v_3}{8} + \frac{v_1 - v_3}{4} - 2\left(\frac{v_1 - v_2}{2}\right) &= 0 \\ \left(\frac{1}{4} - 1\right)v_1 + \left(\frac{1}{8} + 1\right)v_2 - \left(\frac{1}{8} + \frac{1}{4}\right)v_3 &= 0 \\ -\frac{3}{4}v_1 + \frac{9}{8}v_2 - \frac{3}{8}v_3 &= 0 \\ \left(-\frac{8}{3}\right)\left(-\frac{3}{4}v_1 + \frac{9}{8}v_2 - \frac{3}{8}v_3\right) &= (0)\left(-\frac{8}{3}\right) \\ 2v_1 - 3v_2 + v_3 &= 0 \end{aligned} \quad (3.17)$$

เขียนสมการที่ (3.15) - (3.17) ให้อยู่ในรูปเมทริกซ์ จะได้

$$\begin{bmatrix} 3 & -2 & -1 \\ -4 & 7 & -1 \\ 2 & -3 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 12 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.18)$$

กำหนดให้

$$\begin{aligned} \Delta &= \begin{vmatrix} 3 & -2 & -1 \\ -4 & 7 & -1 \\ 2 & -3 & 1 \end{vmatrix} \\ &= (3)(7)(1) + (-2)(-1)(2) + (-1)(-3)(-4) \\ &\quad - (2)(7)(-1) - (-3)(-1)(3) - (1)(-2)(-4) \\ &= 10 \end{aligned} \quad (3.19)$$

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} 12 & -2 & -1 \\ 0 & 7 & -1 \\ 0 & -3 & 1 \end{vmatrix} = (12)(7)(1) + 0 + 0 - 0 - (-3)(-1)(12) - 0 = 48 \quad (3.20)$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} 3 & 12 & -1 \\ -4 & 0 & -1 \\ 2 & 0 & 1 \end{vmatrix} = 0 + (12)(-1)(2) + 0 - 0 - 0 - (1)(12)(-4) = 24 \quad (3.21)$$

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} 3 & -2 & 12 \\ -4 & 7 & 0 \\ 2 & -3 & 0 \end{vmatrix} = 0 + 0 + (12)(-3)(-4) - (2)(7)(-1) + 0 + 0 = -24 \quad (3.22)$$

ผลเฉลยสำหรับแรงดัน v_1 , v_2 และ v_3 คือ

$$v_1 = \frac{\Delta_1}{\Delta} = \frac{48}{10} = 4.8 \text{ V} \quad (3.23)$$

$$v_2 = \frac{\Delta_2}{\Delta} = \frac{24}{10} = 2.4 \text{ V} \quad (3.24)$$

$$v_3 = \frac{\Delta_3}{\Delta} = \frac{-24}{10} = -2.4 \text{ V} \quad (3.25)$$

จากสมการที่ (3.11) กระแส i_x มีค่าเท่ากับ

$$i_x = \frac{v_1 - v_2}{2} = \frac{4.8 - 2.4}{2} = 1.2 \text{ A} \quad \text{ตอบ}$$

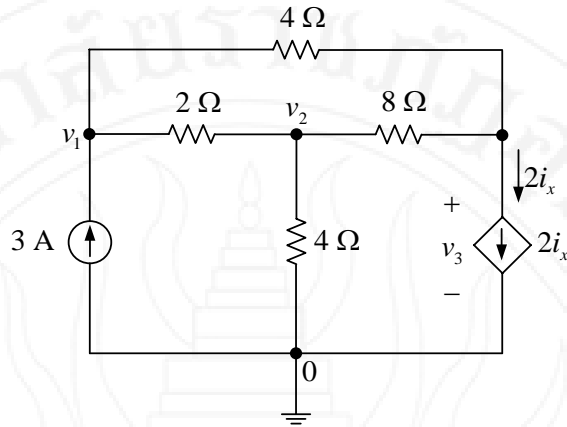
กระแสที่จ่ายโดยแหล่งกำเนิด $2i_x$ มีค่าเท่ากับ

$$2i_x = 2(1.2) = 2.4 \text{ A} \quad (3.26)$$

พิจารณาชั่วแรงดัน v_3 และทิศทางการไหลของกระแส $2i_x$ ในรูปที่ 3.14 พบว่า กระแสค่าบวกไหลเข้าเครื่องหมายบวกของแรงดัน อ้างอิงกับสัญญาณเครื่องหมายพาสซีฟ กำลังที่ดูดกลืนโดยแหล่งกำเนิดกระแส $2i_x$ มีค่าเท่ากับ

$$p_{2i_x} = v_3 i = (-2.4)(2.4) = -5.76 \text{ W} \quad \text{ตอบ}$$

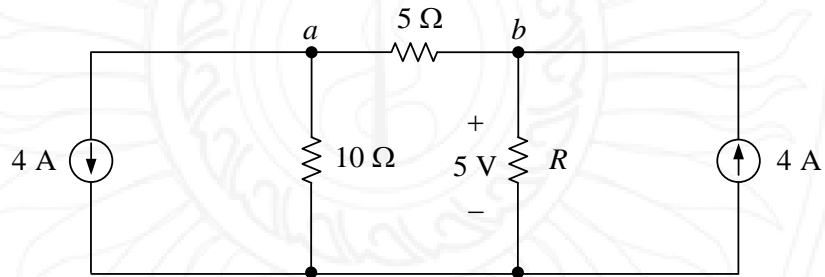
เนื่องจาก p_{2i_x} มีค่าเป็นลบ จึงกล่าวได้อีกประเด็นว่า แหล่งกำเนิดกระแส $2i_x$ จ่ายกำลังเท่ากับ 5.76 W



รูปที่ 3.14 แรงดันตกคร่อมและทิศทางกระแสไหลของกระแสของแหล่งกำเนิดกระแสไม่อิสระ $2i_x$

ตัวอย่างที่ 3.3

จากวงจรในรูปที่ 3.19 จงคำนวณหา R ด้วยเทคนิคการวิเคราะห์แบบโนด



รูปที่ 3.15 วงจรสำหรับตัวอย่างที่ 3.3 (Dorf & Svoboda, 2010)

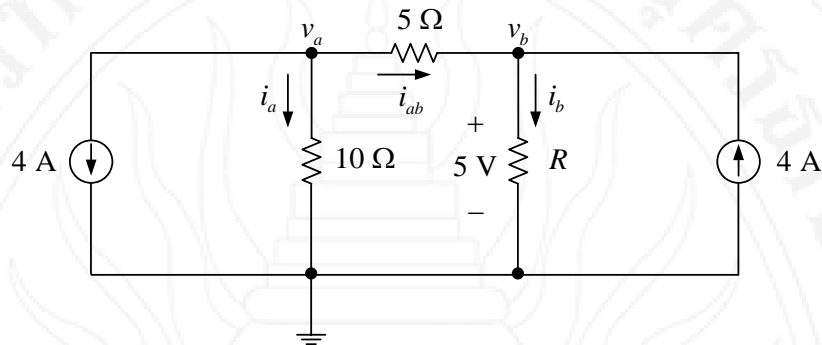
วิธีทำ

กำหนดโนดอ้างอิง แรงดันโนด และทิศทางกระแส ดังแสดงในรูปที่ 3.16 จากการพิจารณาในสองตัวอย่างที่ผ่าน จะได้สมการกระแสที่ไหลในแต่ละกิ่งดังนี้

$$i_a = \frac{v_a}{10} \tag{3.27}$$

$$i_{ab} = \frac{v_a - v_b}{5} \tag{3.28}$$

$$i_b = \frac{v_b}{R} \quad (3.29)$$



รูปที่ 3.16 กำหนดแรงดันโหนดและทิศทางกระแสกิ่ง

สมการตามกฎกระแสของเคอร์ชอฟฟ์สำหรับโหนด a คือ

$$-4 - i_a - i_{ab} = 0 \quad (3.30)$$

$$\frac{v_a}{10} + \frac{v_a - v_b}{5} = -4$$

$$v_a + 2(v_a - v_b) = -40 \quad (3.31)$$

โจทย์กำหนดให้ $v_b = 5 \text{ V}$ แทนค่าในสมการที่ (3.31) จะได้

$$v_a + 2(v_a - 5) = -40$$

$$3v_a - 10 = -40$$

$$v_a = \frac{-40 + 10}{3} = -10 \text{ V} \quad (3.32)$$

สมการตามกฎกระแสของเคอร์ชอฟฟ์สำหรับโหนด b คือ

$$i_{ab} - i_b + 4 = 0$$

$$\frac{v_a - v_b}{5} - \frac{v_b}{R} = -4 \quad (3.33)$$

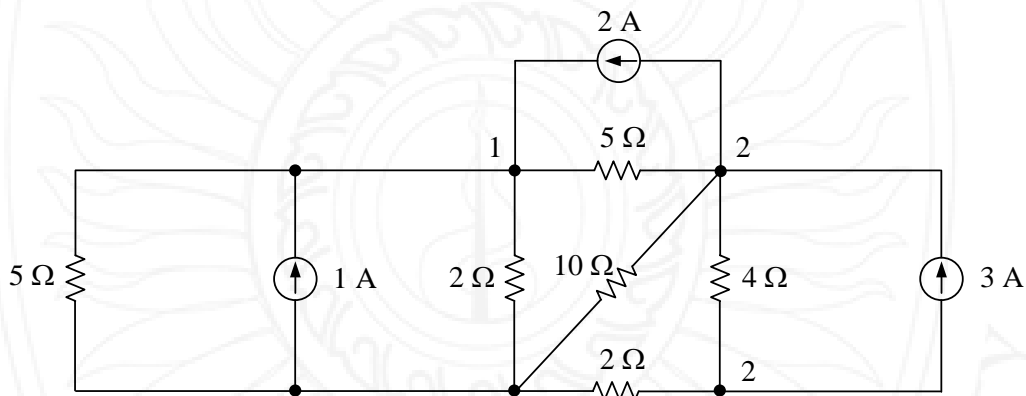
แทนค่า v_a และ v_a ในสมการที่ (3.33) จะได้

$$\begin{aligned} \frac{(-10) - 5}{5} - \frac{5}{R} &= -4 \\ -3 - \frac{5}{R} &= -4 \\ -\frac{5}{R} &= -1 \\ R &= 5 \Omega \end{aligned}$$

ตอบ

ตัวอย่างที่ 3.4

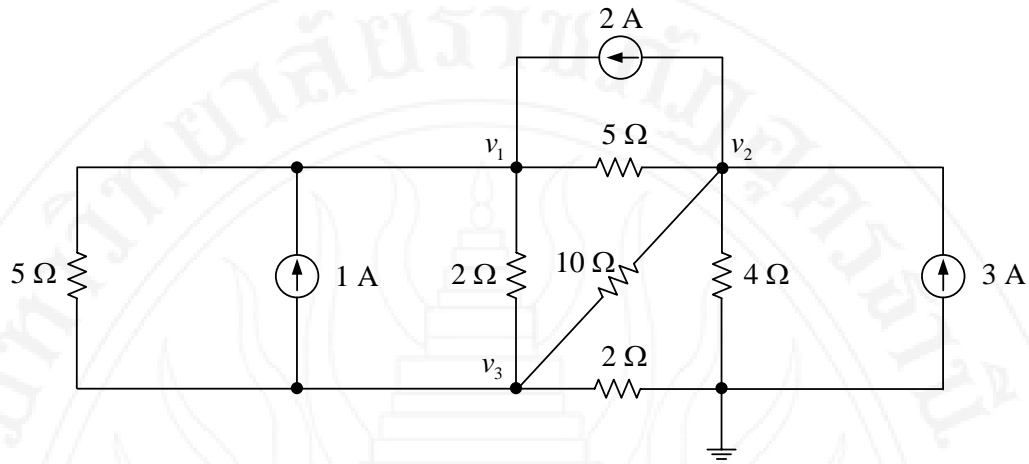
จากวงจรในรูปที่ 3.19 จงคำนวณหาแรงดันโนดทั้งหมด



รูปที่ 3.17 วงจรสำหรับตัวอย่างที่ 3.4 (Dorf & Svoboda, 2010)

วิธีทำ

จากตัวอย่างที่ผ่านมาพบว่า การกำหนดทิศทางกระแสกึ่งที่ไหลผ่านตัวต้านทาน มีรูปแบบที่ชัดเจนสำหรับตัวต้านทานระหว่างโนด และตัวต้านทานที่เชื่อมต่อกับโนดอ้างอิง ดังนั้น เพื่อให้การวิเคราะห์มีความรวดเร็วขึ้น อาจข้ามขั้นตอนการกำหนดกระแสในวงจร ไปกำหนดโนดอ้างอิงและแรงดันโนด ดังแสดงในรูปที่ 3.10 ซึ่งจากรายละเอียดเพียงเท่านั้น ก็สามารถเขียนสมการตามกฎกระแสของเคอร์ชอฟฟ์สำหรับแต่ละโนดได้



รูปที่ 3.18 กำหนดแรงดันโหนด

พิจารณาโหนดที่ 1 องค์ประกอบที่เชื่อมต่อกับโหนดนี้มีดังต่อไปนี้

- 1) ตัวต้านทาน 5Ω เชื่อมต่อโหนด 1 และ 3
- 2) แหล่งกำเนิดกระแส 1 A เชื่อมต่อโหนด 1 และโหนดอ้างอิง
- 3) ตัวต้านทาน 2Ω เชื่อมต่อโหนด 1 และ 3
- 4) ตัวต้านทาน 5Ω เชื่อมต่อโหนด 1 และ 2
- 5) แหล่งกำเนิดกระแส 2 A เชื่อมต่อโหนด 1 และ 2

จากรายละเอียด 5 ข้อข้างต้น จะได้สมการตามกฎกระแสของเคอร์ชอฟฟ์สำหรับโหนด 1 ดังนี้

$$\begin{aligned} \left(\frac{1}{5} + \frac{1}{2} + \frac{1}{5}\right)v_1 - \frac{v_2}{5} - \left(\frac{1}{5} + \frac{1}{2}\right)v_3 &= 1 + 2 \\ \frac{9}{10}v_1 - \frac{v_2}{5} - \frac{7}{10}v_3 &= 3 \\ 9v_1 - 2v_2 - 7v_3 &= 30 \end{aligned} \quad (3.34)$$

พิจารณาโหนดที่ 2 องค์ประกอบที่เชื่อมต่อกับโหนดนี้มีดังต่อไปนี้

- 1) ตัวต้านทาน 5Ω เชื่อมต่อโหนด 2 และ 1
- 2) ตัวต้านทาน 10Ω เชื่อมต่อโหนด 2 และโหนดอ้างอิง
- 3) ตัวต้านทาน 4Ω เชื่อมต่อโหนด 2 และ 3
- 4) แหล่งกำเนิดกระแส 2 A เชื่อมต่อโหนด 2 และ 1
- 5) แหล่งกำเนิดกระแส 3 A เชื่อมต่อโหนด 2 และ 3

จากรายละเอียด 5 ข้อข้างต้น จะได้สมการตามกฎกระแสของเคอร์ชอฟฟ์สำหรับโหนด 2 ดังนี้

$$\begin{aligned} \left(\frac{1}{5} + \frac{1}{10} + \frac{1}{4}\right)v_2 - \frac{v_1}{5} - \frac{v_3}{10} &= 3 - 2 \\ -\frac{v_1}{5} + \frac{11}{20}v_2 - \frac{v_3}{10} &= 1 \\ -4v_1 + 11v_2 - 2v_3 &= 20 \end{aligned} \quad (3.35)$$

พิจารณาโหนดที่ 3 องค์ประกอบที่เชื่อมต่อกับโหนดนี้มีดังต่อไปนี้

- 1) ตัวต้านทาน 2Ω เชื่อมต่อโหนด 3 และโหนดอ้างอิง
- 2) ตัวต้านทาน 4Ω เชื่อมต่อโหนด 3 และ 2
- 3) แหล่งกำเนิดกระแส 3 A เชื่อมต่อโหนด 3 และ 2

จากรายละเอียด 5 ข้อข้างต้น จะได้สมการตามกฎกระแสของเคอร์ชอฟฟ์สำหรับโหนด 3 ดังนี้

$$\begin{aligned} \left(\frac{1}{5} + \frac{1}{2} + \frac{1}{10} + \frac{1}{2}\right)v_3 - \left(\frac{1}{5} + \frac{1}{2}\right)v_1 - \frac{v_2}{10} &= -1 \\ -\frac{7}{10}v_1 - \frac{v_2}{10} + \frac{13}{10}v_3 &= -1 \\ -7v_1 - v_2 + 13v_3 &= -10 \end{aligned} \quad (3.36)$$

เขียนสมการที่ (3.34) - (3.36) ให้อยู่ในรูปของสมการเมทริกซ์ ดังนี้

$$\begin{bmatrix} 9 & -2 & -7 \\ -4 & 11 & -2 \\ -7 & -1 & 13 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 30 \\ 20 \\ -10 \end{bmatrix} \quad (3.37)$$

กำหนดให้

$$\begin{aligned} \Delta &= \begin{vmatrix} 9 & -2 & -7 \\ -4 & 11 & -2 \\ -7 & -1 & 13 \end{vmatrix} \\ &= (9)(11)(13) + (-2)(-2)(-7) + (-7)(-1)(-4) \\ &\quad - (-7)(11)(-7) - (-1)(-2)(9) - (13)(-2)(-4) \\ &= 570 \end{aligned} \quad (3.38)$$

$$\begin{aligned}\Delta_1 &= \begin{vmatrix} 30 & -2 & -7 \\ 20 & 11 & -2 \\ -10 & -1 & 13 \end{vmatrix} \\ &= (30)(11)(13) + (-2)(-2)(-10) + (-7)(-1)(20) \\ &\quad - (-10)(11)(-7) - (-1)(-2)(30) - (13)(-2)(20) \\ &= 4080\end{aligned}\quad (3.39)$$

$$\begin{aligned}\Delta_2 &= \begin{vmatrix} 9 & 30 & -7 \\ -4 & 20 & -2 \\ -7 & -10 & 13 \end{vmatrix} \\ &= (9)(20)(13) + (30)(-2)(-7) + (-7)(-10)(-4) \\ &\quad - (-7)(20)(-7) - (-10)(-2)(9) - (13)(30)(-4) \\ &= 2880\end{aligned}\quad (3.40)$$

$$\begin{aligned}\Delta_3 &= \begin{vmatrix} 9 & -2 & 30 \\ -4 & 11 & 20 \\ -7 & -1 & -10 \end{vmatrix} \\ &= (9)(11)(-10) + (-2)(20)(-7) + (30)(-1)(-4) \\ &\quad - (-7)(11)(30) - (-1)(20)(9) - (10)(-2)(-4) \\ &= 1980\end{aligned}\quad (3.41)$$

ดังนั้น แรงดันแต่ละโหนดมีค่าเท่ากับ

$$v_1 = \frac{\Delta_1}{\Delta} = \frac{4080}{570} = 7.16 \text{ V} \quad \text{ตอบ}$$

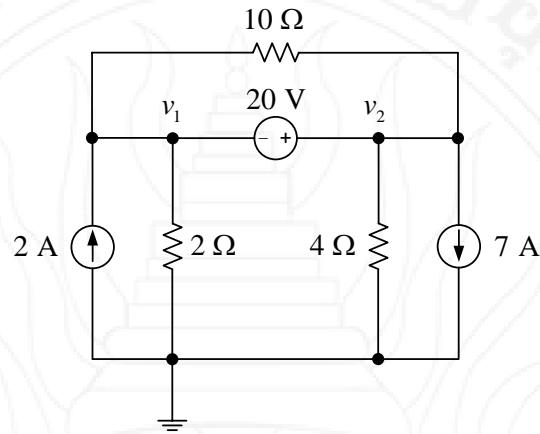
$$v_2 = \frac{\Delta_2}{\Delta} = \frac{2880}{570} = 5.05 \text{ V} \quad \text{ตอบ}$$

$$v_3 = \frac{\Delta_3}{\Delta} = \frac{1980}{570} = 3.47 \text{ V} \quad \text{ตอบ}$$

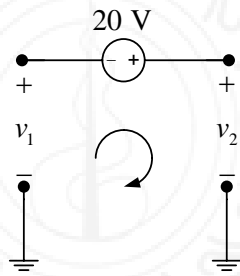
3.3 การวิเคราะห์แบบโหนดและซูเปอร์โหนด

กรณีที่วงจรมีแหล่งกำเนิดแรงดันเชื่อมต่อระหว่างโหนด สามารถแบ่งออกได้เป็น 2 กรณีคือ แหล่งกำเนิดแรงดันเชื่อมต่อระหว่างโหนดทั่วไปและโหนดอ้างอิง และแหล่งกำเนิดแรงดันเชื่อมต่อระหว่างโหนดที่ไม่ใช่โหนดอ้างอิง จากวงจรในรูปที่ 3.19 พบว่า แหล่งกำเนิดแรงดัน 20 V เชื่อมต่อ

คั่นกลางระหว่างโนด 1 และ 2 สมการแสดงความสัมพันธ์ระหว่างแรงดันโนด และแรงดัน 20 V สามารถวิเคราะห์หาได้จากวงจรในรูปที่ 3.21



รูปที่ 3.19 วงจรที่มีซูเปอร์โนด



รูปที่ 3.20 กิ่งที่มีแหล่งกำเนิดแรงดัน 20 V คั่นกลางระหว่างโนด

สมการตามกฎแรงดันของเคอร์ชอฟฟ์สำหรับวงจรในรูปที่ 3.21 คือ

$$\begin{aligned} -v_1 - 20 + v_2 &= 0 \\ -v_1 + v_2 &= 20 \end{aligned} \tag{3.42}$$

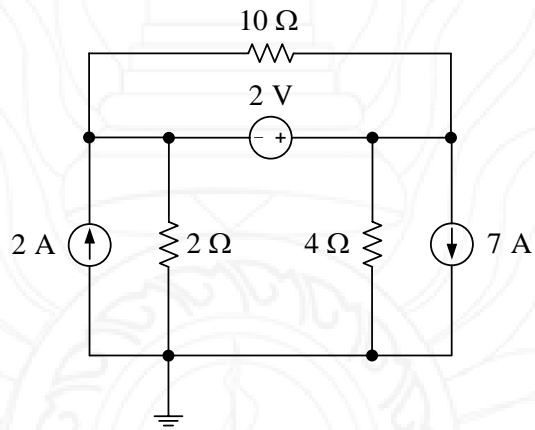
สองโนดใด ๆ ที่มีลักษณะแบบนี้ และมีความสัมพันธ์ที่คล้ายคลึงกับสมการที่ (3.42) มีชื่อเรียกว่า ซูเปอร์โนด และมีบทนิยามดังต่อไปนี้ (Alexander & Sadiku, 2009)

ซูเปอร์โนด คือ พื้นผิวปิดที่ครอบคลุม แหล่งกำเนิดแรงดัน (อิสระและไม่อิสระ) ที่เชื่อมต่อระหว่างสองโนดใด ๆ ที่ไม่ใช่โนดอ้างอิง และองค์ประกอบอื่น ๆ ที่ขนานกับทั้งสองโนดนี้

วงจรที่มีซูเปอร์โนด จะช่วยเพิ่มความง่ายให้แก่การวิเคราะห์วงจรไฟฟ้า ดังจะแสดงให้เห็นด้วยตัวอย่างต่อไปนี้

ตัวอย่างที่ 3.5

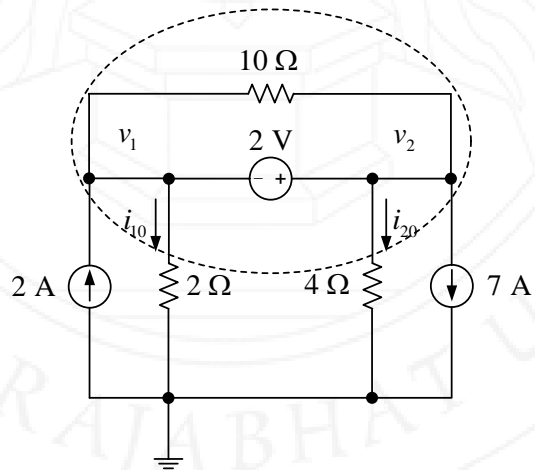
จากวงจรในรูปที่ 3.21 จงคำนวณหากำลังที่แหล่งกำเนิดกระแส 2 A และแหล่งกำเนิดแรงดัน 2 V



รูปที่ 3.21 วงจรสำหรับตัวอย่างที่ 3.5

วิธีทำ

วงจรในรูปที่ 3.21 กำหนดโนดและทิศทางกระแสดังแสดงในรูปที่ 3.22



รูปที่ 3.22 วงจรที่ใช้วิเคราะห์ตามหลักการของซูเปอร์โนด

จากวงจรในรูปที่ 3.22 พบว่า โหนด 1 และ 2 มีแหล่งกำเนิดแรงดันคั่นกลาง ดังนั้น ทั้งสองโหนดนี้รวมกันเป็นซูเปอร์โนด สมการตามกฎกระแสของเคอร์ชอฟฟ์สำหรับซูเปอร์โนดนี้คือ

$$\begin{aligned}\sum_{n=1}^4 i_n &= 0 \\ 2 - i_{10} - i_{20} - 7 &= 0 \\ 2 - \frac{v_1}{2} - \frac{v_2}{4} - 7 &= 0 \\ (-4) \left(-\frac{v_1}{2} - \frac{v_2}{4} \right) &= (-4)(7-2) \\ 2v_1 + v_2 &= -20\end{aligned}\quad (3.43)$$

สมการความสัมพันธ์ระหว่างแรงดันที่โหนด v_1 และ v_2 ตามกฎแรงดันของเคอร์ชอฟฟ์คือ

$$\begin{aligned}\sum_{m=1}^3 v_m &= 0 \\ -v_1 - 2 + v_2 &= 0 \\ -v_1 + v_2 &= 2\end{aligned}\quad (3.44)$$

เมื่อเขียนสมการที่ (3.43) - (3.44) ให้อยู่ในรูปของเมทริกซ์ จะได้

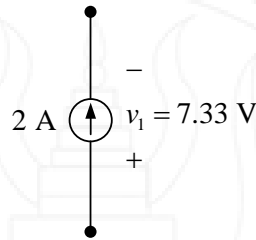
$$\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -20 \\ 2 \end{bmatrix}\quad (3.45)$$

ตามหลักเกณฑ์คราเมอร์ จะได้

$$v_1 = \frac{\begin{vmatrix} -20 & 1 \\ 2 & 1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 1 \end{vmatrix}} = \frac{(-20)(1) - (2)(1)}{(2)(1) - (-1)(1)} = -7.33 \text{ V}\quad (3.46)$$

$$v_2 = \frac{\begin{vmatrix} 2 & -20 \\ -1 & 2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 1 \end{vmatrix}} = \frac{(-2)(-20) - (-1)(-20)}{(2)(1) - (-1)(1)} = -5.33 \text{ V}\quad (3.47)$$

จากค่าแรงดัน v_1 ในสมการที่ (3.46) มีค่าเป็นลบ แสดงว่าแรงดันตกคร่อมมีขั้วตรงกันข้ามกับที่กำหนดขั้ว v_1 ในช่วงแรก ดังนั้น ขั้วที่ถูกต้องของ v_1 มีลักษณะดังรูปที่ 3.25



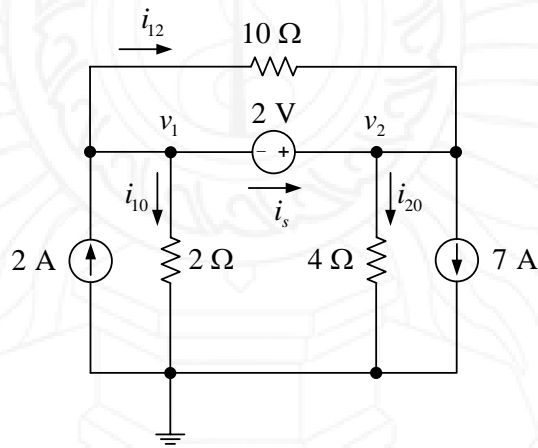
รูปที่ 3.23 แรงดันตกคร่อมแหล่งกำเนิดกระแส 2 A

เมื่ออ้างอิงกับสัญญาณเครื่องหมายพาสซีฟ กำลังที่แหล่งกำเนิดกระแส 2 A จึงค่าเท่ากับ

$$p_{2A} = vi = (7.33)(2) = 14.66 \text{ A} \text{ ดูดกลืนกำลัง}$$

ตอบ

พิจารณาวงจรในรูปที่ 3.24 การคำนวณกำลังที่แหล่งกำเนิด 2 V ต้องทราบค่ากระแส i_s เสียก่อน



รูปที่ 3.24 กระแสที่ไหลในกิ่งทั้งหมดของวงจร

พิจารณาที่โนด 2 สมการตามกฎกระแสของเคอร์ชอฟฟ์คือ

$$\begin{aligned} i_s - i_{20} - 7 + i_{12} &= 0 \\ i_s &= 7 - i_{12} + i_{20} \end{aligned} \tag{3.48}$$

แทนค่ากระแส i_{12} และ i_{20} ลงในสมการที่ (3.48) จะได้

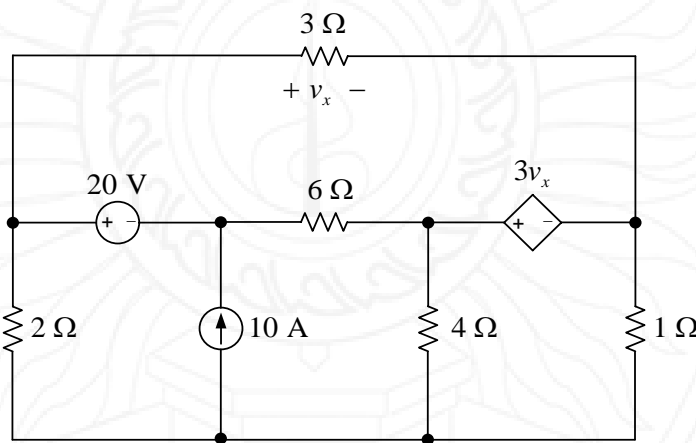
$$i_s = 7 - \left(\frac{v_1 - v_2}{10} \right) + \frac{v_2}{4} = 7 - \left(\frac{-7.33 - (-5.33)}{10} \right) + \frac{(-5.33)}{4} = 5.87 \text{ A} \quad (3.49)$$

เมื่ออ้างอิงกับสัญญาณเครื่องหมายพาสซีฟ กำลังที่แหล่งกำเนิดแรงดัน 2 V จึงค่าเท่ากับ

$$p_{2V} = -vi = -(2)(5.87) = -11.74 \text{ W} \text{ จ่ายกำลัง} \quad \text{ตอบ}$$

ตัวอย่างที่ 3.6

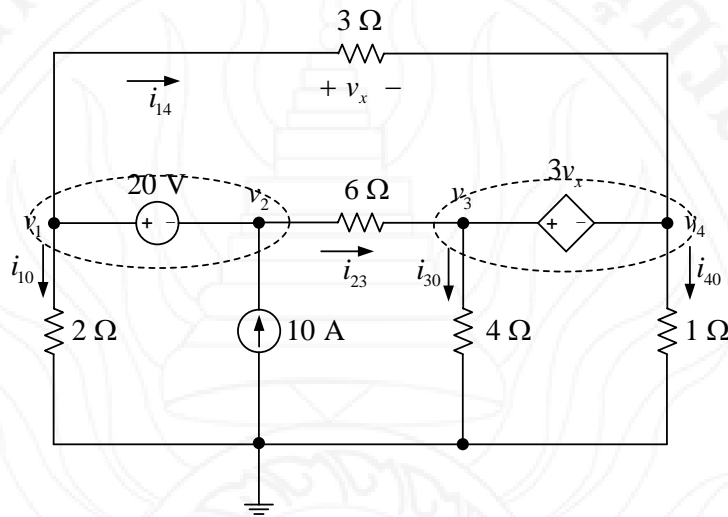
จากวงจรในรูปที่ 3.25 จงใช้หลักการซูเปอร์โนดคำนวณหา กำลังที่จ่ายหรือดูดกลืนโดยแหล่งกำเนิดแรงดัน $3v_x$



รูปที่ 3.25 สำหรับตัวอย่างที่ 3.6

วิธีทำ

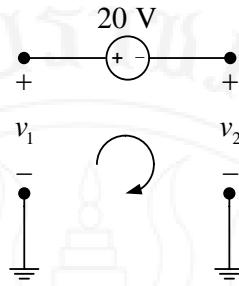
กำหนดโหนดอ้างอิง ชี้อโนด ทิศทางกระแส และซูเปอร์โนด ดังแสดงในรูปที่ 3.26



รูปที่ 3.26 การกำหนดซูเปอร์โนดและทิศทางกระแส

จากรูปที่ 3.26 ซูเปอร์โนดคือ พื้นผิวปิดที่ครอบคลุมโหนด $v_1 - v_2$ และ $v_3 - v_4$ สมการตามกฎกระแสของเคอร์ชอฟฟ์สำหรับซูเปอร์โนด $v_1 - v_2$ คือ

$$\begin{aligned} \sum_{n=1}^4 i_n &= 0 \\ -i_{10} - i_{14} + 10 - i_{23} &= 0 \\ -\frac{v_1}{2} - \left(\frac{v_1 - v_4}{3}\right) - \left(\frac{v_2 - v_3}{6}\right) &= -10 \\ -\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3}\right)v_1 - \frac{v_2}{6} + \frac{v_3}{6} + \frac{v_4}{3} &= -10 \\ -\frac{5}{6}v_1 - \frac{v_2}{6} + \frac{v_3}{6} + \frac{v_4}{3} &= -10 \\ (-6)\left(-\frac{5}{6}v_1 - \frac{v_2}{6} + \frac{v_3}{6} + \frac{v_4}{3}\right) &= (-10)(-6) \\ 5v_1 + v_2 - v_3 - 2v_4 &= 60 \end{aligned} \tag{3.50}$$



รูปที่ 3.27 วงจรแยกพิจารณาเฉพาะโหนด v_1 และ v_2

จากรูปที่ 3.27 สมการตามกฎแรงดันของเคอร์ชอฟฟ์ ระหว่างโหนด v_1 และ v_2 คือ

$$\begin{aligned} \sum_{m=1}^3 v_m &= 0 \\ -v_1 + 20 + v_2 &= 0 \\ -v_1 + v_2 &= -20 \\ v_2 &= v_1 - 20 \end{aligned} \tag{3.51}$$

เพื่อเป็นการลดตัวแปรที่ไม่ทราบค่าจาก 4 ตัวให้เหลือเพียง 3 ตัว แทนค่า v_2 จากสมการที่ (3.51) ในสมการที่ (3.50) จะได้

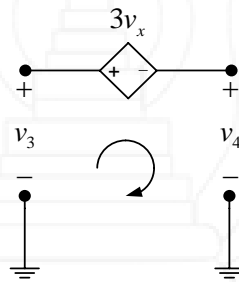
$$\begin{aligned} 5v_1 + (v_1 - 20) - v_3 - 2v_4 &= 60 \\ 6v_1 - v_3 - 2v_4 &= 80 \end{aligned} \tag{3.52}$$

จากรูปที่ 3.26 สมการตามกฎกระแสของเคอร์ชอฟฟ์สำหรับซูเปอร์โหนด $v_3 - v_4$ คือ

$$\begin{aligned} \sum_{n=1}^4 i_n &= 0 \\ i_{23} - i_{30} - i_{40} + i_{14} &= 0 \\ \frac{v_2 - v_3}{6} - \frac{v_3}{4} - \frac{v_4}{1} + \frac{v_1 - v_4}{3} &= 0 \\ \frac{1}{3}v_1 + \frac{1}{6}v_2 - \frac{5}{12}v_3 - \frac{4}{3}v_4 &= 0 \\ (-12) \left(\frac{1}{3}v_1 + \frac{1}{6}v_2 - \frac{5}{12}v_3 - \frac{4}{3}v_4 \right) &= (0)(-12) \\ -4v_1 - 2v_2 + 5v_3 + 16v_4 &= 0 \end{aligned} \tag{3.53}$$

แทนค่า v_2 จากสมการที่ (3.51) ในสมการที่ (3.53) จะได้

$$\begin{aligned} -4v_1 - 2(v_1 - 20) + 5v_3 + 16v_4 &= 0 \\ -6v_1 + 5v_3 + 16v_4 &= -40 \end{aligned} \quad (3.54)$$



รูปที่ 3.28 วงจรแยกพิจารณาเฉพาะโหนด v_3 และ v_4

จากรูปที่ 3.28 สมการตามกฎแรงดันของเคอร์ชอฟฟ์ ระหว่างโหนด v_3 และ v_4 คือ

$$\begin{aligned} \sum_{m=1}^3 v_m &= 0 \\ -v_3 + 3v_x + v_4 &= 0 \end{aligned} \quad (3.55)$$

จากรูปที่ 3.26 และกฎของโอห์ม แรงดัน v_x มีค่าเท่ากับ $3i_4$ และ $i_4 = \frac{v_1 - v_4}{3}$ ดังนั้น

$$3v_x = (3)(3)\left(\frac{v_1 - v_4}{3}\right) = 3v_1 - 3v_4 \quad (3.56)$$

แทนค่า $3v_x$ ในสมการที่ (3.55) จะได้

$$\begin{aligned} -v_3 + (3v_1 - 3v_4) + v_4 &= 0 \\ 3v_1 - v_3 - 2v_4 &= 0 \end{aligned} \quad (3.57)$$

เขียนสมการที่ (3.52), (3.54) และ (3.57) ให้อยู่ในรูปของเมทริกซ์ จะได้

$$\begin{bmatrix} 6 & -1 & -2 \\ -6 & 5 & 16 \\ 3 & -1 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ v_3 \\ v_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 80 \\ -40 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.58)$$

กำหนดให้

$$\begin{aligned} \Delta &= \begin{vmatrix} 6 & -1 & -2 \\ -6 & 5 & 16 \\ 3 & -1 & -2 \end{vmatrix} \\ &= (6)(5)(-2) + (-1)(16)(3) + (-2)(-1)(-6) \\ &\quad - (3)(5)(-2) - (-1)(16)(6) - (2)(-1)(-6) \\ &= 18 \end{aligned} \quad (3.59)$$

$$\begin{aligned} \Delta_1 &= \begin{vmatrix} 80 & -1 & -2 \\ -40 & 5 & 16 \\ 0 & -1 & -2 \end{vmatrix} \\ &= (80)(5)(-2) + 0 + (-2)(-1)(-40) \\ &\quad - 0 - (-1)(16)(80) - (-2)(-1)(-40) \\ &= 480 \end{aligned} \quad (3.60)$$

$$\begin{aligned} \Delta_3 &= \begin{vmatrix} 6 & 80 & -2 \\ -6 & -40 & 16 \\ 3 & 0 & -2 \end{vmatrix} \\ &= (6)(-40)(-2) + (80)(16)(3) + 0 \\ &\quad - (3)(-40)(-2) - 0 - (-2)(80)(-6) \\ &= 3120 \end{aligned} \quad (3.61)$$

$$\begin{aligned} \Delta_4 &= \begin{vmatrix} 6 & -1 & 80 \\ -6 & 5 & -40 \\ 3 & -1 & 0 \end{vmatrix} \\ &= 0 + (-1)(-40)(3) + (80)(-1)(6) \\ &\quad - (3)(5)(80) - (-1)(-40)(6) - 0 \\ &= -840 \end{aligned} \quad (3.62)$$

ผลเฉลยสำหรับแรงดัน v_1 , v_3 และ v_4 คือ

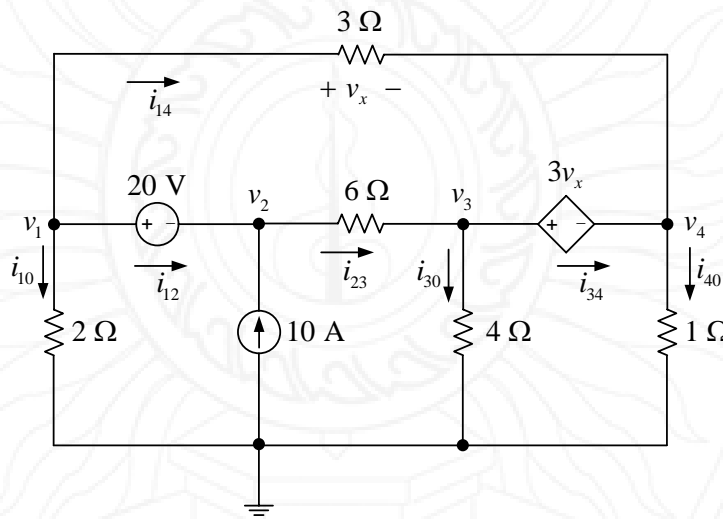
$$v_1 = \frac{\Delta_1}{\Delta} = \frac{480}{18} = 26.67 \text{ V} \quad (3.63)$$

$$v_3 = \frac{\Delta_3}{\Delta} = \frac{3120}{18} = 173.33 \text{ V} \quad (3.64)$$

$$v_4 = \frac{\Delta_4}{\Delta} = \frac{-840}{18} = -46.67 \text{ V} \quad (3.65)$$

แทนค่า v_1 ในสมการที่ (3.51) จะได้ v_2 มีค่าเท่ากับ

$$v_2 = v_1 - 20 = 26.67 - 20 = 6.67 \text{ V} \quad (3.66)$$



รูปที่ 3.29 วงจรสำหรับวิเคราะห์หาค่า i_{12} และ i_{34}

พิจารณาที่โหนด 4 สมการตามกฎกระแสของเคอร์ชอฟฟ์คือ

$$\sum_{n=1}^3 i_n = 0$$

$$i_{14} + i_{34} - i_{40} = 0$$

$$i_{34} = i_{40} - i_{14} \quad (3.67)$$

แทนค่ากระแส i_{40} และ i_{41} ลงในสมการที่ (3.67) จะได้

$$i_{34} = \frac{v_4}{1} + \frac{v_1 - v_4}{3} = \frac{-46.67}{1} + \frac{26.67 - (-46.67)}{3} = -22.22 \text{ A} \quad (3.68)$$

กระแส i_{34} มีค่าเป็นลบแสดงว่าทิศทางที่แท้จริงคือ กระแสไหลจากโนด 4 ไปโนด 3 จากค่าพิจารณาที่ตัวต้านทาน 3Ω จะเห็นว่า

$$v_x = v_1 - v_4 = 26.67 - (-46.67) = 73.34 \text{ V} \quad (3.69)$$

ค่าแรงดันของแหล่งกำเนิด $3v_x$ จึงมีค่าเท่ากับ

$$3v_x = 3(73.34) = 220 \text{ V} \quad (3.70)$$

เมื่ออ้างอิงกับสัญญาณเครื่องหมายพาสซีฟ กำลังที่แหล่งกำเนิดแรงดัน $3v_x$ จึงมีค่าเท่ากับ

$$p_{3v_x} = -vi = -(220)(22.22) = -4.89 \text{ kW} \text{ จ่ายกำลัง} \quad \text{ตอบ}$$

3.4 การวิเคราะห์แบบเมช

การวิเคราะห์วงจรแบบเมช มีที่มาจากกฎแรงดันของเคอร์ชอฟฟ์ ซึ่งกล่าวไว้ว่า “ผลรวมเชิงพีชคณิตของแรงดันที่วงรอบใด ๆ มีค่าเท่ากับศูนย์” จากหัวข้อที่ผ่านมา พารามิเตอร์ที่ได้จากการวิเคราะห์แบบโนดคือ แรงดันโนด แต่พารามิเตอร์ที่ได้จากการวิเคราะห์แบบเมชคือ กระแสเมช ความหมายของของเมชในวงจรไฟฟ้าคือ (Alexander & Sadiku, 2009)

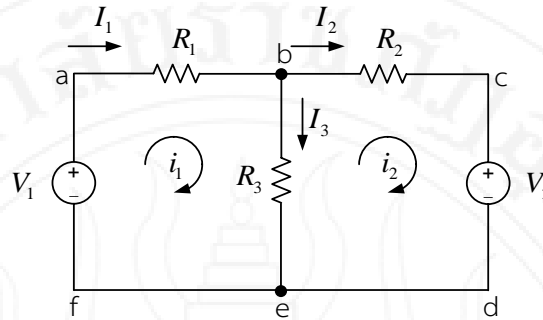
เมช คือ วงรอบที่ไม่มีวงรอบอื่น ๆ ภายในตัวของมันเอง

พิจารณาวงจรในรูปที่ 3.30 ประกอบไปด้วย 2 เมช คือ วิธี a-b-e-f-a และ b-c-d-e-b ในขณะที่วิธี a-b-c-d-e-f-a เป็นวงรอบแต่ไม่ใช่เมช กระแส i_1 และ i_2 มีชื่อเรียกเฉพาะว่า กระแสเมช

หากวงรอบเมชที่ 1 ในทิศทางตามเข็มนาฬิกา แรงดันตกคร่อม R_1 และ R_3 ตามลำดับคือ

$$v_{R_1} = R_1 I_1 = R_1 i_1 \quad (3.71)$$

$$v_{R_3} = R_3 I_3 \quad (3.72)$$



รูปที่ 3.30 วงจรที่ประกอบไปด้วย 2 เมช

เนื่องจาก $I_1 = i_1$ และ $I_2 = i_2$ สมการตามกฎกระแสของเคอร์ชอฟฟ์ที่โหนด b คือ

$$\begin{aligned} I_1 - I_2 - I_3 &= 0 \\ I_3 &= I_1 - I_2 \\ &= i_1 - i_2 \end{aligned} \quad (3.73)$$

ดังนั้น แรงดันตกคร่อมตัวต้านทาน R_3 คือ

$$v_{R_3} = R_3(i_1 - i_2) \quad (3.74)$$

จากสมการที่ (3.74) จะเห็นว่า เมื่อคำนวณแรงดันตกคร่อม R_3 โดยอ้างอิงกับเมชที่ 1 เนื่องจาก R_3 มีกระแสรวมทั้งเมชที่ 1 และ 2 กระแสลัพธ์จึงมีค่าเท่ากับ $i_1 - i_2$ ซึ่งหากมีกระแสรวมมากกว่านี้ ต้องลบด้วยกระแสรวมทั้งหมดออกจาก i_1 เสียก่อน ดังนั้น สมการตามกฎแรงดันของเคอร์ชอฟฟ์สำหรับเมชที่ 1 คือ

$$\begin{aligned} -V_1 + v_{R_1} + v_{R_3} &= 0 \\ R_1 i_1 + R_3(i_1 - i_2) &= V_1 \\ (R_1 + R_3)i_1 - R_3 i_2 &= V_1 \end{aligned} \quad (3.75)$$

จากสมการที่ (3.75) จะเห็นว่า ความต้านทานที่คูณกับ i_1 มีค่าเท่ากับผลรวมของเมชที่ 1 ในขณะที่ความต้านทานที่คูณกับ i_2 เท่ากับค่าลบของความต้านทานที่ i_1 และ i_2 ไหลผ่านร่วมกัน พิจารณาเมชที่ 2 ในทิศทางตามเข็มนาฬิกา แรงดันตกคร่อมตัวต้านทาน R_2 คือ

$$v_{R_2} = R_2 I_2 = R_2 i_2 \quad (3.76)$$

แรงดันตกคร่อม R_3 คือ

$$v_{R_3} = R_3(-I_3) \quad (3.77)$$

จากสมการที่ (3.73) จะได้

$$-I_3 = -(I_1 - I_2) = -(i_1 - i_2) = i_2 - i_1 \quad (3.78)$$

ดังนั้น แรงดันตกคร่อม R_3 คือ

$$v_{R_3} = R_3(i_2 - i_1) \quad (3.79)$$

จากสมการที่ (3.79) จะเห็นว่า เมื่อคำนวณแรงดันตกคร่อม R_3 โดยอ้างอิงเมชที่ 2 ซึ่งตัวต้านทาน R_3 มีกระแสระหว่างเมชที่ 1 และ 2 กระแสลัพท์ที่ใช้คำนวณแรงดันตกคร่อมคือ $i_2 - i_1$ หากมีกระแสรวมมากกว่านี้ ต้องลบกระแสรวมทั้งหมุดออกจาก i_2 เสียก่อน สมการตามกฎแรงดันของเคอร์ชอฟฟ์สำหรับเมชที่ 2 คือ

$$\begin{aligned} v_{R_2} + v_{R_3} &= 0 \\ R_2 i_2 + R_3(i_2 - i_1) &= 0 \\ -R_3 i_1 + (R_2 + R_3) i_2 &= 0 \end{aligned} \quad (3.80)$$

จากสมการที่ (3.80) จะเห็นว่า ความต้านทานที่คูณกับ i_2 มีค่าเท่ากับความต้านรวมของเมชที่ 2 ในขณะที่ความต้านทานคูณกับ i_1 เท่ากับค่าลบของความต้านทานที่ i_1 และ i_2 ไหลผ่านร่วมกัน เมื่อเขียนสมการที่ (3.75) และ (3.80) ให้อยู่ในรูปเมทริกซ์ จะได้

$$\begin{bmatrix} R_1 + R_3 & -R_3 \\ -R_3 & R_2 + R_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.81)$$

ซึ่งสมการเมทริกซ์นี้ สามารถหาผลเฉลยได้ด้วยวิธีการคำนวณทางเมทริกซ์ เช่น เมทริกซ์ผกผัน หลักเกณฑ์คราเมอร์ เป็นต้น จากรายละเอียดอย่างข้างต้น สามารถสรุปขั้นตอนการวิเคราะห์แบบเมชได้ดังนี้ (Alexander & Sadiku, 2009)

(1) กำหนดกระแสเมชสำหรับแต่ละเมช รายละเอียดที่ต้องระบุให้ครบถ้วนคือ สัญลักษณ์และทิศทางการไหล ดังแสดงตัวอย่างในรูปที่ 3.30 ประกอบไปด้วยกระแสเมช i_1 และ i_2 ซึ่งมีทิศทางการไหลตามทิศทางการหมุนของเข็มนาฬิกาทั้งหมด การกำหนดทิศทางการไหลของกระแสเมชที่แตกต่างกันสามารถทำได้ หากเป็นกรณีพิเศษที่มีเงื่อนไขบังคับ หรือช่วยให้การวิเคราะห์วงจรมีความ

ง่ายมากขึ้น สำหรับวงจรที่มีจำนวนเมฆทั้งสั้นเท่ากับ M กระแสเมฆจะประกอบไปด้วย i_1, i_2, i_3 จนถึง i_M

(2) ใช้กฎของโอห์มเขียนสมการตามกฎแรงดันของเคอร์ชอฟฟ์สำหรับแต่ละเมฆ กรณีที่ตัวต้านทานมีกระแสไหลผ่านร่วมกันมากกว่า 1 ค่า ต้องวิเคราะห์หาแรงดันตกคร่อม โดยแยกพิจารณาออกเป็น 2 กรณี ดังนี้

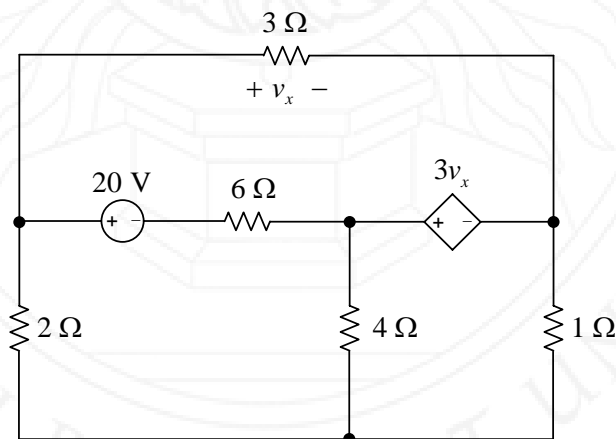
(ก) หากทิศทางการไหลของกระแสทั้งหมดที่ไหลผ่านตัวต้านทานมีทิศทางตรงกันข้าม แรงดันตกคร่อมตัวต้านทานมีค่าเท่ากับ ผลคูณระหว่างความต้านทาน กับผลลัพธ์ที่ได้จากกระแสเมฆที่กำลังพิจารณาลบด้วยกระแสของเมฆอื่น จากตัวอย่างในรูปที่ 3.30 พบว่า R_3 มีกระแสไหลผ่านสองค่าคือ i_1 และ i_2 เมื่อพิจารณาเมฆที่ 1 แรงดันตกคร่อม R_3 มีค่าเท่ากับ $R_3(i_1 - i_2)$ แต่เมื่อพิจารณาเมฆที่ 2 แรงดันตกคร่อม R_3 มีค่าเท่ากับ $R_3(i_2 - i_1)$

(ข) หากทิศทางการไหลของกระแสทั้งหมดที่ไหลผ่านตัวต้านทานมีทิศทางเดียวกัน แรงดันตกคร่อมตัวต้านทานมีค่าเท่ากับ ผลคูณระหว่างความต้านทาน และผลรวมกระแสเมฆทั้งหมดที่ไหลผ่านตัวต้านทาน

(3) จัดพจน์สมการให้อยู่ในรูปเมทริกซ์ และคำนวณหาผลเฉลยสำหรับกระแสด้วยวิธีการทางเมทริกซ์

ตัวอย่างที่ 3.7

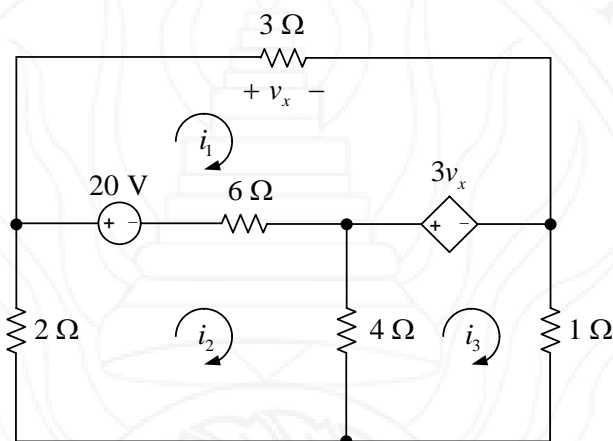
จากวงจรในรูปที่ 3.31 จงใช้วิธีการวิเคราะห์แบบเมฆ คำนวณหาค่ากำลังที่จ่ายหรือดูดกลืนโดยแหล่งกำเนิดแรงดัน 20 V และ $3v_x$



รูปที่ 3.31 วงจรสำหรับตัวอย่างที่ 3.7 (Alexander & Sadiku, 2009)

วิธีทำ

(1) กำหนดกระแสเมฆดังรูปที่ 3.32



รูปที่ 3.32 การกำหนดกระแสเมฆ

(2) พิจารณาเมฆที่ 1 ตัวต้านทาน $6\ \Omega$ มีกระแสไหลผ่าน 2 ค่าคือ i_1 และ i_2 ดังนั้นแรงดันตกคร่อมจึงมีค่าเท่ากับ

$$v_{6\Omega}^1 = Ri = 6(i_1 - i_2) \tag{3.82}$$

พิจารณาที่ตัวต้านทาน $3\ \Omega$ แรงดัน v_x มีค่าเท่ากับ

$$v_x = Ri = 3i_1 \tag{3.83}$$

สมการตามกฎแรงดันของเคอร์ชอฟฟ์สำหรับเมฆที่ 1 คือ

$$\begin{aligned} -20 + v_x - 3v_x + v_{6\Omega}^1 &= 0 \\ 3i_1 - 3(3i_1) + 6(i_1 - i_2) &= 20 \\ -6i_2 &= 20 \\ i_2 &= -3.33\ \text{A} \end{aligned} \tag{3.84}$$

กระแส i_2 เป็นค่าลบ แสดงว่าทิศทางกระแสที่กำหนดในรูปที่ 3.32 ไม่ตรงกับทิศทางจริงของวงจร

พิจารณาเมชที่ 2 ในรูปที่ 3.32 เมื่อวนรอบตามทิศทางของ i_2 พบว่า ตัวต้านทาน 6Ω มีกระแส i_1 และ i_2 ไหลผ่านร่วมกัน แรงดันตกคร่อมจึงมีค่าเท่ากับ

$$v_{6\Omega}^2 = 6(i_2 - i_1) \quad (3.85)$$

ในขณะที่ตัวต้านทาน 4Ω มีกระแส i_2 และ i_3 ไหลผ่านร่วมกัน แรงดันตกคร่อมมีค่าเท่ากับ

$$v_{4\Omega}^2 = 4(i_2 - i_3) \quad (3.86)$$

สมการกฎแรงดันของเคอร์ชอฟฟ์สำหรับเมชที่ 2 คือ

$$\begin{aligned} 2i_2 + 20 + v_{6\Omega}^2 + v_{4\Omega}^2 &= 0 \\ 2i_2 + 20 + 6(i_2 - i_1) + 4(i_2 - i_3) &= 0 \\ 2i_2 + 6i_2 - 6i_1 + 4i_2 - 4i_3 &= -20 \\ -6i_1 + 12i_2 - 4i_3 &= -20 \\ -3i_1 + 6(-3.33) - 2i_3 &= -10 \\ -3i_1 - 2i_3 &= 9.98 \end{aligned} \quad (3.87)$$

พิจารณาเมชที่ 3 ในรูปที่ 3.32 เมื่อวนรอบตามทิศทางของ i_3 พบว่า ตัวต้านทาน 4Ω มีกระแส i_2 และ i_3 ไหลผ่านร่วมกัน แรงดันตกคร่อมจึงมีค่าเท่ากับ

$$v_{4\Omega}^3 = 4(i_3 - i_2) \quad (3.88)$$

สมการกฎแรงดันของเคอร์ชอฟฟ์สำหรับเมชที่ 3 คือ

$$\begin{aligned} v_{4\Omega}^3 + 3v_x + (1)i_3 &= 0 \\ 4(i_3 - i_2) + 3v_x + (1)i_3 &= 0 \\ 4i_3 - 4i_2 + 3(3i_1) + i_3 &= 0 \\ 9i_1 - 4i_2 + 5i_3 &= 0 \\ 9i_1 - 4(-3.33) + 5i_3 &= 0 \\ 9i_1 + 5i_3 &= -13.32 \end{aligned} \quad (3.89)$$

(3) เขียนสมการที่ (3.87) และ (3.89) ให้อยู่ในรูปเมทริกซ์ จะได้

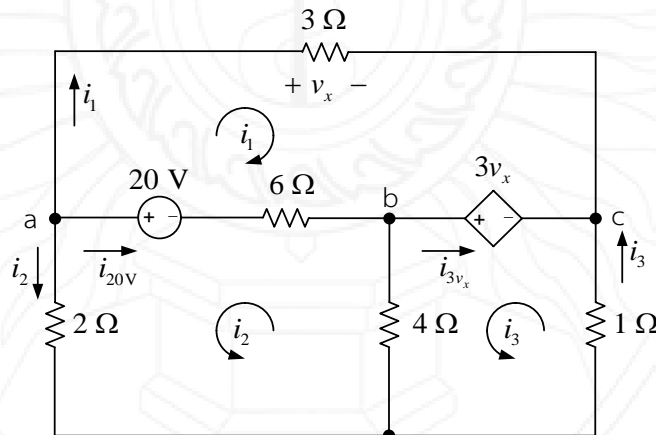
$$\begin{bmatrix} -3 & -2 \\ 9 & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 9.98 \\ -13.32 \end{bmatrix} \quad (3.90)$$

ผลเฉลยสำหรับกระแส i_1 และ i_3 คือ

$$i_1 = \frac{\begin{vmatrix} 9.98 & -2 \\ -13.32 & 5 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} -3 & -2 \\ 9 & 5 \end{vmatrix}} = \frac{(9.98)(5) - (-13.32)(-2)}{(-3)(5) + (9)(-2)} = 7.75 \text{ A} \quad (3.91)$$

$$i_3 = \frac{\begin{vmatrix} -3 & 9.98 \\ 9 & -13.32 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} -3 & -2 \\ 9 & 5 \end{vmatrix}} = \frac{(3)(-13.32) - (9)(9.98)}{(-3)(5) + (9)(-2)} = -16.62 \text{ A} \quad (3.92)$$

กระแส i_3 เป็นค่าลบ แสดงว่าทิศทางกระแสที่กำหนดในรูปที่ 3.32 ไม่ถูกต้อง วงจรแสดงทิศทางที่ถูกต้องของกระแสทั้งหมด แสดงในรูปที่ 3.33



รูปที่ 3.33 ทิศทางที่ถูกต้องของกระแส i_1 i_2 และ i_3

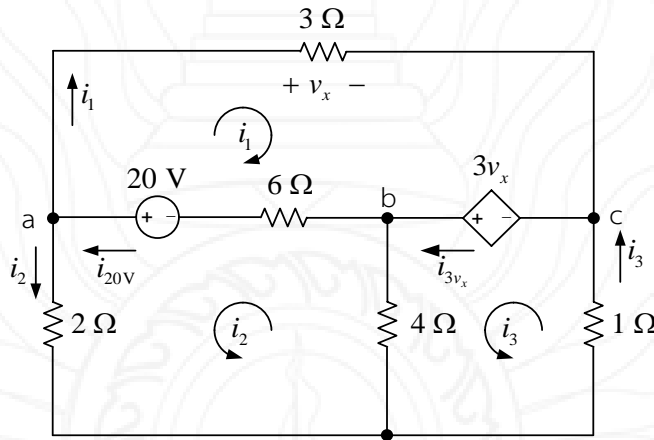
จากกฎกระแสของเคอร์ชอฟฟ์ กระแสไหลผ่านแหล่งกำเนิด 20 V มีค่าเท่ากับ

$$i_{20V} = -i_1 - i_2 = -7.75 - 3.33 = -11.08 \text{ A} \quad (3.93)$$

ค่ากระแส i_{20V} ตีกลับแสดงว่าทิศทางที่กำหนดในรูปที่ 3.33 ไม่ถูกต้อง พิจารณาที่โหนด c กระแส i_{3v_x} มีค่าเท่ากับ

$$i_{3v_x} = -i_1 - i_3 = -7.75 - 16.67 = -24.42 \text{ A} \quad (3.94)$$

ค่ากระแส i_{3v_x} ตีกลับแสดงว่าทิศทางที่กำหนดในรูปที่ 3.33 ไม่ถูกต้อง ทิศทางที่ถูกต้องของกระแสทั้งหมด แสดงในรูปที่ 3.34



รูปที่ 3.34 ทิศทางที่ถูกต้องของกระแสทั้งหมด

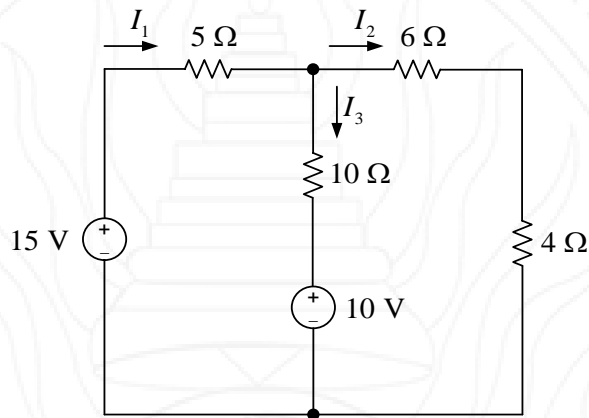
เมื่ออ้างอิงกับสัญญาณเครื่องหมายพาสซีฟ กำลังที่แหล่งกำเนิดแรงดัน 20 V และ $3v_x$ จึงมีค่าเท่ากับ

$$p_{20V} = -vi = -(20)(16.08) = -320.16 \text{ W} \text{ จ่ายกำลัง} \quad \text{ตอบ}$$

$$p_{3v_x} = -vi = -(3v_x)i_{3v_x} = -(3)(7.75)(1)(24.42) = -567.77 \text{ W} \text{ จ่ายกำลัง} \quad \text{ตอบ}$$

ตัวอย่างที่ 3.8

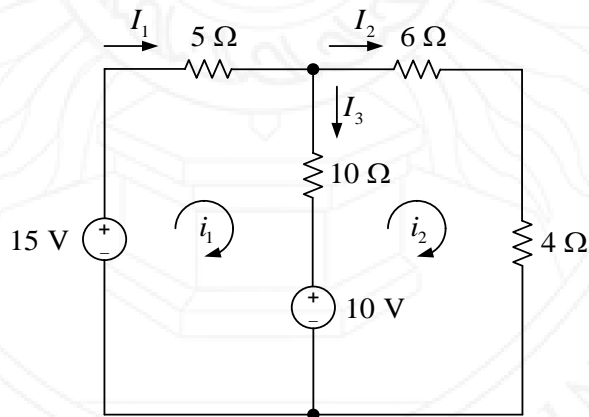
จากวงจรในรูปที่ 3.35 จงใช้วิธีการวิเคราะห์แบบเมชคำนวณหา I_1 I_2 และ I_3



รูปที่ 3.35 สำหรับตัวอย่างที่ 3.8 (Alexander & Sadiku, 2009)

วิธีทำ

(1) กำหนดกระแสเมชดังรูปที่ 3.36



รูปที่ 3.36 การกำหนดกระแสเมช

(2) เมื่อพิจารณาองค์ประกอบแรงดัน ตัวต้านทาน และทิศทางการไหลของกระแส สมการตามกฎแรงดันของเคอร์ชอฟฟ์สำหรับเมชที่ 1 คือ

$$\begin{aligned} -15 + 5i_1 + 10(i_1 - i_2) + 10 &= 0 \\ 5i_1 + 10i_1 - 10i_2 &= 15 - 10 \\ 15i_1 - 10i_2 &= 5 \\ 3i_1 - 2i_2 &= 1 \end{aligned} \quad (3.95)$$

ในการทำงานเดียวกันสำหรับเมชที่ 2 สมการกฎแรงดันของเคอร์ชอฟฟ์สำหรับเมชที่ 2 คือ

$$\begin{aligned} -10 + 10(i_2 - i_1) + 6i_2 + 4i_2 &= 0 \\ -10 + 10(i_2 - i_1) + 6i_2 + 4i_2 &= 0 \\ 10i_2 - 10i_1 + 6i_2 + 4i_2 &= 10 \\ -10i_1 + 20i_2 &= 10 \\ -i_1 + 2i_2 &= 1 \end{aligned} \quad (3.96)$$

(3) เขียนสมการที่ (3.95) และ (3.96) ให้อยู่ในรูปเมทริกซ์ จะได้

$$\begin{bmatrix} 3 & -2 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (3.97)$$

ผลเฉลยสำหรับ i_1 และ i_2 คือ

$$i_1 = \frac{\begin{vmatrix} 1 & -2 \\ 1 & 2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 3 & -2 \\ -1 & 2 \end{vmatrix}} = \frac{(1)(2) - (1)(-2)}{(3)(2) - (-1)(-2)} = 1 \text{ A} = I_1 \quad \text{ตอบ}$$

$$i_2 = \frac{\begin{vmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 3 & -2 \\ -1 & 2 \end{vmatrix}} = \frac{(3)(1) - (-1)(1)}{(3)(2) - (-1)(-2)} = 1 \text{ A} = I_2 \quad \text{ตอบ}$$

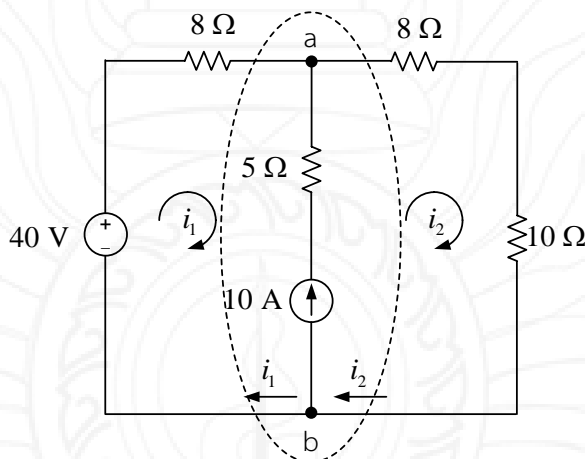
จากกฎกระแสของเคอร์ชอฟฟ์ I_3 มีค่าเท่ากับ

$$I_3 = I_1 - I_2 = 1 - 1 = 0 \text{ A} \quad \text{ตอบ}$$

3.5 การวิเคราะห์แบบเมชและซูเปอร์เมช

กรณีนี้ห้วงจรมีแหล่งกำเนิดกระแสเป็นส่วนหนึ่งของเมช ดังแสดงในรูปที่ 3.37 อาจดูเสมือนว่าแหล่งกำเนิดกระแส 10 A จะสร้างความยุ่งยากให้การวิเคราะห์แบบเมช เพราะไม่สามารถหาแรงดันตกคร่อมแหล่งกำเนิดกระแสด้วยกฎของโอห์มได้หรือกฎอื่น ๆ ได้ แต่ในความเป็นจริง กลับเป็นการเพิ่มความง่าย เพราะแหล่งกำเนิดกระแสจะช่วยลดความซับซ้อนของสมการที่จะวิเคราะห์เพื่อหาผลเฉลย พิจารณาเนต b สมการตามกฎกระแสของเคอร์ชอฟฟ์คือ

$$\begin{aligned} -i_1 + i_2 - 10 &= 0 \\ -i_1 + i_2 &= 10 \end{aligned} \tag{3.98}$$



รูปที่ 3.37 วงจรที่มีซูเปอร์เมช

เมื่อพิจารณาสมการที่ (3.98) พบว่า สัมประสิทธิ์หน้าตัวแปร i_1 และ i_2 คือเลข 1 ซึ่งจะช่วยลดความยุ่งยากของการคำนวณ การเขียนสมการตามกฎกระแสเคอร์ชอฟฟ์สำหรับเมช 1 และ 2 ยังสามารถเขียนให้อยู่ภายในสมการเดียวกันได้ดังนี้

$$\begin{aligned} -40 + 8i_1 + (8 + 10)i_2 &= 0 \\ 8i_1 + 18i_2 &= 40 \\ 4i_1 + 9i_2 &= 20 \end{aligned} \tag{3.99}$$

จะพบว่าสมการที่ (3.99) ไม่มีความเกี่ยวข้องกับแหล่งกำเนิดกระแส 10 A และตัวต้านทาน 5 Ω ซึ่งเสมือนกับว่าได้ถูกตัดออกไปจากวงจรมัชที่เกิดจากการตัดกิ่งที่มีแหล่งกำเนิดกระแสและองค์ประกอบอนุกรมอื่น ๆ ออกไป แล้วยุบรวมวิธีซึ่งมีค่ากระแสต่างกันให้เหลือเพียงเมชเดียว มีชื่อเรียกว่า ซูเปอร์เมช โดยมีบทนิยามดังต่อไปนี้ (Alexander & Sadiku, 2009)

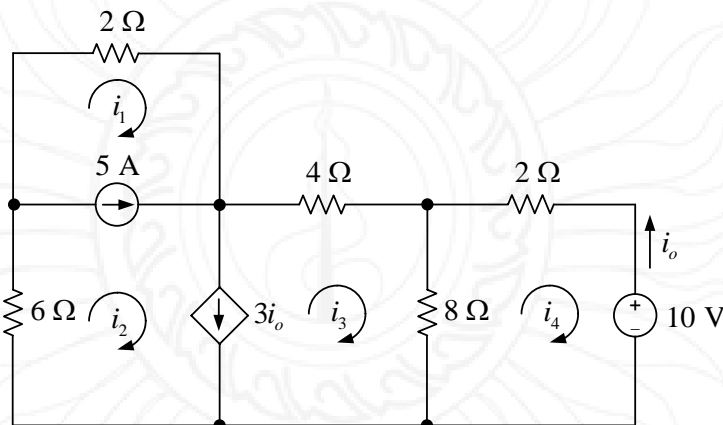
ซูเปอร์เมช คือ สองเมชใด ๆ ที่มีแหล่งกำเนิดกระแสอิสระหรือไม่อิสระร่วมกัน

คุณสมบัติของซูเปอร์เมชมีดังต่อไปนี้

- (4) ค่ากระแสของแหล่งกำเนิดกระแสภายในซูเปอร์เมช จะช่วยให้สามารถกำหนดเงื่อนไขที่เพียงพอสำหรับการหาผลเฉลยสมการหลายชั้นของกระแสในแต่ละเมช
- (5) ซูเปอร์เมชไม่มีกระแสค่าใดค่าหนึ่งเป็นของตัวเอง
- (6) การวิเคราะห์วงจรที่มีซูเปอร์เมช ต้องประยุกต์ใช้ทั้งกฎแรงดันและกฎกระแสของเคอร์ชอฟฟ์

ตัวอย่างที่ 3.9

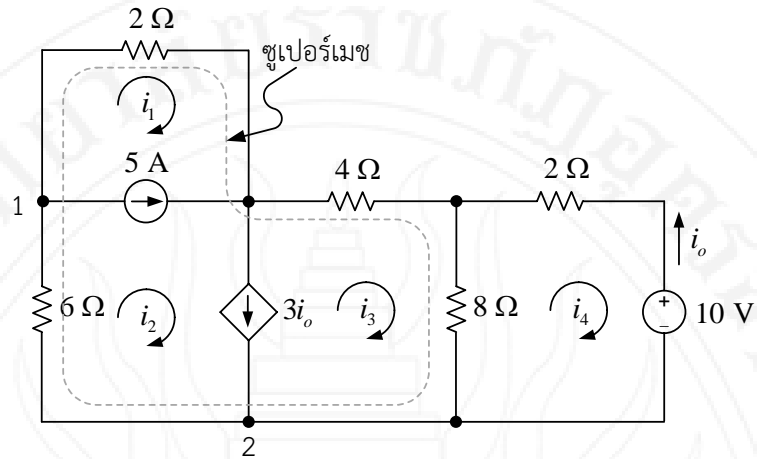
จากวงจรในรูปที่ 3.38 จงใช้ซูเปอร์เมชวิเคราะห์หาค่ากระแส i_1 i_2 i_3 i_4 และ i_o



รูปที่ 3.38 สำหรับตัวอย่างที่ 3.8 (Alexander & Sadiku, 2009)

วิธีทำ

พิจารณาทั้ง 3 เมชด้านซ้ายมือของวงจรในรูปที่ 3.38 พบว่า แหล่งกำเนิดกระแส 5 A และ $3i_o$ เป็นส่วนประกอบของเมชมากกว่าหนึ่งเมช แสดงว่าสามารถสร้างซูเปอร์เมชในวงจรนี้ได้ การกำหนดโหนดกระแสเมช และซูเปอร์เมช แสดงในวงจรรูปที่ 3.39



รูปที่ 3.39 การกำหนดโนด เมช และซูเปอร์เมช

สมการตามกฎแรงดันของเคอร์ชอฟฟ์สำหรับซูเปอร์เมชคือ

$$\begin{aligned} 2i_1 + 4i_3 + 8(i_3 - i_4) + 6i_2 &= 0 \\ 2i_1 + 6i_2 + 12i_3 - 8i_4 &= 0 \\ i_1 + 3i_2 + 6i_3 - 4i_4 &= 0 \end{aligned} \tag{3.100}$$

สมการตามกฎแรงดันของเคอร์ชอฟฟ์สำหรับเมชที่ 4 คือ

$$\begin{aligned} (8 + 2)i_4 - 8i_3 + 10 &= 0 \\ -8i_3 + 10i_4 &= -10 \\ -4i_3 + 5i_4 &= -5 \end{aligned} \tag{3.101}$$

เพื่อลดความยุ่งยากของการวิเคราะห์หาผลเฉลยของสมการหลายชั้น กำจัด i_4 ออกจากสมการ ดังขั้นตอนต่อไปนี้

$$\begin{aligned} -4i_3 + 5i_4 &= -5 \\ 5i_4 &= -5 + 4i_3 \\ i_4 &= -1 + 0.8i_3 \end{aligned} \tag{3.102}$$

แทนค่า i_4 ลงในสมการที่ (3.100) จะได้

$$\begin{aligned}i_1 + 3i_2 + 6i_3 - 4(-1 + 0.8i_3) &= 0 \\i_1 + 3i_2 + 6i_3 + 4 - 3.2i_3 &= 0 \\i_1 + 3i_2 + 2.8i_3 &= -4\end{aligned}\quad (3.103)$$

จะเห็นว่าเป็นสมการหลายชั้น 3 ตัวแปร ซึ่งต้องมีอีก 2 สมการจึงจะสามารถคำนวณหาผลเฉลยได้ พิจารณาโนดที่ 1 ในวงจรรูปที่ 3.39 สมการตามกฎกระแสของเคอร์ชอฟฟ์คือ

$$\begin{aligned}-i_1 - 5 + i_2 &= 0 \\-i_1 + i_2 &= 5\end{aligned}\quad (3.104)$$

สำหรับโนดที่ 2 สมการตามกฎกระแสของเคอร์ชอฟฟ์คือ

$$-i_2 + 3i_o + i_3 = 0 \quad (3.105)$$

พิจารณา i_o จากเมชที่ 4 จะได้

$$i_o = -i_4 \quad (3.106)$$

แทนค่า i_o ในสมการที่ (3.105) จะได้

$$-i_2 - 3i_4 + i_3 = 0 \quad (3.107)$$

แทนค่า i_4 จากสมการที่ (3.102) ในสมการที่ (3.107) จะได้

$$\begin{aligned}-i_2 - 3(-1 + 0.8i_3) + i_3 &= 0 \\-i_2 + 3 - 2.4i_3 + i_3 &= 0 \\-i_2 - 1.4i_3 &= -3\end{aligned}\quad (3.108)$$

เขียนสมการที่ (3.103), (3.104), (3.108) ให้อยู่ในรูปของเมทริกซ์ จะได้

$$\begin{bmatrix} 1 & 3 & 2.8 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & -1.4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -4 \\ 5 \\ -3 \end{bmatrix} \quad (3.109)$$

กำหนดให้

$$\begin{aligned}\Delta &= \begin{vmatrix} 1 & 3 & 2.8 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & -1.4 \end{vmatrix} \\ &= (1)(1)(-1.4) + (3)(0)(0) + (2.8)(-1)(-1) \\ &\quad - (0)(1)(2.8) - (-1)(0)(1) - (-1.4)(3)(-1) \\ &= -2.8\end{aligned}\quad (3.110)$$

$$\begin{aligned}\Delta_1 &= \begin{vmatrix} -4 & 3 & 2.8 \\ 5 & 1 & 0 \\ -3 & -1 & -1.4 \end{vmatrix} \\ &= (-4)(1)(-1.4) + (3)(0)(-3) + (2.8)(-1)(5) \\ &\quad - (-3)(1)(2.8) - (-1)(0)(-4) - (-1.4)(3)(5) \\ &= 21\end{aligned}\quad (3.111)$$

$$\begin{aligned}\Delta_2 &= \begin{vmatrix} 1 & -4 & 2.8 \\ -1 & 5 & 0 \\ 0 & -3 & -1.4 \end{vmatrix} \\ &= (1)(5)(-1.4) + (-4)(0)(0) + (2.8)(-3)(-1) \\ &\quad - (0)(5)(2.8) - (-3)(0)(1) - (-1.4)(-4)(-1) \\ &= 7\end{aligned}\quad (3.112)$$

$$\begin{aligned}\Delta_3 &= \begin{vmatrix} 1 & 3 & -4 \\ -1 & 1 & 5 \\ 0 & -1 & -3 \end{vmatrix} \\ &= (1)(1)(-3) + (3)(5)(0) + (-4)(-1)(-1) \\ &\quad - (0)(1)(-4) - (-1)(5)(1) - (-3)(3)(-1) \\ &= -11\end{aligned}\quad (3.113)$$

จะได้ผลเฉลยสำหรับกระแสทั้งหมด ดังนี้

$$i_1 = \frac{\Delta_1}{\Delta} = \frac{21}{-2.8} = -7.5 \text{ A}$$

ตอบ

$$i_2 = \frac{\Delta_2}{\Delta} = \frac{7}{-2.8} = 2.5 \text{ A}$$

ตอบ

$$i_3 = \frac{\Delta_3}{\Delta} = \frac{-11}{-2.8} = 3.93 \text{ A}$$

ตอบ

$$i_4 = -1 + 0.8i_3 = -1 + 0.8(3.93) = 2.14 \text{ A}$$

ตอบ

$$i_o = -i_4 = -2.14 \text{ A}$$

ตอบ

3.6 บทสรุป

(1) การวิเคราะห์แบบโนด เป็นเทคนิคที่พัฒนามาจากกฎกระแสของเคอร์ชอฟฟ์ โดยการนำเอาสมการตามกฎกระแสของเคอร์ชอฟฟ์ในแต่ละโนดมารวมกันเป็นระบบสมการหลายชั้น และมีตัวแปรของสมการเป็นแรงดันในแต่ละโนด

(2) ซูเปอร์โนด คือ พื้นผิวปิดที่ครอบคลุม แหล่งกำเนิดแรงดัน (อิสระและไม่อิสระ) ที่เชื่อมต่อระหว่างสองโนดใด ๆ ที่ไม่ใช่โนดอ้างอิง และองค์ประกอบอื่น ๆ ที่ขนานกับทั้งสองโนดนี้

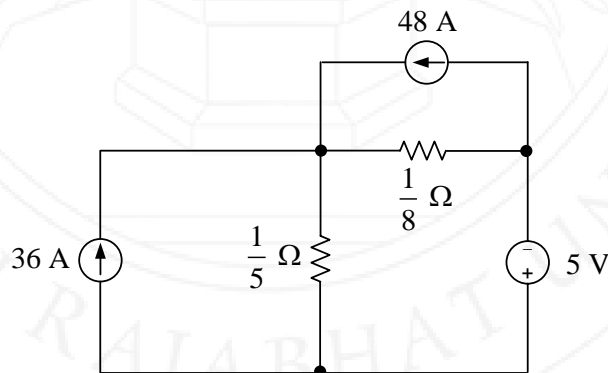
(3) การวิเคราะห์แบบเมช เป็นเทคนิคที่พัฒนามาจากกฎแรงดันของเคอร์ชอฟฟ์ โดยการนำเอาสมการตามกฎแรงดันของเคอร์ชอฟฟ์ในแต่ละเมชมารวมกันเป็นระบบสมการหลายชั้น และมีตัวแปรของสมการเป็นกระแสในแต่ละเมช

(4) ซูเปอร์เมช คือ สองเมชใด ๆ ที่มีแหล่งกำเนิดกระแสอิสระหรือไม่อิสระร่วมกัน

3.7 แบบฝึกหัดท้ายบท

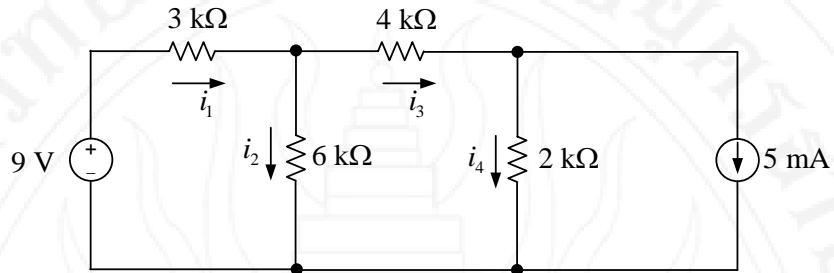
3.7.1 การวิเคราะห์แบบโนด

(1) จากวงจรในรูปที่ 3.40 จงใช้การวิเคราะห์แบบโนดคำนวณหาแรงดันตกคร่อมตัวต้านทาน $\frac{1}{8} \Omega$



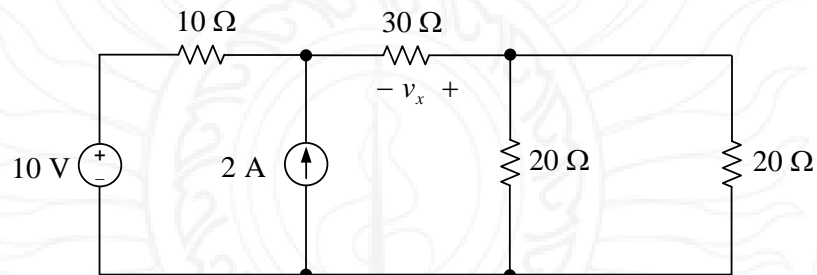
รูปที่ 3.40 วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (1) (O'Malley, 1992)

(2) จากวงจรในรูปที่ 3.41 จงใช้การวิเคราะห์แบบโนดหา i_1 i_2 i_3 และ i_4



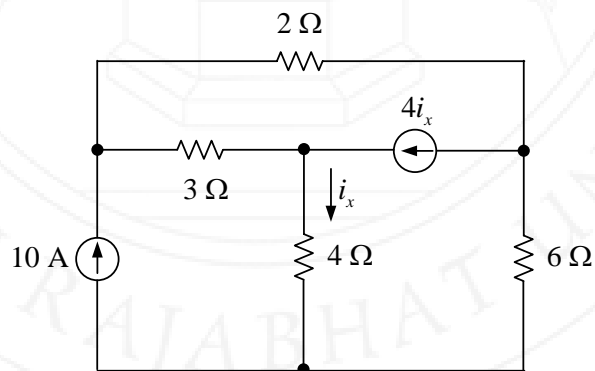
รูปที่ 3.41 วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (2) (Franco, 1995)

(3) จากวงจรในรูปที่ 3.42 จงใช้การวิเคราะห์แบบโนดคำนวณหา v_x



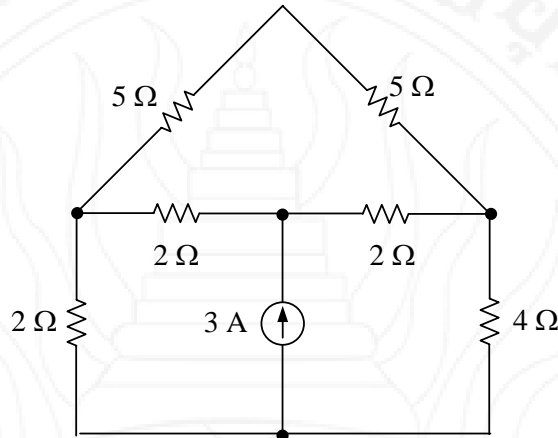
รูปที่ 3.42 วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (3) (Rizzoni & Hartley, 2000)

(4) จากวงจรในรูปที่ 3.43 จงใช้การวิเคราะห์แบบโนดคำนวณหา i_x



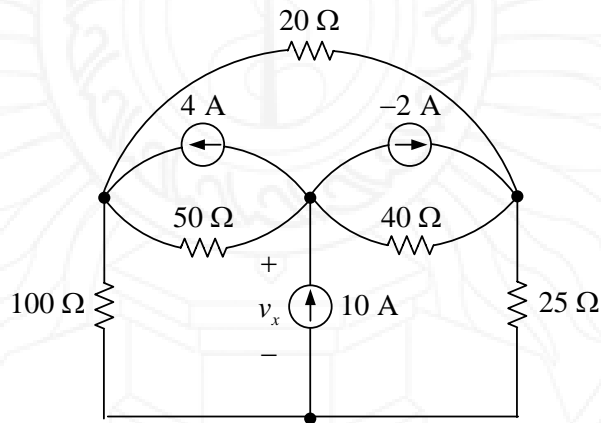
รูปที่ 3.43 วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (4) (Alexander & Sadiku, 2004)

- (5) จากวงจรในรูปที่ 3.43 จงใช้การวิเคราะห์แบบโนดคำนวณหาค่ากำลังที่จ่ายโดยแหล่งกำเนิดกระแส 3 A



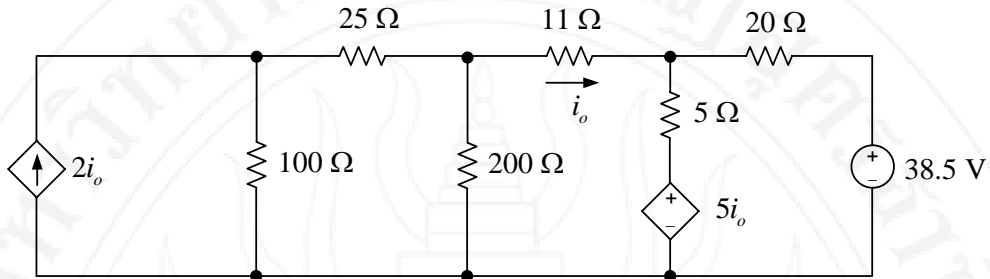
รูปที่ 3.44 วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (5) (Boylestad, 2002)

- (6) จากวงจรในรูปที่ 3.45 จงใช้การวิเคราะห์แบบโนดคำนวณหา v_x



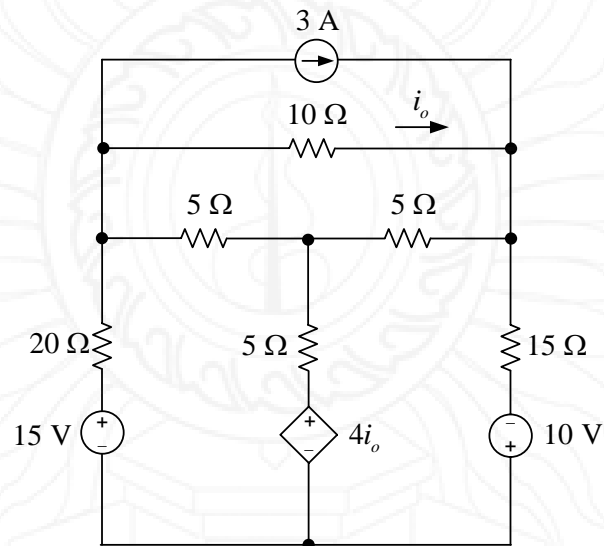
รูปที่ 3.45 วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (6) (Hayt et al., 2007)

(7) จากวงจรในรูปที่ 3.46 จงใช้การวิเคราะห์แบบโนดคำนวณหา i_o



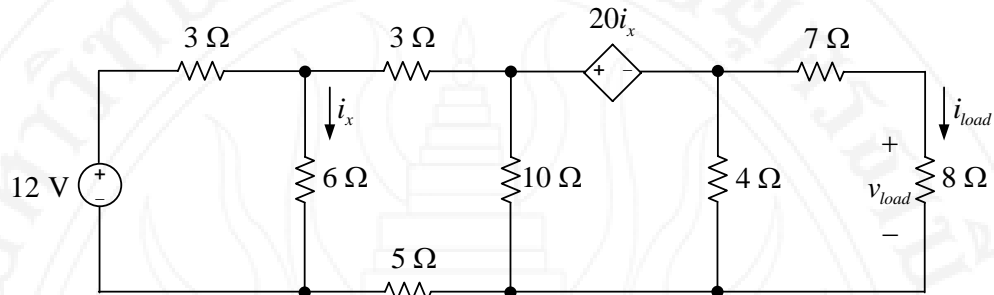
รูปที่ 3.46 วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (7) (Nilsson & Riedel, 2008)

(8) จากวงจรในรูปที่ 3.47 จงใช้การวิเคราะห์แบบโนดคำนวณหา i_o



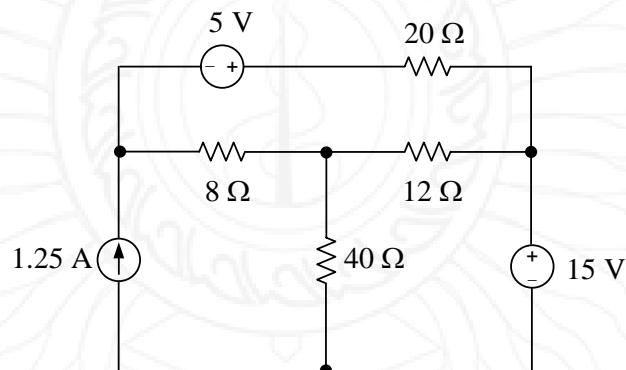
รูปที่ 3.47 วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (8) (Alexander & Sadiku, 2009)

- (9) จากวงจรในรูปที่ 3.48 จงใช้การวิเคราะห์แบบโนดคำนวณหา i_x , v_{load} และ i_{load}



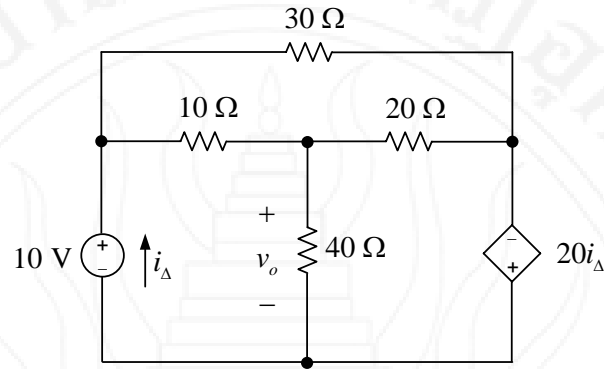
รูปที่ 3.48 วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (9) (Karris, 2009)

- (10) จากวงจรในรูปที่ 3.49 จงใช้การวิเคราะห์แบบโนดคำนวณหา กำลังที่แหล่งกำเนิดแรงดัน 5 V



รูปที่ 3.49 วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (10) (Dorf & Svoboda, 2010)

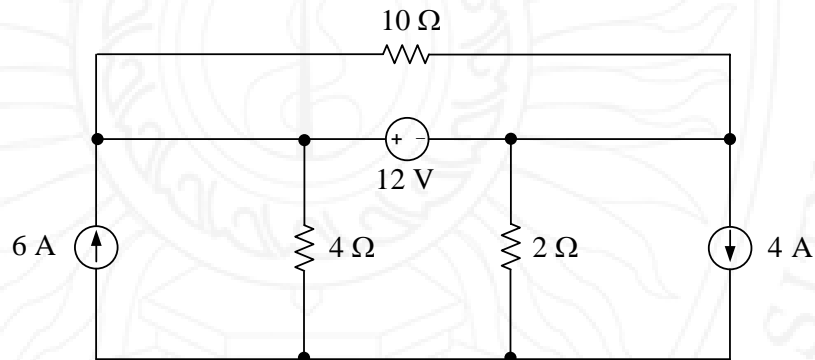
(11) จากวงจรในรูปที่ 3.50 จงใช้การวิเคราะห์แบบโนดคำนวณหา i_Δ และ v_o



รูปที่ 3.50 วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (11) (Nilsson & Riedel, 2011)

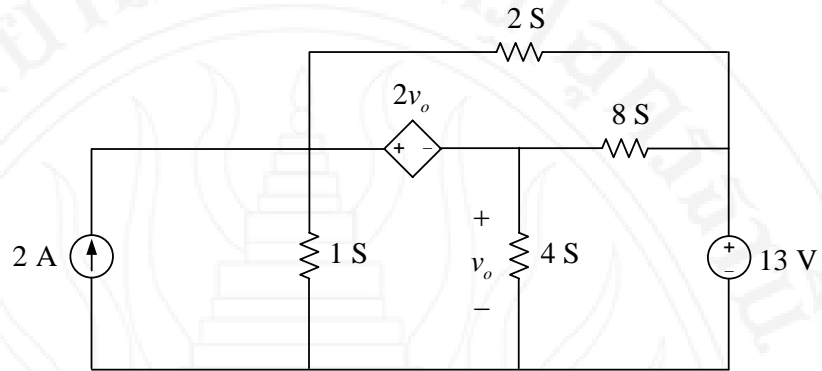
3.7.2 การวิเคราะห์แบบโนดและซูเปอร์โนด

(12) จากวงจรในรูปที่ 3.65 จงใช้การวิเคราะห์แบบซูเปอร์โนดคำนวณหาค่ากำลังที่แหล่งกำเนิดกระแส 6 A และ 4 A



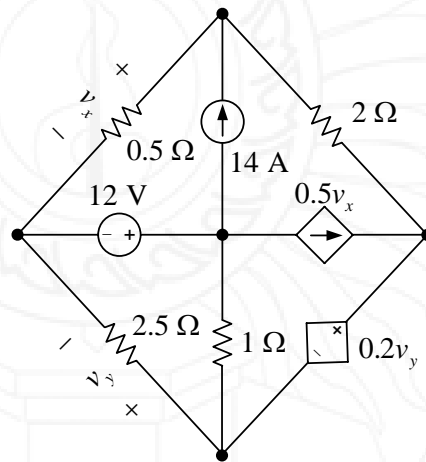
รูปที่ 3.51 วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (12) (Boylestad, 2002)

(13) จากวงจรในรูปที่ 3.52 จงใช้การวิเคราะห์แบบซูเปอร์โนดคำนวณหา v_o



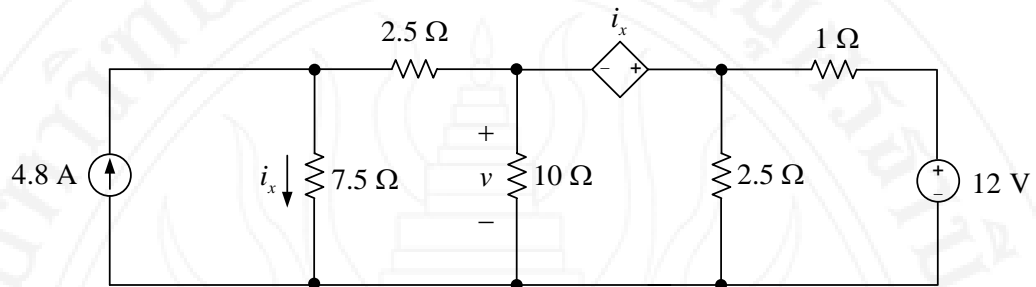
รูปที่ 3.52 วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (13) (Alexander & Sadiku, 2004)

(14) จากวงจรในรูปที่ 3.53 จงใช้การวิเคราะห์แบบซูเปอร์โนดคำนวณหา v_x และ v_y (ข้อแนะนำ: ให้กำหนดโนดตรงกลางเป็นโนดอ้างอิง)



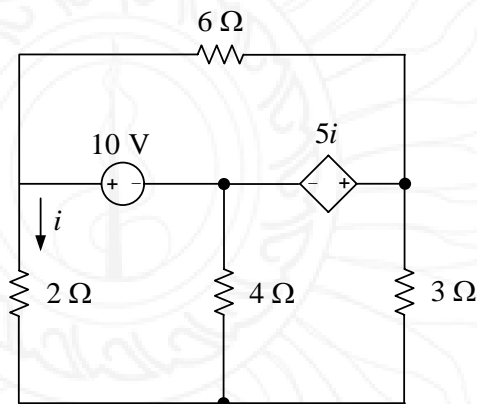
รูปที่ 3.53 วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (14) (Hayt, Kemmerly, & Durbin, 2007)

(15) จากวงจรในรูปที่ 3.54 จงใช้การวิเคราะห์แบบซูเปอร์โนดคำนวณหา i_x และ v



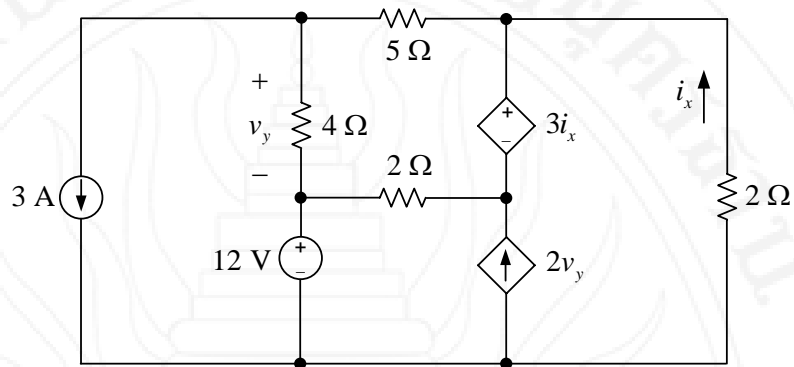
รูปที่ 3.54 วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (15) (Nilsson & Riedel, 2011)

(16) จากวงจรในรูปที่ 3.55 จงใช้การวิเคราะห์แบบซูเปอร์โนดคำนวณหา i



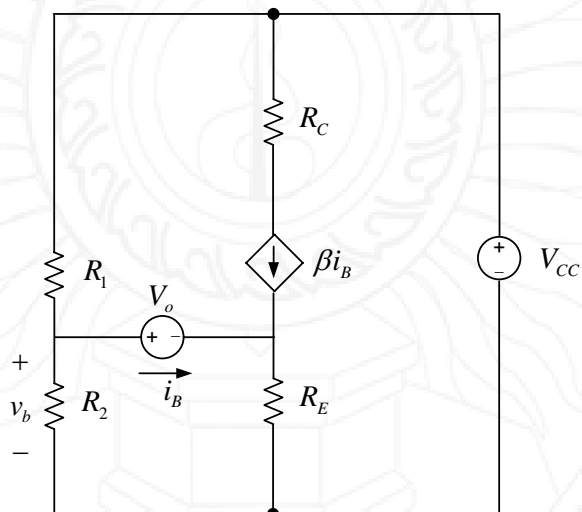
รูปที่ 3.55 วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (16) (Alexander & Sadiku, 2009)

(17) จากวงจรในรูปที่ 3.56 จงใช้การวิเคราะห์แบบซูเปอร์โนดคำนวณหา i_x และ v_y



รูปที่ 3.56 วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (17) (Dorf & Svoboda, 2010)

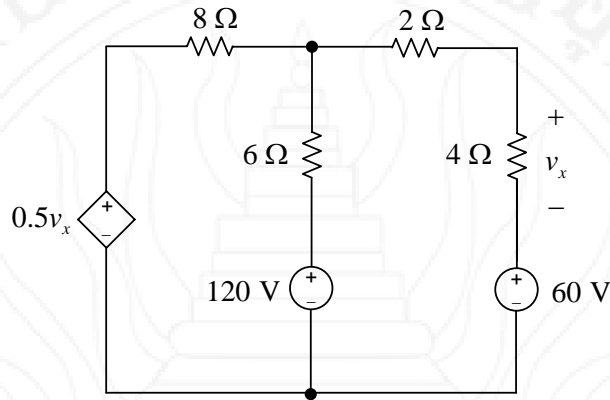
(18) จากวงจรในรูปที่ 3.57 จงใช้การวิเคราะห์แบบซูเปอร์โนดคำนวณหา v_b



รูปที่ 3.57 วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (18) (Nilsson & Riedel, 2011)

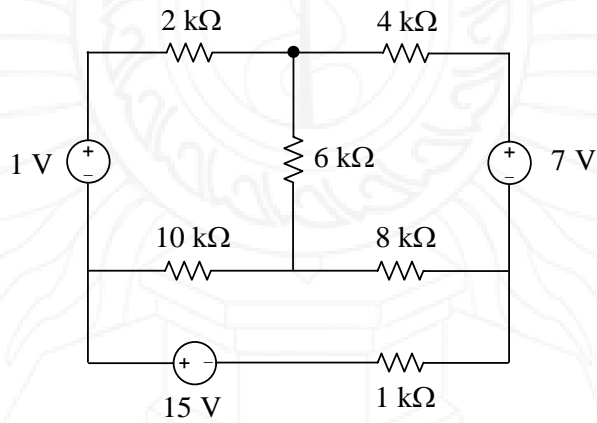
3.7.3 การวิเคราะห์แบบเมช

(19) จากวงจรในรูปที่ 3.58 จงใช้การวิเคราะห์แบบเมชคำนวณหา v_x



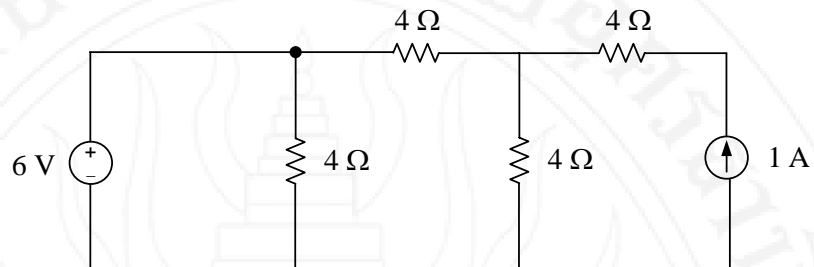
รูปที่ 3.58 วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (19) (O'Malley, 1992)

(20) จากวงจรในรูปที่ 3.59 จงใช้การวิเคราะห์แบบเมชคำนวณหาค่ากำลังที่แหล่งกำเนิดทั้งหมด



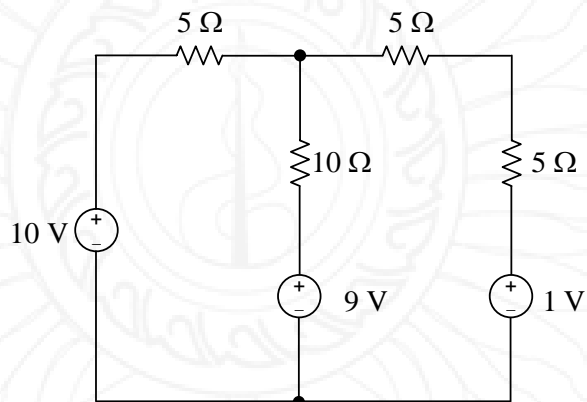
รูปที่ 3.59 วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (20) (Franco, 1995)

- (21) จากวงจรในรูปที่ 3.60 จงใช้การวิเคราะห์แบบเมชคำนวณหาค่ากำลังที่แหล่งกำเนิดกระแส 1 A



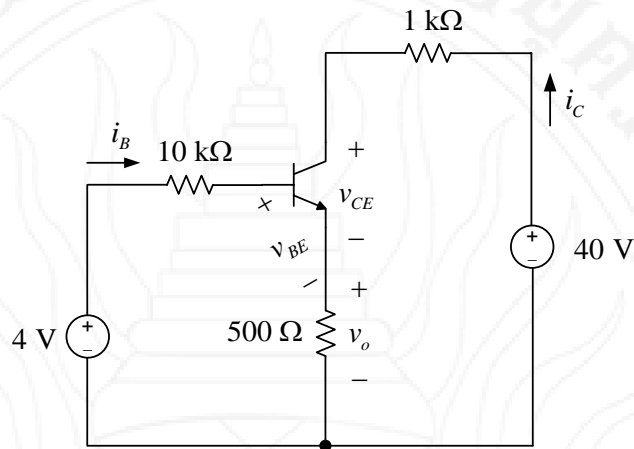
รูปที่ 3.60 วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (21) (Whitehouse, 1997)

- (22) จากวงจรในรูปที่ 3.61 จงใช้การวิเคราะห์แบบเมชคำนวณหากระแสที่ไหลผ่าน $10\ \Omega$



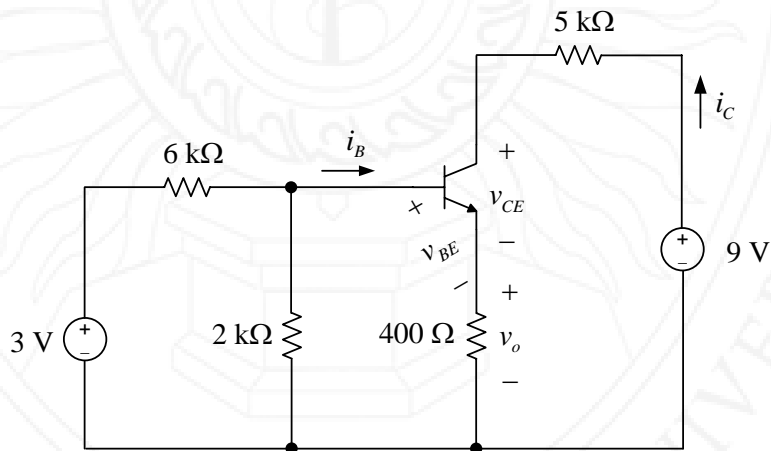
รูปที่ 3.61 วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (22) (Rizzoni & Hartley, 2000)

- (23) จากวงจรในรูปที่ 3.62 จงใช้การวิเคราะห์แบบเมชคำนวณหา v_{CE} และ v_o เมื่อกำหนดให้ $v_{BE} = 0.7 \text{ V}$ $\beta = 150$ และ $i_C = \beta i_B$



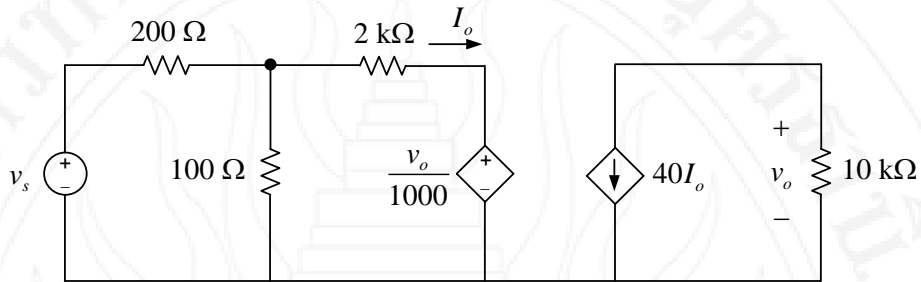
รูปที่ 3.62 วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (23) (Alexander & Sadiku, 2004)

- (24) จากวงจรในรูปที่ 3.63 จงใช้การวิเคราะห์แบบเมชคำนวณหา v_{CE} และ v_o เมื่อกำหนดให้ $v_{BE} = 0.7 \text{ V}$ $\beta = 200$ และ $i_C = \beta i_B$



รูปที่ 3.63 วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (24) (Alexander & Sadiku, 2004)

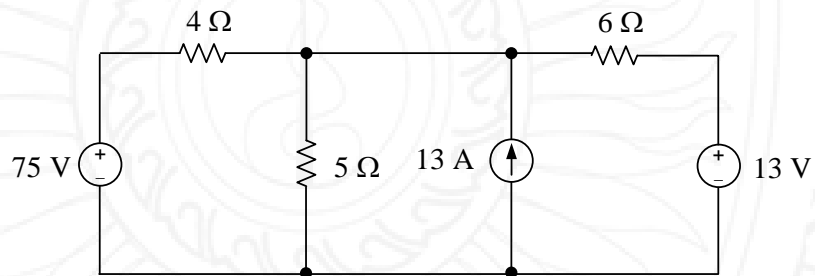
- (25) จากวงจรในรูปที่ 3.63 จงใช้การวิเคราะห์แบบเมชคำนวณหาอัตราขยายของทรานซิสเตอร์ $\frac{v_o}{v_s}$



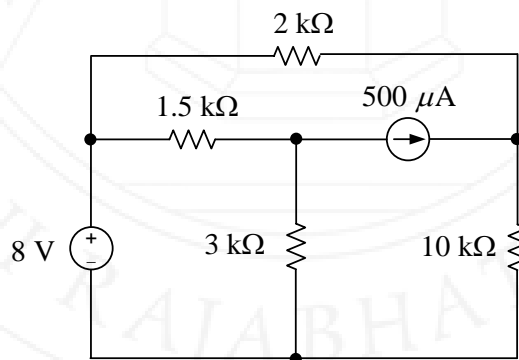
รูปที่ 3.64 วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (25) (Alexander & Sadiku, 2009)

3.7.4 การวิเคราะห์แบบเมชและซูเปอร์เมช

- (26) จากวงจรในรูปที่ 3.65 จงใช้การวิเคราะห์แบบซูเปอร์เมชคำนวณหากระแสที่ไหลผ่าน 5Ω



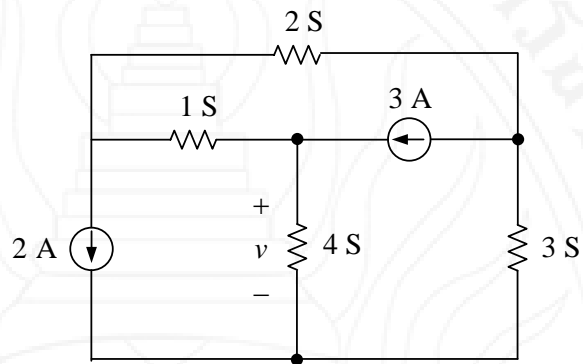
รูปที่ 3.65 วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (26) (O'Malley, 1992)



รูปที่ 3.66 วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (27) (Franco, 1995)

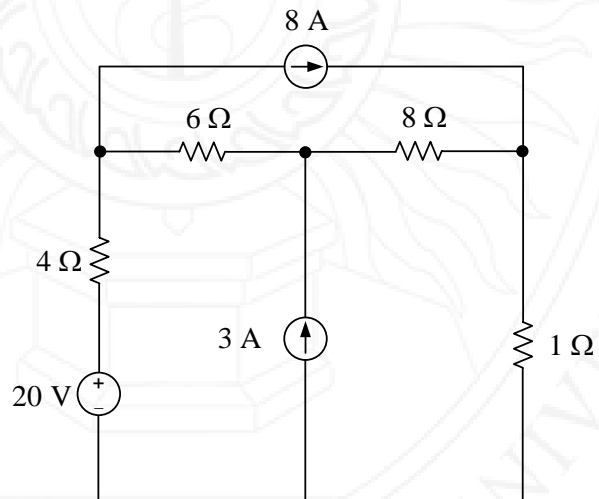
(27) จากวงจรในรูปที่ 3.66 จงใช้การวิเคราะห์แบบซูเปอร์เมชคำนวณหาค่ากำลังที่แหล่งกำเนิดทั้งสองตัว

(28) จากวงจรในรูปที่ 3.67 จงใช้การวิเคราะห์แบบซูเปอร์เมชคำนวณหา v



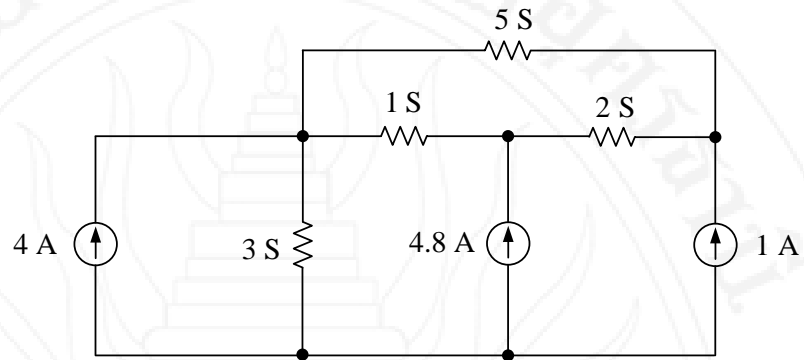
รูปที่ 3.67 วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (28) (Rizzoni & Hartley, 2000)

(29) จากวงจรในรูปที่ 3.68 จงใช้การวิเคราะห์แบบซูเปอร์เมชคำนวณหากระแสที่ไหลผ่านตัวต้านทานทั้งหมด



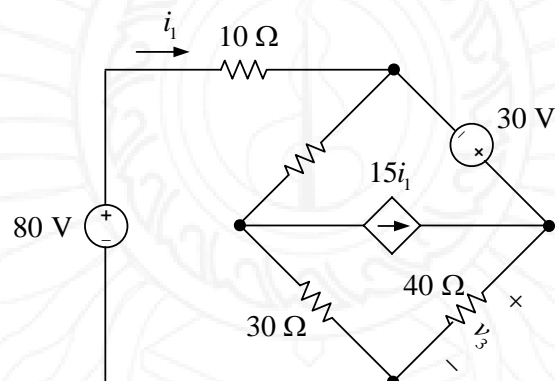
รูปที่ 3.68 วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (29) (Boylestad, 2002)

- (30) จากวงจรในรูปที่ 3.69 จงใช้การวิเคราะห์แบบซูเปอร์เมชคำนวณหากระแสที่ไหลผ่านตัวนำทั้งหมด



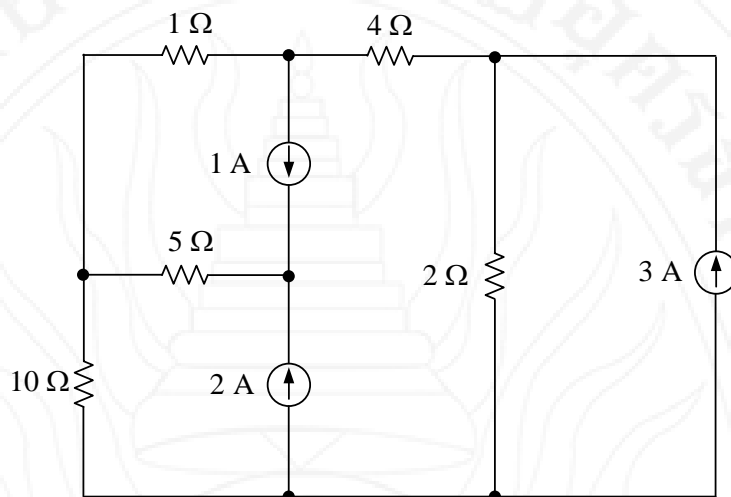
รูปที่ 3.69 วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (30) (Alexander & Sadiku, 2004)

- (31) จากวงจรในรูปที่ 3.70 จงใช้การวิเคราะห์แบบโนดคำนวณหา i_{Δ} และ v_o



รูปที่ 3.70 วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (31) (Hayt, Kemmerly, & Durbin, 2007)

(32) จากวงจรในรูปที่ 3.71 จงใช้การวิเคราะห์แบบซูเปอร์เมชคำนวณหากระแสที่ไหลผ่าน $5\ \Omega$ และ $2\ \Omega$



รูปที่ 3.71 วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (32) (Nilsson & Riedel, 2011)

3.8 เอกสารอ้างอิง

- Alexander, C. K., & Sadiku, M. N. O. (2004). *Fundamentals of electric circuits* (2nd ed.). Boston: McGraw-Hill.
- Alexander, C. K., & Sadiku, M. N. O. (2009). *Fundamentals of electric circuits* (4 ed.). New York: McGraw-Hill.
- Boylestad, R. L. (2002). *Introductory Circuit Analysis* (10 ed.). Upper Saddle River, N.J.: Prentice Hall.
- Dorf, R. C., & Svoboda, J. A. (2010). *Introduction to electric circuits* (8 ed.). NJ: John Wiley & Sons, Inc.
- Franco, S. (1995). *Electric Circuits Fundamentals*. Florida: Saunders College Publishing.
- Hayt, W. H., Jr., Kemmerly, J. E., Jr., & Durbin, S. M. (2007). *Engineering Circuit Analysis* (7 ed.). New York: McGraw-Hill.
- Karris, S. T. (2009). *Circuit Analysis I with MATLAB® Computing and Simulink® / SimPowerSystems® Modeling*. California: Orchard Publications.
- Naeem, W. (2009). *Concepts in Electric Circuits*. www.bookboon.com: Dr. Wasif Naeem & Ventus Publishing ApS.
- Nilsson, J. W., & Riedel, S. A. (2008). *Electric Circuits* (8 ed.). Upper Saddle River, NJ: Pearson Education, Inc.

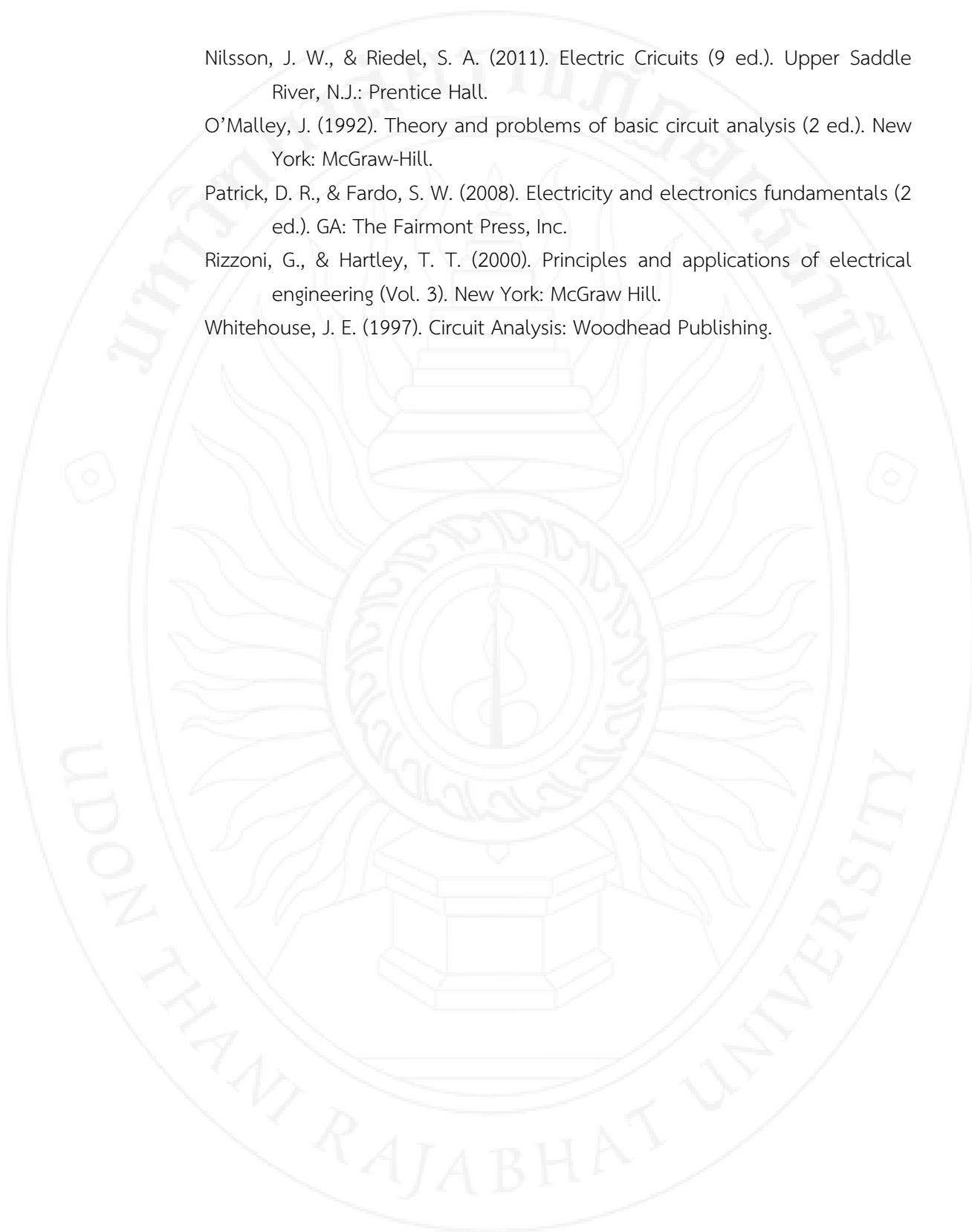
Nilsson, J. W., & Riedel, S. A. (2011). Electric Circuits (9 ed.). Upper Saddle River, N.J.: Prentice Hall.

O'Malley, J. (1992). Theory and problems of basic circuit analysis (2 ed.). New York: McGraw-Hill.

Patrick, D. R., & Fardo, S. W. (2008). Electricity and electronics fundamentals (2 ed.). GA: The Fairmont Press, Inc.

Rizzoni, G., & Hartley, T. T. (2000). Principles and applications of electrical engineering (Vol. 3). New York: McGraw Hill.

Whitehouse, J. E. (1997). Circuit Analysis: Woodhead Publishing.



แผนบริหารการสอนประจำบทที่ 4 ทฤษฎีบทวงจรไฟฟ้า

หัวข้อเนื้อหา

- 1) บทนำ
- 2) การทับซ้อน
- 3) การแปลงแหล่งกำเนิด
- 4) ทฤษฎีบทเทเวินิน
- 5) ทฤษฎีบทนอร์ตัน
- 6) การถ่ายโอนกำลังสูงสุด
- 7) บทสรุป
- 8) แบบฝึกหัด

วัตถุประสงค์เชิงพฤติกรรม

- 1) อธิบายที่มา ขั้นตอนการวิเคราะห์ และสามารถวิเคราะห์วงจร ด้วยคุณสมบัติการทับซ้อนได้
- 2) อธิบายที่มา ขั้นตอนการวิเคราะห์ และสามารถวิเคราะห์วงจร ด้วยเทคนิคการแปลงแหล่งกำเนิดได้
- 3) อธิบายทฤษฎีบทเทเวินินและนอร์ตัน ขั้นตอนการวิเคราะห์ และสามารถนำไปประยุกต์ใช้กับการวิเคราะห์วงจรได้
- 4) อธิบายที่มา หลักการถ่ายโอนกำลังไฟฟ้าสูงสุด และสามารถนำไปประยุกต์ใช้กับการออกแบบวงจรได้

วิธีสอนและกิจกรรม

- 1) แนะนำเข้าสู่บทเรียน อธิบายเกี่ยวกับหลักการทับซ้อน การแปลงแหล่งกำเนิด ทฤษฎีบทเทเวินินและนอร์ตัน และการถ่ายโอนกำลังสูงสุด และเทคนิคการวิเคราะห์วงจรไฟฟ้า ด้วยการอธิบายบนกระดานหน้าชั้นเรียน ประกอบกับการนำเสนอด้วยแผ่นภาพเลื่อน แผ่นใส รูปภาพ แผนภูมิ หรือวีดิทัศน์ พร้อมทั้งแสดงตัวอย่างวิธีคิดหรือขั้นตอนการคำนวณบนหน้ากระดาน หรือจอภาพหน้าชั้นเรียน
- 2) แบ่งนักศึกษาออกเป็น 5 กลุ่ม มอบหมายให้แต่ละกลุ่มศึกษาอุปกรณ์ วีดิทัศน์ รูปภาพ บทนิยาม และสมการ พร้อมทั้งแลกเปลี่ยนความคิดเห็น อภิปราย หรือร่วมมือกันคำนวณปริมาณทาง

ไฟฟ้าด้วยขั้นตอนที่เหมาะสม แต่งตั้งตัวแทนกลุ่มนำเสนอผลการศึกษาด้วยวาจา และตอบข้อซักถามของเพื่อนร่วมห้องหน้าชั้นเรียน

3) เปิดโอกาสให้นักศึกษาร่วมอภิปรายเนื้อหา ผลการคิด หรือการคำนวณ สอบถามข้อสงสัย พร้อมทั้งตอบข้อซักถามและสรุปผลโดยอาจารย์ผู้สอน

4) คัดเลือกโจทย์ปัญหาที่เหมาะสม มอบหมายให้นักศึกษาไปฝึกหัดแก้ปัญหาโจทย์นอกห้องเรียน และส่งรายงานผลการศึกษาหรือคำนวณแก่อาจารย์ผู้สอนในการเรียนครั้งถัดไป

สื่อการเรียนการสอน

- 1) เอกสารประกอบการสอน
- 2) ตำราภาษาไทยและภาษาอังกฤษ
- 3) โปรแกรม MATLAB PSIM หรือ Proteus
- 4) คอมพิวเตอร์

การวัดผลและการประเมินผล

การวัดผล

- 1) จากการเข้าเรียนตรงต่อเวลา
- 2) จากการสังเกตการเข้าร่วมกิจกรรมกลุ่ม
- 3) จากการถาม-ตอบ
- 4) จากผลการทำแบบฝึกหัดท้ายบท หรือโจทย์ปัญหาที่ได้รับมอบหมาย

การประเมินผล

- 1) ทำกิจกรรมกลุ่มเสร็จตามเวลาที่กำหนด
- 2) ทำแบบฝึกหัดท้ายบท หรือโจทย์ปัญหาที่ได้รับมอบหมายด้วยตนเอง และมี

ความถูกต้องไม่น้อยกว่า 80%

บทที่ 4 ทฤษฎีบทวงจรไฟฟ้า

4.1 บทนำ

การวิเคราะห์วงจรด้วยเทคนิคที่กล่าวถึงในบทที่ 3 ล้วนมีที่มาจากกฎของโอห์มและกฎของเคอร์ชอฟฟ์ ข้อจำกัดของเทคนิคเหล่านี้คือ ไม่เหมาะสมสำหรับการประยุกต์ใช้กับวงจรที่มีขนาดใหญ่และซับซ้อนมากยิ่งขึ้น บทนี้จึงนำเสนอเนื้อหาเกี่ยวกับหลักการและทฤษฎีที่นำมาประยุกต์ใช้เพื่อวิเคราะห์วงจร เช่น การทับซ้อน การแปลงแหล่งกำเนิด ทฤษฎีบทเทเวนิท ทฤษฎีบทนอร์ตัน เป็นต้น รวมไปถึงเนื้อหาที่เกี่ยวข้องกับการวิเคราะห์หาค่าความต้านทานของโหลด ที่จะทำให้การถ่ายโอนกำลังไฟฟ้าจากแหล่งกำเนิดไปสู่โหลดมีค่าสูงสุด อย่างไรก็ตาม เทคนิคการวิเคราะห์วงจรด้วยกฎของโอห์ม กฎกระแสของเคอร์ชอฟฟ์ กฎแรงดันของเคอร์ชอฟฟ์ การวิเคราะห์แบบโนด และการวิเคราะห์แบบเมช ก็ยังคงเป็นพื้นฐานสำคัญสำหรับเนื้อหาในบทนี้

4.2 การทับซ้อน

การลดความซับซ้อนของการวิเคราะห์วงจรที่มีแหล่งกำเนิดหลายตัว สามารถกระทำได้ด้วยการพิจารณาผลลัพธ์ของแหล่งกำเนิดทีละตัว แล้วนำเอาผลลัพธ์ทั้งหมดมารวมกันในภายหลัง หลักการวิเคราะห์ด้วยวิธีการดังกล่าวนี้มีชื่อเรียกว่า การทับซ้อน ซึ่งมีรายละเอียดดังต่อไปนี้ (Alexander & Sadiku, 2009)

หลักการทับซ้อน กล่าวไว้ว่า แรงดันตกคร่อม (หรือกระแสไหลผ่าน) องค์กรประกอบในวงจรเชิงเส้น มีค่าเท่ากับผลบวกเชิงพีชคณิตของ แรงดันตกคร่อม (หรือกระแสไหลผ่าน) องค์กรประกอบนั้น ที่เป็นผลมาจากแหล่งกำเนิดอิสระแต่ละตัวเชื่อมต่อในวงจรโดยลำพัง

การกำหนดให้แหล่งกำเนิดอิสระแต่ละตัวเชื่อมต่อในวงจรโดยลำพัง หมายถึงการตัดแหล่งกำเนิดอิสระตัวอื่นออกไปจากวงจร ในขณะที่แหล่งกำเนิดไม่อิสระต้องคงไว้ในวงจรโดยไม่เปลี่ยนแปลง การตัดแหล่งกำเนิดแรงดันอิสระและแหล่งกำเนิดกระแสอิสระออกจากวงจร มีรายละเอียดที่แตกต่างกัน โดยแหล่งกำเนิดแรงดันจะถูกลัดวงจร ส่งผลให้แรงดันที่จุดนั้นมีค่าเท่ากับศูนย์ ในขณะที่แหล่งกำเนิดกระแสจะถูกเปิดวงจร และส่งผลให้กระแสที่จุดเปิดวงจรมีค่าเท่ากับศูนย์ สำหรับแหล่งกำเนิดไม่อิสระเนื่องจากพารามิเตอร์ขึ้นอยู่กับพารามิเตอร์อื่น ๆ ในวงจร ดังนั้น การลัดวงจรหรือลัดวงจรจึงไม่สามารถกระทำได้ ขั้นตอนการวิเคราะห์วงจรด้วยหลักการทับซ้อน มีรายละเอียดดังต่อไปนี้

(1) ลัดวงจรแหล่งกำเนิดแรงดันอิสระ หรือเปิดวงจรแหล่งกำเนิดกระแสอิสระ ทั้งหมด ยกเว้นแหล่งกำเนิดที่จะพิจารณาเพื่อวิเคราะห์หาพารามิเตอร์ที่ต้องการทราบ

(2) วิเคราะห์วงจรด้วยเทคนิคที่เหมาะสม เพื่อคำนวณหาพารามิเตอร์ที่ต้องการทราบ กำหนดให้พารามิเตอร์ที่คำนวณได้เป็นค่าที่ 1 หรือ $u^{(1)}$

(3) ทำซ้ำขั้นตอนที่ (1) - (2) จนครบแหล่งกำเนิดอิสระทั้งหมด จะได้ค่าพารามิเตอร์ที่คำนวณได้จากค่าที่ 1 ถึงค่าสุดท้าย ดังนี้ $u^{(1)} u^{(2)} u^{(3)} \dots u^{(N)}$ โดยที่ N คือ จำนวนแหล่งกำเนิดอิสระในวงจร

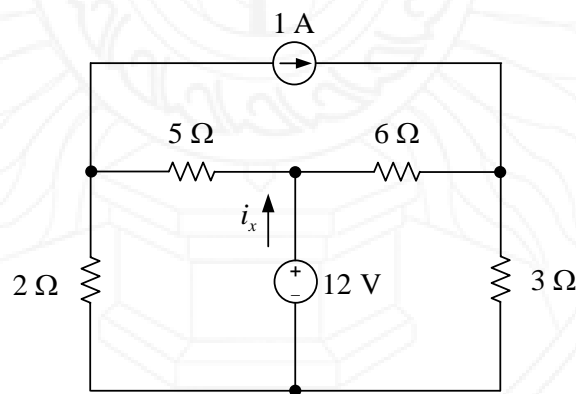
(4) คำนวณผลลัพธ์สำหรับพารามิเตอร์ที่ต้องการทราบ ดังนี้

$$u = u^{(1)} + u^{(2)} + u^{(3)} + \dots + u^{(N)} \quad (4.1)$$

การวิเคราะห์วงจรด้วยหลักการทับซ้อน ถูกพัฒนามาจากทฤษฎีความเป็นเชิงเส้นของวงจร ดังนั้น จึงสามารถประยุกต์ใช้ในการคำนวณหาค่าแรงดันและกระแสเท่านั้น โดยที่ไม่สามารถประยุกต์ใช้เพื่อคำนวณหากำลังในวงจรได้ เพราะความสัมพันธ์ระหว่างกำลังและตัวต้านทานคือ $p = Ri^2$ หรือ $p = v^2 / R$ ซึ่งเป็นสมการยกกำลังสอง ดังนั้น หากต้องการทราบกำลังในองค์ประกอบของวงจร ต้องคำนวณหากระแสหรือแรงดันด้วยหลักการทับซ้อนเสียก่อน แล้วคำนวณหากำลังด้วยสมการที่เหมาะสมในภายหลัง

ตัวอย่างที่ 4.1

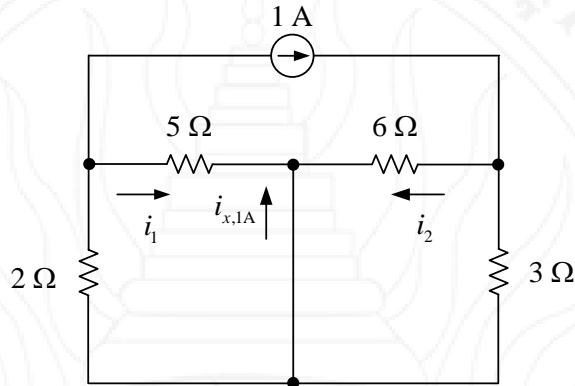
จากวงจรในรูปที่ 4.1 จงใช้หลักการทับซ้อนคำนวณหากระแส i_x



รูปที่ 4.1 วงจรสำหรับตัวอย่างที่ 4.1 (Franco, 1995)

วิธีทำ

ลัดวงจรแหล่งกำเนิดแรงดัน 12 V จะได้วงจรที่มีทอพอโลยีดังแสดงในรูปที่ 4.2



รูปที่ 4.2 ทอพอโลยีวงจรหลังลัดวงจรแหล่งกำเนิดแรงดัน 12 V

จากหลักการวงจรแบ่งกระแส จะได้

$$i_1 = \frac{(2)(-1)}{2+5} = -\frac{2}{7} \text{ A} \tag{4.2}$$

$$i_2 = \frac{(3)(1)}{6+3} = \frac{1}{3} \text{ A} \tag{4.3}$$

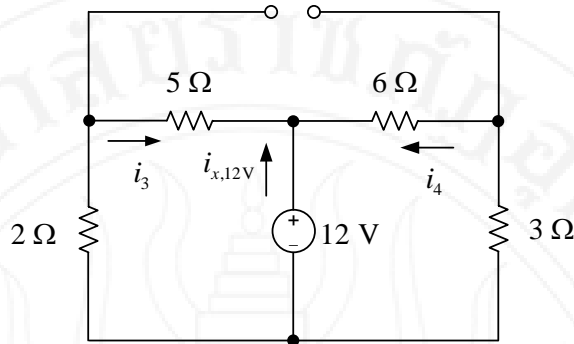
จากกฎกระแสของเคอร์ชอฟฟ์ จะได้

$$i_{x,1A} = -i_1 - i_2 = -\left(-\frac{2}{7}\right) - \frac{1}{3} = -\frac{1}{21} \text{ A} \tag{4.4}$$

เปิดวงจรแหล่งกำเนิดกระแส 1 A จะได้วงจรที่มีทอพอโลยีดังแสดงในรูปที่ 4.3 จากกฎของโอห์มจะได้

$$i_3 = \frac{-12}{2+5} = -\frac{12}{7} \text{ A} \tag{4.5}$$

$$i_4 = \frac{-12}{6+3} = -\frac{4}{3} \text{ A} \tag{4.6}$$



รูปที่ 4.3 ทอพอโลยีวงจรหลังลดวงจรแหล่งกำเนิดแรงดัน 12 V

จากกฎกระแสของเคอร์ชอฟฟ์ จะได้

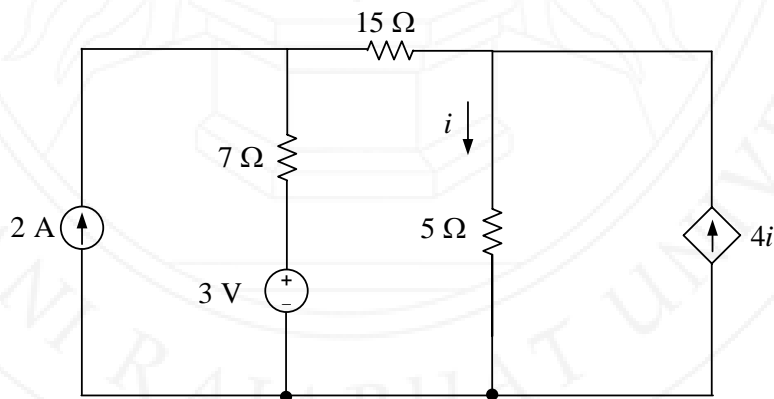
$$i_{x,12V} = -i_3 - i_4 = -\left(-\frac{12}{7}\right) - \left(-\frac{4}{3}\right) = \frac{64}{21} \text{ A} \quad (4.7)$$

ผลลัพธ์ในสมการที่ (4.4) บวกกับสมการที่ (4.7) ตามหลักการทับซ้อน จะได้

$$i_x = i_{x,1A} + i_{x,12V} = -\frac{1}{21} + \frac{64}{21} = 3 \text{ A} \quad \text{ตอบ}$$

ตัวอย่างที่ 4.2

จากวงจรในรูปที่ 4.4 จงใช้หลักการทับซ้อนคำนวณหาแรงดันตกคร่อมแหล่งกำเนิดกระแสทั้งหมด

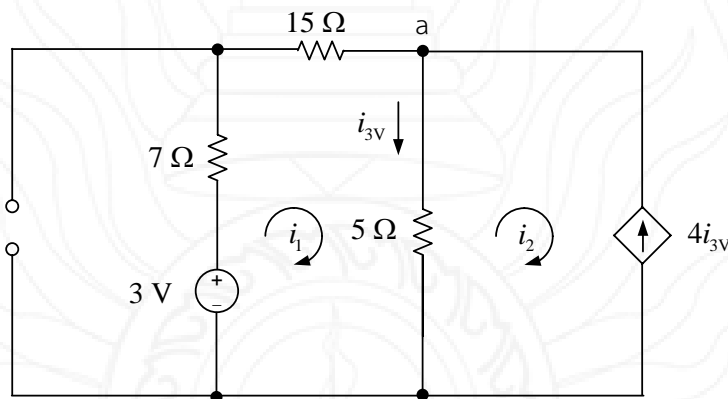


รูปที่ 4.4 วงจรสำหรับตัวอย่างที่ 4.2 (Hayt, Kemmerly, & Durbin, 2007)

วิธีทำ

เมื่อพิจารณาวงจรในรูปที่ 4.4 พบว่า การวิเคราะห์แบบเมชเหมาะสมที่สุด เนื่องจากด้านซ้ายและขวาของวงจรเป็นแหล่งกำเนิดกระแส สามารถวิเคราะห์ด้วยเทคนิคซูเปอร์เมช ซึ่งจะส่งผลให้สัมประสิทธิ์สมการของสมการหลายชั้นเป็นตัวเลขที่ไม่ซับซ้อน และง่ายสำหรับการหาผลเฉลย

เปิดวงจรแหล่งกำเนิดกระแส 2 A กำหนดทิศทางกระแสเมช และกำหนดโน จะได้วงจรที่มีทอพอโลยีดังแสดงในรูปที่ 4.5



รูปที่ 4.5 วงจรผลลัพธ์เมื่อเปิดวงจรแหล่งกำเนิดกระแส 2 A

สมการตามกฎแรงดันของเคอร์ชอฟฟ์สำหรับกระแสเมช i_1 คือ

$$\begin{aligned} -3 + (7 + 15 + 5)i_1 - 5i_2 &= 0 \\ 27i_1 - 5i_2 &= 3 \end{aligned} \tag{4.8}$$

พิจารณาโนด a สมการตามกฎกระแสของเคอร์ชอฟฟ์คือ

$$\begin{aligned} i_1 - i_{3V} - i_2 &= 0 \\ i_1 - i_{2V} - (-4i_{3V}) &= 0 \\ i_1 + 3i_{3V} &= 0 \\ i_1 + 3(i_1 - i_2) &= 0 \\ 4i_1 - 3i_2 &= 0 \end{aligned} \tag{4.9}$$

เขียนสมการที่ (4.8) และ (4.9) ให้อยู่ในรูปของเมทริกซ์ จะได้

$$\begin{bmatrix} 27 & -5 \\ 4 & -3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4.10)$$

ผลเฉลยสำหรับ i_1 และ i_2 คือ

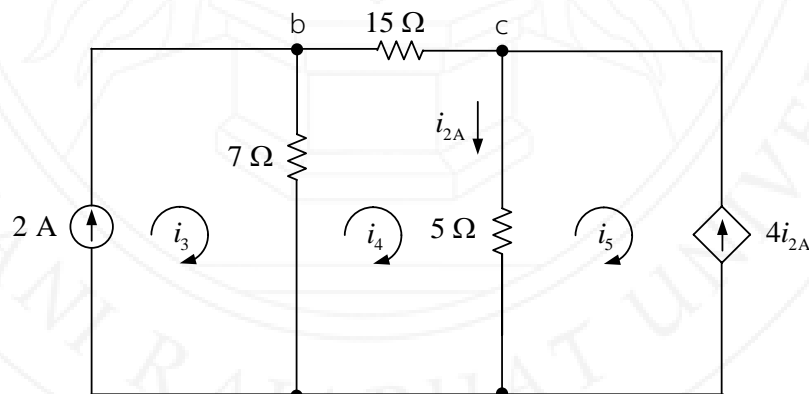
$$i_1 = \frac{\begin{vmatrix} 3 & -5 \\ 0 & -3 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 27 & -5 \\ 4 & -3 \end{vmatrix}} = \frac{(3)(-3) - (0)(-5)}{(27)(-3) - (4)(-5)} = \frac{-9}{-67} = 147.54 \text{ mA} \quad (4.11)$$

$$i_2 = \frac{\begin{vmatrix} 27 & 3 \\ 4 & 0 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 27 & -5 \\ 4 & -3 \end{vmatrix}} = \frac{(27)(0) - (4)(3)}{(27)(-3) - (4)(-5)} = \frac{-12}{-67} = 196.72 \text{ mA} \quad (4.12)$$

ดังนั้น i_{3V} มีค่าเท่ากับ

$$i_{3V} = i_1 - i_2 = 147.54 - 196.72 = -49.18 \text{ mA} \quad (4.13)$$

ลัดวงจรแหล่งกำเนิดแรงดัน 3 V กำหนดทิศทางกระแสและกำหนดโนด จะได้วงจรที่มีทอพอโลยีดังแสดงในรูปที่ 4.6



รูปที่ 4.6 วงจรผลลัพธ์เมื่อลัดวงจรแหล่งกำเนิดแรงดัน 3 V

สมการตามกฎแรงดันของเคอร์ชอฟฟ์สำหรับกระแสเมช i_4 คือ

$$\begin{aligned} -7i_3 + (7+15+5)i_4 - 5i_5 &= 0 \\ -7i_3 + 27i_4 - 5i_5 &= 0 \end{aligned} \quad (4.14)$$

พิจารณาเมช i_3 จะได้ว่า

$$i_3 = 2 \text{ A} \quad (4.15)$$

พิจารณาโนด c และสมการที่ (4.9) สมการตามกฎกระแสของเคอร์ชอฟฟ์คือ

$$4i_4 - 3i_5 = 0 \quad (4.16)$$

เขียนสมการที่ (4.14) - (4.16) ให้อยู่ในรูปของเมทริกซ์ จะได้

$$\begin{bmatrix} -7 & 27 & -5 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & -3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_3 \\ i_4 \\ i_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4.17)$$

ผลเฉลยสำหรับ i_4 และ i_5 คือ

$$\begin{aligned} \Delta &= \begin{vmatrix} -7 & 27 & -5 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & -3 \end{vmatrix} \\ &= (-7)(0)(-3) + (27)(0)(0) + (-5)(4)(2) \\ &\quad - (0)(0)(-5) - (4)(0)(-7) - (-3)(27)(1) \\ &= 61 \end{aligned} \quad (4.18)$$

$$\begin{aligned} \Delta_4 &= \begin{vmatrix} -7 & 0 & -5 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & -3 \end{vmatrix} \\ &= (-7)(2)(-3) + (0)(0)(0) + (-5)(0)(1) \\ &\quad - (0)(2)(-5) - (0)(0)(-7) - (-3)(0)(1) \\ &= 42 \end{aligned} \quad (4.19)$$

$$\Delta_5 = \begin{vmatrix} -7 & 27 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \\ 0 & 4 & 0 \end{vmatrix}$$

$$= (-7)(0)(0) + (27)(2)(0) + (0)(4)(1) - (0)(0)(0) - (4)(2)(-7) - (0)(27)(1)$$

$$= 56 \quad (4.20)$$

กระแส

$$i_4 = \frac{\Delta_4}{\Delta} = \frac{42}{61} = 688.53 \text{ mA} \quad (4.21)$$

$$i_5 = \frac{\Delta_5}{\Delta} = \frac{56}{61} = 918.03 \text{ mA} \quad (4.22)$$

จากสมการที่ 4.13 กระแส i_{2A} จึงมีค่าเท่ากับ

$$i_{2A} = i_4 - i_5 = 688.53 - 918.03 = -229.51 \text{ mA} \quad (4.23)$$

ผลลัพธ์ในสมการที่ (4.13) บวกกับสมการที่ (4.23) ตามหลักการทับซ้อน จะได้

$$i = i_{3V} + i_{2A} = -49.18 + (-229.51) = -278.69 \text{ mA} \quad (4.24)$$

จากกฎของโอห์ม แรงดันตกคร่อมแหล่งกำเนิดกระแส $2i$ มีค่าเท่ากับ

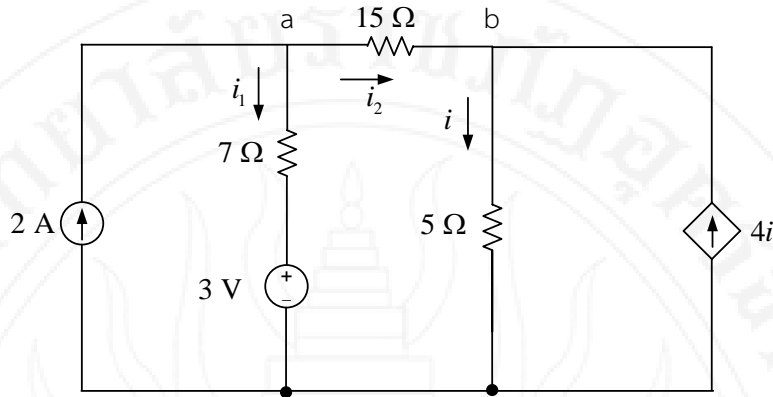
$$v_{2i} = Ri = (5)(-278.69 \times 10^{-3}) = -1.394 \text{ V} \quad \text{ตอบ}$$

กำหนดการไหลของกระแสดังแสดงในรูปที่ 4.7 พิจารณาโนด b จากกฎกระแสของเคอร์ชอฟฟ์ i_2 มีค่าเท่ากับ

$$i_2 = i - 4i = -3i = -3(-278.69) = 836.07 \text{ mA} \quad (4.25)$$

พิจารณาโนด a จากกฎกระแสของเคอร์ชอฟฟ์ i_1 มีค่าเท่ากับ

$$i_1 = 2 - i_2 = 2 - (0.8367) = 1.16 \text{ A} \quad (4.26)$$



รูปที่ 4.7 กำหนดกระแสที่ไหลผ่าน 7 Ω และ 5 Ω

จากกฎแรงดันของเคอร์ชอฟฟ์ แรงดันตกคร่อมแหล่งกำเนิดกระแส 2 A มีค่าเท่ากับ

$$v_{2A} = Ri + 3 = (7)(1.16) + 3 = 11.12 \text{ V}$$

ตอบ

4.3 การแปลงแหล่งกำเนิด

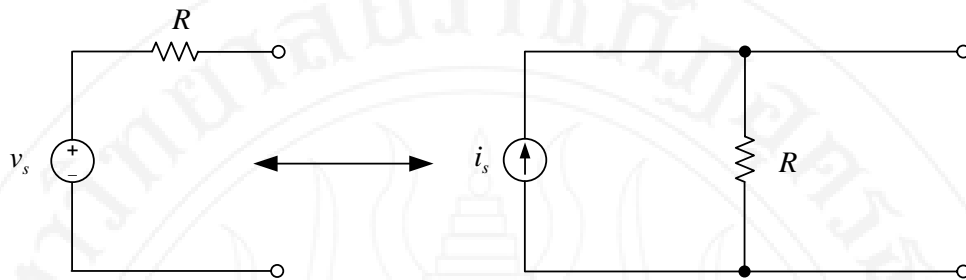
เทคนิคการวิเคราะห์วงจรที่ง่ายที่สุดคือ กฎของโอห์ม และการยุบวงจรให้เหลือตัวต้านทานสมมูล ดังนั้น การปรับเปลี่ยนทอพอโลยีของวงจรให้สามารถประยุกต์ใช้กฎทั้งสองดังกล่าวข้างต้นได้อาจเป็นทางเลือกที่เหมาะสมกว่าการวิเคราะห์วงจรด้วยเทคนิคอื่นที่มีความซับซ้อนมากยิ่งขึ้น การแปลงแหล่งกำเนิดของวงจร จึงเป็นเทคนิคที่ควรนำมาใช้ในการวิเคราะห์วงจรสำหรับบางกรณี หลักการของการแปลงแหล่งกำเนิดมีรายละเอียดดังนี้ (Alexander & Sadiku, 2009)

การแปลงแหล่งกำเนิด คือ กระบวนการแปลงแหล่งกำเนิดแรงดันต่ออนุกรมกับตัวต้านทาน ให้เป็นแหล่งกำเนิดกระแสต่อแบบขนานกับตัวต้าน หรือ แปลงแหล่งกำเนิดกระแสต่อแบบขนานกับตัวต้าน ให้เป็นแหล่งกำเนิดแรงดันต่ออนุกรมกับตัวต้านทาน

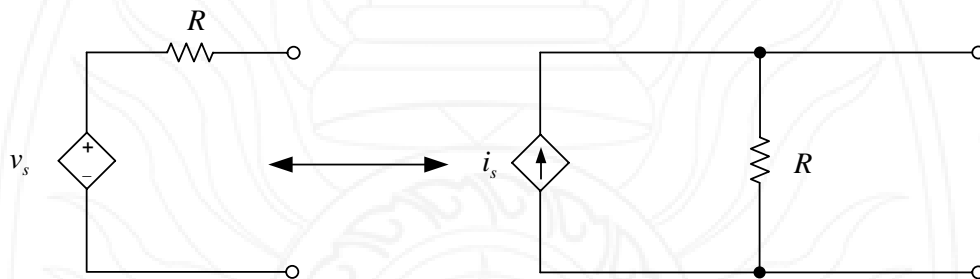
รายละเอียดการแปลงแหล่งกำเนิด สามารถอธิบายได้อย่างชัดเจนด้วยรูปที่ 4.8 และ จากกฎของโอห์ม สามารถเขียนสมการแสดงความสัมพันธ์ระหว่าง v_s , i_s และ R ได้ดังนี้

$$v_s = Ri_s \tag{4.27}$$

$$i_s = \frac{v_s}{R} \tag{4.28}$$



รูปที่ 4.8 วงจรแปลงแหล่งกำเนิดอิสระ

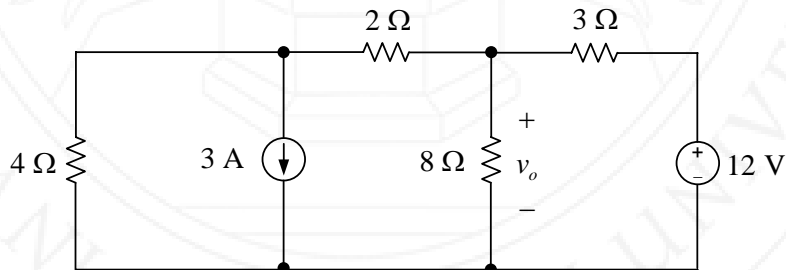


รูปที่ 4.9 วงจรแปลงแหล่งกำเนิดไม่อิสระ

เพื่อเพิ่มความเข้าใจประโยชน์ของการแปลงแหล่งกำเนิด พิจารณาตัวอย่างต่อไปนี้

ตัวอย่างที่ 4.3

จากวงจรในรูปที่ 4.10 จงใช้หลักการแปลงแหล่งกำเนิดคำนวณหา v_o



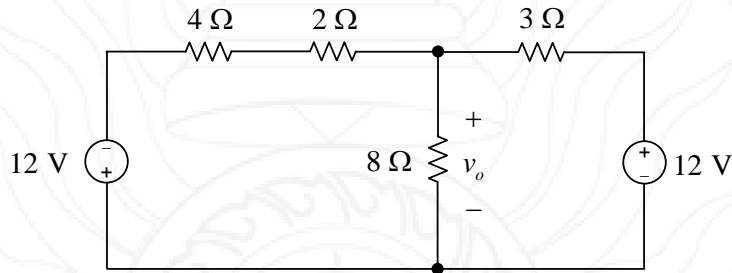
รูปที่ 4.10 วงจรสำหรับตัวอย่างที่ 3.4 (Alexander & Sadiku, 2009)

วิธีทำ

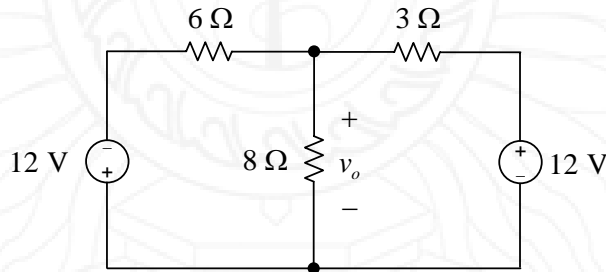
แปลงแหล่งกำเนิด 3 A ขนานกับตัวต้านทาน 4 Ω จะได้วงจรผลลัพธ์ดังรูปที่ 4.11(ก) และรูปที่ 4.11(ข) ตามลำดับ โดยที่

$$12 \text{ V} = (4 \Omega)(3 \text{ A}) \tag{4.29}$$

$$6 \Omega = 4 \Omega + 2 \Omega \tag{4.30}$$



(ก)



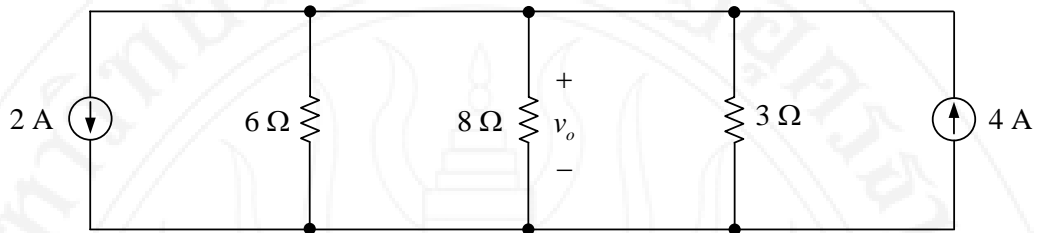
(ข)

รูปที่ 4.11 วงจรผลลัพธ์หลังการแปลงแหล่งกำเนิด 3 A และตัวต้านทาน 4 Ω

แปลงแหล่งกำเนิด 12 V อนุกรมกับตัวต้านทาน 6 Ω และแปลงแหล่งกำเนิด 12 V อนุกรมกับตัวต้านทาน 3 Ω จะได้วงจรผลลัพธ์ดังรูปที่ 4.12 โดยที่

$$2 \text{ A} = \frac{12\text{V}}{6 \Omega} \tag{4.31}$$

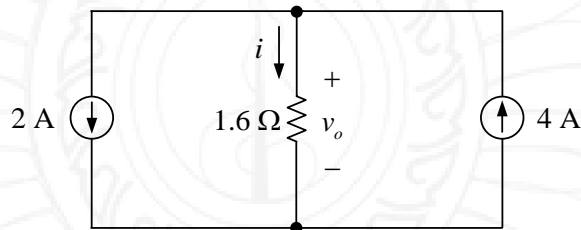
$$4 \text{ A} = \frac{12 \text{ V}}{3 \Omega} \quad (4.32)$$



รูปที่ 4.12 วงจรผลลัพธ์หลังการแปลง 12 V ด้านซ้ายและขวา

หาความต้านทานสมมูลของวงจร จะได้วงจรผลลัพธ์ดังรูปที่ 4.13 โดยที่

$$1.6 \Omega = \frac{1}{\frac{1}{6 \Omega} + \frac{1}{8 \Omega} + \frac{1}{3 \Omega}} \quad (4.33)$$



รูปที่ 4.13 วงจรผลลัพธ์หลังยุบรวมตัวต้านทานทั้งสามตัว

จากกฎกระแสของเคอร์ชอฟฟ์ i มีค่าเท่ากับ

$$i = 4 \text{ A} - 2 \text{ A} = 2 \text{ A} \quad (4.34)$$

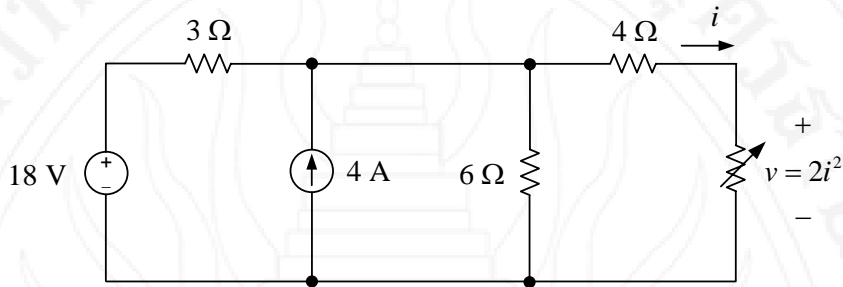
จากกฎของโอห์ม แรงดัน v_o มีค่าเท่ากับ

$$v_o = Ri = (1.6 \Omega)(2 \text{ A}) = 3.2 \text{ V}$$

ตอบ

ตัวอย่างที่ 4.4

จากวงจรในรูปที่ 4.14 จงใช้หลักการแปลงแหล่งกำเนิดคำนวณหากระแส i

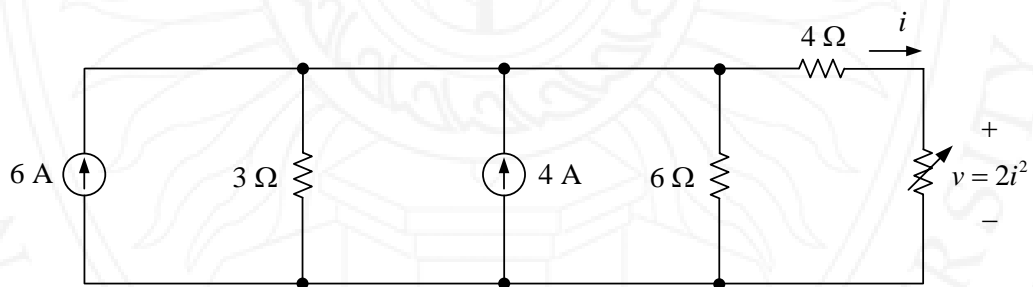


รูปที่ 4.14 วงจรสำหรับตัวอย่างที่ 4.4 (O'Malley, 1992)

วิธีทำ

แปลงแหล่งกำเนิดแรงดัน 18 V ที่อนุกรมกับ 3 Ω จะได้วงจรผลลัพธ์ดังรูปที่ 4.15 โดยที่

$$6 \text{ A} = \frac{18 \text{ A}}{3 \Omega} \tag{4.35}$$

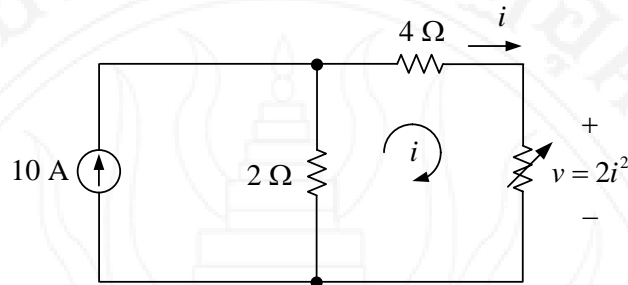


รูปที่ 4.15 วงจรผลลัพธ์เมื่อแปลงแหล่งกำเนิดแรงดัน 18 V และ 3 Ω

เมื่อยุบรวมแหล่งกำเนิดกระแส 6 A และ 4 A พร้อมทั้งยุบรวมตัวต้านทาน 3 Ω และ 6 Ω จะได้วงจรผลลัพธ์ดัง โดยที่

$$10 \text{ A} = 6 \text{ A} + 4 \text{ A} \tag{4.36}$$

$$2 \Omega = \frac{(3 \Omega)(6 \Omega)}{3 \Omega + 6 \Omega} \quad (4.37)$$



รูปที่ 4.16 วงจรผลลัพท์เมื่อยุบรวม 4 A และ 6 A และ $3 \Omega \parallel 6 \Omega$

สมการตามกฎแรงดันของเคอร์ชอฟฟ์สำหรับกระแส i คือ

$$\begin{aligned} -(10)(2) + (2+4)i + v &= 0 \\ 6i + 2i^2 &= 20 \\ i^2 + 3i - 10 &= 0 \end{aligned} \quad (4.38)$$

กระแส i มีค่าเท่ากับ

$$i = \frac{-3 \pm \sqrt{3^2 - 4(1)(-10)}}{2(1)} = 2, -5 \text{ A} \quad (4.39)$$

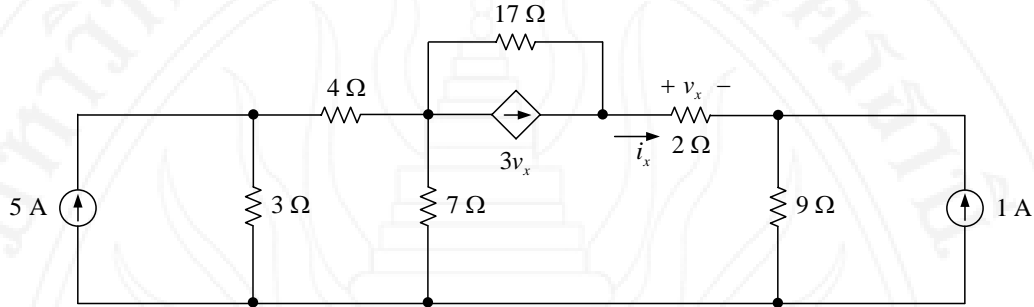
เมื่อพิจารณาข้อของแรงดัน v ขั้วบวกอยู่ด้านบนแสดงว่า กระแส i มีค่าเป็นบวก ดังนั้น

$$i = 2 \text{ A}$$

ตอบ

ตัวอย่างที่ 4.5

จากวงจรในรูปที่ 4.17 จงใช้หลักการแปลงแหล่งกำเนิดคำนวณหา i_x และ v_x

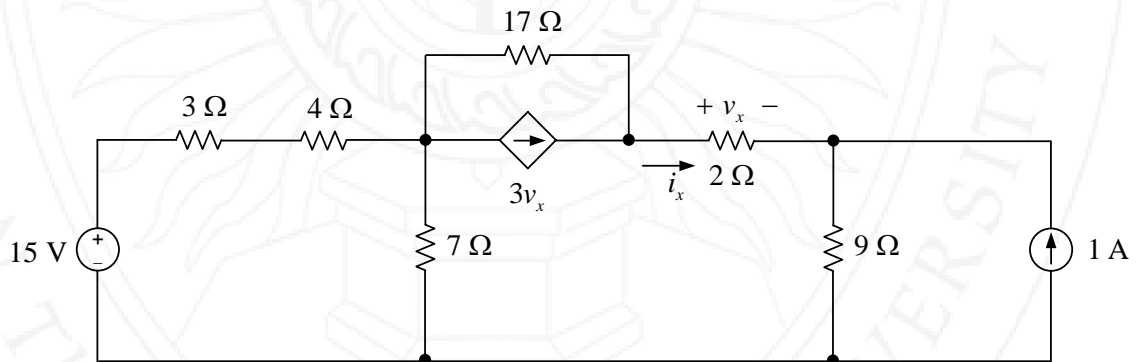


รูปที่ 4.17 วงจรสำหรับตัวอย่างที่ 4.5 (Hayt et al., 2007)

วิธีทำ

แปลงแหล่งกำเนิดแรงดัน 5 A ที่ขนานกับ 3 Ω จะได้วงจรผลลัพธ์ดังรูปที่ 4.18 โดยที่

$$15 \text{ V} = (5 \text{ A})(3 \Omega) \tag{4.40}$$

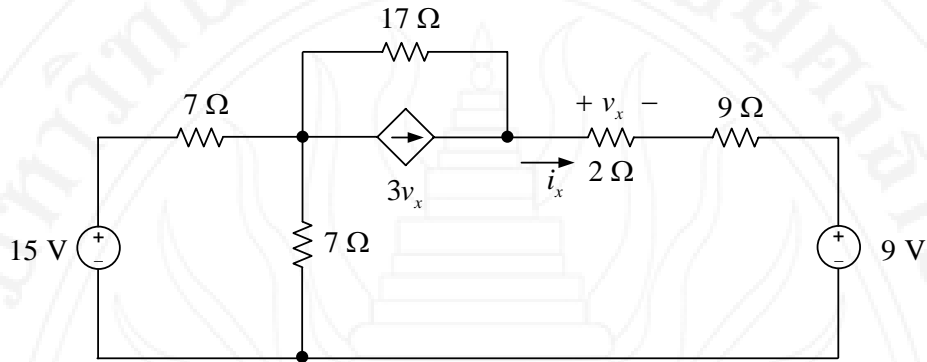


รูปที่ 4.18 วงจรผลลัพธ์หลังการแปลงแหล่งกำเนิดแรงดัน 5 V ที่ขนานกับ 3 Ω

ยุบรวมตัวต้านทานอนุกรม 3 Ω และ 4 Ω และแปลงแหล่งกำเนิดแรงดัน 1 A ที่ขนานกับ 9 Ω จะได้วงจรผลลัพธ์ดังรูปที่ 4.19 โดยที่

$$7 \Omega = 3 \Omega + 4 \Omega \tag{4.41}$$

$$9 \text{ V} = (1 \text{ A})(9 \Omega) \tag{4.42}$$

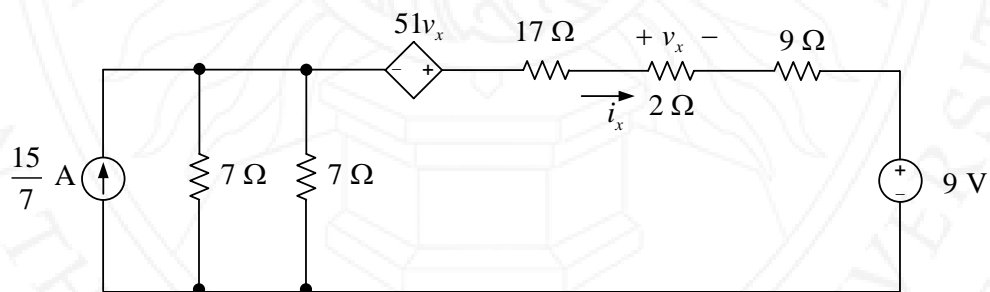


รูปที่ 4.19 วงจรผลลัพธ์หลังยุบรวม $3 \Omega \parallel 4 \Omega$ และแปลงแหล่งกำเนิดแรงดัน 9 V

แปลงแหล่งกำเนิดแรงดัน 15 V ที่อนุกรมกับ 7Ω และแปลงแหล่งกำเนิด $3v_x$ ที่ขนานกับ 17Ω จะได้วงจรผลลัพธ์ดังรูปที่ 4.20 โดยที่

$$\frac{15}{7} \text{ A} = \frac{15 \text{ V}}{7 \Omega} \tag{4.43}$$

$$51v_x = 3v_x(17 \Omega) \tag{4.44}$$



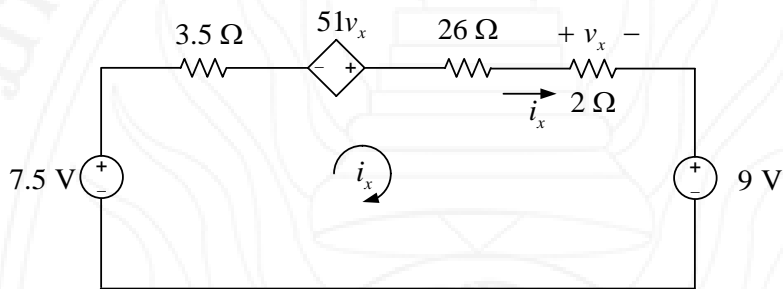
รูปที่ 4.20 วงจรผลลัพธ์หลังการแปลงแหล่งกำเนิดแรงดัน 15 V และแหล่งกำเนิดกระแส $3v_x$

แปลงแหล่งกำเนิดกระแส $15/7 \text{ A}$ ที่ขนานกับ 7Ω ยุบรวม $7 \Omega \parallel 7 \Omega$ และ $17 \Omega + 9 \Omega$ จะได้วงจรผลลัพธ์ดังรูปที่ 4.21 โดยที่

$$3.5 \Omega = \frac{(7 \Omega)(7 \Omega)}{7 \Omega + 7 \Omega} \tag{4.45}$$

$$7.5 \text{ V} = \left(\frac{15}{7} \text{ A}\right)\left(\frac{7}{2} \Omega\right) \tag{4.46}$$

$$26 \Omega = 7 \Omega + 9 \Omega \tag{4.47}$$



รูปที่ 4.21 วงจรผลลัพท์หลังการแปลงแหล่งกำเนิด $15/7 \text{ A}$ ยุบรวม $17 \Omega \parallel 7 \Omega$ และ $17 \Omega + 9 \Omega$

สมการตามกฎแรงดันของเคอร์ชอฟฟ์สำหรับวงจรในรูปที่ 4.21 คือ

$$\begin{aligned} -7.5 + (3.5 + 26 + 2)i_x - 51v_x + 9 &= 0 \\ 31.5i_x - 51(2i_x) &= 7.5 - 9 \\ -70.5i_x &= -1.5 \end{aligned} \tag{4.48}$$

ดังนั้น i_x มีค่าเท่ากับ

$$i_x = \frac{-1.5}{-70.5} = 21.28 \text{ mA} \tag{ตอบ}$$

และ v_x มีค่าเท่ากับ

$$v_x = 2i_x = 2 \times 21.28 = 42.55 \text{ mV} \tag{ตอบ}$$

4.4 ทฤษฎีบทเทเวนนิน

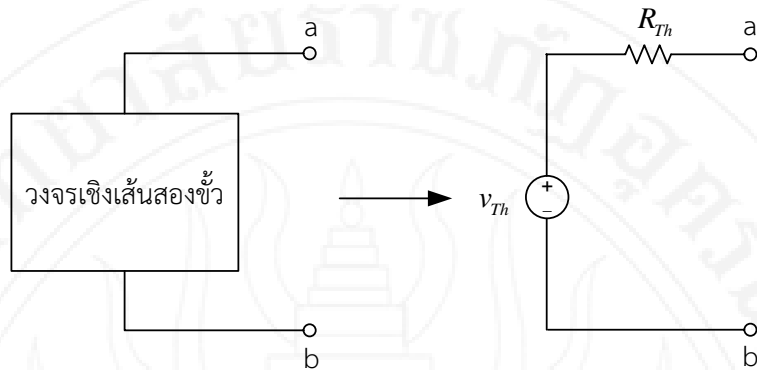
องค์ประกอบของวงจรไฟฟ้าในทางปฏิบัติ หรือที่พบในชีวิตประจำวัน ประกอบไปด้วย แหล่งกำเนิด องค์ประกอบภายในของแหล่งกำเนิด และโหลด โหลดในชีวิตประจำวันหมายถึง เครื่องใช้ไฟฟ้า ซึ่งอาจเปลี่ยนแปลงตามความต้องการของผู้ใช้ไฟฟ้า ดังนั้น การวิเคราะห์วงจรที่มีการเปลี่ยนแปลงของโหลด อาจประสบความยุ่งยาก หากต้องเริ่มต้นคำนวณใหม่ในทุกครั้งที่มีการวิเคราะห์วงจร โดยเฉพาะระบบไฟฟ้าที่มีขนาดใหญ่ เช่น ระบบจำหน่ายของการไฟฟ้าส่วนภูมิภาค เป็นต้น การเริ่มต้นวิเคราะห์วงจรใหม่ทุกครั้งที่มีการเปลี่ยนแปลงโหลด เป็นความยุ่งยากและซับซ้อนมาก แม้ในทางปฏิบัติอาจใช้ซอฟต์แวร์ช่วยในการวิเคราะห์ก็ก็ตาม ความยุ่งยากของปัญหานี้สามารถลดได้ด้วยการประยุกต์ใช้ ทฤษฎีบทเทเวนนิน ซึ่งมีรายละเอียดดังต่อไปนี้ (Alexander & Sadiku, 2009)

ทฤษฎีบทเทเวนนิน กล่าวไว้ว่า “วงจรเชิงเส้นสองขั้วใด ๆ สามารถแสดงให้อยู่ในรูปของแหล่งกำเนิดแรงดันอิสระอนุกรมกับตัวต้านทาน โดยที่ แรงดันของแหล่งกำเนิดมีค่าเท่ากับแรงดันเปิดวงจรระหว่างสองขั้วที่พิจารณา และความต้านทานมีค่าเท่ากับความต้านทานสมมูลระหว่างสองขั้วที่พิจารณา ซึ่งคำนวณในภาวะที่แหล่งกำเนิดอิสระทุกตัวไม่จ่ายกำลัง”

รายละเอียดของแรงดันและความต้านทานสมมูลเทเวนนินระหว่างขั้ว a-b แสดงในรูปที่ 4.22 และวงจรสมมูลเทเวนนินระหว่างขั้ว a-b แสดงในรูปที่ 4.23 การคำนวณหาความต้านทานสมมูลในภาวะเปิดวงจร ต้องควบคุมให้แหล่งกำเนิดอิสระทั้งหมดหยุดจ่ายกำลัง โดยการลัดวงจรแหล่งกำเนิดแรงดัน หรือเปิดวงจรแหล่งกำเนิดกระแส



รูปที่ 4.22 แรงดันและความต้านทานสมมูลเทเวนนินระหว่างขั้ว a-b



รูปที่ 4.23 วงจรสมมูลเทเวนิน

ในกรณีที่วงจรมีองค์ประกอบเป็นแหล่งกำเนิดไม่อิสระ ต้องคงแหล่งกำเนิดชนิดนี้ไว้ในวงจรโดยไม่เปลี่ยนแปลง เนื่องจากองค์ประกอบทั้งหมดของวงจรไม่ใช่ตัวต้านทาน จึงส่งผลให้ไม่สามารถคำนวณหาความต้านทานสมมูลได้ เพื่อเป็นการแก้ปัญหาดังกล่าวนี้ ต้องเพิ่มแหล่งกำเนิดกระแสหรือแรงดันเข้าไประหว่างขั้วที่พิจารณา ดังแสดงในรูปที่ 4.24 จากนั้นคำนวณหาแรงดันหรือกระแสของแหล่งกำเนิดที่ต่อเพิ่มเข้ากับวงจร ประยุกต์ใช้กฎของโอห์มคำนวณหาความต้านทานสมมูลเทเวนิน ดังสมการต่อไปนี้

$$R_{Th} = \frac{v_{in}}{i_{in}} \tag{4.49}$$

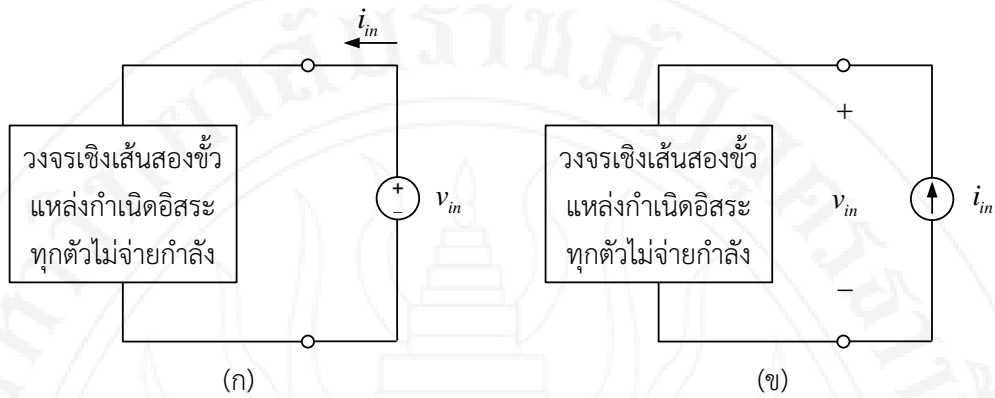
กรณีที่ต่อเพิ่มแหล่งกำเนิดแรงดัน $v_{in} = 1 \text{ V}$

$$R_{Th} = \frac{1}{i_{in}} \tag{4.50}$$

และกรณีที่ต่อเพิ่มแหล่งกำเนิดกระแส $i_{in} = 1 \text{ A}$

$$R_{Th} = v_{in} \tag{4.51}$$

พิจารณาสมการที่ (4.50) - (4.51) ทำให้สามารถสรุปได้ว่า การต่อเพิ่มแหล่งกำเนิดแรงดัน $v_{in} = 1 \text{ V}$ หรือแหล่งกำเนิดกระแส $i_{in} = 1 \text{ A}$ ช่วยลดความยุ่งยากของการคำนวณหาความต้านทานสมมูลเทเวนิน

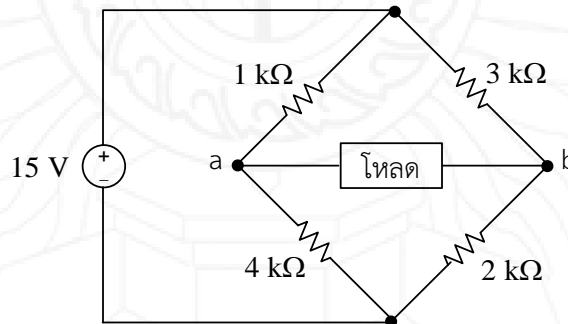


รูปที่ 4.24 การเพิ่มแหล่งกำเนิดแรงดันหรือกระแสในวงจรเพื่อวิเคราะห์หา R_{Th}

ตัวอย่างที่ 4.6

จากวงจรในรูปที่ 4.25 จงใช้ทฤษฎีบทเทเวนินคำนวณหากระแสและแรงดันโหลด เมื่อกำหนดให้โหลด เป็นองค์ประกอบที่แตกต่างกัน 3 กรณี ดังนี้

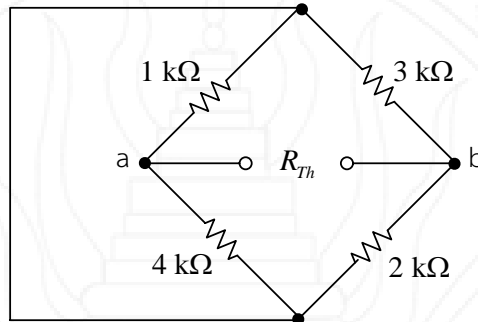
- (ก) ตัวต้านทาน $1\text{ k}\Omega$
- (ข) แหล่งกำเนิดแรงดัน 10 V มีขั้วบวกที่โหนด a
- (ค) แหล่งกำเนิดกระแส 2 mA ที่มีทิศทางไหลจากโหนด a ไปสูโหนด b



รูปที่ 4.25 วงจรสำหรับตัวอย่างที่ 4.6 (Franco, 1995)

วิธีทำ

ลัดวงจรแหล่งกำเนิดแรงดัน 15 V และเปิดวงจรโหลด วงจรผลลัพท์มีทอพอโลยีดังรูปที่ 4.26



รูปที่ 4.26 วงจรผลลัพท์เมื่อลัดวงจรแหล่งกำเนิดแรงดัน 15 V

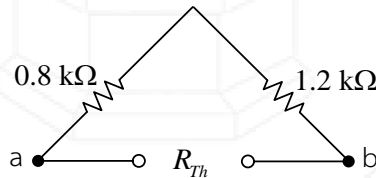
เมื่อพิจารณาตัวต้านทาน 1 kΩ และ 4 kΩ พบว่าต่อกันแบบขนาน ความต้านทานสมมูลจึงมีค่าเท่ากับ

$$R_{eq1} = \frac{1 \times 4}{1 + 4} = 0.8 \text{ k}\Omega \quad (4.52)$$

ในการทำงานเดียวกันสำหรับตัวต้านทาน 3 kΩ และ 2 kΩ ความต้านทานสมมูลมีค่าเท่ากับ

$$R_{eq2} = \frac{3 \times 2}{3 + 2} = 1.2 \text{ k}\Omega \quad (4.53)$$

วงจรผลลัพท์มีทอพอโลยีดังรูปที่ 4.27

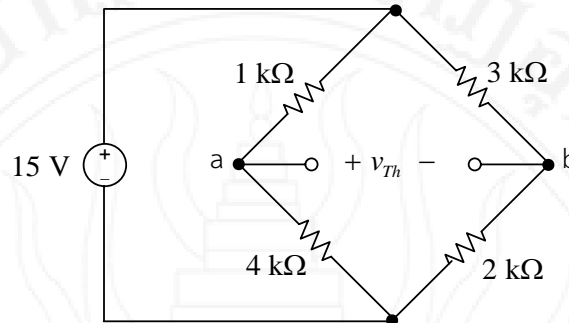


รูปที่ 4.27 วงจรผลลัพท์เมื่อยุบรวมตัวต้านทาน 1 kΩ || 4 kΩ และ 3 kΩ || 2 kΩ

พิจารณารูปที่ 4.27 ความต้านทานสมมูลเทเวนินจึงมีค่าเท่ากับ

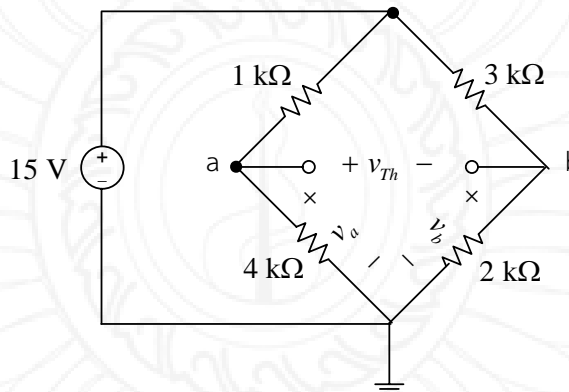
$$R_{Th} = 0.8 + 1.2 = 2 \text{ k}\Omega \quad (4.54)$$

วิเคราะห์หาแรงดันสมมูลเทเวนินโดยการเปิดวงจรโหลด วงจรผลลัพธ์มีทอพอโลยีดัง



รูปที่ 4.28 วงจรคำนวณหาแรงดันสมมูลเทเวนิน

กำหนดแรงดันและโหนดอ้างอิง ดังแสดงในรูปที่ 4.29



รูปที่ 4.29 วงจรคำนวณหาแรงดันโหนด

จากหลักการวงจรแบ่งแรงดัน v_a และ v_b มีค่าเท่ากับ

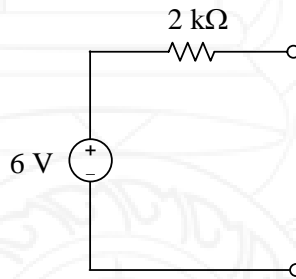
$$v_a = \frac{4 \text{ k}\Omega}{4 \text{ k}\Omega + 1 \text{ k}\Omega} \times 15 \text{ V} = 12 \text{ V} \quad (4.55)$$

$$v_b = \frac{2 \text{ k}\Omega}{2 \text{ k}\Omega + 3 \text{ k}\Omega} \times 15 \text{ V} = 6 \text{ V} \quad (4.56)$$

เมื่อวนรอบตามกฎแรงดันของเคอร์ชอฟฟ์ในทิศทางตามเข็มนาฬิกา แรงดันสมมูลเทเวนิน v_{Th} มีค่าเท่ากับ

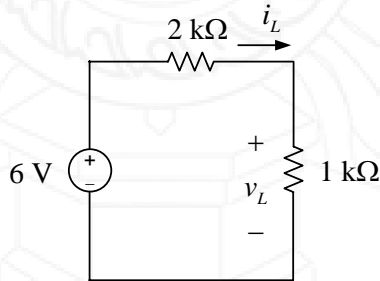
$$\begin{aligned} -v_a + v_{Th} + v_b &= 0 \\ v_{Th} &= v_a - v_b \\ &= 12 - 6 \\ &= 6 \text{ V} \end{aligned} \tag{4.57}$$

วงจรสมมูลเทเวนิน จึงมีค่าพารามิเตอร์ดังแสดงในรูปที่ 4.30



รูปที่ 4.30 วงจรสมมูลเทเวนิน

(ก) ทอพอโลยีของวงจรเมื่อโหลดคือตัวต้านทาน $1 \text{ k}\Omega$ แสดงในรูปที่ 4.31



รูปที่ 4.31 วงจรสมมูลเทเวนินเชื่อมต่อกับโหลดตัวต้านทาน $1 \text{ k}\Omega$

จากหลักการวงจรแบ่งแรงดัน v_L มีค่าเท่ากับ

$$v_L = \frac{1 \text{ k}\Omega}{1 \text{ k}\Omega + 2 \text{ k}\Omega} \times 6 \text{ V} = 2 \text{ V}$$

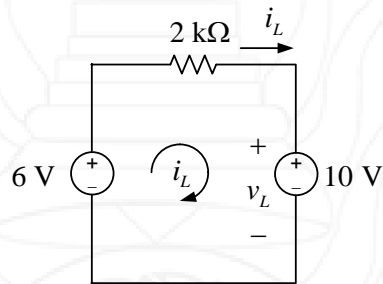
ตอบ

จากกฎของโอห์ม กระแส i_L มีค่าเท่ากับ

$$i_L = \frac{6 \text{ V}}{1 \text{ k}\Omega + 2 \text{ k}\Omega} = 2 \text{ mA}$$

ตอบ

(ข) ทอพอโลยีของวงจรเมื่อโหลดคือแหล่งกำเนิดแรงดัน 10 V กำหนดให้ขั้วบวกอยู่ที่โนด a แสดงในรูปที่ 4.32



รูปที่ 4.32 วงจรสมมูลเทเวนินเชื่อมต่อกับโหลดแหล่งกำเนิดแรงดัน 10 V

เมื่อพิจารณาวงจรพบว่า v_L มีค่าเท่ากับ

$$v_L = 10 \text{ V}$$

ตอบ

เมื่อวนรอบตามกฎแรงดันของเคอร์ชอฟฟ์ในทิศทางตามเข็มนาฬิกา กระแส i_L มีค่าเท่ากับ

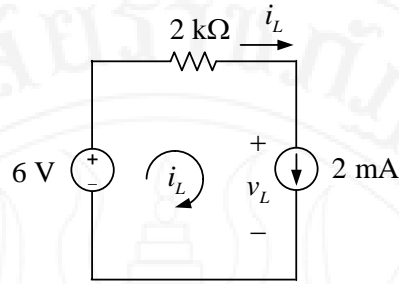
$$\begin{aligned} -6 + (2000)i_L + 10 &= 0 \\ i_L &= \frac{6-10}{2000} \\ &= -2 \text{ mA} \end{aligned}$$

ตอบ

(ค) ทอพอโลยีของวงจรเมื่อโหลดคือแหล่งกำเนิดกระแส 2 mA ที่มีทิศทางไหลจากโนด a ไปสู่นอด b แสดงในรูปที่ 4.33 เมื่อพิจารณาวงจรพบว่า กระแส i_L มีค่าเท่ากับ

$$i_L = 2 \text{ mA}$$

ตอบ



รูปที่ 4.33 วงจรสมมูลเทเวนินเชื่อมต่อกับโหลดแหล่งกำเนิดกระแส 2 mA

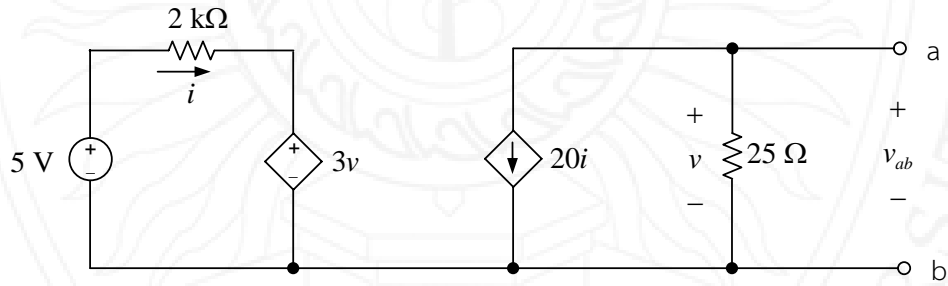
เมื่อวนรอบตามกฎแรงดันของเคอร์ชอฟฟ์ในทิศทางตามเข็มนาฬิกา กระแส i_L มีค่าเท่ากับ

$$\begin{aligned} -6 + (2000)(0.002) + v_L &= 0 \\ v_L &= 6 - 4 \\ &= 2 \text{ V} \end{aligned}$$

ตอบ

ตัวอย่างที่ 4.7

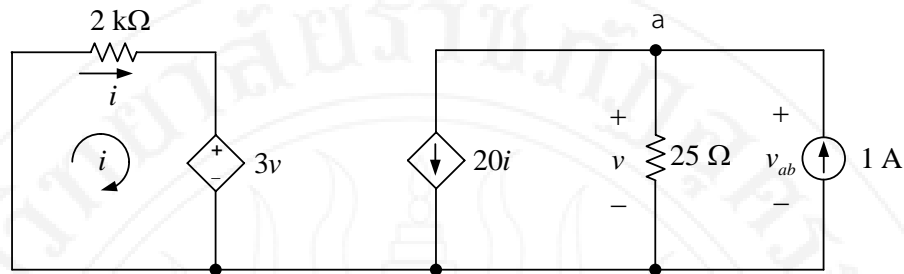
จากวงจรในรูปที่ 4.34 จงคำนวณหาวงจรมูลเทเวนินระหว่างขั้ว a-b



รูปที่ 4.34 วงจรสำหรับตัวอย่างที่ 4.7 (O'Malley, 1992)

วิธีทำ

คำนวณหาความต้านทานสมมูลเทเวนิน ด้วยการลัดวงจรแหล่งกำเนิดแรงดัน 5 V และเพิ่มแหล่งกำเนิดกระแส 1 A ระหว่างขั้ว a-b ทอพอโลยีใหม่ของวงจรแสดงดังรูปที่ 4.35



รูปที่ 4.35 วงจรผลลัพธ์เมื่อลัดวงจรแหล่งกำเนิดแรงดัน 5 V และเพิ่มแหล่งกำเนิดกระแส 1 A

สมการตามกฎกระแสของเคอร์ชอฟที่โหนด a คือ

$$-20i - \frac{v}{25} + 1 = 0$$

$$25 \left(20i + \frac{v}{25} \right) = 1 \times 25$$

$$500i + v = 25$$

(4.58)

สมการตามกฎแรงดันของเคอร์ชอฟที่วงรอบกระแส i คือ

$$2000i + 3v = 0$$

(4.59)

เขียนสมการที่ (4.58) - (4.59) ให้อยู่ในรูปของสมการเมทริกซ์ จะได้

$$\begin{bmatrix} 500 & 1 \\ 2000 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i \\ v \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 25 \\ 0 \end{bmatrix}$$

(4.60)

ผลเฉลยสำหรับ v คือ

$$v = \frac{\begin{vmatrix} 500 & 25 \\ 2000 & 0 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 500 & 1 \\ 2000 & 3 \end{vmatrix}} = \frac{(500)(0) - (2000)(25)}{(500)(3) - (2000)(1)} = 100 \text{ V}$$

(4.61)

จากวงจรในรูปที่ 4.35 พบว่า $v = v_{ab}$ ดังนั้น

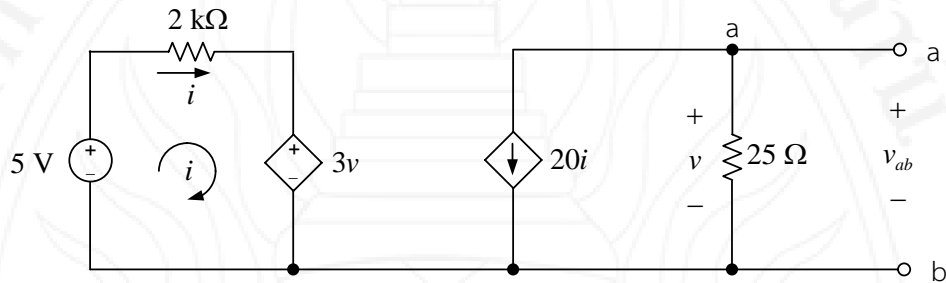
$$v_{ab} = 100 \text{ V}$$

(4.62)

ความต้านทานสมมูลเทเวนินจึงมีค่าเท่ากับ

$$R_{Th} = \frac{v_{ab}}{1 \text{ A}} = \frac{100 \text{ V}}{1 \text{ A}} = 100 \Omega \quad (4.63)$$

วิเคราะห์หาแรงดันสมมูลเทเวนินด้วยการกำหนดโหนดและกระแสเมฆ ดังแสดงในรูปที่ 4.36



รูปที่ 4.36 วงจรสำหรับวิเคราะห์หาแรงดันสมมูลเทเวนิน

จากกฎของโอห์ม สมการคำนวณแรงดัน v คือ

$$\begin{aligned} v &= Ri \\ &= (25)(-20i) \\ v &= -500i \\ 500i + v &= 0 \end{aligned} \quad (4.64)$$

สมการตามกฎแรงดันของเคอร์ชอฟฟ์ที่วงรอบกระแส i คือ

$$\begin{aligned} -5 + 2000i + 3v &= 0 \\ 2000i + 3v &= 5 \end{aligned} \quad (4.65)$$

เขียนสมการที่ (4.64) - (4.65) ให้อยู่ในรูปของสมการเมทริกซ์ จะได้

$$\begin{bmatrix} 500 & 1 \\ 2000 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i \\ v \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 5 \end{bmatrix} \quad (4.66)$$

ผลเฉลยสำหรับ v คือ

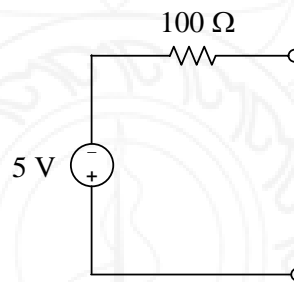
$$v = \begin{vmatrix} 500 & 0 \\ 2000 & 5 \\ 500 & 1 \\ 2000 & 3 \end{vmatrix} = \frac{(500)(5) - (2000)(0)}{(500)(3) - (2000)(1)} = -5 \text{ V} \quad (4.67)$$

จากวงจรในรูปที่ 4.36 พบว่า $v = v_{ab} = v_{Th}$ ดังนั้น

$$v_{Th} = -5 \text{ V} \quad (4.68)$$

ดังนั้น วงจรสมมูลเทเวนินมีทอพอโลยีดังแสดงในรูปที่ 4.37

ตอบ



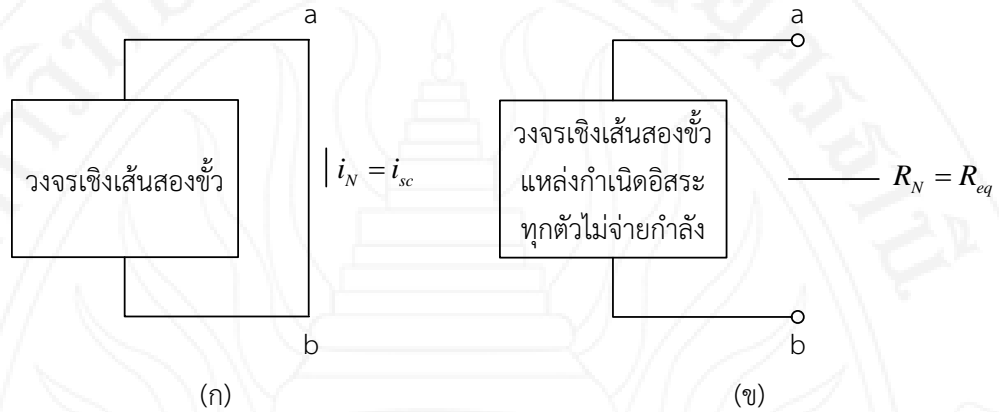
รูปที่ 4.37 วงจรสมมูลเทเวนิน

4.5 ทฤษฎีบทนอร์ตัน

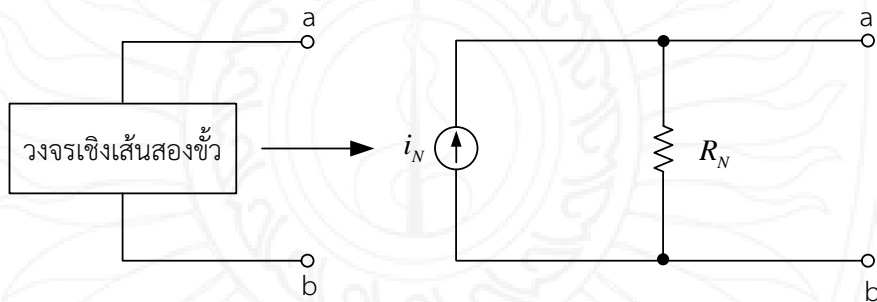
วงจรไฟฟ้าในบางกรณี อาจไม่เหมาะสมที่จะแสดงให้อยู่ในรูปของวงจรสมมูลเทเวนิน วงจรสมมูลนอร์ตัน จึงเป็นอีกหนึ่งตัวเลือกที่อาจมีความเหมาะสมกว่า หลักในการวิเคราะห์หาวงจรสมมูลนอร์ตันมีความคล้ายคลึงกับการวิเคราะห์หาวงจรสมมูลเทเวนิน ซึ่งมีรายละเอียดดังต่อไปนี้ (Alexander & Sadiku, 2009)

ทฤษฎีบทนอร์ตัน กล่าวไว้ว่า “วงจรเชิงเส้นสองขั้วใด ๆ สามารถแสดงให้อยู่ในรูปของแหล่งกำเนิดกระแสอิสระขนานกับตัวต้านทาน โดยที่ กระแสของแหล่งกำเนิดมีค่าเท่ากับกระแสลัดวงจรระหว่างสองขั้วที่พิจารณา และความต้านทานมีค่าเท่ากับความต้านทานสมมูลระหว่างสองขั้วที่พิจารณา ซึ่งคำนวณในภาวะที่แหล่งกำเนิดอิสระทุกตัวไม่จ่ายกำลัง”

รายละเอียดของกระแสและความต้านทานสมมูลนอร์ตันระหว่างขั้ว a-b แสดงในรูปที่ 4.38 รูปที่ 4.22 และวงจรสมมูลนอร์ตันระหว่างขั้ว a-b แสดงใน



รูปที่ 4.38 กระแสและความต้านทานสมมูลนอร์ตันระหว่างขั้ว a-b



รูปที่ 4.39 วงจรสมมูลนอร์ตัน

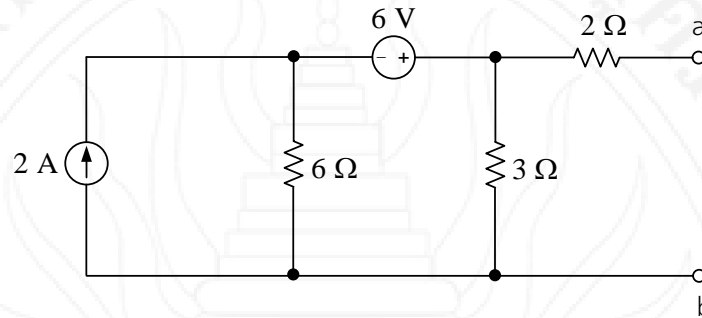
ความสัมพันธ์ระหว่างแรงดันสมมูลเทเวนิน และกระแสสมมูลของนอร์ตันคือ

$$i_N = \frac{V_{Th}}{R_{Th}} \quad (4.69)$$

สมการที่ (4.69) แสดงให้เห็นว่า เมื่อทราบวงจรสมมูลนอร์ตัน สามารถคำนวณหาแรงดันและความต้านทานของวงจรสมมูลเทเวนินได้

ตัวอย่างที่ 4.8

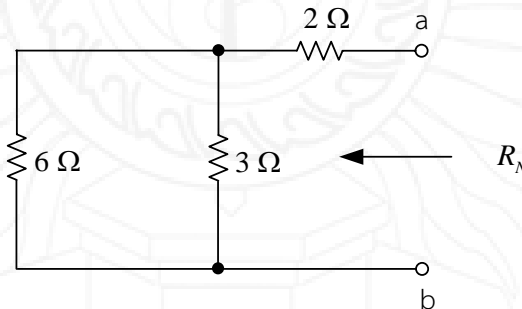
จากวงจรในรูปที่ 4.40 จงวิเคราะห์หาวงจรสมมูลนอร์ตัน



รูปที่ 4.40 วงจรสำหรับตัวอย่างที่ 4.8 (Rizzoni & Hartley, 2000)

วิธีทำ

คำนวณหาความต้านทานสมมูลนอร์ตันระหว่างขั้ว a-b ด้วยการเปิดวงจรแหล่งกำเนิดกระแส 2 A และลัดวงจรแหล่งกำเนิดแรงดัน 6 V จะได้วงจรผลลัพธ์ดังนี้

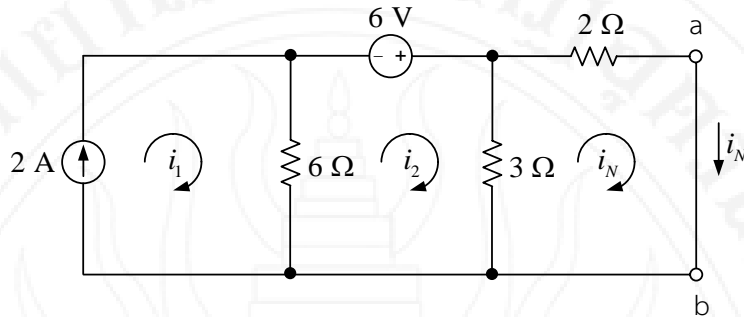


รูปที่ 4.41 วงจรสำหรับคำนวณหาความต้านทานสมมูลนอร์ตัน

ความต้านทานสมมูลนอร์ตันคือ $6 \Omega \parallel 3 \Omega + 2 \Omega$ มีค่าดังนี้

$$R_N = 6 \Omega \parallel 3 \Omega + 2 \Omega = \frac{6 \times 3}{6 + 3} + 2 = 4 \Omega \quad (4.70)$$

คำนวณหากระแสสมมูลนอร์ตันด้วยการลัดวงจรระหว่างขั้ว a-b จะได้วงจรผลลัพท์ดังนี้



รูปที่ 4.42 วงจรสำหรับคำนวณหาความต้านทานสมมูลนอร์ตัน

จากวงจรในรูปที่ 4.42 กระแสเมช i_1 มีค่าเท่ากับ

$$i_1 = 2 \text{ A} \tag{4.71}$$

สมการตามกฎแรงดันของเคอร์ชอฟฟ์สำหรับเมช i_2 คือ

$$\begin{aligned} -6i_1 + (6+3)i_2 - 3i_N - 6 &= 0 \\ -6(2) + 9i_2 - 3i_N &= 6 \\ 9i_2 - 3i_N &= 6 + 12 \\ 3i_2 - i_N &= 6 \end{aligned} \tag{4.72}$$

สมการตามกฎแรงดันของเคอร์ชอฟฟ์สำหรับเมช i_N คือ

$$\begin{aligned} -3i_2 + (3+2)i_N &= 0 \\ -3i_2 + 5i_N &= 0 \end{aligned} \tag{4.73}$$

เขียนสมการที่ (4.72) - (4.73) ให้อยู่ในรูปของสมการเมทริกซ์ จะได้

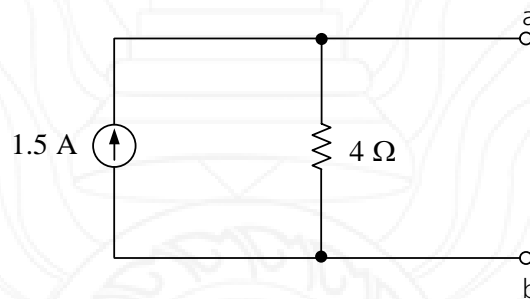
$$\begin{bmatrix} 3 & -1 \\ -3 & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_2 \\ i_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 \\ 0 \end{bmatrix} \tag{4.74}$$

ผลเฉลยสำหรับ i_N คือ

$$i_N = \frac{\begin{vmatrix} 3 & 6 \\ -3 & 0 \\ 3 & -1 \\ -3 & 5 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 3 & 0 \\ 3 & 5 \\ -3 & -1 \end{vmatrix}} = \frac{(3)(0) - (-3)6}{(3)(5) - (-3)(-1)} = 1.5 \text{ A} \quad (4.75)$$

ดังนั้น วงจรสมมูลนอร์ตันมีทอพอโลยีดังแสดงในรูปที่ 4.43

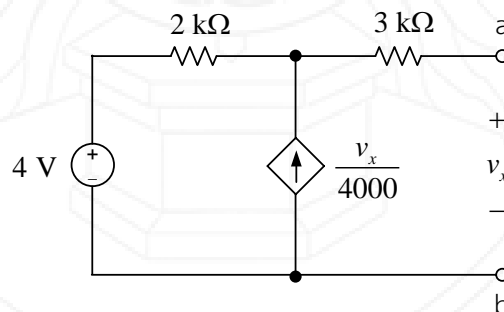
ตอบ



รูปที่ 4.43 วงจรสมมูลนอร์ตันของตัวอย่างที่ 4.8

ตัวอย่างที่ 4.9

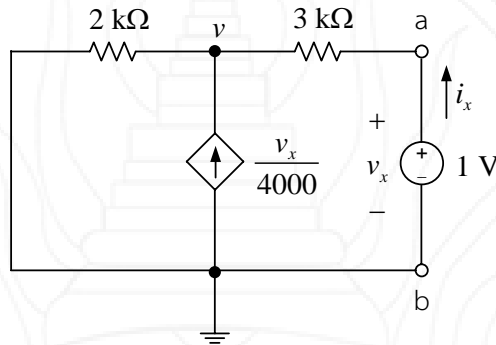
จากวงจรในรูปที่ 4.44 จงวิเคราะห์หาวงจรสมมูลนอร์ตัน



รูปที่ 4.44 วงจรสำหรับตัวอย่างที่ 4.9 (Hayt et al., 2007)

วิธีทำ

คำนวณหาความต้านทานสมมูลของนอร์ตัน ด้วยการลัดวงจรแหล่งกำเนิด 4 V และเพิ่มแหล่งกำเนิดแรงดัน 1 V ระหว่างขั้ว a-b จะได้วงจรผลลัพธ์ดังนี้



รูปที่ 4.45 วงจรคำนวณหาความต้านทานสมมูลนอร์ตัน

สมการตามกฎกระแสของเคอร์ชอฟฟ์ที่โหนด v คือ

$$\begin{aligned}
 -\frac{v}{2000} + \frac{v_x}{4000} - \frac{(v-v_x)}{3000} &= 0 \\
 -\frac{v}{2} + \frac{v_x}{4} - \frac{(v-v_x)}{3} &= 0 \\
 -\frac{v}{2} + \frac{v_x}{4} - \frac{v}{3} + \frac{v_x}{3} &= 0 \\
 \left(-\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right)v + \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{3}\right)v_x &= 0 \\
 -\frac{5}{6}v + \frac{7}{12}v_x &= 0 \\
 -10v + 7v_x &= 0 \\
 -10v + 7(1) &= 0 \\
 v &= \frac{7}{10} \text{ V}
 \end{aligned}
 \tag{4.76}$$

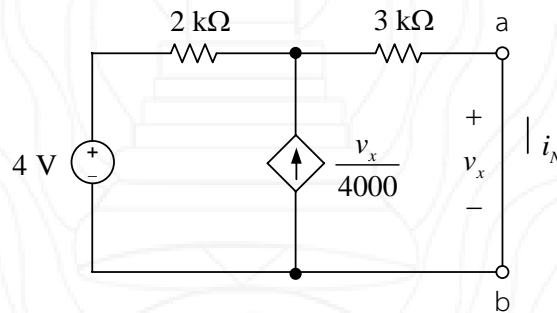
ดังนั้น กระแส i_x มีค่าเท่ากับ

$$i_x = \frac{v_x - v}{3000} = \frac{1 - \frac{7}{10}}{3000} = 100 \mu\text{A}
 \tag{4.77}$$

ความต้านทานสมมูลนอร์ตันจึงมีค่าเท่ากับ

$$R_N = \frac{1}{i_x} = \frac{1}{100 \times 10^{-6}} = 10 \text{ k}\Omega \quad (4.78)$$

คำนวณหากระแสสมมูลของนอร์ตัน ด้วยการลัดวงจรระหว่างขั้ว a-b จะได้วงจรผลลัพธ์ดังนี้



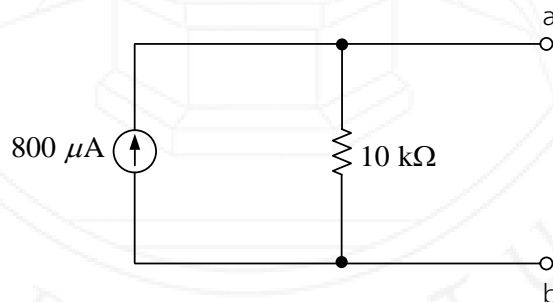
รูปที่ 4.46 วงจรคำนวณหาความต้านทานสมมูลนอร์ตัน

เนื่องจากจุดที่ลัดวงจรแรงดันมีค่าเท่ากับศูนย์ ดังนั้น $v_x = 0 \text{ V}$ ส่งผลให้แหล่งกำเนิดกระแสไม่อิสระ ไม่มีกระแสจ่ายให้กับวงจร จากกฎของโอห์ม กระแส i_N มีค่าเท่ากับ

$$i_N = \frac{4}{2000 + 3000} = 800 \mu\text{A} \quad (4.79)$$

ดังนั้น วงจรสมมูลนอร์ตันมีทอพอโลยีดังแสดงในรูปที่ 4.47

ตอบ

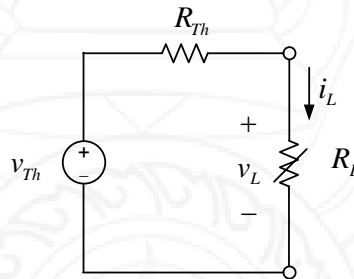


รูปที่ 4.47 วงจรสมมูลนอร์ตันของตัวอย่างที่ 4.9

4.6 การถ่ายโอนกำลังสูงสุด

เมื่อมีการเชื่อมต่อโหลดเข้ากับแหล่งกำเนิด วัตถุประสงค์ของการเชื่อมต่อนี้คือ การออกแบบวงจรหรือควบคุมให้โหลดได้รับกำลังจากแหล่งกำเนิดมากที่สุดเท่าที่จะเป็นไปได้ เพราะปริมาณกำลังของโหลดคือตัวบ่งชี้ว่าโหลดจะทำงานได้ในระดับใด หากกล่าวถึงหลอดไฟ การที่ได้รับกำลังมากกว่าอาจหมายถึงการให้ความส่องสว่างมากกว่า หรือหากกล่าวถึงการไฟฟ้าส่วนภูมิภาค การจ่ายกำลังไฟฟ้าไปสู่ผู้ใช้ไฟฟ้าและผู้ใช้ไฟฟ้าได้รับกำลังมากกว่า ย่อมหมายถึงค่าไฟฟ้าที่จะเก็บได้มากกว่าตามไปด้วย

การออกแบบวงจรไฟฟ้าให้โหลดอยู่ในภาวะที่ได้รับกำลังสูงสุด สามารถกระทำได้ด้วยการประยุกต์ใช้ทฤษฎีบทเทเวนิน พิจารณาวงจรไฟฟ้าสมมูลเทเวนินที่เชื่อมต่อโหลด R_L ในรูปที่ 4.48



รูปที่ 4.48 วงจรสมมูลเทเวนินเชื่อมต่อโหลด

จากหลักการวงจรแบ่งแรงดันจะได้ว่า

$$v_L = \frac{R_L}{R_{Th} + R_L} v_{Th} \tag{4.80}$$

สมการคำนวณกำลังที่โหลดได้รับคือ

$$p_L = \frac{v_L^2}{R_L} = \frac{\left(\frac{R_L}{R_{Th} + R_L} v_{Th} \right)^2}{R_L} = \frac{R_L^2}{(R_{Th} + R_L)^2} v_{Th}^2 = \frac{R_L}{(R_{Th} + R_L)^2} v_{Th}^2 \tag{4.81}$$

หากต้องการทราบค่าสูงสุดของกำลังที่โหลดได้รับ เมื่อมีการเปลี่ยนแปลงของค่า R_L ต้องคำนวณหา $\frac{dp_L}{dR_L} = 0$ และหาผลเฉลยของ R_L ดังรายละเอียดต่อไปนี้

$$\begin{aligned}
 \frac{dp_L}{dR_L} &= 0 \\
 0 &= \frac{d}{dR_L} \frac{R_L}{(R_{Th} + R_L)^2} v_{Th}^2 \\
 0 &= v_{Th}^2 \frac{(R_{Th} + R_L)^2 dR_L - R_L d(R_{Th} + R_L)^2}{(R_{Th} + R_L)^4} \\
 0 &= v_{Th}^2 \frac{(R_{Th} + R_L)^2 (1) - R_L (2)(R_{Th} + R_L)(1)}{(R_{Th} + R_L)^4} \\
 0 &= (R_{Th} + R_L)^2 - 2R_L (R_{Th} + R_L) \\
 0 &= R_{Th} + R_L - 2R_L \\
 0 &= R_{Th} - R_L
 \end{aligned} \tag{4.82}$$

ดังนั้น

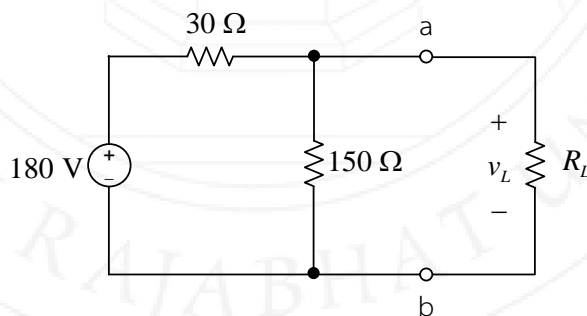
$$R_L = R_{Th} \tag{4.83}$$

สมการที่ (4.83) เป็นสิ่งยืนยันว่า โหลดจะได้รับกำลังสูงสุด หรือแหล่งกำเนิดจะถ่ายโอนกำลังไปสู่โหลดได้สูงสุดก็ต่อเมื่อ ความต้านทานของโหลดมีค่าเท่ากับความต้านทานสมมูลเทเวนินของวงจร ดังนั้น สมการคำนวณกำลังสูงสุดของโหลดคือ

$$P_L = \frac{R_{Th}}{(R_{Th} + R_{Th})^2} v_{Th}^2 = \frac{R_{Th}}{(2R_{Th})^2} v_{Th}^2 = \frac{v_{Th}^2}{4R_{Th}} \tag{4.84}$$

ตัวอย่างที่ 4.10

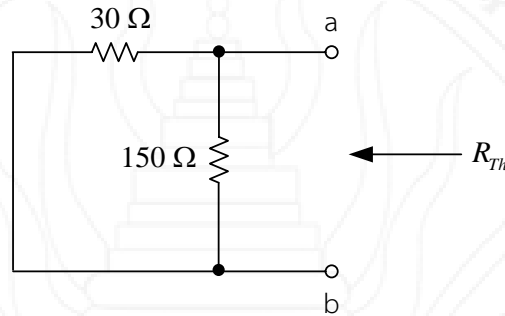
จากวงจรในรูปที่ 4.49 จงวิเคราะห์หาความต้านทานโหลด R_L ที่จะทำให้การถ่ายโอนกำลังกำลังไฟฟ้าจากแหล่งกำเนิดไปสู่โหลดมีค่าสูงสุด และค่ากำลังที่โหลดได้รับ



รูปที่ 4.49 วงจรสำหรับตัวอย่างที่ 4.10 (Dorf & Svoboda, 2010)

วิธีทำ

คำนวณหาความต้านทานสมมูลเทเวนินระหว่างขั้ว a-b ด้วยการลัดวงจรแหล่งกำเนิด 180 V และเปิดวงจรโหลด R_L ออกจากวงจร จะได้ผลลัพธ์วงจรดังนี้



รูปที่ 4.50 วงจรคำนวณหาความต้านทานสมมูลเทเวนิน

เมื่อพิจารณาวงจร ความต้านทานสมมูลเทเวนินมีค่าเท่ากับ

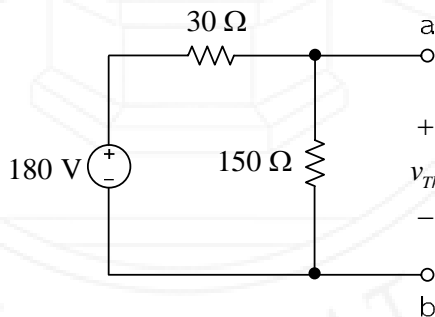
$$R_{Th} = 30 \parallel 150 = \frac{30 \times 150}{30 + 150} = 25 \Omega \quad (4.85)$$

ดังนั้น ความต้านทานโหลดที่จะได้รับการถ่ายโอนกำลังสูงสุดคือ

$$R_L = R_{Th} = 25 \Omega$$

ตอบ

คำนวณหาแรงดันสมมูลเทเวนิน ด้วยการเปิดวงจรโหลด R_L ออกจากวงจร จะได้ผลลัพธ์วงจรดังนี้



รูปที่ 4.51 วงจรคำนวณหาแรงดันสมมูลเทเวนิน

จากหลักการของวงจรแบ่งแรงดัน แรงดันสมมูลเทเวนินมีค่าเท่ากับ

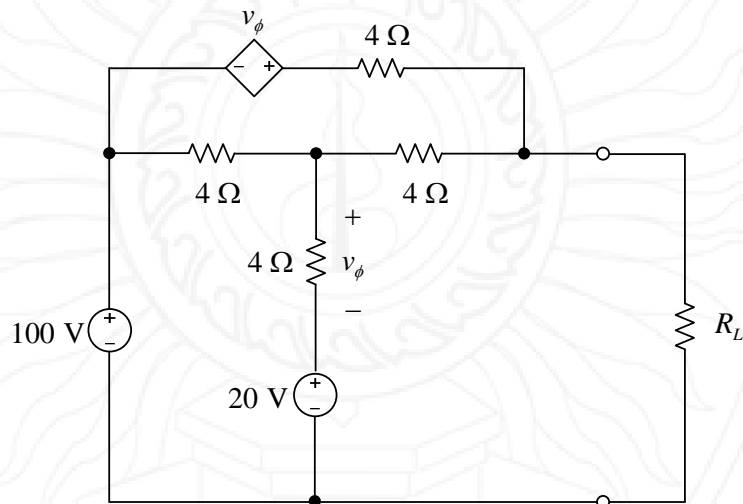
$$v_{Th} = \frac{150 \Omega}{150 \Omega + 30 \Omega} \times 180 \text{ V} = 150 \text{ V} \quad (4.86)$$

จากสมการที่ (4.84) กำลังที่โหลดได้รับมีค่าเท่ากับ

$$p_L = \frac{v_{Th}^2}{4R_{Th}} = \frac{150^2}{4 \times 25} = 225 \text{ W} \quad \text{ตอบ}$$

ตัวอย่างที่ 4.11

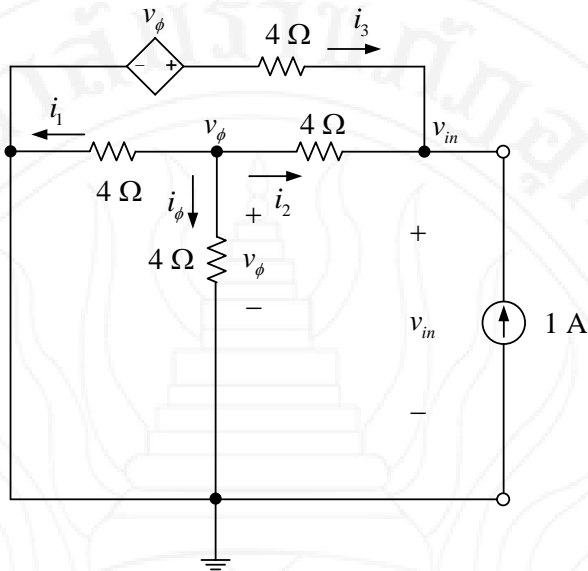
จากวงจรในรูปที่ 4.52 จงวิเคราะห์หาความต้านทานโหลด R_L ที่จะทำให้การถ่ายโอนกำลังกำลังไฟฟ้าจากแหล่งกำเนิดไปสู่โหลดมีค่าสูงสุด และค่ากำลังที่โหลดได้รับ



รูปที่ 4.52 วงจรสำหรับตัวอย่างที่ 4.11 (Nilsson & Riedel, 2011)

วิธีทำ

คำนวณหาความต้านทานสมมูลเทเวนิน ด้วยการเปิดวงจรแหล่งกำเนิด 100 V 20 V และโหลด R_L พร้อมทั้งเพิ่มแหล่งกำเนิดกระแส 1 A ระหว่างขั้ว a-b จะได้วงจรผลลัพธ์ดังแสดงในรูปที่ 4.53



รูปที่ 4.53 วงจรคำนวณหาความต้านทานสมมูลเทเวนิน

สมการตามกฎกระแสของเคอร์ชอฟฟ์สำหรับโนด v_ϕ คือ

$$\begin{aligned}
 -i_1 - i_\phi - i_2 &= 0 \\
 -\frac{v_\phi}{4} - \frac{v_\phi}{4} - \left(\frac{v_\phi - v_{in}}{4}\right) &= 0 \\
 \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4}\right)v_\phi - \frac{1}{4}v_{in} &= 0 \\
 \frac{3}{4}v_\phi - \frac{1}{4}v_{in} &= 0 \\
 3v_\phi - v_{in} &= 0 \tag{4.87}
 \end{aligned}$$

สมการตามกฎกระแสของเคอร์ชอฟฟ์สำหรับโนด v_{in} คือ

$$\begin{aligned}
 i_2 + i_3 + 1 &= 0 \\
 \frac{v_\phi - v_{in}}{4} + \frac{v_\phi - v_{in}}{4} + 1 &= 0 \\
 \frac{2(v_\phi - v_{in})}{4} &= -1 \\
 v_\phi - v_{in} &= -2 \tag{4.88}
 \end{aligned}$$

เขียนสมการที่ (4.87) - (4.88) ให้อยู่ในรูปของเมทริกซ์ จะได้

$$\begin{bmatrix} 3 & -1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_\phi \\ v_{in} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ -2 \end{bmatrix} \quad (4.89)$$

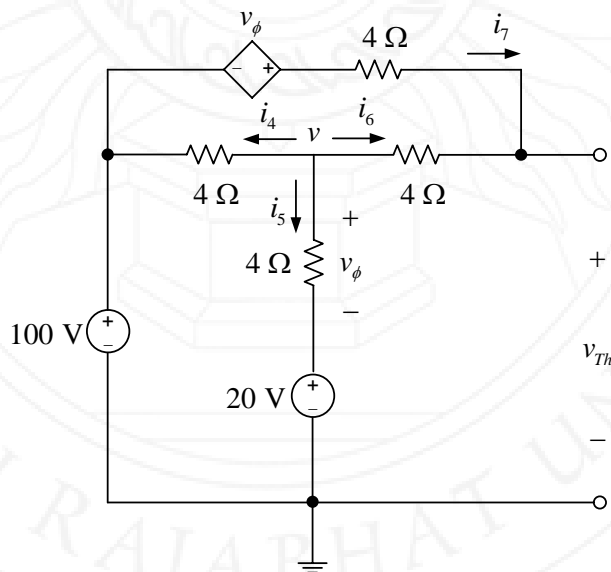
ผลเฉลยสำหรับ v_{in} คือ

$$v_{in} = \frac{\begin{vmatrix} 3 & 0 \\ 1 & -2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 3 & -1 \\ 1 & -1 \end{vmatrix}} = \frac{(3)(-2) - (1)(0)}{(3)(-1) - (1)(-1)} = 3 \text{ V} \quad (4.90)$$

ดังนั้น ความต้านทานสมมูลเทเวนิน หรือตัวต้านทานโหลดที่จะได้รับการถ่ายโอนกำลังสูงสุดมีค่าเท่ากับ

$$R_L = R_{Th} = \frac{v_{in}}{1 \text{ A}} = \frac{3 \text{ V}}{1 \text{ A}} = 3 \Omega \quad \text{ตอบ}$$

วิเคราะห์หาแรงดันสมมูลเทเวนิน ด้วยการเปิดวงจรโหลด R_L ออกจากวงจรในรูปที่ 4.52 จะได้วงจรผลลัพธ์ดังแสดงในรูปที่ 4.54



รูปที่ 4.54 วงจรคำนวณหาแรงดันสมมูลเทเวนิน

สมการตามกฎกระแสของเคอร์ชอฟฟ์สำหรับโหนด v_ϕ คือ

$$\begin{aligned}
 -i_4 - i_5 - i_6 &= 0 \\
 -\left(\frac{v-100}{4}\right) - \left(\frac{v-20}{4}\right) - \left(\frac{v-v_{Th}}{4}\right) &= 0 \\
 -\left(\frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4}\right)v + \frac{100}{4} + \frac{20}{4} + \frac{v_{Th}}{4} &= 0 \\
 -\frac{3}{4}v + \frac{v_{Th}}{4} &= -\frac{120}{4} \\
 -3v + v_{Th} &= -120
 \end{aligned} \tag{4.91}$$

สมการตามกฎกระแสของเคอร์ชอฟฟ์สำหรับโหนด v_{in} คือ

$$\begin{aligned}
 i_6 + i_7 &= 0 \\
 \frac{v-v_{Th}}{4} + \frac{100+v_\phi-v_{Th}}{4} &= 0 \\
 v-v_{Th}+100+v_\phi-v_{Th} &= 0 \\
 v+4i_5-2v_{Th} &= -100 \\
 v+4\left(\frac{v-20}{4}\right)-2v_{Th} &= -100 \\
 v+v-20-2v_{Th} &= -100 \\
 2v-2v_{Th} &= -80 \\
 v-v_{Th} &= -40
 \end{aligned} \tag{4.92}$$

เขียนสมการที่ (4.87) - (4.88) ให้อยู่ในรูปของเมทริกซ์ จะได้

$$\begin{bmatrix} -3 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v \\ v_{Th} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -120 \\ -40 \end{bmatrix} \tag{4.93}$$

ผลเฉลยสำหรับ v_{Th} คือ

$$v_{Th} = \frac{\begin{vmatrix} -3 & -120 \\ 1 & -40 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} -3 & 1 \\ 1 & -1 \end{vmatrix}} = \frac{(-3)(-40) - (1)(-120)}{(-3)(-1) - (1)(1)} = 120 \text{ V} \tag{4.94}$$

จากสมการที่ (4.84) กำลังที่โหลดได้รับมีค่าเท่ากับ

$$P_L = \frac{v_{Th}^2}{4R_{Th}} = \frac{120^2}{4 \times 3} = 1.2 \text{ kW}$$

ตอบ

4.7 บทสรุป

(1) หลักการทับซ้อนกล่าวไว้ว่า แรงดันตกคร่อม (หรือกระแสไหลผ่าน) องค์กรประกอบในวงจรเชิงเส้น มีค่าเท่ากับผลบวกเชิงพีชคณิตของ แรงดันตกคร่อม (หรือกระแสไหลผ่าน) องค์กรประกอบนั้น ที่เป็นผลมาจากแหล่งกำเนิดอิสระแต่ละตัวเชื่อมต่อในวงจรโดยลำพัง

(2) การแปลงแหล่งกำเนิด คือ กระบวนการแปลงแหล่งกำเนิดแรงดันต่ออนุกรมกับตัวต้านทาน ให้เป็นแหล่งกำเนิดกระแสต่อแบบขนานกับตัวต้านทาน หรือ แปลงแหล่งกำเนิดกระแสต่อแบบขนานกับตัวต้านทานให้เป็นแหล่งกำเนิดแรงดันต่ออนุกรมกับตัวต้านทาน

(3) ทฤษฎีบทเทเวนิน กล่าวไว้ว่า “วงจรเชิงเส้นสองขั้วใด ๆ สามารถแสดงให้อยู่ในรูปของแหล่งกำเนิดแรงดันอิสระอนุกรมกับตัวต้านทาน โดยที่ แรงดันของแหล่งกำเนิดมีค่าเท่ากับแรงดันเปิดวงจรระหว่างสองขั้วที่พิจารณา และความต้านทานมีค่าเท่ากับความต้านทานสมมูลระหว่างสองขั้วที่พิจารณา ซึ่งคำนวณในภาวะที่แหล่งกำเนิดอิสระทุกตัวไม่จ่ายกำลัง”

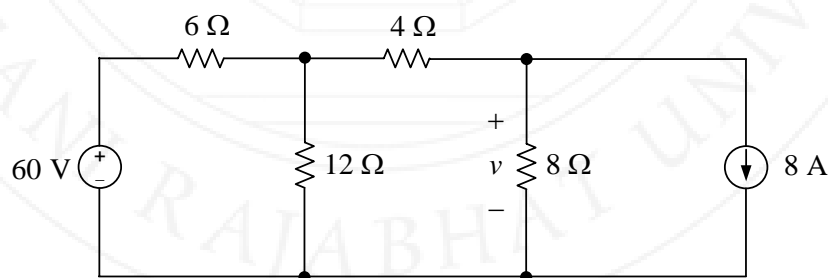
(4) ทฤษฎีบทนอร์ตัน กล่าวไว้ว่า “วงจรเชิงเส้นสองขั้วใด ๆ สามารถแสดงให้อยู่ในรูปของแหล่งกำเนิดกระแสอิสระขนานกับตัวต้านทาน โดยที่ กระแสของแหล่งกำเนิดมีค่าเท่ากับกระแสลัดวงจรระหว่างสองขั้วที่พิจารณา และความต้านทานมีค่าเท่ากับความต้านทานสมมูลระหว่างสองขั้วที่พิจารณา ซึ่งคำนวณในภาวะที่แหล่งกำเนิดอิสระทุกตัวไม่จ่ายกำลัง”

(5) โหลดจะได้รับกำลังสูงสุด หรือแหล่งกำเนิดจะถ่ายโอนกำลังไปสู่โหลดได้สูงสุดก็ต่อเมื่อความต้านทานของโหลดมีค่าเท่ากับความต้านทานสมมูลเทเวนินของวงจร

4.8 แบบฝึกหัด

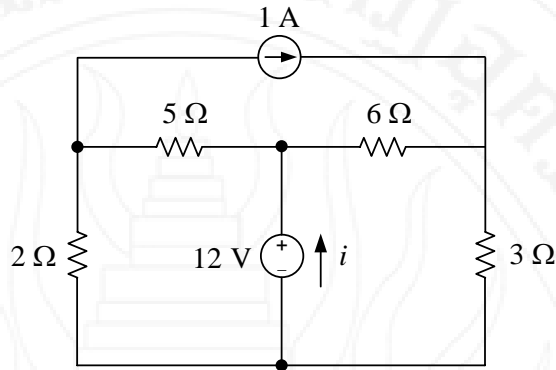
4.8.1 การทับซ้อน

- (1) จากวงจรในรูปที่ 4.55 จงใช้หลักการทับซ้อนคำนวณหาแรงดันตกคร่อมตัวต้านทาน 8Ω



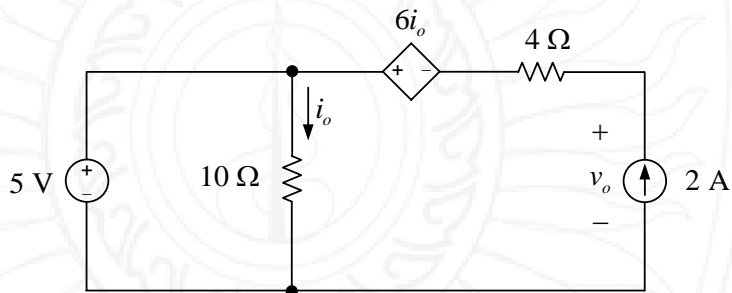
รูปที่ 4.55 วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (1) (O'Malley, 1992)

- (2) จากวงจรในรูปที่ 4.56 จงใช้หลักการทับซ้อนคำนวณหากระแส i



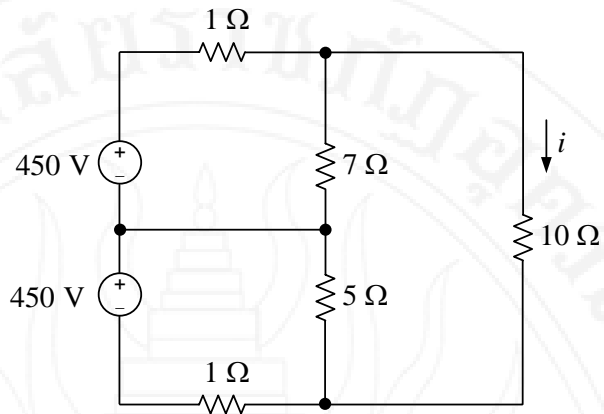
รูปที่ 4.56 วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (2) (Franco, 1995)

- (3) จากวงจรในรูปที่ 4.57 จงใช้หลักการทับซ้อนคำนวณหากระแส i_o และ v_o

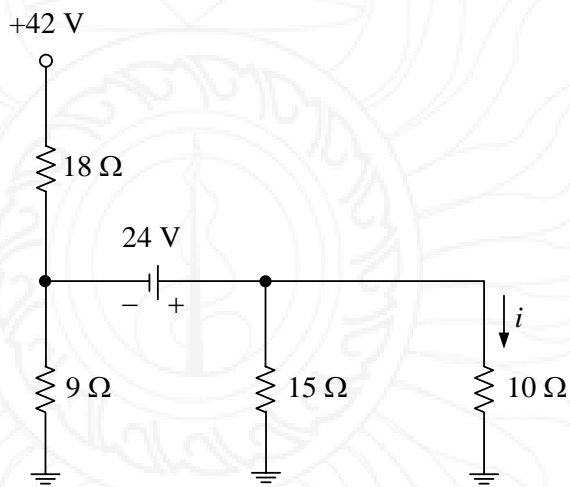


รูปที่ 4.57 วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (3) (Whitehouse, 1997)

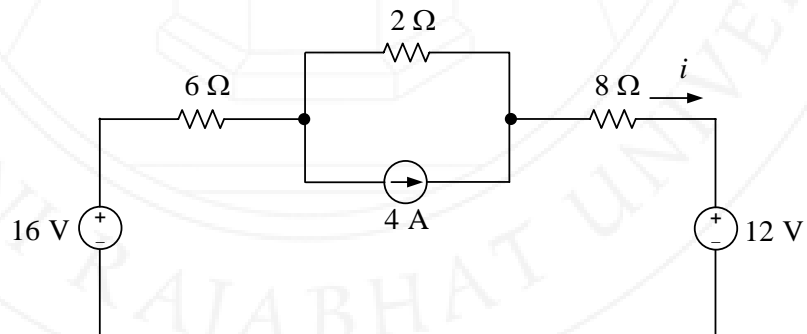
- (4) จากวงจรในรูปที่ 4.58 จงใช้หลักการทับซ้อนคำนวณหากระแส i
- (5) จากวงจรในรูปที่ 4.59 จงใช้หลักการทับซ้อนคำนวณหากระแส i
- (6) จากวงจรในรูปที่ 4.60 จงใช้หลักการทับซ้อนคำนวณหากระแส i



รูปที่ 4.58 วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (4) (Rizzoni & Hartley, 2000)



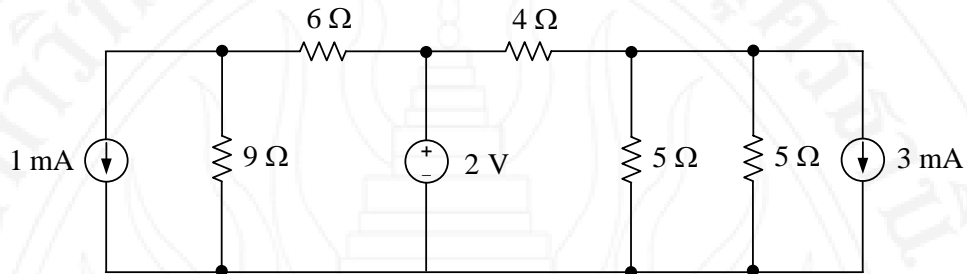
รูปที่ 4.59 วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (5) (Boylestad, 2002)



รูปที่ 4.60 วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (6) (Alexander & Sadiku, 2004)

4.8.2 การแปลงแหล่งกำเนิด

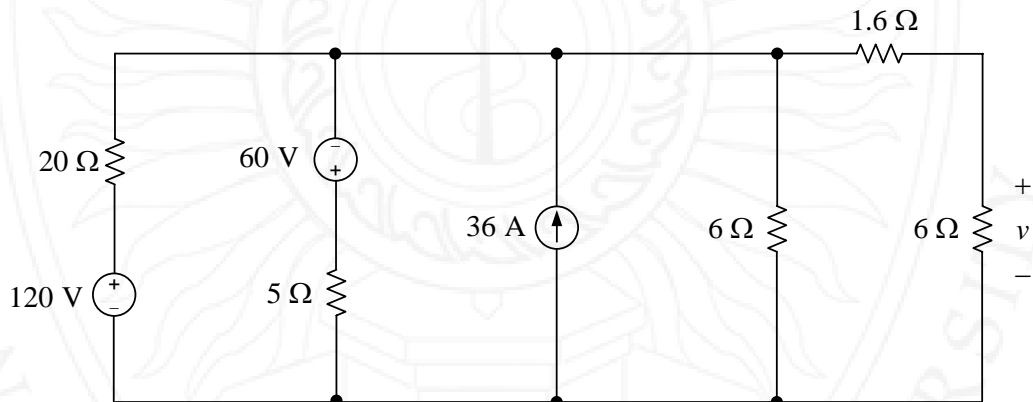
(7) จากวงจรในรูปที่ 4.67 จงใช้หลักการแปลงแหล่งกำเนิดแปลงทอพอโลยีของวงจรให้เหลือแหล่งกำเนิดกระแส 1 ตัว ขนานกับตัวต้านทาน 1 ตัว



รูปที่ 4.61 วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (7) (Hayt et al., 2007)

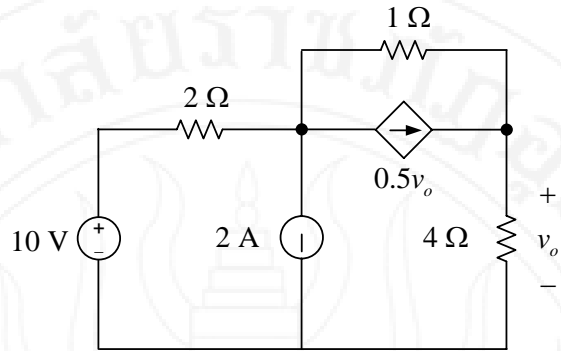
(8) จากวงจรในรูปที่ 4.62 จงใช้หลักการแปลงแหล่งกำเนิดวิเคราะห์หาค่าพารามิเตอร์ต่อไปนี้

- (ก) แรงดัน v
- (ข) กำลังที่แหล่งกำเนิด 120 V จ่ายให้แก่วงจร

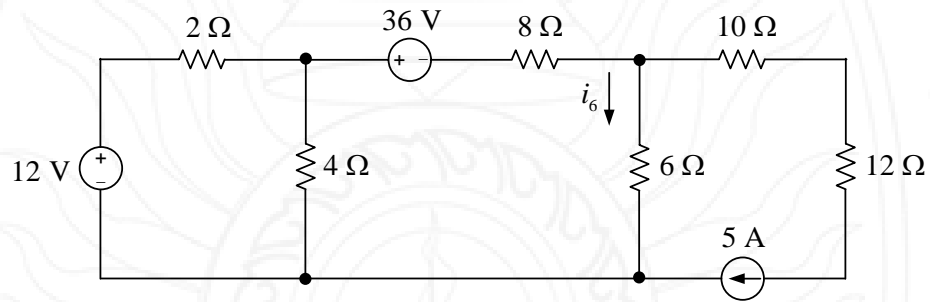


รูปที่ 4.62 วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (8) (Nilsson & Riedel, 2008)

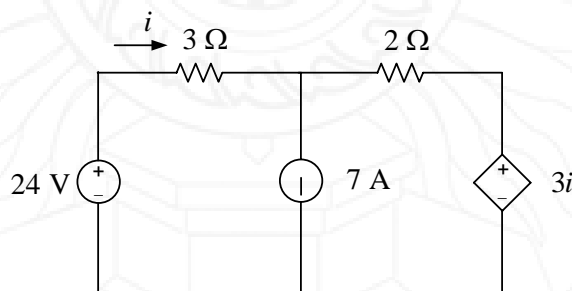
- (9) จากวงจรในรูปที่ 4.63 จงใช้หลักการแปลงแหล่งกำเนิดวิเคราะห์หา v_o
- (10) จากวงจรในรูปที่ 4.64 จงใช้หลักการแปลงแหล่งกำเนิดวิเคราะห์หา i_o
- (11) จากวงจรในรูปที่ 4.65 จงใช้หลักการแปลงแหล่งกำเนิดวิเคราะห์หา i



รูปที่ 4.63 วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (9) (Alexander & Sadiku, 2009)

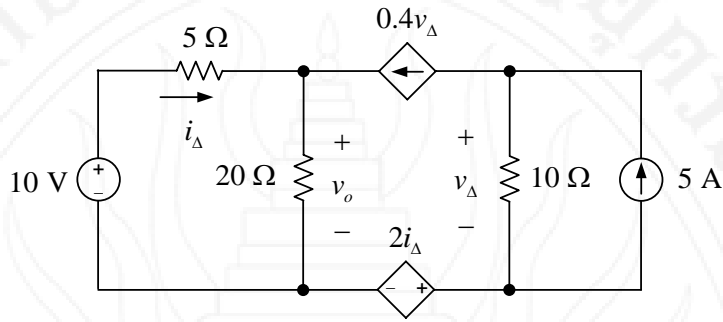


รูปที่ 4.64 วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (10) (Karris, 2009)



รูปที่ 4.65 วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (11) (Dorf & Svoboda, 2010)

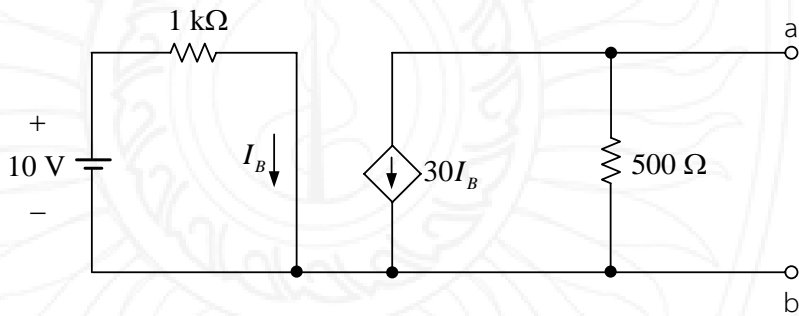
- (12) จากวงจรในรูปที่ 4.66 จงใช้หลักการแปลงแหล่งกำเนิดวิเคราะห์หา i_Δ v_Δ และ v_o



รูปที่ 4.66 วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (12) (Nilsson & Riedel, 2011)

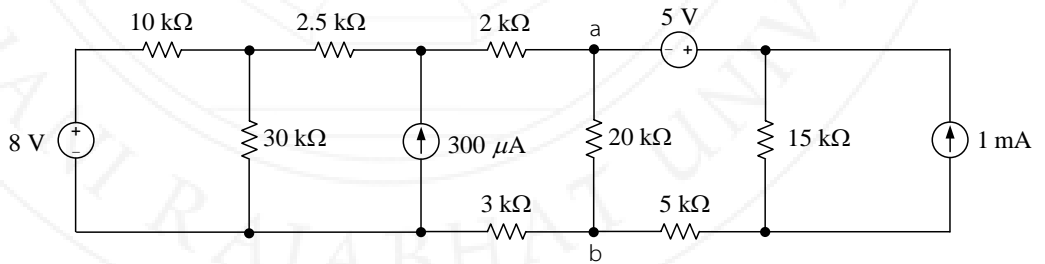
4.8.3 ทฤษฎีบทเทเวนนิน

- (13) จากวงจรในรูปที่ 4.67 จงวิเคราะห์หาวงจรสมมูลเทเวนนินระหว่างขั้ว a-b



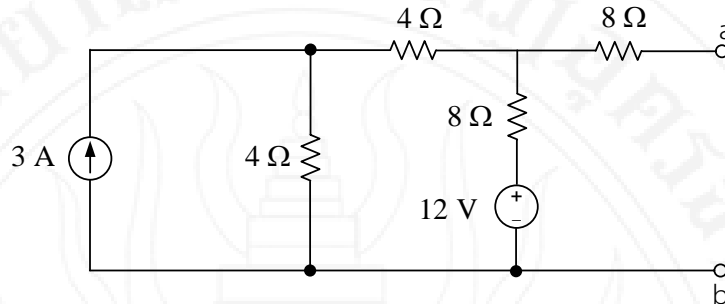
รูปที่ 4.67 วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (13) (O'Malley, 1992)

- (14) จากวงจรในรูปที่ 4.68 จงวิเคราะห์หาวงจรสมมูลเทเวนนินระหว่างขั้ว a-b



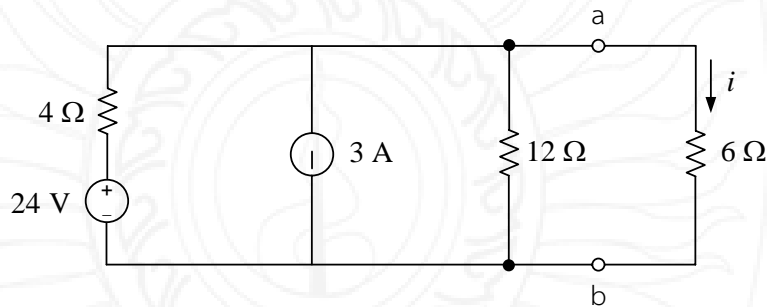
รูปที่ 4.68 วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (14) (Franco, 1995)

- (15) จากวงจรในรูปที่ 4.69 จงวิเคราะห์หาวงจรสมมูลเทเวนินระหว่างขั้ว a-b



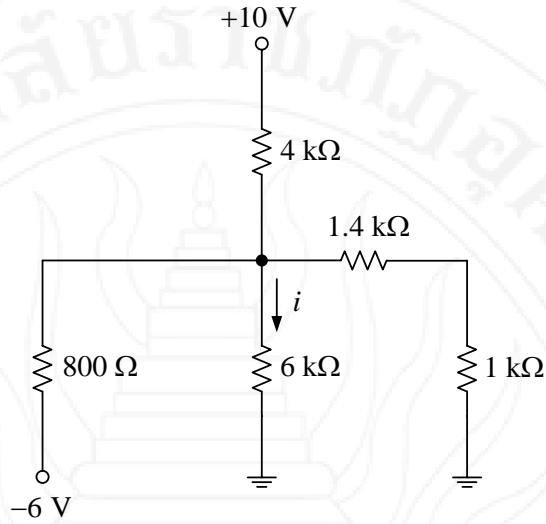
รูปที่ 4.69 วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (15) (Whitehouse, 1997)

- (16) จากวงจรในรูปที่ 4.74 จงวิเคราะห์หาวงจรสมมูลเทเวนินและกระแส i

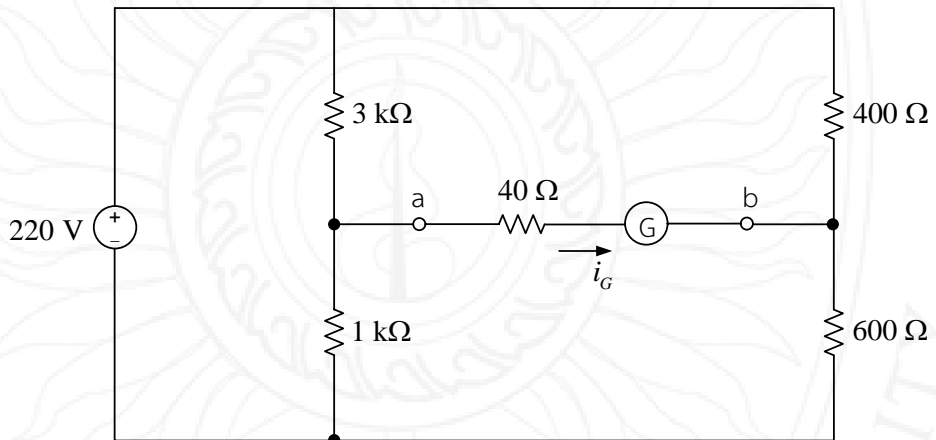


รูปที่ 4.70 วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (16) (Rizzoni & Hartley, 2000)

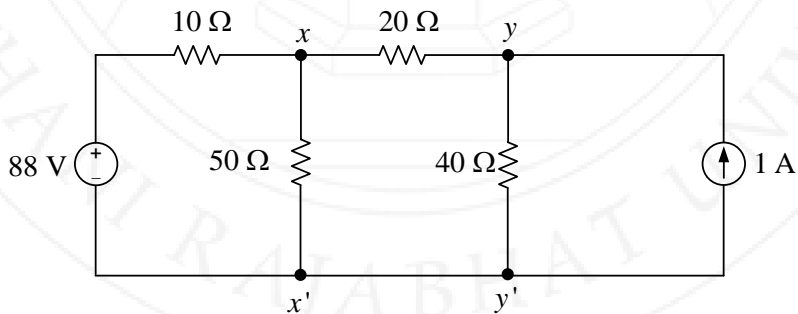
- (17) จากวงจรในรูปที่ 4.71 จงวิเคราะห์หาวงจรสมมูลเทเวนินและกระแส i
- (18) จากวงจรในรูปที่ 4.72 กำหนดให้ความต้านทานภายในของแกลวานอ์มิเตอร์มีค่าเท่ากับ 40Ω จงวิเคราะห์หาวงจรสมมูลเทเวนิน และกระแส i_G ที่ไหลผ่านแกลวานอ์มิเตอร์ดังกล่าวนี้
- (19) จากวงจรในรูปที่ 4.73 จงวิเคราะห์หาวงจรสมมูลเทเวนินสำหรับ 2 กรณีต่อไปนี้
- (ก) ระหว่างขั้ว $x-x'$
 - (ข) ระหว่างขั้ว $y-y'$



รูปที่ 4.71 วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (17) (Boylestad, 2002)



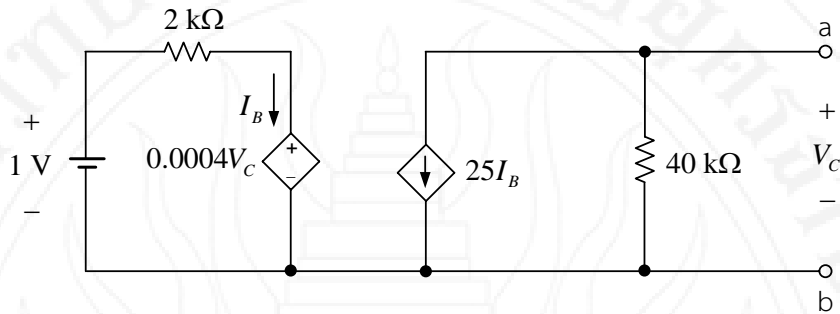
รูปที่ 4.72 วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (18) (Alexander & Sadiku, 2004)



รูปที่ 4.73 วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (19) (Hayt et al., 2007)

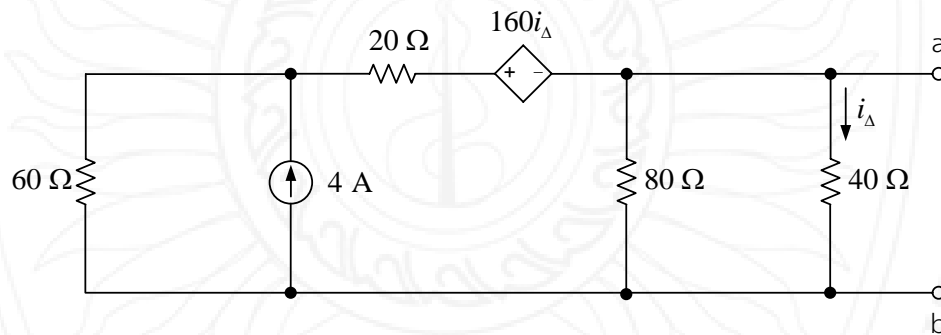
4.8.4 ทฤษฎีบทนอร์ตัน

(20) จากวงจรในรูปที่ 4.74 จงวิเคราะห์หาวงจรสมมูลนอร์ตันระหว่างขั้ว a-b



รูปที่ 4.74 วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (20) (O'Malley, 1992)

(21) จากวงจรในรูปที่ 4.75 จงวิเคราะห์หาวงจรสมมูลนอร์ตันระหว่างขั้ว a-b พร้อมทั้งคำนวณหา i_Δ



รูปที่ 4.75 วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (21) (Nilsson & Riedel, 2008)

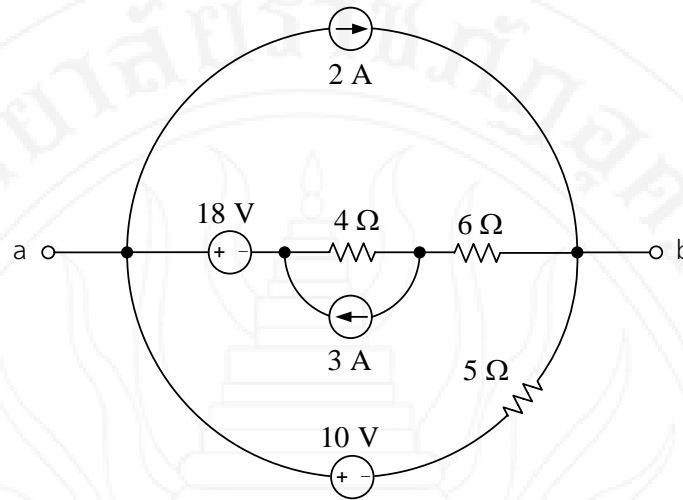
(22) จากวงจรในรูปที่ 4.76 จงวิเคราะห์หาวงจรสมมูลนอร์ตันระหว่างขั้ว a-b

(23) จากวงจรในรูปที่ 4.77 จงวิเคราะห์หาวงจรสมมูลนอร์ตัน และค่าต่อไปนี้

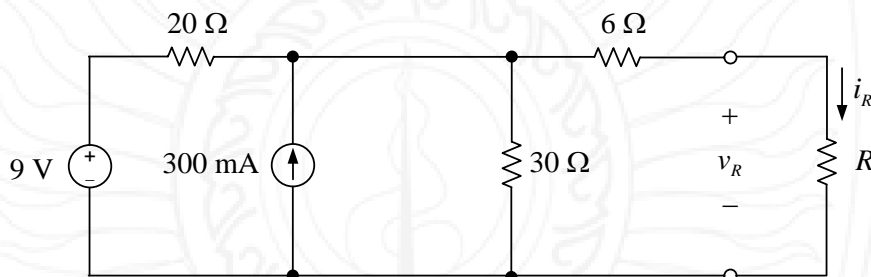
(ก) แรงดัน v_R เมื่อกำหนดให้ $R = 9 \Omega$

(ข) ความต้านทาน R ที่ส่งผลให้ $v_R = 5.4 \text{ V}$

(ค) ความต้านทาน R ที่ส่งผลให้ $i_R = 300 \text{ mA}$



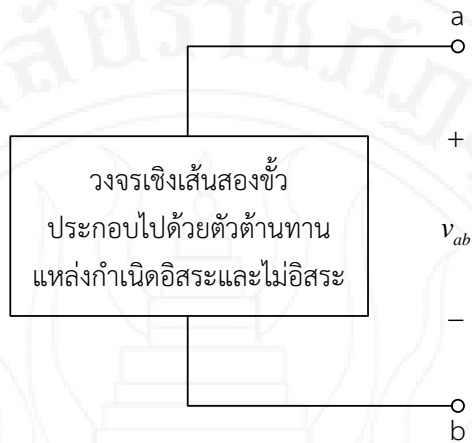
รูปที่ 4.76 วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (22) (Alexander & Sadiku, 2009)



รูปที่ 4.77 วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (23) (Dorf & Svoboda, 2010)

(24) แบตเตอรี่ชนิดหนึ่ง เมื่อเชื่อมต่อกับวิทยูรยนต์จ่ายแรงดันเท่ากับ 12.5 V แต่เมื่อเชื่อมต่อกับหลอดไฟนาร์ยนต์จ่ายแรงดันเท่ากับ 11.7 V กำหนดให้แบบจำลองของวิทยูรยนต์และหลอดไฟนาร์ยนต์เป็นตัวต้านทานขนาด 6.25Ω และ 6.25Ω ตามลำดับ จงวิเคราะห์หาวงจรสมมูลนอร์ตันของแบตเตอรี่ดังกล่าวนี้ (Nilsson & Riedel, 2011)

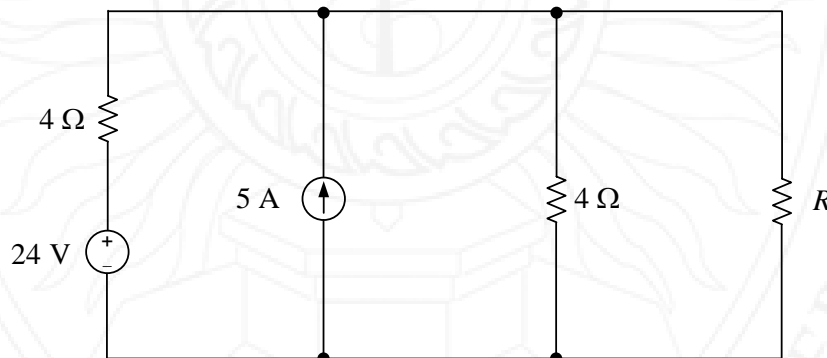
(25) จากวงจรในรูปที่ 4.78 เมื่อเชื่อมต่อกับตัวต้านทาน 20Ω วัดค่าแรงดัน v_{ab} ด้วยโวลต์มิเตอร์ได้ 100 V แต่เมื่อเชื่อมต่อกับตัวต้านทาน 50Ω วัดได้ 200 V ตามลำดับ จงวิเคราะห์หาวงจรสมมูลนอร์ตันสำหรับวงจรดังกล่าวนี้



รูปที่ 4.78 วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (25) (Nilsson & Riedel, 2011)

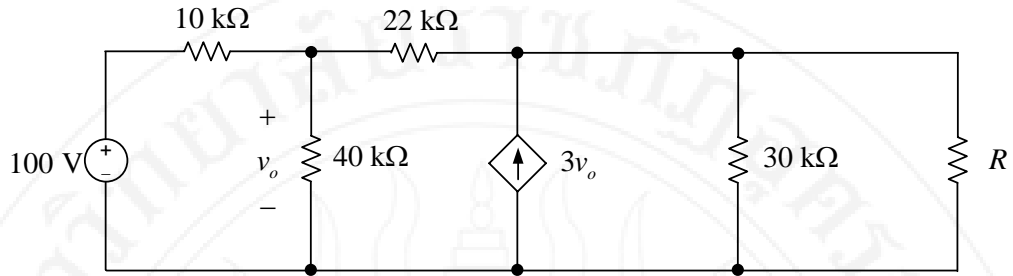
4.8.5 การถ่ายโอนกำลังสูงสุด

- (26) (ก) จากวงจรในรูปที่ 4.79 จงหาค่า R ที่จะได้รับกำลังไฟฟ้าสูงสุด
 (ข) จงคำนวณหาค่ากำลังไฟฟ้าสูงสุดของตัวต้านทาน R
 (ค) จงวาดกราฟเพื่อแสดงความสัมพันธ์ระหว่างกำลังไฟฟ้าของ R และค่าความต้านทาน R โดยกำหนดให้ R มีค่าเท่ากับ $0-2R$

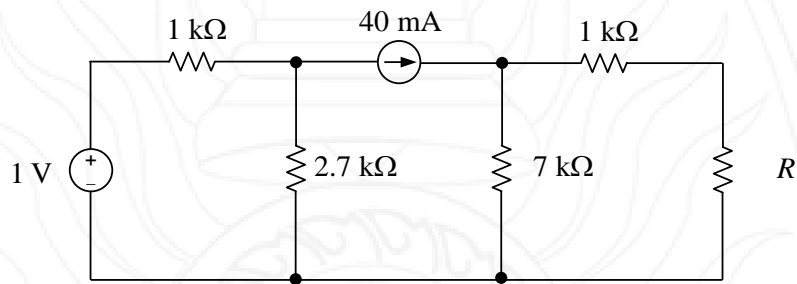


รูปที่ 4.79 วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (26) (Boylestad, 2002)

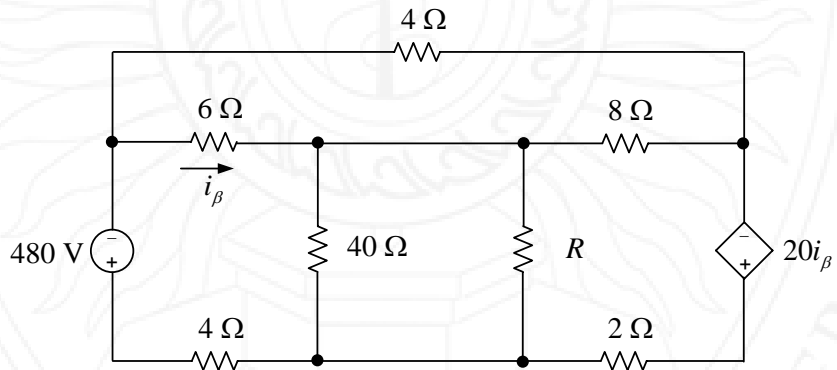
- (27) จากวงจรในรูปที่ 4.80 จงคำนวณหาค่ากำลังสูงสุดที่ตัวต้านทาน R
 (28) จากวงจรในรูปที่ 4.81 จงคำนวณหาค่ากำลังสูงสุดที่ตัวต้านทาน R
 (29) จากวงจรในรูปที่ 4.82 จงคำนวณหาค่ากำลังสูงสุดที่ตัวต้านทาน R



รูปที่ 4.80 วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (27) (Alexander & Sadiku, 2004)



รูปที่ 4.81 วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (28) (Hayt et al., 2007)



รูปที่ 4.82 วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (29) (Nilsson & Riedel, 2008)

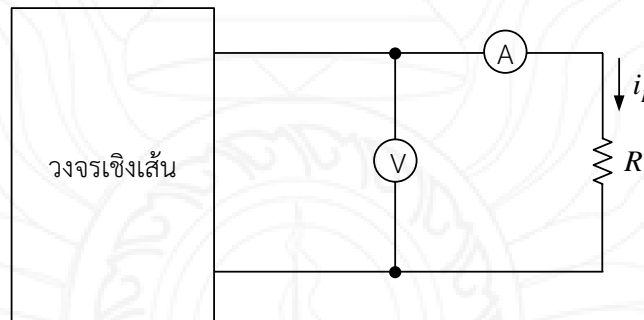
(30) จากวงจรในรูปที่ 4.83 กำหนดให้กระแสและแรงดันที่วัดได้มีค่าดังต่อไปนี้

R (Ω)	v (V)	i (A)
2	3	1.5
8	8	1.0
14	10.5	0.75

(ก) จงคำนวณหา i_L เมื่อกำหนดให้ $R = 4 \Omega$

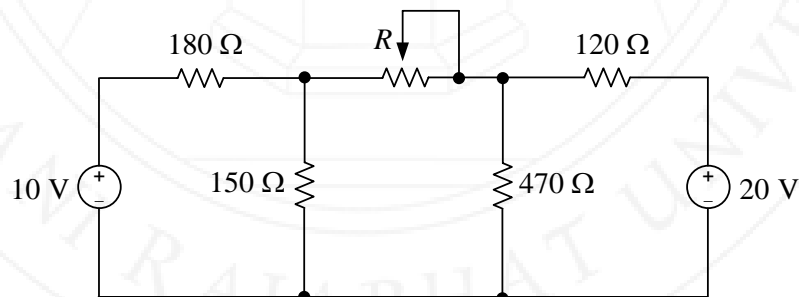
(ข) ค่าความต้านทาน R ที่จะได้รับการถ่ายโอนกำลังสูงสุด

(ค) กำลังสูงสุดที่วงจรเชิงเส้นจ่ายให้ตัวต้านทาน R



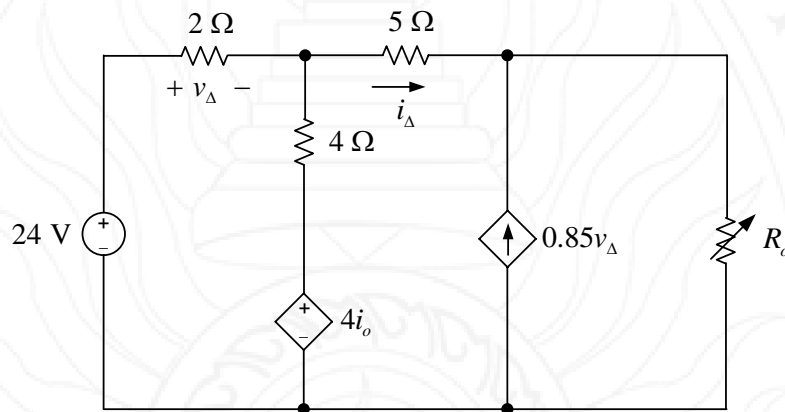
รูปที่ 4.83 วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (30) (Alexander & Sadiku, 2009)

(31) จากวงจรในรูปที่ 4.84 กำหนดให้โพเทนชิโอมิเตอร์สามารถปรับความต้านทานได้ในช่วง $0 \leq R \leq 1 \text{ k}\Omega$ และมีพิกัดกำลังเท่ากับ $1/4 \text{ W}$ จงคำนวณหา กำลังสูงสุดที่โพเทนชิโอมิเตอร์จะได้รับการถ่ายโอน และจงประเมินว่า ค่ากำลังดังกล่าวนี้จะส่งผลกระทบต่อโพเทนชิโอมิเตอร์หรือไม่



รูปที่ 4.84 วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (31) (Dorf & Svoboda, 2010)

- (32) จากวงจรในรูปที่ 4.85 กำหนดให้ตัวต้านทานปรับค่าได้ (R_o) ถูกปรับจนได้ค่าความต้านทานที่จะได้รับการถ่ายโอนกำลังสูงสุด จงคำนวณหา
- ความต้านทาน R_o
 - ค่ากำลังสูงสุดของ R_o
 - อัตราร้อยละของกำลังที่สูญเสียในตัวต้านทาน R_o ต่อกำลังที่จ่ายโดยแหล่งกำเนิด 24 V



รูปที่ 4.85 วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (32) (Nilsson & Riedel, 2011)

4.9 เอกสารอ้างอิง

- Alexander, C. K., & Sadiku, M. N. O. (2004). *Fundamentals of electric circuits* (2nd ed.). Boston: McGraw-Hill.
- Alexander, C. K., & Sadiku, M. N. O. (2009). *Fundamentals of electric circuits* (4 ed.). New York: McGraw-Hill.
- Boylestad, R. L. (2002). *Introductory Circuit Analysis* (10 ed.). Upper Saddle River, N.J.: Prentice Hall.
- Dorf, R. C., & Svoboda, J. A. (2010). *Introduction to electric circuits* (8 ed.). NJ: John Wiley & Sons, Inc.
- Franco, S. (1995). *Electric Circuits Fundamentals*. Florida: Saunders College Publishing.
- Hayt, W. H., Jr., Kemmerly, J. E., Jr., & Durbin, S. M. (2007). *Engineering Circuit Analysis* (7 ed.). New York: McGraw-Hill.
- Karris, S. T. (2009). *Circuit Analysis I with MATLAB® Computing and Simulink® / SimPowerSystems® Modeling*. California: Orchard Publications.

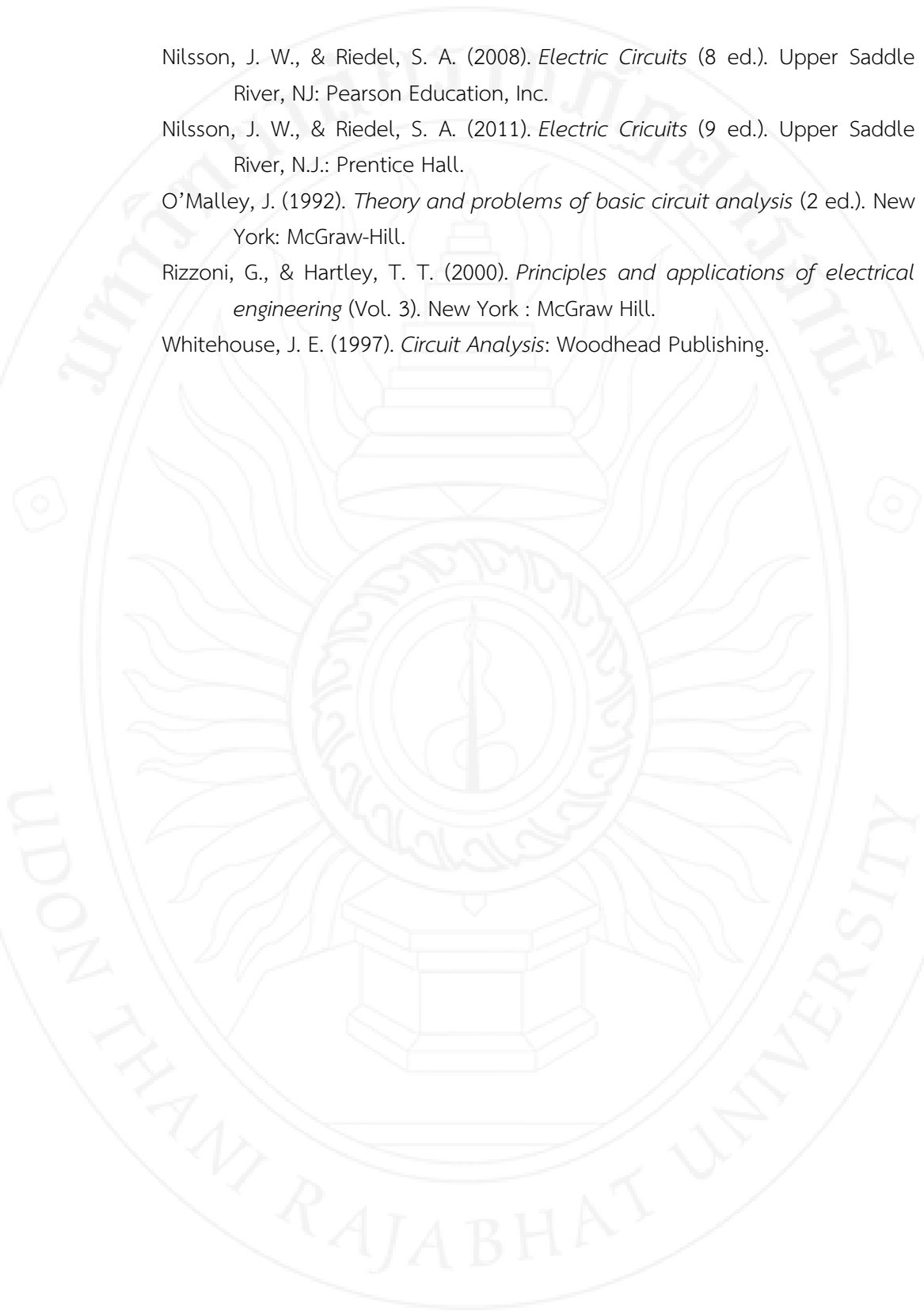
Nilsson, J. W., & Riedel, S. A. (2008). *Electric Circuits* (8 ed.). Upper Saddle River, NJ: Pearson Education, Inc.

Nilsson, J. W., & Riedel, S. A. (2011). *Electric Cricuits* (9 ed.). Upper Saddle River, N.J.: Prentice Hall.

O'Malley, J. (1992). *Theory and problems of basic circuit analysis* (2 ed.). New York: McGraw-Hill.

Rizzoni, G., & Hartley, T. T. (2000). *Principles and applications of electrical engineering* (Vol. 3). New York : McGraw Hill.

Whitehouse, J. E. (1997). *Circuit Analysis*: Woodhead Publishing.



แผนบริหารการสอนประจำบทที่ 5 ออปแอมป์

หัวข้อเนื้อหา

- 1) บทนำ
- 2) ออปแอมป์อุดมคติ
- 3) วงจรขยายผกผัน
- 4) วงจรขยายไม่ผกผัน
- 5) วงจรขยายผลรวม
- 6) วงจรขยายผลต่าง
- 7) วงจรออปแอมป์ต่อเรียงกัน
- 8) บทสรุป
- 9) แบบฝึกหัด

วัตถุประสงค์เชิงพฤติกรรม

- 1) อธิบายลักษณะเฉพาะของออปแอมป์อุดมคติได้
- 2) อธิบายขั้นตอนและสามารถวิเคราะห์ห้วงจรขยายผกผัน วงจรขยายไม่ผกผัน วงจรขยายผลรวม วงจรขยายผลต่าง และวงจรออปแอมป์ต่อเรียงกันได้

วิธีสอนและกิจกรรม

- 1) แนะนำเข้าสู่บทเรียน อธิบายเกี่ยวกับลักษณะเฉพาะของออปแอมป์อุดมคติ การวิเคราะห์ห้วงจรขยายผกผัน วงจรขยายไม่ผกผัน วงจรขยายผลรวม วงจรขยายผลต่าง และวงจรออปแอมป์ต่อเรียงกัน ด้วยการอธิบายบนกระดานหน้าชั้นเรียน ประกอบกับการนำเสนอด้วยแผ่นภาพเลื่อน แผ่นใส รูปภาพ แผนภูมิ หรือวีดิทัศน์ พร้อมทั้งแสดงตัวอย่างวิธีคิดหรือขั้นตอนการคำนวณบนหน้ากระดาน หรือจอภาพหน้าชั้นเรียน
- 2) แบ่งนักศึกษาออกเป็น 5 กลุ่ม มอบหมายให้แต่ละกลุ่มศึกษาอุปกรณ์ วีดิทัศน์ รูปภาพ บทนิยาม และสมการ พร้อมทั้งแลกเปลี่ยนความคิดเห็น อภิปราย หรือร่วมมือกันคำนวณปริมาณทางไฟฟ้าด้วยขั้นตอนที่เหมาะสม แต่งตั้งตัวแทนกลุ่มนำเสนอผลการศึกษาด้วยวาจา และตอบข้อซักถามของเพื่อนร่วมห้องหน้าชั้นเรียน
- 3) เปิดโอกาสให้นักศึกษาร่วมอภิปรายเนื้อหา ผลการคิด หรือการคำนวณ สอบถามข้อสงสัย พร้อมทั้งตอบข้อซักถามและสรุปผลโดยอาจารย์ผู้สอน

4) คัดเลือกโจทย์ปัญหาที่เหมาะสม มอบหมายให้นักศึกษาไปฝึกหัดแก้โจทย์ปัญหาโจทย์นอกห้องเรียน และส่งรายงานผลการศึกษาหรือคำนวณแก่อาจารย์ผู้สอนในการเรียนครั้งถัดไป

สื่อการเรียนการสอน

- 1) เอกสารประกอบการสอน
- 2) ตำราภาษาไทยและภาษาอังกฤษ
- 3) โปรแกรม MATLAB PSIM หรือ Proteus
- 4) คอมพิวเตอร์

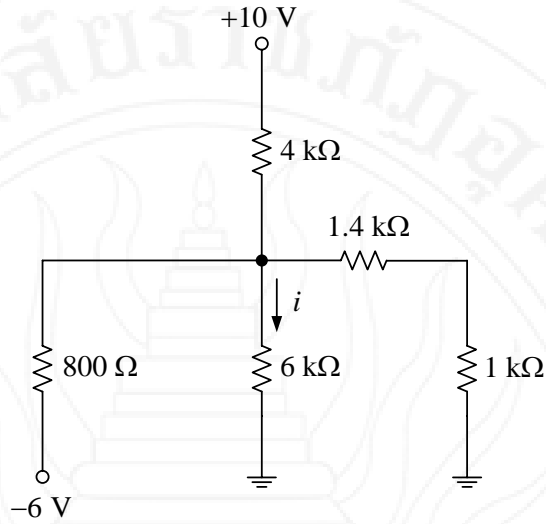
การวัดผลและการประเมินผล

การวัดผล

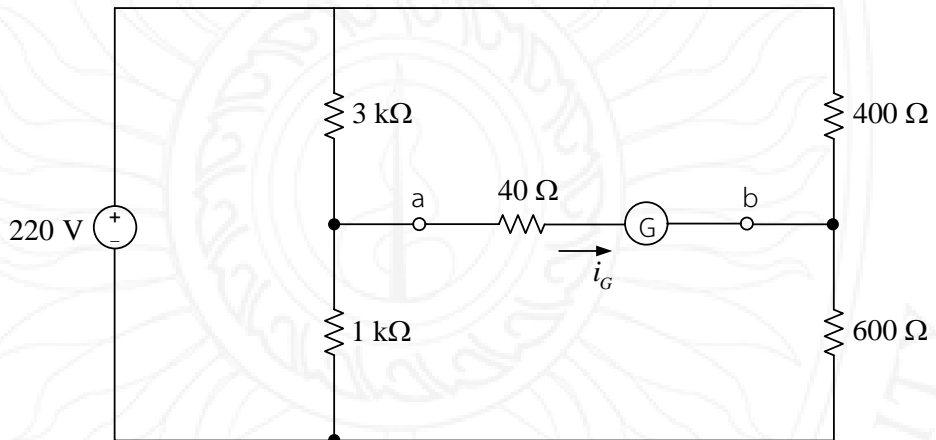
- 1) จากการเข้าเรียนตรงต่อเวลา
- 2) จากการสังเกตการเข้าร่วมกิจกรรมกลุ่ม
- 3) จากการถาม-ตอบ
- 4) จากผลการทำแบบฝึกหัดท้ายบท หรือโจทย์ปัญหาที่ได้รับมอบหมาย

การประเมินผล

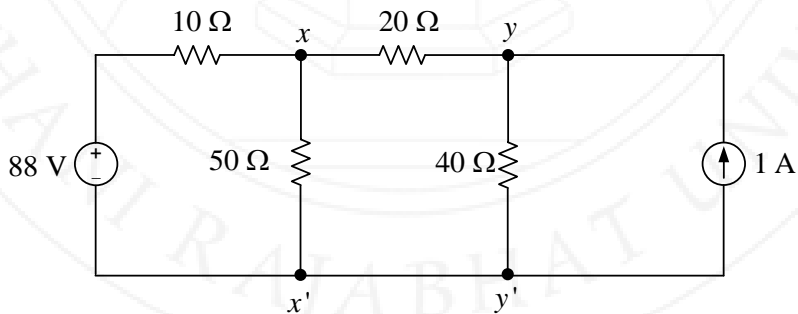
- 1) ทำกิจกรรมกลุ่มเสร็จตามเวลาที่กำหนด
- 2) ทำแบบฝึกหัดท้ายบท หรือโจทย์ปัญหาที่ได้รับมอบหมายด้วยตนเอง และมีความถูกต้องไม่น้อยกว่า 80%



รูปที่ 4.71 วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (17) (Boylestad, 2002)



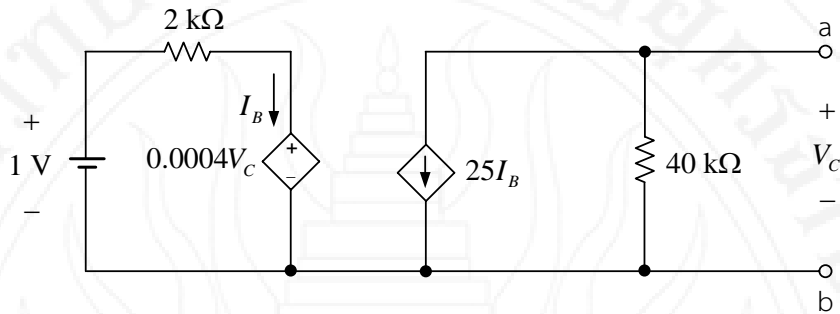
รูปที่ 4.72 วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (18) (Alexander & Sadiku, 2004)



รูปที่ 4.73 วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (19) (Hayt et al., 2007)

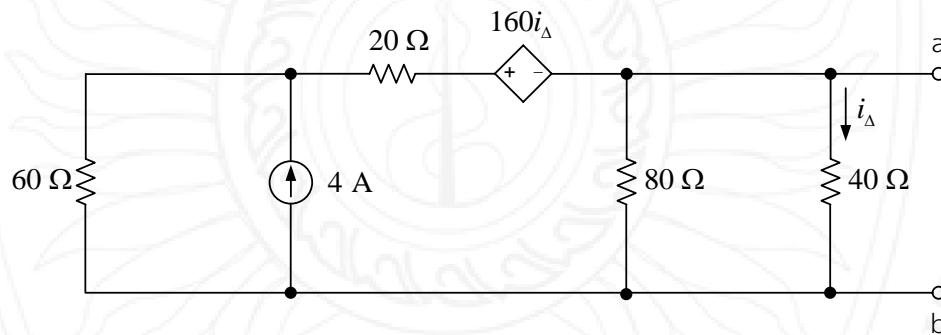
4.8.4 ทฤษฎีบทนอร์ตัน

(20) จากวงจรในรูปที่ 4.74 จงวิเคราะห์หาวงจรสมมูลนอร์ตันระหว่างขั้ว a-b



รูปที่ 4.74 วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (20) (O'Malley, 1992)

(21) จากวงจรในรูปที่ 4.75 จงวิเคราะห์หาวงจรสมมูลนอร์ตันระหว่างขั้ว a-b พร้อมทั้งคำนวณหา i_{Δ}



รูปที่ 4.75 วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (21) (Nilsson & Riedel, 2008)

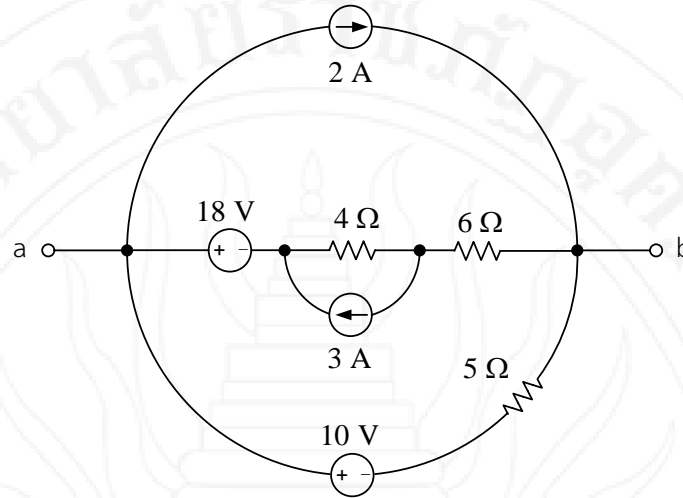
(22) จากวงจรในรูปที่ 4.76 จงวิเคราะห์หาวงจรสมมูลนอร์ตันระหว่างขั้ว a-b

(23) จากวงจรในรูปที่ 4.77 จงวิเคราะห์หาวงจรสมมูลนอร์ตัน และค่าต่อไปนี้

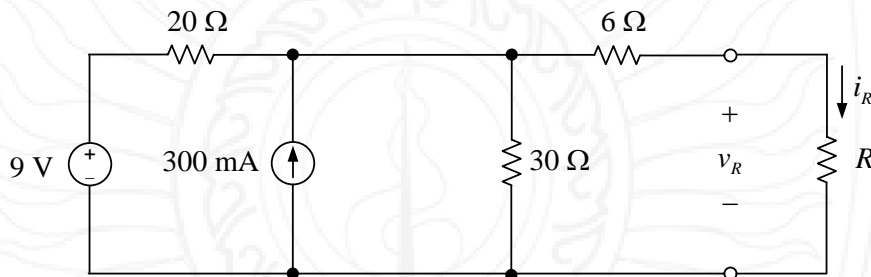
(ก) แรงดัน v_R เมื่อกำหนดให้ $R = 9 \Omega$

(ข) ความต้านทาน R ที่ส่งผลให้ $v_R = 5.4 \text{ V}$

(ค) ความต้านทาน R ที่ส่งผลให้ $i_R = 300 \text{ mA}$



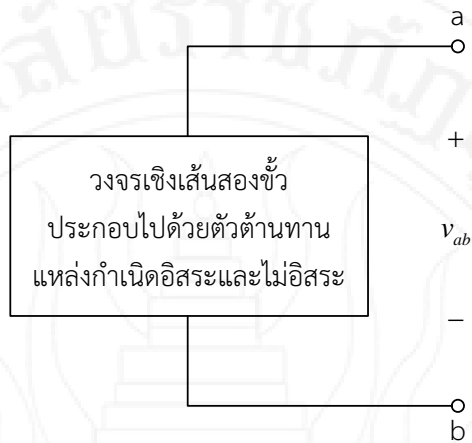
รูปที่ 4.76 วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (22) (Alexander & Sadiku, 2009)



รูปที่ 4.77 วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (23) (Dorf & Svoboda, 2010)

(24) แบตเตอรี่ชนิดหนึ่ง เมื่อเชื่อมต่อกับวิทยูรยนต์จ่ายแรงดันเท่ากับ 12.5 V แต่เมื่อเชื่อมต่อกับหลอดไฟนาร์ยนต์จ่ายแรงดันเท่ากับ 11.7 V กำหนดให้แบบจำลองของวิทยูรยนต์และหลอดไฟนาร์ยนต์เป็นตัวต้านทานขนาด 6.25Ω และ 6.25Ω ตามลำดับ จงวิเคราะห์หาวงจรสมมูลนอร์ตันของแบตเตอรี่ดังกล่าวนี้ (Nilsson & Riedel, 2011)

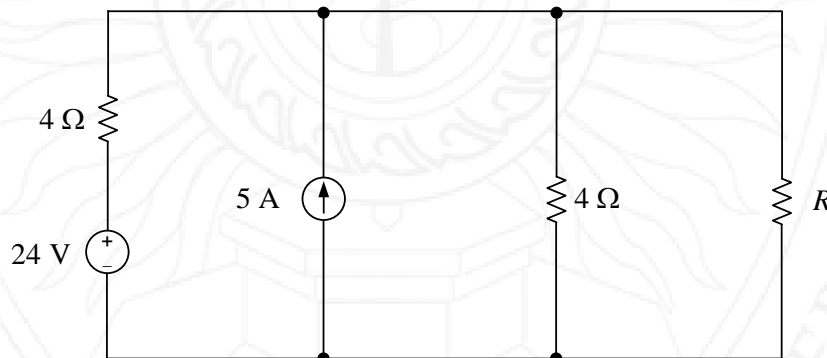
(25) จากวงจรในรูปที่ 4.78 เมื่อเชื่อมต่อกับตัวต้านทาน 20Ω วัดค่าแรงดัน v_{ab} ด้วยโวลต์มิเตอร์ได้ 100 V แต่เมื่อเชื่อมต่อกับตัวต้านทาน 50Ω วัดได้ 200 V ตามลำดับ จงวิเคราะห์หาวงจรสมมูลนอร์ตันสำหรับวงจรดังกล่าวนี้



รูปที่ 4.78 วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (25) (Nilsson & Riedel, 2011)

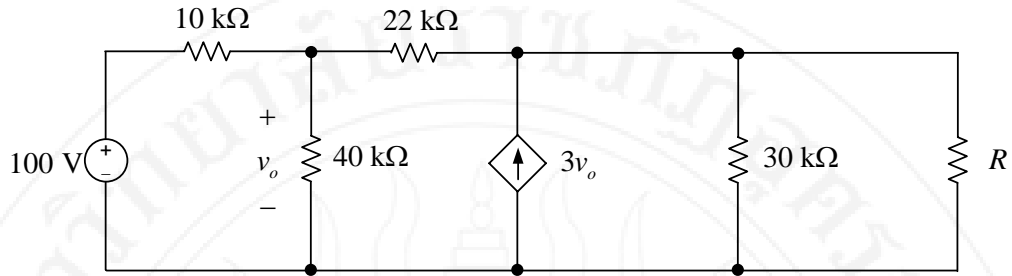
4.8.5 การถ่ายโอนกำลังสูงสุด

- (26) (ก) จากวงจรในรูปที่ 4.79 จงหาค่า R ที่จะได้รับกำลังไฟฟ้าสูงสุด
 (ข) จงคำนวณหาค่ากำลังไฟฟ้าสูงสุดของตัวต้านทาน R
 (ค) จงวาดกราฟเพื่อแสดงความสัมพันธ์ระหว่างกำลังไฟฟ้าของ R และค่าความต้านทาน R โดยกำหนดให้ R มีค่าเท่ากับ $0-2R$

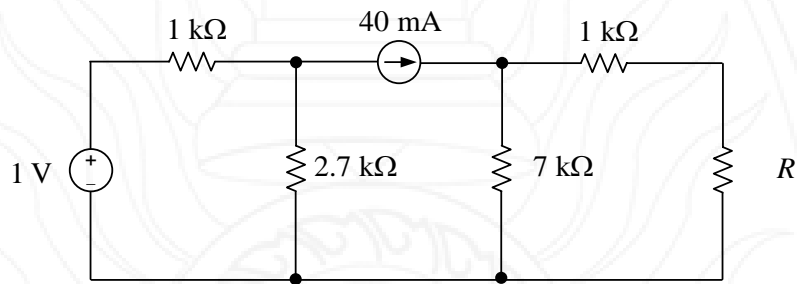


รูปที่ 4.79 วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (26) (Boylestad, 2002)

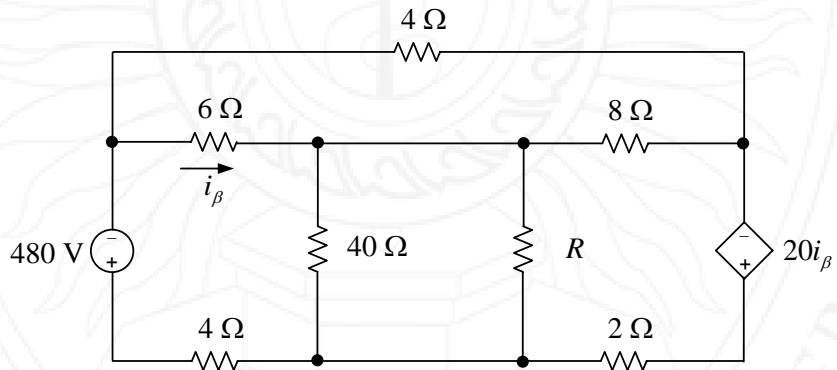
- (27) จากวงจรในรูปที่ 4.80 จงคำนวณหาค่ากำลังสูงสุดที่ตัวต้านทาน R
 (28) จากวงจรในรูปที่ 4.81 จงคำนวณหาค่ากำลังสูงสุดที่ตัวต้านทาน R
 (29) จากวงจรในรูปที่ 4.82 จงคำนวณหาค่ากำลังสูงสุดที่ตัวต้านทาน R



รูปที่ 4.80 วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (27) (Alexander & Sadiku, 2004)



รูปที่ 4.81 วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (28) (Hayt et al., 2007)



รูปที่ 4.82 วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (29) (Nilsson & Riedel, 2008)

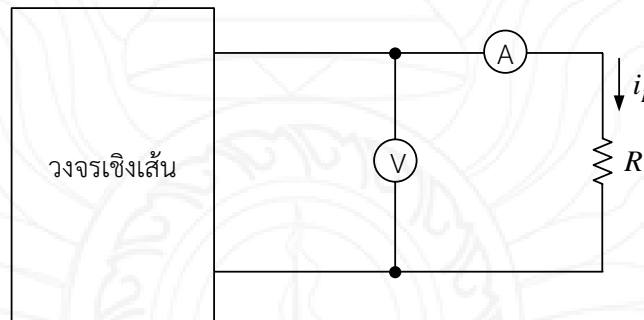
(30) จากวงจรในรูปที่ 4.83 กำหนดให้กระแสและแรงดันที่วัดได้มีค่าดังต่อไปนี้

R (Ω)	v (V)	i (A)
2	3	1.5
8	8	1.0
14	10.5	0.75

(ก) จงคำนวณหา i_L เมื่อกำหนดให้ $R = 4 \Omega$

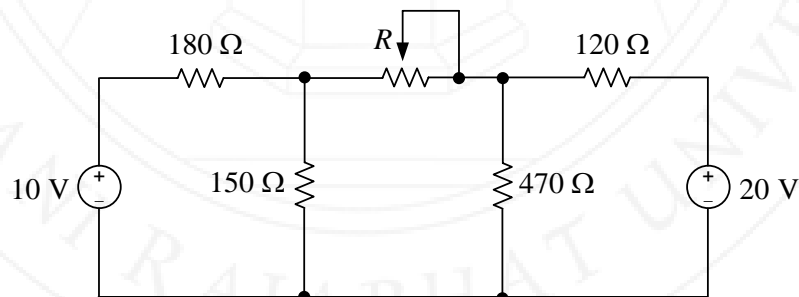
(ข) ค่าความต้านทาน R ที่จะได้รับการถ่ายโอนกำลังสูงสุด

(ค) กำลังสูงสุดที่วงจรเชิงเส้นจ่ายให้ตัวต้านทาน R



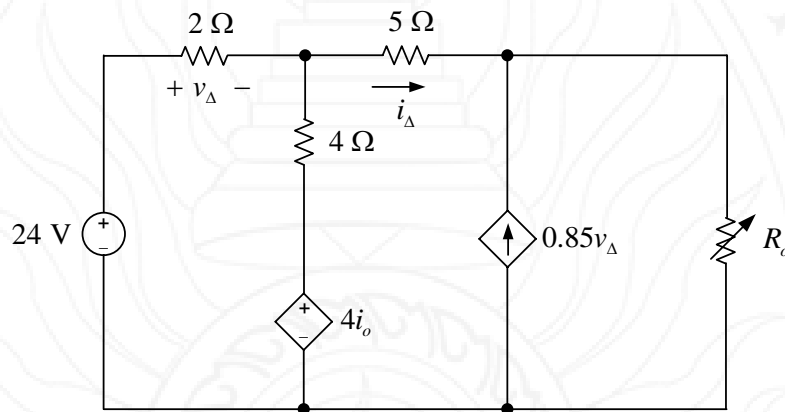
รูปที่ 4.83 วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (30) (Alexander & Sadiku, 2009)

(31) จากวงจรในรูปที่ 4.84 กำหนดให้โพเทนชิโอมิเตอร์สามารถปรับความต้านทานได้ในช่วง $0 \leq R \leq 1 \text{ k}\Omega$ และมีพิกัดกำลังเท่ากับ $1/4 \text{ W}$ จงคำนวณหา กำลังสูงสุดที่โพเทนชิโอมิเตอร์จะได้รับการถ่ายโอน และจงประเมินว่า ค่ากำลังดังกล่าวนี้จะส่งผลกระทบต่อโพเทนชิโอมิเตอร์หรือไม่



รูปที่ 4.84 วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (31) (Dorf & Svoboda, 2010)

- (32) จากวงจรในรูปที่ 4.85 กำหนดให้ตัวต้านทานปรับค่าได้ (R_o) ถูกปรับจนได้ค่าความต้านทานที่จะได้รับการถ่ายโอนกำลังสูงสุด จงคำนวณหา
- ความต้านทาน R_o
 - ค่ากำลังสูงสุดของ R_o
 - อัตราร้อยละของกำลังที่สูญเสียในตัวต้านทาน R_o ต่อกำลังที่จ่ายโดยแหล่งกำเนิด 24 V



รูปที่ 4.85 วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (32) (Nilsson & Riedel, 2011)

4.9 เอกสารอ้างอิง

- Alexander, C. K., & Sadiku, M. N. O. (2004). *Fundamentals of electric circuits* (2nd ed.). Boston: McGraw-Hill.
- Alexander, C. K., & Sadiku, M. N. O. (2009). *Fundamentals of electric circuits* (4 ed.). New York: McGraw-Hill.
- Boylestad, R. L. (2002). *Introductory Circuit Analysis* (10 ed.). Upper Saddle River, N.J.: Prentice Hall.
- Dorf, R. C., & Svoboda, J. A. (2010). *Introduction to electric circuits* (8 ed.). NJ: John Wiley & Sons, Inc.
- Franco, S. (1995). *Electric Circuits Fundamentals*. Florida: Saunders College Publishing.
- Hayt, W. H., Jr., Kemmerly, J. E., Jr., & Durbin, S. M. (2007). *Engineering Circuit Analysis* (7 ed.). New York: McGraw-Hill.
- Karris, S. T. (2009). *Circuit Analysis I with MATLAB® Computing and Simulink® / SimPowerSystems® Modeling*. California: Orchard Publications.

Nilsson, J. W., & Riedel, S. A. (2008). *Electric Circuits* (8 ed.). Upper Saddle River, NJ: Pearson Education, Inc.

Nilsson, J. W., & Riedel, S. A. (2011). *Electric Cricuits* (9 ed.). Upper Saddle River, N.J.: Prentice Hall.

O'Malley, J. (1992). *Theory and problems of basic circuit analysis* (2 ed.). New York: McGraw-Hill.

Rizzoni, G., & Hartley, T. T. (2000). *Principles and applications of electrical engineering* (Vol. 3). New York : McGraw Hill.

Whitehouse, J. E. (1997). *Circuit Analysis*: Woodhead Publishing.

แผนบริหารการสอนประจำบทที่ 5 ออปแอมป์

หัวข้อเนื้อหา

- 1) บทนำ
- 2) ออปแอมป์อุดมคติ
- 3) วงจรขยายผกผัน
- 4) วงจรขยายไม่ผกผัน
- 5) วงจรขยายผลรวม
- 6) วงจรขยายผลต่าง
- 7) วงจรออปแอมป์ต่อเรียงกัน
- 8) บทสรุป
- 9) แบบฝึกหัด

วัตถุประสงค์เชิงพฤติกรรม

- 1) อธิบายลักษณะเฉพาะของออปแอมป์อุดมคติได้
- 2) อธิบายขั้นตอนและสามารถวิเคราะห์ห้วงจรขยายผกผัน วงจรขยายไม่ผกผัน วงจรขยายผลรวม วงจรขยายผลต่าง และวงจรออปแอมป์ต่อเรียงกันได้

วิธีสอนและกิจกรรม

- 1) แนะนำเข้าสู่บทเรียน อธิบายเกี่ยวกับลักษณะเฉพาะของออปแอมป์อุดมคติ การวิเคราะห์ห้วงจรขยายผกผัน วงจรขยายไม่ผกผัน วงจรขยายผลรวม วงจรขยายผลต่าง และวงจรออปแอมป์ต่อเรียงกัน ด้วยการอธิบายบนกระดานหน้าชั้นเรียน ประกอบกับการนำเสนอด้วยแผ่นภาพเลื่อน แผ่นใส รูปภาพ แผนภูมิ หรือวีดิทัศน์ พร้อมทั้งแสดงตัวอย่างวิธีคิดหรือขั้นตอนการคำนวณบนหน้ากระดาน หรือจอภาพหน้าชั้นเรียน
- 2) แบ่งนักศึกษาออกเป็น 5 กลุ่ม มอบหมายให้แต่ละกลุ่มศึกษาอุปกรณ์ วีดิทัศน์ รูปภาพ บทนิยาม และสมการ พร้อมทั้งแลกเปลี่ยนความคิดเห็น อภิปราย หรือร่วมมือกันคำนวณปริมาณทางไฟฟ้าด้วยขั้นตอนที่เหมาะสม แต่งตั้งตัวแทนกลุ่มนำเสนอผลการศึกษาด้วยวาจา และตอบข้อซักถามของเพื่อนร่วมห้องหน้าชั้นเรียน
- 3) เปิดโอกาสให้นักศึกษาร่วมอภิปรายเนื้อหา ผลการคิด หรือการคำนวณ สอบถามข้อสงสัย พร้อมทั้งตอบข้อซักถามและสรุปผลโดยอาจารย์ผู้สอน

4) คัดเลือกโจทย์ปัญหาที่เหมาะสม มอบหมายให้นักศึกษาไปฝึกหัดแก้โจทย์ปัญหาโจทย์นอกห้องเรียน และส่งรายงานผลการศึกษาหรือคำนวณแก่อาจารย์ผู้สอนในการเรียนครั้งถัดไป

สื่อการเรียนการสอน

- 1) เอกสารประกอบการสอน
- 2) ตำราภาษาไทยและภาษาอังกฤษ
- 3) โปรแกรม MATLAB PSIM หรือ Proteus
- 4) คอมพิวเตอร์

การวัดผลและการประเมินผล

การวัดผล

- 1) จากการเข้าเรียนตรงต่อเวลา
- 2) จากการสังเกตการเข้าร่วมกิจกรรมกลุ่ม
- 3) จากการถาม-ตอบ
- 4) จากผลการทำแบบฝึกหัดท้ายบท หรือโจทย์ปัญหาที่ได้รับมอบหมาย

การประเมินผล

- 1) ทำกิจกรรมกลุ่มเสร็จตามเวลาที่กำหนด
- 2) ทำแบบฝึกหัดท้ายบท หรือโจทย์ปัญหาที่ได้รับมอบหมายด้วยตนเอง และมีความถูกต้องไม่น้อยกว่า 80%

บทที่ 5 ออปแอมป์

5.1 บทนำ

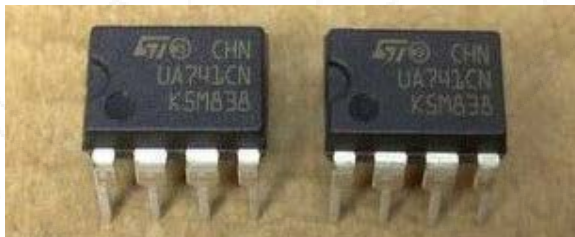
เนื้อหาในบทนี้กล่าวถึงองค์ประกอบวงจรไฟฟ้าชนิดแอกทีฟที่มีชื่อเรียกว่า ออปแอมป์ มีลักษณะเฉพาะเป็นแหล่งกำเนิดแรงดันที่ถูกควบคุมด้วยแรงดัน วงจรที่มีการนำเอาออปแอมป์ไปประยุกต์ใช้งานที่จะกล่าวถึงในบทนี้ประกอบไปด้วย วงจรผกผัน วงจรไม่ผกผัน วงจรผลรวม และ วงจรผลต่าง เนื่องจากการวิเคราะห์วงจรออปแอมป์ ต้องมีการประยุกต์ใช้กฎกระแสของเคอร์ชอฟฟ์ อย่างสม่ำเสมอ เทคนิคการวิเคราะห์ที่ถูกเลือกนำมาใช้กับวงจรออปแอมป์จึงเป็นการวิเคราะห์แบบ โนด ซึ่งได้กล่าวถึงโดยละเอียดแล้วในบทที่ 3

5.2 ข้อมูลทั่วไปของออปแอมป์

ฟังก์ชันดำเนินการทางคณิตศาสตร์ของวงจรออปแอมป์ เช่น การรวมสัญญาณ การลดขนาดสัญญาณ การกลับเฟสสัญญาณ เป็นต้น คือสิ่งที่สามารถกำหนดได้จากการออกแบบพารามิเตอร์ เชื่อมต่อภายนอกออปแอมป์ รายละเอียดโดยทั่วไปเกี่ยวกับออปแอมป์สามารถสรุปได้ดังนี้ (Alexander & Sadiku, 2009)

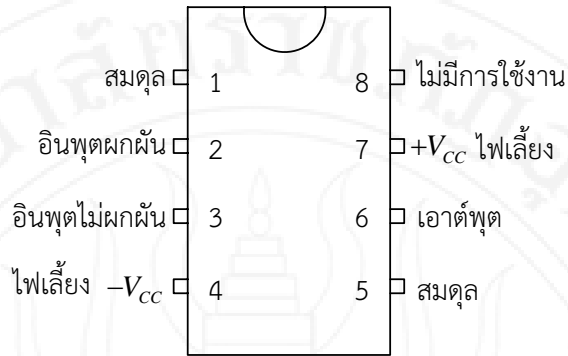
ออปแอมป์ คือองค์ประกอบวงจรชนิดแอกทีฟ ที่สามารถออกแบบให้เป็นวงจรดำเนินการทางคณิตศาสตร์ ซึ่งประกอบไปด้วย การบวก การลบ การคูณ การหาร การหาอนุพันธ์ และการหาปริพันธ์

ตัวอย่างออปแอมป์ที่นิยมใช้งานโดยทั่วไป และถูกผลิตขึ้นมาเป็นวงจรรวมภายในตัวเดียวกัน แสดงในรูปที่ 5.1 โครงข่ายขาเชื่อมต่อและสัญลักษณ์วงจรของออปแอมป์ แสดงในรูปที่ 5.2

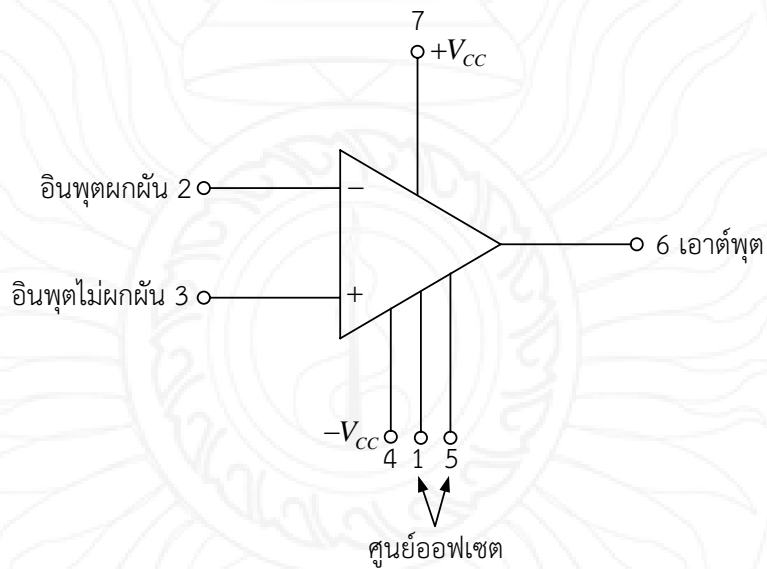


รูปที่ 5.1 ออปแอมป์เบอร์ UA741CN

(ที่มา: <http://orzparts.com/images/UA741CN.jpg>, สืบค้นเมื่อ 11 กรกฎาคม 2555)



(ก) โครงแบบขาเชื่อมต่อ



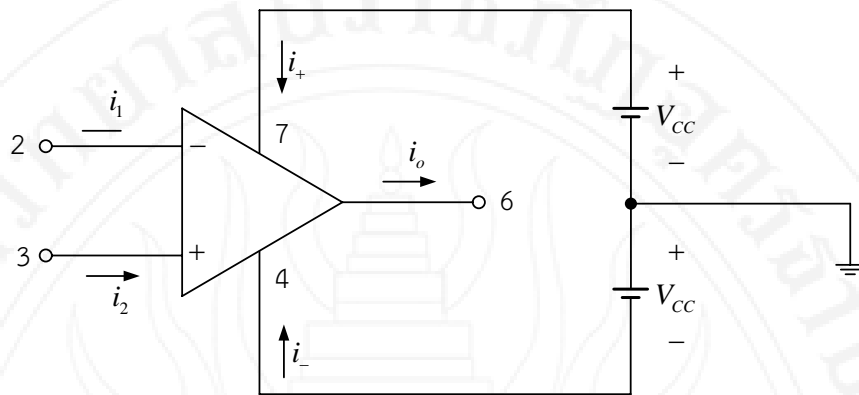
(ข) สัญลักษณ์วงจรร

รูปที่ 5.2 ออปแอมป์

สิ่งที่ต้องระมัดระวังเป็นพิเศษเมื่อต่อวงจรออปแอมป์คือ การต่อไฟเลี้ยงขั้ว - ที่ขา 4 และไฟเลี้ยงขั้ว + ที่ขา 7 เพราะหากต่อไม่ถูกต้อง ออปแอมป์อาจได้รับความเสียหาย หรือวงจรอาจไม่ทำงานตามวัตถุประสงค์ของผู้ออกแบบ การต่อไฟเลี้ยงออปแอมป์อย่างถูกต้องแสดงในรูปที่ 5.3 สมการตามกฎกระแสของเคอร์ชอฟฟ์เมื่อพิจารณาที่ตัวออปแอมป์คือ

$$i_1 + i_2 + i_+ + i_- - i_o = 0$$

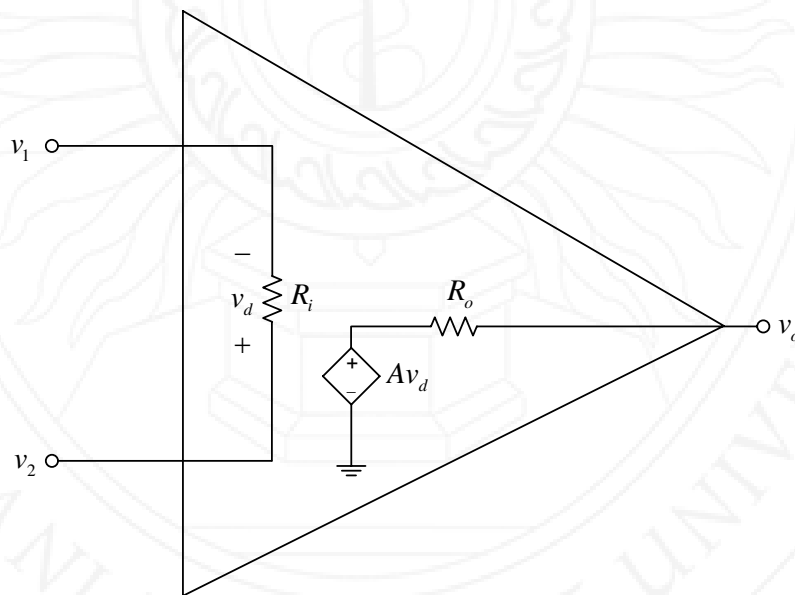
$$i_o = i_1 + i_2 + i_+ + i_- \tag{5.1}$$



รูปที่ 5.3 การต่อไฟเลี้ยงให้วงจรออปแอมป์

วงจรสมมูลของออปแอมป์แบบไม่อุดมคติแสดงดังรูปที่ 5.4 สมการตามกฎแรงดันเคอร์ชอฟฟ์สำหรับด้านอินพุตในทิศทางตามเข็มนาฬิกาคือ

$$v_d = v_2 - v_1 \tag{5.2}$$



รูปที่ 5.4 วงจรสมมูลของออปแอมป์แบบไม่อุดมคติ

ลักษณะการทำงานของออปแอมป์คือ ส่งค่าผลต่างของแรงดันในสมการที่ (5.2) ออกไปเป็นแรงดันเอาต์พุตมีค่าตามสมการที่ (5.3) โดยที่ A คือ อัตราขยายแรงดันวงรอบเปิด

$$v_o = Av_d = A(v_2 - v_1) \quad (5.3)$$

ข้อจำกัดที่สำคัญของออปแอมป์คือ ค่าแรงดันเอาต์พุตจะมีค่าไม่เกินแรงดันของแหล่งจ่ายที่ขา 7 และ 4 ของออปแอมป์ หรืออาจกล่าวได้ว่า แรงดันเอาต์พุตและขีดจำกัดการทำงานของออปแอมป์ขึ้นอยู่กับค่าแรงดันของแหล่งจ่าย และแบ่งออกเป็น 3 กรณี ดังนี้

- (1) การทำงานในภาวะอิ่มตัวช่วงบวก แรงดันเอาต์พุตเท่ากับแรงดันของแหล่งจ่าย

$$v_o = V_{CC} \quad (5.4)$$

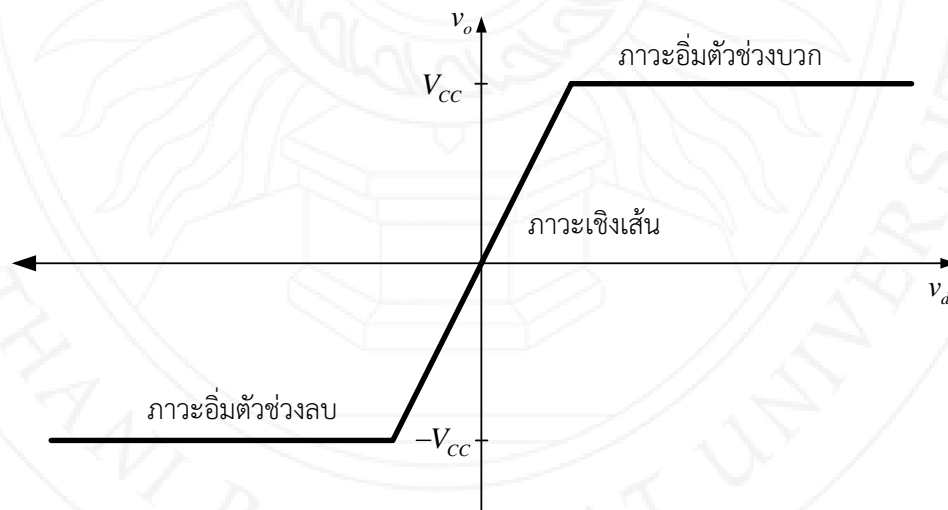
- (2) การทำงานในภาวะเชิงเส้น แรงดันเอาต์พุตมีค่าน้อยกว่าหรือเท่ากับแรงดันของแหล่งจ่าย

$$v_o = Av_d \leq V_{CC} \quad (5.5)$$

- (3) การทำงานในภาวะอิ่มตัวช่วงลบ แรงดันเอาต์พุตเท่ากับค่าลบของแรงดันของแหล่งจ่าย

$$v_o = -V_{CC} \quad (5.6)$$

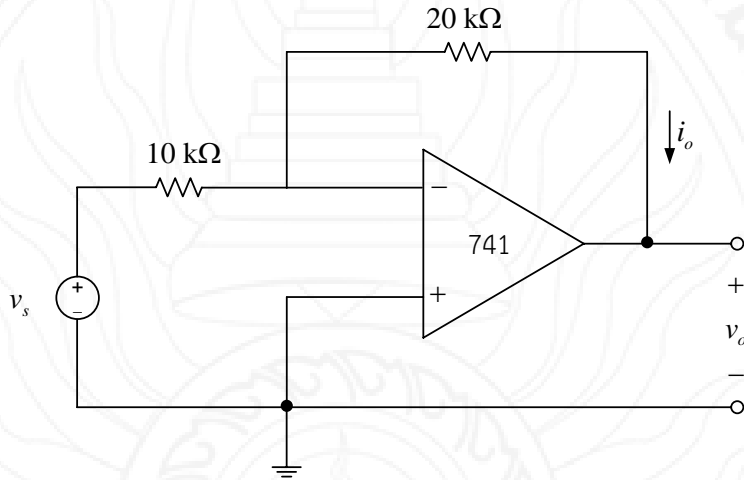
รูปกราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างแรงดันของแหล่งจ่ายและแรงดันเอาต์พุต แสดงในรูปที่ 5.5



รูปที่ 5.5 กราฟแรงดันแหล่งจ่ายและแรงดันเอาต์พุตของออปแอมป์ไม่อุดมคติ

ตัวอย่างที่ 5.1

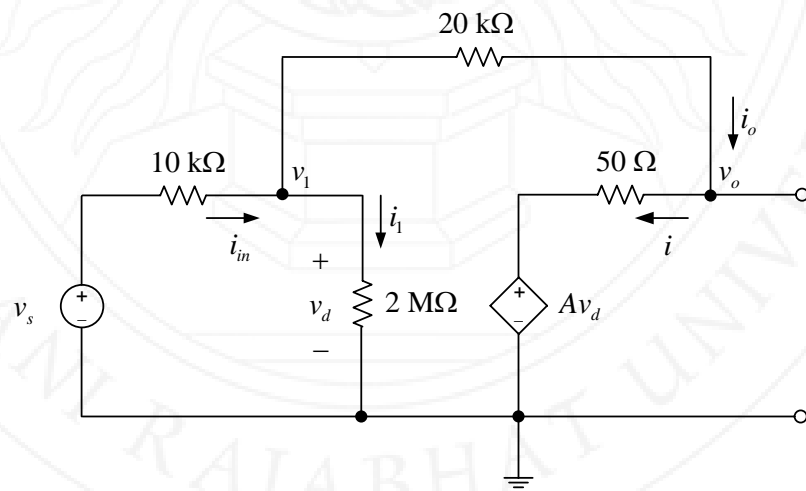
ออปแอมป์เบอร์ 741 มีอัตราขยายวงรอบเปิดเท่ากับ 2×10^5 ความต้านทานอินพุตเท่ากับ $2 \text{ M}\Omega$ และความต้านทานเอาต์พุตเท่ากับ 50Ω ออปแอมป์ตัวนี้ถูกต่อให้เป็นวงจรดังแสดงในรูปที่ 5.6 จงคำนวณหาอัตราขยายวงรอบปิด v_o/v_s และกระแส i_o หากกำหนดให้ $v_s = 2 \text{ V}$



รูปที่ 5.6 วงจรสำหรับตัวอย่างที่ 5.1

วิธีทำ

เขียนวงจรสมมูลของวงจรตามทอพอโลยีของวงจรสมมูลออปแอมป์ไม่อุดมคติ ดังแสดงในรูปที่ 5.7



รูปที่ 5.7 วงจรสมมูลสำหรับตัวอย่างที่ 5.1

สมการตามกฎกระแสของเคอร์ชอฟฟ์ที่โหนด v_1 คือ

$$\begin{aligned}
 i_{in} - i - i_1 &= 0 \\
 \frac{v_s - v_1}{10000} - \left(\frac{v_1 - v_o}{20000} \right) - \frac{v_1}{2000000} &= 0 \\
 v_s - v_1 - \left(\frac{v_1 - v_o}{2} \right) - \frac{v_1}{200} &= 0 \\
 200(v_s - v_1) - 100(v_1 - v_o) - v_1 &= 0 \\
 200v_s - 200v_1 - 100v_1 + 100v_o - v_1 &= 0 \\
 301v_1 - 100v_o &= 200v_s \\
 3.01v_1 - v_o &= 2v_s
 \end{aligned} \tag{5.7}$$

สมการตามกฎกระแสของเคอร์ชอฟฟ์ที่โหนด v_o คือ

$$\begin{aligned}
 i - i_o &= 0 \\
 \frac{v_1 - v_o}{20000} - \left(\frac{v_o - Av_d}{50} \right) &= 0 \\
 v_1 - v_o - 400(v_o - Av_d) &= 0 \\
 v_1 - v_o - 400v_o + 400Av_d &= 0 \\
 v_1 - 401v_o + 400(200000)v_1 &= 0 \\
 8000001v_1 - 401v_o &= 0 \\
 800001v_1 - 4.01v_o &= 0
 \end{aligned} \tag{5.8}$$

เขียนสมการที่ (5.7) - (5.8) ให้อยู่ในรูปของเมทริกซ์ จะได้

$$\begin{bmatrix} 3.01 & -1 \\ 800001 & -4.01 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ v_o \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2v_s \\ 0 \end{bmatrix} \tag{5.9}$$

กำหนดให้

$$\Delta = \begin{vmatrix} 3.01 & -1 \\ 800001 & -4.01 \end{vmatrix} = (3.01)(-4.01) - (800001)(-1) = 799988.93 \tag{5.10}$$

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} 2v_s & -1 \\ 0 & -4.01 \end{vmatrix} = (2v_s)(-4.01) - (0)(-1) = -8.02v_s \tag{5.11}$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} 3.01 & 2v_s \\ 800001 & 0 \end{vmatrix} = (3.01)(0) - (800001)(2v_s) = -1600002v_s \quad (5.12)$$

ผลเฉลยสำหรับ v_1 และ v_0 ตามลำดับคือ

$$v_1 = \frac{\Delta_1}{\Delta} = \frac{-8.02v_s}{799988.93} = -0.00001v_s \quad (5.13)$$

$$v_0 = \frac{\Delta_2}{\Delta} = \frac{-1600002v_s}{799988.93} = -2v_s \quad (5.14)$$

ดังนั้น อัตราขยายวงรอบปิดมีค่าเท่ากับ $\frac{v_o}{v_s} = -2$

ตอบ

หากกำหนดให้ $v_s = 2 \text{ V}$ กระแส i มีค่าเท่ากับ

$$i = \frac{v_1 - v_o}{20000} = \frac{-0.00001v_s - (-2v_s)}{20000} = \frac{2v_s}{20000} = \frac{2(2)}{20000} = 200 \mu\text{A}$$

ตอบ

5.3 ออปแอมป์อุดมคติ

การวิเคราะห์วงจรออปแอมป์ไม่อุดมคติมีความยุ่งยากและซับซ้อน เพื่อลดปัญหาดังกล่าว อาจกำหนดให้ออปแอมป์เป็นชนิดอุดมคติ ซึ่งมีลักษณะเฉพาะดังต่อไปนี้ (Alexander & Sadiku, 2009)

- (1) อัตราขยายแรงดันวงรอบเปิดเท่ากับอนันต์

$$A = \infty \quad (5.15)$$

- (2) ความต้านทานอินพุตเท่ากับอนันต์

$$R_i = \infty \quad (5.16)$$

- (3) ความต้านทานต์พุตเท่ากับศูนย์

$$R_o = 0 \quad (5.17)$$

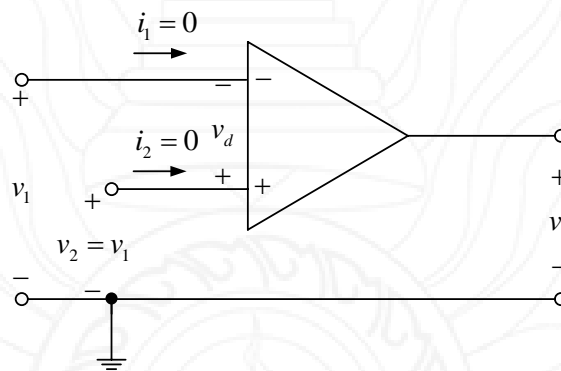
ผลลัพธ์ที่เกิดขึ้นอันเนื่องมาจากลักษณะเฉพาะของออปแอมป์อุดมคติคือ กระแสอินพุตที่ขาผกผันและไม่ผกผันจะมีค่าเท่ากับศูนย์ ดังนี้

$$i_1 = 0, \quad i_2 = 0 \quad (5.18)$$

และสำหรับแรงดันตกคร่อมขาผกผันและไม่ผกผัน ผลต่างของแรงดันมีค่าเท่ากับศูนย์

$$\begin{aligned}v_d &= v_1 - v_2 = 0 \\v_1 &= v_2\end{aligned}\tag{5.19}$$

สมการที่ (5.18) และสมการที่ (5.19) เป็นเงื่อนไขที่สำคัญ และมีประโยชน์ต่อการวิเคราะห์วงจรออปแอมป์ การจำเพียง 2 เงื่อนไขนี้ ก็สามารถวิเคราะห์วงจรออปแอมป์อุดมคติที่แตกต่างกันได้ โดยที่ไม่ต้องจำสมการเฉพาะของแต่ละวงจร แบบจำลองของออปแอมป์อุดมคติแสดงในรูปที่ 5.8



รูปที่ 5.8 แบบจำลองออปแอมป์อุดมคติ

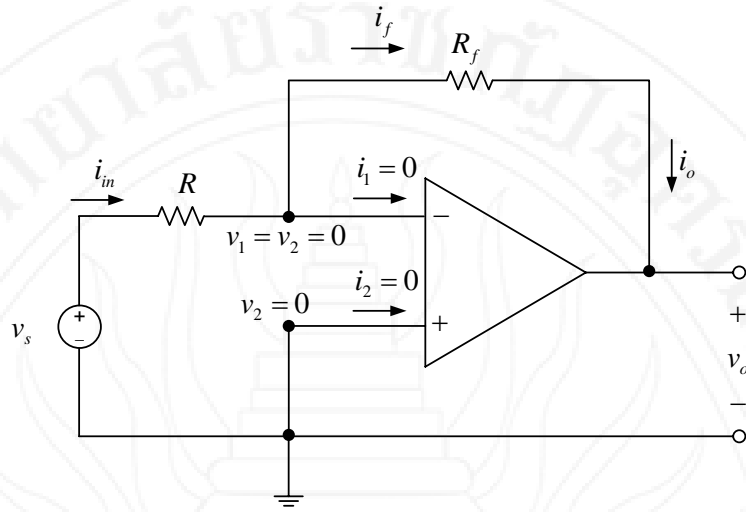
5.4 วงจรขยายผกผัน

วงจรขยายผกผัน มีหน้าที่ขยายและกลับขั้วแรงดัน ดังนั้น แรงดันเอาต์พุตจะมีขนาดมากกว่าแรงดันอินพุต และมีขั้วตรงกันข้ามกับแรงดันอินพุต ตัวอย่างวงจรขยายผกผันแสดงในรูปที่ 5.9 อ้างอิงจากลักษณะเฉพาะของออปแอมป์อุดมคติ กระแสและแรงดันที่ขาอินพุตของออปแอมป์จึงมีค่าดังแสดงในรูปที่ 5.9 เนื่องจาก $v_1 = v_2 = 0 \text{ V}$ แสดงว่าโนด v_1 คือกราวด์ ดังนั้น เมื่อประยุกต์ใช้กฎแรงดันของเคอร์ชอฟฟ์กับ v_s , R และ v_1 ดังแสดงในรูปที่ 5.10 จะได้สมการดังนี้ (Alexander & Sadiku, 2009)

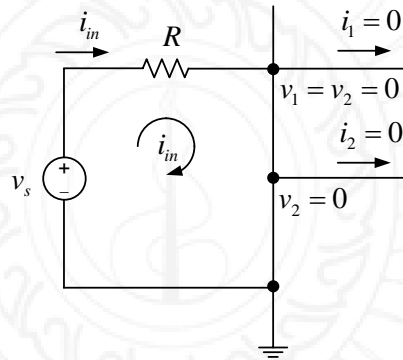
$$\begin{aligned}-v_s + Ri_{in} &= 0 \\i_{in} &= \frac{v_s}{R}\end{aligned}\tag{5.20}$$

เนื่องจากกระแส $i_1 = 0$ ดังนั้น เมื่อพิจารณาที่โนด v_1 จะได้ว่า

$$i_f = i_{in} = \frac{v_s}{R}\tag{5.21}$$



รูปที่ 5.9 วงจรขยายผกผัน (Alexander & Sadiku, 2009)



รูปที่ 5.10 กำหนดกระแสเมช i_{in}

เมื่อประยุกต์ใช้กฎแรงดันของเคอร์ชอฟฟ์กับ R_f และ v_o ดังแสดงในรูปที่ 5.11 จะได้สมการดังนี้

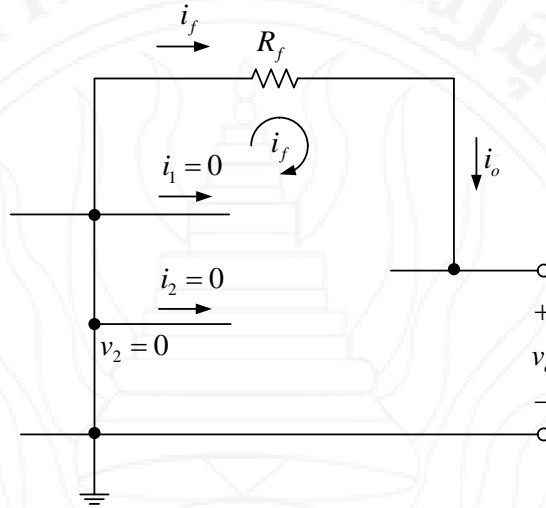
$$R_f i_f + v_o = 0$$

$$v_o = -R_f i_f \tag{5.22}$$

แทนค่า i_f จากสมการที่ (5.21) ในสมการที่ (5.22) จะได้สมการคำนวณแรงดันเอาต์พุตสำหรับวงจรขยายผกผันที่มีทอพอโลยีเหมือนวงจรในรูปที่ 5.9 ดังนี้

$$v_o = -R_f i_f = -R_f \left(\frac{v_s}{R} \right) = -\frac{R_f}{R} v_s \tag{5.23}$$

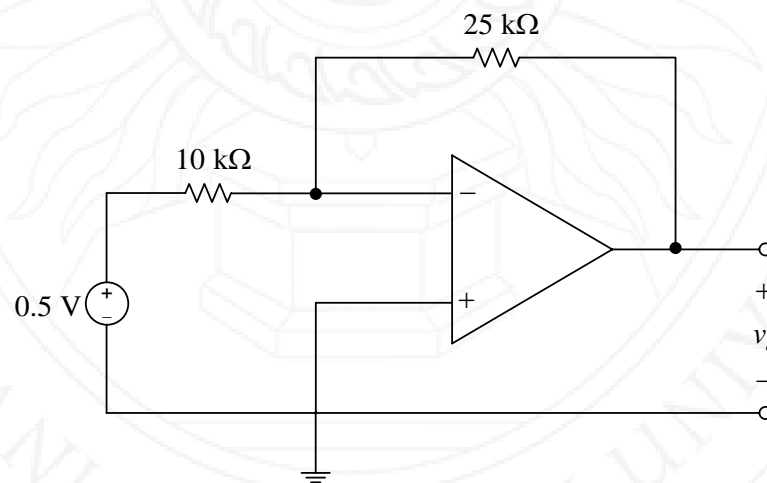
วงจรขยายผกผัน เป็นวงจรที่ขยายขนาดและกลับขั้วสัญญาณอินพุตในคราวเดียวกัน



รูปที่ 5.11 กำหนดกระแสเมช i_f

ตัวอย่างที่ 5.2

จากวงจรขยายผกผันในรูปที่ 5.12 จงคำนวณหา v_o และกระแสที่ไหลผ่านตัวต้านทาน $10\text{ k}\Omega$



รูปที่ 5.12 วงจรสำหรับตัวอย่างที่ 5.2 (Alexander & Sadiku, 2009)

วิธีทำ

จากสมการที่ (5.20) กระแสไหลผ่านตัวต้านทาน $10\text{ k}\Omega$ มีค่าเท่ากับ

$$i_{in} = \frac{v_s}{R} = \frac{0.5}{10 \times 10^3} = 50\ \mu\text{A}$$

ตอบ

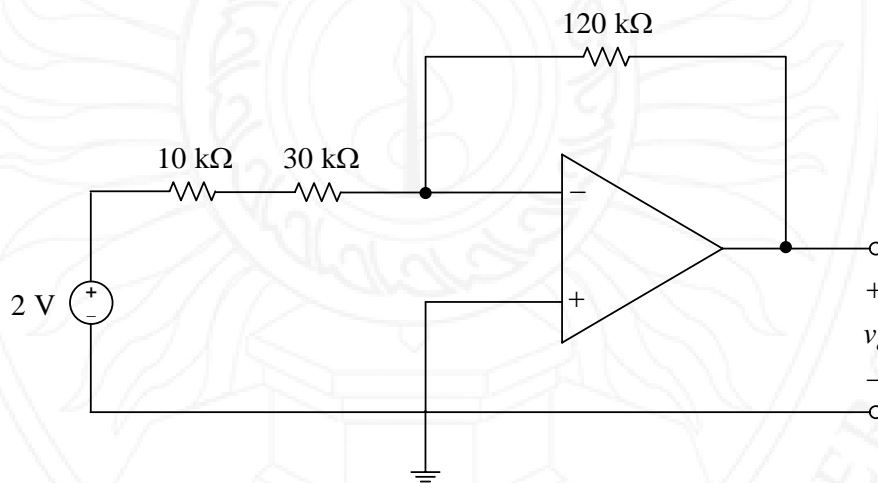
จากสมการที่ (5.23) แรงดันเอาต์พุตมีค่าเท่ากับ

$$v_o = -\frac{R_f}{R} v_s = -\frac{25 \times 10^3}{10 \times 10^3} (0.5) = -1.25\ \text{V}$$

ตอบ

ตัวอย่างที่ 5.3

จากวงจรขยายผกผันในรูปที่ 5.13 จงคำนวณหา v_o และอัตราร้อยละของแรงดันที่สูญเสียในด้านอินพุต



รูปที่ 5.13 วงจรสำหรับตัวอย่างที่ 5.3 (Franco, 1995)

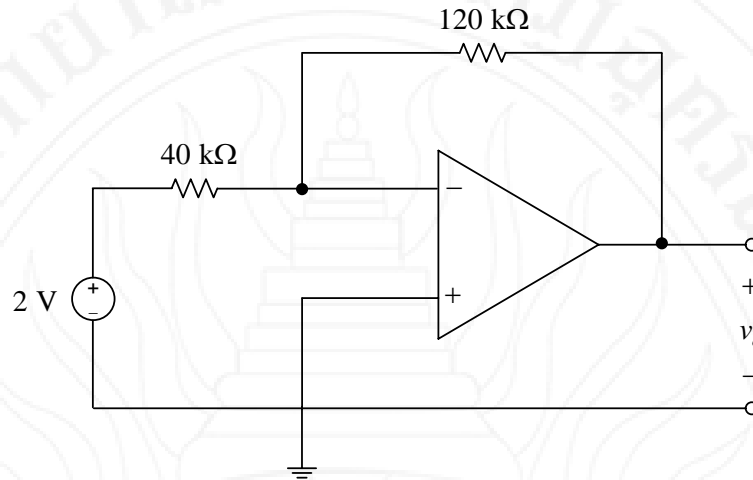
วิธีทำ

คำนวณหาความต้านทานสมมูลอินพุต จะได้ว่า

$$R_{eq} = 10\text{ k}\Omega + 30\text{ k}\Omega = 40\text{ k}\Omega$$

(5.24)

เมื่อแทนตัวต้านทานอินพุตด้วยตัวต้านทานสมมูล จะได้วงจรผลลัพธ์ดังรูปที่ 5.14



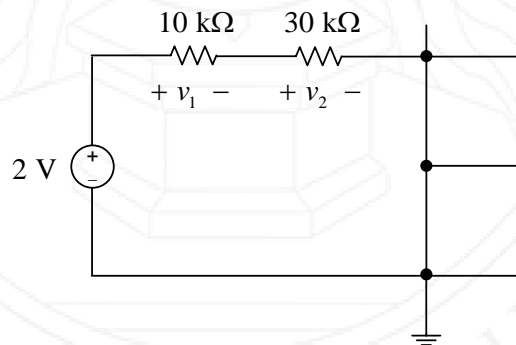
รูปที่ 5.14 วงจรผลลัพธ์เมื่อยุบรวมตัวต้านทานด้านอินพุต

จากสมการที่ (5.23) แรงดันเอาต์พุตมีค่าเท่ากับ

$$v_o = -\frac{R_f}{R} v_s = -\frac{120 \times 10^3}{40 \times 10^3} (2) = -6 \text{ V}$$

ตอบ

พิจารณาที่ขั้วอินพุตผกผันของวงจรในรูปที่ 5.13 แรงดันอินพุตเท่ากับศูนย์ เมื่อพิจารณาเฉพาะวงจรที่มีเฉพาะองค์ประกอบ 2 V 40 kΩ และ 120 Ω จะได้วงจรที่มีทอพอโลยีดังรูปที่ 5.15 รูปที่ 5.14



รูปที่ 5.15 วงจรผลลัพธ์เมื่อยุบรวมตัวต้านทานด้านอินพุต

จากหลักการวงจรแบ่งแรงดัน แรงดันตกคร่อม $30\text{ k}\Omega$ มีค่าเท่ากับ

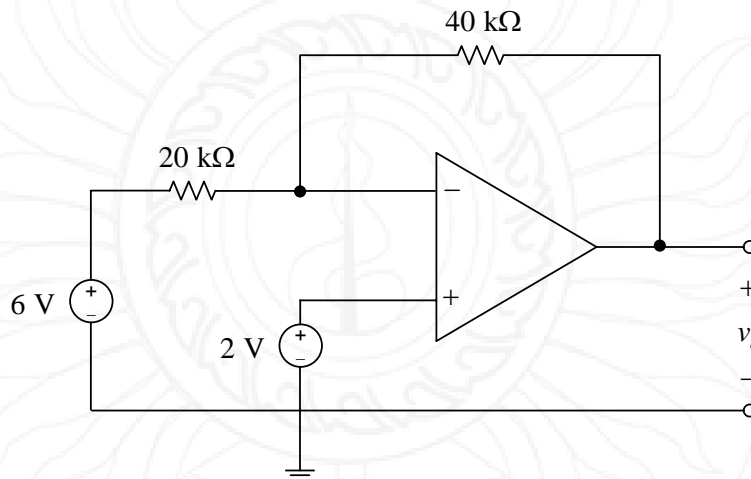
$$v_{30\text{k}\Omega} = \frac{30\text{ k}\Omega}{10\text{ k}\Omega + 30\text{ k}\Omega} (2\text{ V}) = 1.5\text{ V} \quad (5.25)$$

อัตราร้อยละของแรงดันที่สูญเสียในด้านอินพุตมีค่าเท่ากับ

$$\% v_{\text{loss}} = \frac{1.5\text{ V}}{2\text{ V}} \times 100\% = 75\% \quad \text{ตอบ}$$

ตัวอย่างที่ 5.4

จากวงจรขยายผกผันในรูปที่ 5.16 จงคำนวณหา v_o

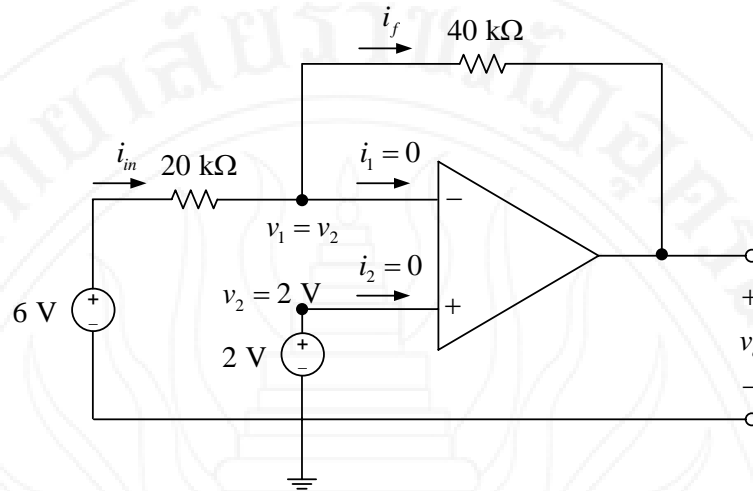


รูปที่ 5.16 วงจรสำหรับตัวอย่างที่ 5.4 (Alexander & Sadiku, 2009)

วิธีทำ

กำหนดกระแสและแรงดันที่ขาอินพุตของออปแอมป์ ดังแสดงในรูปที่ 5.17 เนื่องจากเป็นวงจรออปแอมป์อุดมคติ ดังนั้น

$$i_1 = i_2 = 0\text{ A}, \quad v_1 = v_2 = 2\text{ V} \quad (5.26)$$



รูปที่ 5.17 กำหนดกระแสและแรงดันเพื่อวิเคราะห์วงจร

เขียนสมการตามกฎกระแสของเคอร์ชอฟฟ์สำหรับโหนด v_1 และวิเคราะห์หาผลเฉลยสำหรับ v_o ดังขั้นตอนต่อไปนี้

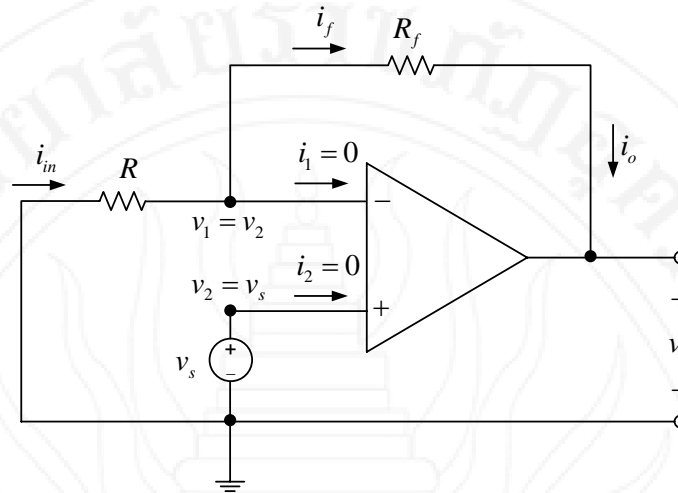
$$\begin{aligned}
 i_{in} - i_f &= 0 \\
 \frac{6 - v_1}{20 \times 10^3} - \frac{v_1 - v_o}{40 \times 10^3} &= 0 \\
 (40 \times 10^3) \left\{ \frac{6 - 2}{20 \times 10^3} - \frac{2 - v_o}{40 \times 10^3} \right\} &= 0 \times (40 \times 10^3) \\
 2(4) - (2 - v_o) &= 0 \\
 -2 + v_o &= -8 \\
 v_o &= -8 + 2 \\
 &= -6 \text{ V}
 \end{aligned}$$

ตอบ

5.5 วงจรขยายไม่ผกผัน

วงจรขยายที่ให้เอาต์พุตมีขั้วตรงกันข้ามกับวงจรขยายผกผันคือ วงจรขยายไม่ผกผัน แรงดันอินพุตของวงจรจะถูกเชื่อมต่อที่ขั้วไม่ผกผันหรือขั้วบวกของออปแอมป์ แรงดันเอาต์พุตจะถูกขยายให้มีขนาดเพิ่มขึ้น และมีขั้วเหมือนแรงดันอินพุต ทอพอโลยีของวงจรขยายไม่ผกผันแสดงในรูปที่ 5.18 (Alexander & Sadiku, 2009)

วงจรขยายไม่ผกผัน เป็นวงจรออปแอมป์ที่ถูกออกแบบให้ขยายสัญญาณโดยไม่กลับขั้ว และมีอัตราขยายเป็นค่าบวก



รูปที่ 5.18 วงจรขยายไม่ผกผัน (Alexander & Sadiku, 2009)

จากวงจรในรูปที่ 5.18 สมการตามกฎกระแสของเคอร์ชอฟฟ์สำหรับโหนด v_1 และการวิเคราะห์หา v_o มีรายละเอียดดังต่อไปนี้

$$\begin{aligned}
 i_{in} - i_f &= 0 \\
 \frac{(-v_1)}{R} - \left(\frac{v_1 - v_o}{R_f} \right) &= 0 \\
 -R_f v_1 - R(v_1 - v_o) &= 0 \\
 -R_f v_1 - Rv_1 + Rv_o &= 0 \\
 -R_f v_s - Rv_s + Rv_o &= 0 \\
 -(R + R_f)v_s + Rv_o &= 0
 \end{aligned} \tag{5.27}$$

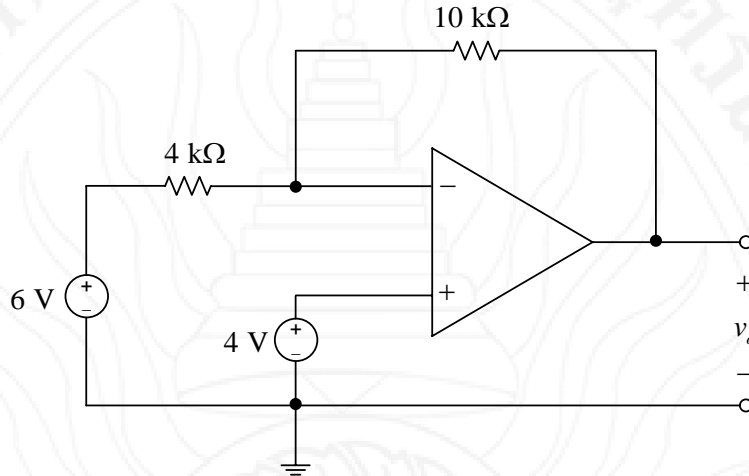
ดังนั้น

$$v_o = \frac{R + R_f}{R} v_s = \left(1 + \frac{R_f}{R} \right) v_s \tag{5.28}$$

เมื่อพิจารณาสมการที่ (5.27) พบว่า สัมประสิทธิ์ด้านหน้าแรงดัน v_o และพจน์ $(1 + R_f/R)v_s$ เป็นเครื่องหมาย + เหมือนกัน

ตัวอย่างที่ 5.5

จากวงจรขยายไม่ผกผันในรูปที่ 5.19 จงคำนวณหา v_o



รูปที่ 5.19 วงจรสำหรับตัวอย่างที่ 5.5 (Alexander & Sadiku, 2009)

วิธีทำ-1

วิเคราะห์วงจรโดยใช้หลักการทับซ้อน กำหนดให้แหล่งกำเนิดแรงดัน 6 V จ่ายกำลังเพียงตัวเดียว ทอพอโลยีของวงจรจึงเป็นวงจรขยายผกผัน ดังแสดงในรูปที่ 5.20 แรงดันเอาต์พุตมีค่าเท่ากับ

$$v_{o1} = -\frac{R_f}{R} v_s = -\frac{10 \times 10^3}{4 \times 10^3} \times 6 = -15 \text{ V} \quad (5.29)$$

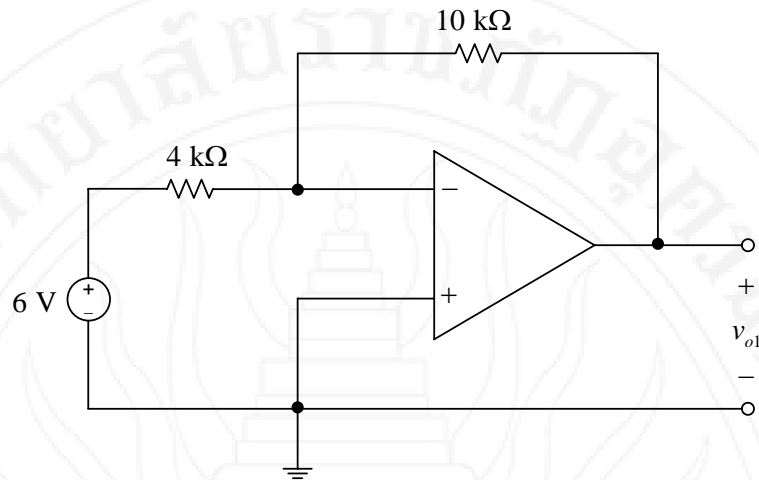
กำหนดให้แหล่งกำเนิดแรงดัน 4 V จ่ายกำลังเพียงตัวเดียว ทอพอโลยีของวงจรจึงเป็นวงจรขยายไม่ผกผัน ดังแสดงในรูปที่ 5.21 แรงดันเอาต์พุตมีค่าเท่ากับ

$$v_{o2} = \left(1 + \frac{R_f}{R}\right) v_s = \left(1 + \frac{10 \times 10^3}{4 \times 10^3}\right) \times 4 = 14 \text{ V} \quad (5.30)$$

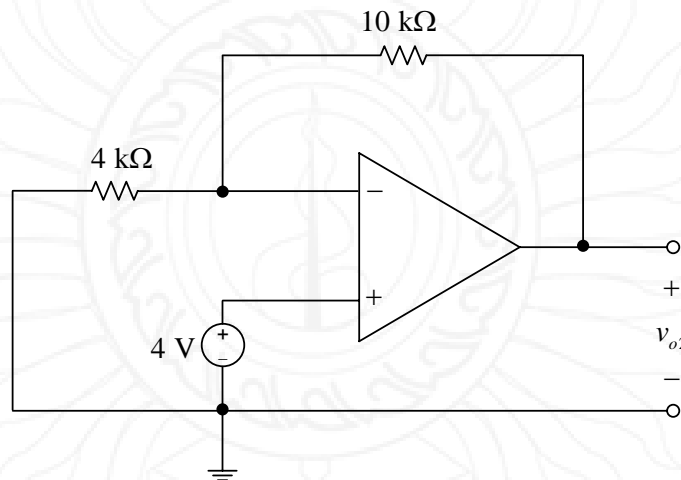
ดังนั้น แรงดันเอาต์พุต v_o จึงมีค่าเท่ากับ

$$v_o = v_{o1} + v_{o2} = -15 + 14 = -1 \text{ V}$$

ตอบ



รูปที่ 5.20 พิจารณาเฉพาะแหล่งกำเนิดแรงดัน 6 V



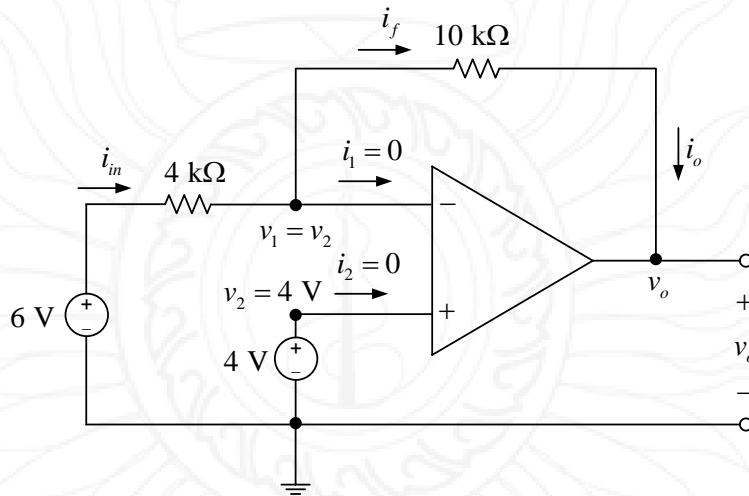
รูปที่ 5.21 พิจารณาเฉพาะแหล่งกำเนิดแรงดัน 4 V

วิธีทำ-2

กำหนดกระแสและแรงดันโนดดังวงจรในรูปที่ 5.22 สมการตามกฎกระแสของเคอร์ชอฟฟ์ที่โนด v_1 และการวิเคราะห์หาแรงดัน v_o โดยการแทนค่า $v_1 = v_2 = 4 \text{ V}$ มีรายละเอียดดังนี้

$$\begin{aligned}
 i_{in} - i_f &= 0 \\
 \frac{6 - v_1}{4 \times 10^3} - \left(\frac{v_1 - v_o}{10 \times 10^3} \right) &= 0 \\
 20 \times 10^3 \left\{ \frac{6 - 4}{4 \times 10^3} - \left(\frac{4 - v_o}{10 \times 10^3} \right) \right\} &= 0 \\
 5(2) - 2(4 - v_o) &= 0 \\
 -8 + 2v_o &= -10 \\
 2v_o &= -10 + 8 \\
 v_o &= \frac{-10 + 8}{2} \\
 &= -1 \text{ V}
 \end{aligned}$$

ตอบ



รูปที่ 5.22 กำหนดกระแสและแรงดันโหนดเพื่อวิเคราะห์แบบโหนด

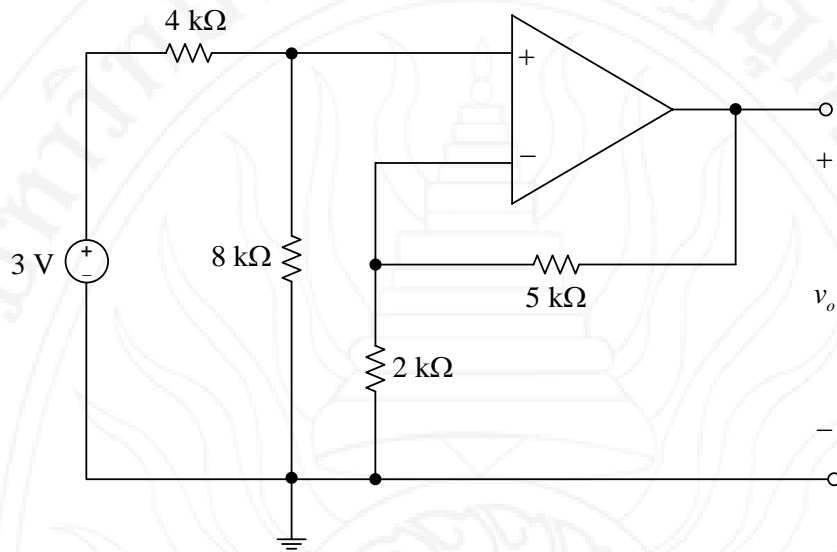
ตัวอย่างที่ 5.6

จากวงจรขยายไม่ผกผันในรูปที่ 5.23 จงคำนวณหา v_o

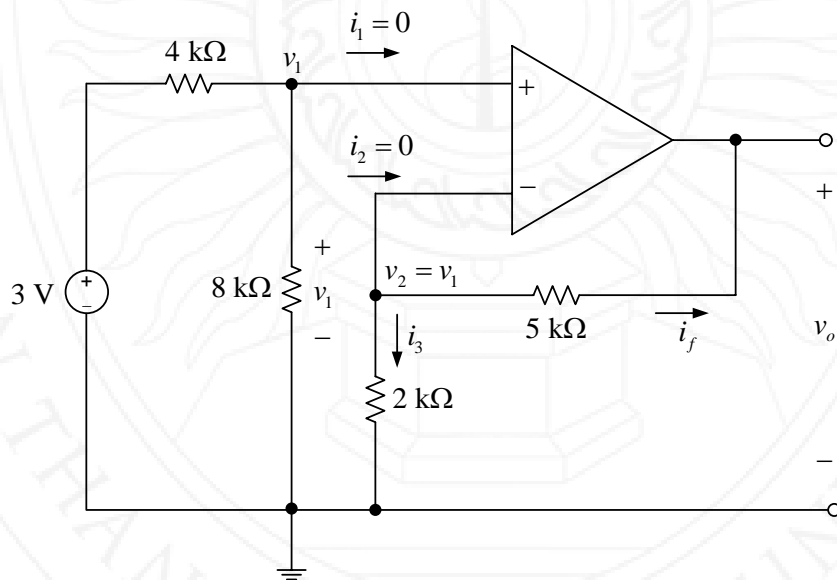
วิธีทำ

กำหนดกระแสและแรงดันโหนดดังวงจรในรูปที่ 5.24 เนื่องจาก $i_1 = 0 \text{ A}$ แสดงว่าไม่มีกระแสแบ่งไหลไปกิ่งอื่น ดังนั้น สามารถใช้สมการของวงจรแบ่งแรงดันได้ แรงดัน v_1 และ v_2 จึงมีค่าเท่ากับ

$$v_1 = v_2 = \frac{8 \times 10^3}{8 \times 10^3 + 4 \times 10^3} \times 3 = 2 \text{ V} \quad (5.31)$$



รูปที่ 5.23 วงจรสำหรับตัวอย่างที่ 5.6



รูปที่ 5.24 กำหนดกระแสและแรงดันโหนดเพื่อวิเคราะห์แบบโหนด

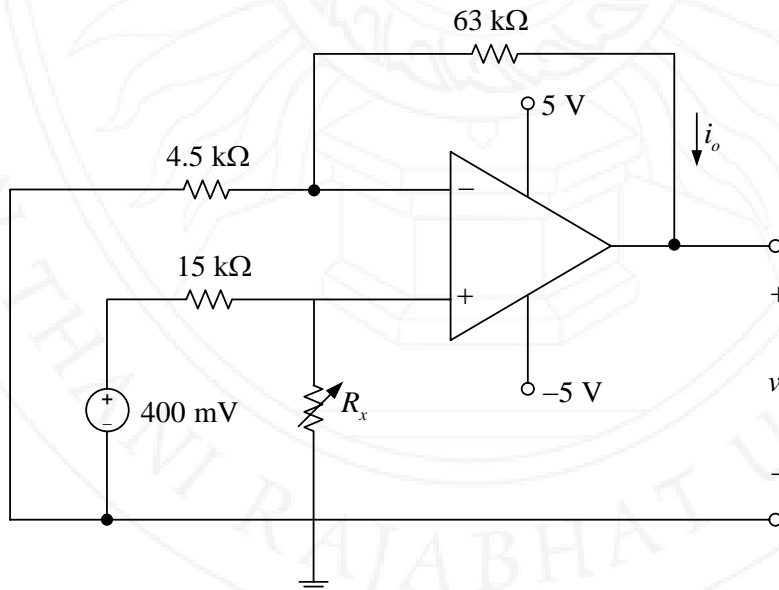
กำหนดกระแสและแรงดันโนดดังวงจรในรูปที่ 5.24 สมการตามกฎกระแสของเคอร์ชอฟฟ์ที่โนด v_2 และการวิเคราะห์หาค่าแรงดัน v_o โดยการแทนค่า $v_2 = 2 \text{ V}$ มีรายละเอียดดังนี้

$$\begin{aligned} -i_3 - i_f &= 0 \\ -\frac{v_2}{2 \times 10^3} - \left(\frac{v_2 - v_o}{5 \times 10^3} \right) &= 0 \\ 10 \times 10^3 \left\{ -\frac{2}{2 \times 10^3} - \left(\frac{2 - v_o}{5 \times 10^3} \right) \right\} &= 0 \\ 5(-2) - 2(2 - v_o) &= 0 \\ -4 + 2v_o &= 10 \\ 2v_o &= 10 + 4 \\ v_o &= \frac{10 + 4}{2} \\ &= 7 \text{ V} \end{aligned}$$

ตอบ

ตัวอย่างที่ 5.7

กำหนดให้ออปแอมป์ในวงจรรูปที่ 5.25 เป็นออปแอมป์อุดมคติ จงคำนวณหา
 (ก) แรงดันเอาต์พุตเมื่อความต้านทานปรับค่าได้มีค่าเท่ากับ $60 \text{ k}\Omega$
 (ข) ค่าสูงสุดของ R_x ก่อนที่ออปแอมป์จะอยู่ในภาวะอิมิตัว

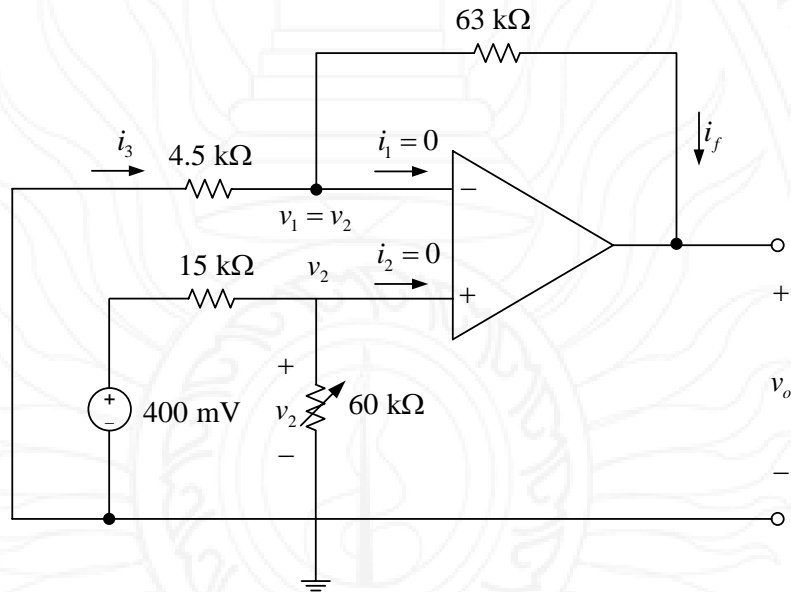


รูปที่ 5.25 วงจรสำหรับตัวอย่างที่ 5.7 (Nilsson & Riedel, 2008)

วิธีทำ

กำหนดกระแสและแรงดันโหนดดังวงจรในรูปที่ 5.26 เนื่องจาก $i_2 = 0$ A แสดงว่าไม่มีกระแสแบ่งไหลไปกิ่งอื่น ดังนั้น สามารถใช้สมการของวงจรแบ่งแรงดันได้ แรงดัน v_2 และ v_1 จึงมีค่าเท่ากับ

$$v_2 = v_1 = \frac{60 \times 10^3}{60 \times 10^3 + 15 \times 10^3} \times 400 \times 10^{-3} = 320 \text{ mV} \quad (5.32)$$



รูปที่ 5.26 กำหนดกระแสและแรงดันโหนดเพื่อวิเคราะห์แบบโหนด

(ก) สมการตามกฎกระแสของเคอร์ชอฟฟ์ที่โหนด v_1 และการวิเคราะห์หาแรงดัน v_o โดยการแทนค่า $v_1 = 320 \text{ mV}$ มีรายละเอียดดังนี้

$$\begin{aligned} i_3 - i_f &= 0 \\ \frac{(-v_1)}{4.5 \times 10^3} - \left(\frac{v_1 - v_o}{63 \times 10^3} \right) &= 0 \\ 292.5 \times 10^3 \left\{ -\frac{v_1}{4.5 \times 10^3} - \left(\frac{v_1 - v_o}{63 \times 10^3} \right) \right\} &= 0 \\ 63(-v_1) - 4.5(v_1 - v_o) &= 0 \end{aligned} \quad (5.33)$$

แทนค่า $v_1 = 320 \text{ mV}$ ในสมการที่ (5.33) จะได้

$$\begin{aligned} 63(-320 \times 10^{-3}) - 4.5(320 \times 10^{-3} - v_o) &= 0 \\ -1.44 + 4.5v_o &= 20.16 \\ 4.5v_o &= 20.16 + 1.44 \\ v_o &= \frac{20.16 + 1.44}{4.5} \\ &= 4.8 \text{ V} \end{aligned}$$

ตอบ

(ข) ออปแอมป์จะอยู่ในภาวะอิ่มตัวช่วงบวกก็ต่อเมื่อ $v_o \geq V_{CC} \geq 5 \text{ V}$ ดังนั้น ต้องกำหนดให้ $v_o = 5 \text{ V}$ แล้วคำนวณย้อนกลับไปหาค่า R_x ในขั้นตอนสุดท้าย

จากสมการตามกฎกระแสของเคอร์ชอฟฟ์ที่โหนด v_1 ในสมการที่ (5.33) เมื่อแทนค่า $v_o = 5 \text{ V}$ จะได้ว่า

$$\begin{aligned} 63(-v_1) - 4.5(v_1 - 5) &= 0 \\ -63v_1 - 4.5v_1 + 22.5 &= \\ -67.5v_1 &= -22.5 \\ v_1 &= \frac{-22.5}{-67.5} \\ &= 333.333 \text{ mV} \end{aligned} \tag{5.34}$$

จากสมการวงจรแบ่งแรงดันในสมการที่ (5.32) เมื่อแทนค่า $v_1 = 333.33 \text{ mV}$ และ $60 \text{ k}\Omega = R_x$ จะได้ผลเฉลยค่าสูงสุดของ R_x ก่อนที่ออปแอมป์จะอยู่ในภาวะอิ่มตัวดังนี้

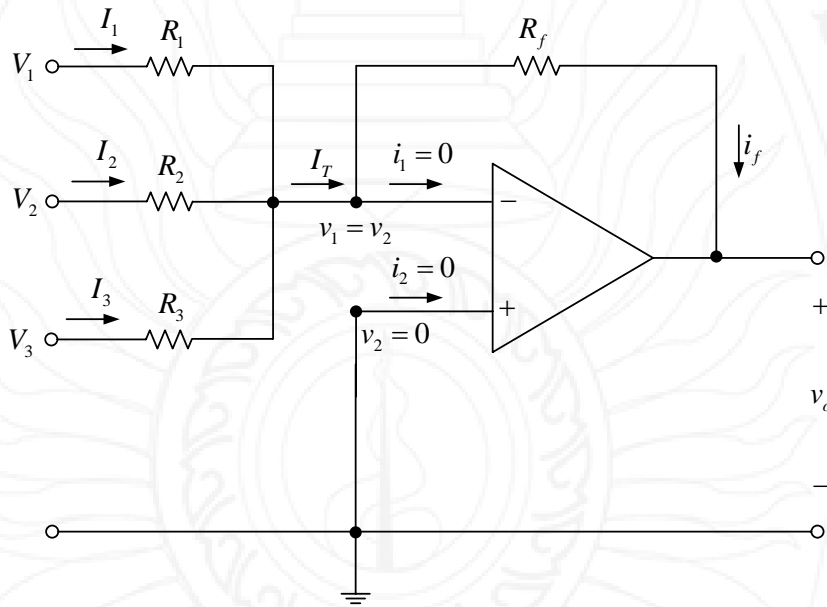
$$\begin{aligned} 333.33 \times 10^{-3} &= \frac{R_x}{R_x + 15 \times 10^3} \times 400 \times 10^{-3} \\ 333.33 \times 10^{-3} R_x + 5 \times 10^3 &= 400 \times 10^{-3} R_x \\ 333.33 \times 10^{-3} R_x - 400 \times 10^{-3} R_x &= -5 \times 10^3 \\ R_x (333.33 \times 10^{-3} - 400 \times 10^{-3}) &= -5 \times 10^3 \\ R_x &= \frac{-5 \times 10^3}{333.33 \times 10^{-3} - 400 \times 10^{-3}} \\ &= 75 \text{ k}\Omega \end{aligned}$$

ตอบ

5.6 วงจรขยายผลรวม

ลักษณะเฉพาะพิเศษของออปแอมป์คือ สามารถทำหน้าที่เป็นวงจรดำเนินการทางคณิตศาสตร์ได้ เช่น การบวก การลบ เป็นต้น หัวข้อนี้นำเสนอเนื้อหาเกี่ยวกับวงจรขยายผลรวม ซึ่งมีทอพอโลยีของวงจรดังแสดงใน และมีรายละเอียดลักษณะเฉพาะดังนี้ (Alexander & Sadiku, 2009)

วงจรขยายผลรวม เป็นวงจรออปแอมป์ที่มีอินพุตหลายตัว และให้ค่าเอาต์พุตเป็นค่าผลรวมถ่วงน้ำหนักของอินพุตทั้งหมด



รูปที่ 5.27 วงจรขยายผลรวม

แทนค่า $v_1 = v_2 = 0 \text{ V}$ และ $I_T = i_f$ ในสมการตามกฎกระแสของเคอร์ชอฟฟ์ที่โหนด v_1 จะได้ผลลัพธ์ดังนี้

$$I_1 + I_2 + I_3 - I_T = 0$$

$$I_1 + I_2 + I_3 = I_T$$

$$\frac{V_1}{R_1} + \frac{V_2}{R_2} + \frac{V_3}{R_3} = \frac{v_1 - v_o}{R_f}$$

$$\frac{V_1}{R_1} + \frac{V_2}{R_2} + \frac{V_3}{R_3} = \frac{0 - v_o}{R_f}$$

(5.35)

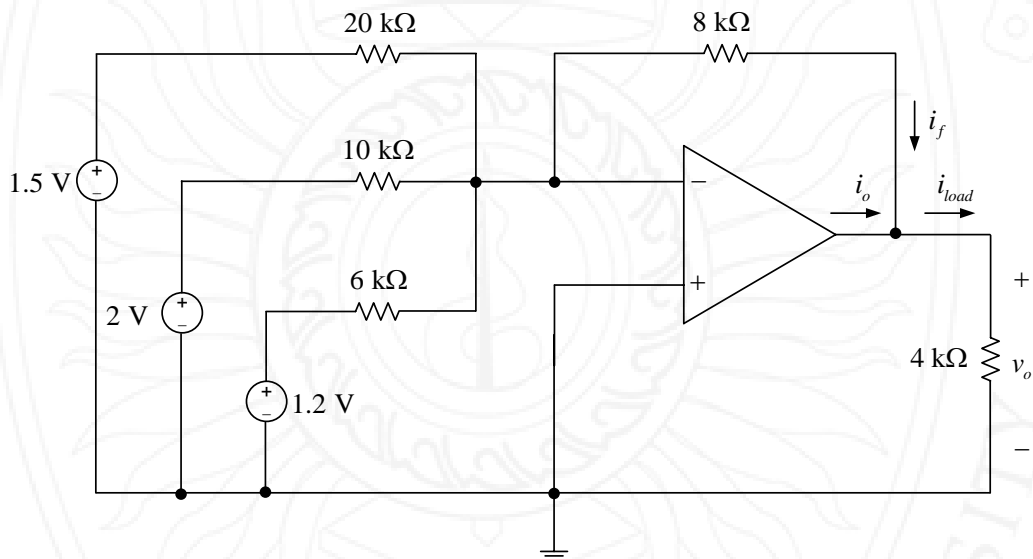
ดังนั้น

$$v_o = -\left(\frac{R_f}{R_1}V_1 + \frac{R_f}{R_2}V_2 + \frac{R_f}{R_3}V_3\right) \quad (5.36)$$

เมื่อพิจารณาสมการที่ (5.36) พบว่า แรงดัน v_o มีค่าเท่ากับผลรวมถ่วงน้ำหนักของค่าแรงดันอินพุตทั้ง 3 ค่า ซึ่งในทางปฏิบัติอาจมีแหล่งกำเนิดแรงดันมากกว่า 3 ตัว

ตัวอย่างที่ 5.8

กำหนดให้วงจรออปแอมป์ขยายผลรวมมีทอพอโลยีดังแสดงในรูปที่ 5.28 จงคำนวณหา v_o และ i_o



รูปที่ 5.28 วงจรสำหรับตัวอย่างที่ 5.8 (Alexander & Sadiku, 2009)

วิธีทำ

จากสมการที่ (5.35) จะได้ว่า

$$\begin{aligned} v_o &= -\left(\frac{R_f}{R_1}V_1 + \frac{R_f}{R_2}V_2 + \frac{R_f}{R_3}V_3\right) \\ &= -\left(\frac{8 \times 10^3}{20 \times 10^3}(1.5) + \frac{8 \times 10^3}{10 \times 10^3}(2) + \frac{8 \times 10^3}{6 \times 10^3}(1.2)\right) \\ &= -3.8 \text{ V} \end{aligned}$$

ตอบ

เนื่องจากขาไม่ผกผันของออปแอมป์เชื่อมต่อกับกราวด์ ดังนั้น $v_2 = 0 \text{ V} = v_1$ สมการตามกฎกระแสของเคอร์ชอฟฟ์ที่โหนด v_o ทำให้สามารถหาผลเฉลยสำหรับ i_o ได้ดังนี้

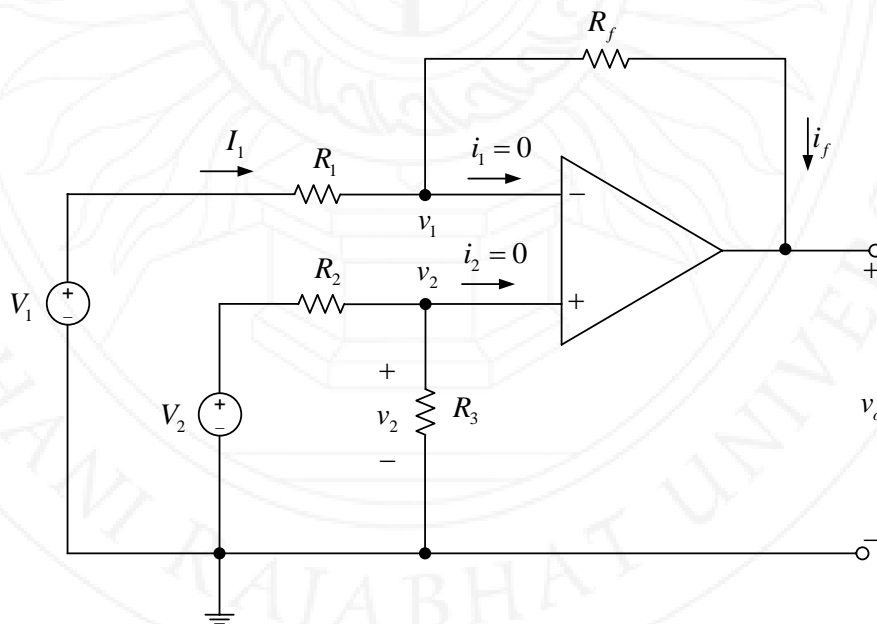
$$\begin{aligned} i_o + i_f - i_{load} &= 0 \\ i_o &= i_{load} - i_f \\ &= \frac{v_o}{4 \times 10^3} - \frac{v_1 - v_o}{8 \times 10^3} \\ &= \frac{-3.8}{4 \times 10^3} - \frac{0 - (-3.8)}{8 \times 10^3} \\ &= -1.425 \text{ mA} \end{aligned}$$

ตอบ

5.7 วงจรขยายผลต่าง

วงจรขยายผลต่าง ถูกนำไปประยุกต์ใช้เพื่อขยายผลต่างของสัญญาณที่อาจมีขนาดต่ำมาก ให้อยู่ในระดับที่สามารถตรวจวัดหรือนำไปใช้ประโยชน์ต่อไปได้ ชื่อเรียกอีกอย่างหนึ่งของวงจรขยายผลต่างคือ วงจรลบ ทอพอโลยีของวงจรขยายผลต่างแสดงในรูปที่ 5.29 รายละเอียดเกี่ยวกับลักษณะเฉพาะของวงจรถัดไปนี้ (Alexander & Sadiku, 2009)

วงจรขยายผลต่าง เป็นวงจรที่ขยายผลต่างสัญญาณอินพุตสองตัว และไม่มีเอาต์พุตเมื่อสัญญาณอินพุตทั้งสองมีขนาดเท่ากัน



รูปที่ 5.29 วงจรขยายผลต่าง

เนื่องจาก $i_2 = 0 \text{ A}$ ดังนั้น จึงสามารถหาแรงดัน $v_2 = v_1$ จากสมการของวงจรแบ่งแรงดันดังนี้

$$v_2 = \frac{R_4}{R_2 + R_3} V_2 = v_1 \quad (5.37)$$

เมื่อเขียนสมการตามกฎกระแสของเคอร์ชอฟฟ์ที่โหนด v_1 และวิเคราะห์หา v_o ได้ผลลัพธ์ดังต่อไปนี้

$$\begin{aligned} I_1 - i_f &= 0 \\ \frac{V_1 - v_1}{R_1} - \left(\frac{v_1 - v_o}{R_f} \right) &= 0 \\ R_1 R_f \left\{ \frac{V_1 - v_1}{R_1} - \left(\frac{v_1 - v_o}{R_f} \right) \right\} &= 0 \times R_1 R_f \\ R_f (V_1 - v_1) - R_1 (v_1 - v_o) &= 0 \\ R_f V_1 - R_f v_1 - R_1 v_1 + R_1 v_o &= 0 \\ R_1 v_o &= (R_f + R_1) v_1 - R_f V_1 \\ v_o &= \frac{R_f + R_1}{R_1} v_1 - \frac{R_f}{R_1} V_1 \end{aligned} \quad (5.38)$$

แทนค่า v_1 จากสมการที่ (5.37) ในสมการที่ (5.38) จะได้สมการคำนวณเอาต์พุตดังนี้

$$\begin{aligned} v_o &= \left(\frac{R_f + R_1}{R_1} \right) \left(\frac{R_3}{R_2 + R_3} V_2 \right) - \frac{R_f}{R_1} V_1 \\ &= \frac{R_3 (R_f + R_1)}{R_1 (R_2 + R_3)} V_2 - \frac{R_f}{R_1} V_1 \\ &= \frac{R_3 R_f \left(1 + \frac{R_1}{R_f} \right)}{R_1 R_3 \left(\frac{R_2}{R_3} + 1 \right)} V_2 - \frac{R_f}{R_1} V_1 \\ &= \frac{R_f \left(1 + \frac{R_1}{R_f} \right)}{R_1 \left(1 + \frac{R_2}{R_3} \right)} V_2 - \frac{R_f}{R_1} V_1 \end{aligned} \quad (5.39)$$

จากสมการที่ (5.39) กรณีที่ v_o จะมีค่าเท่ากับศูนย์คือ

$$1 + \frac{R_1}{R_f} = 1 + \frac{R_2}{R_3}$$

$$\frac{R_1}{R_f} = \frac{R_2}{R_3} \tag{5.40}$$

สมการแรงดันเอาต์พุตของวงจรขยายผลต่างในสมการที่ (5.39) จึงลดรูปกลายเป็นสมการที่ (5.41)

$$v_o = \frac{R_f}{R_1}(V_2 - V_1) \tag{5.41}$$

ตัวอย่างที่ 5.9

จงออกแบบวงจรขยายผลต่าง 2 อินพุต เพื่อให้เอาต์พุตมีค่าดังสมการ $v_o = 3v_2 - 5v_1$ (Alexander & Sadiku, 2009)

วิธีทำ

พิจารณาแรงดันเอาต์พุต $v_o = 3v_2 - 5v_1$ เมื่อเปรียบเทียบกับสัมประสิทธิ์หน้า v_1 ในสมการที่ (5.41) จะได้ว่า

$$\frac{R_f}{R_1} = 5, \quad R_f = 5R_1 \tag{5.42}$$

แทนค่า R_f ในพจน์สัมประสิทธิ์หน้า V_1 ในสมการที่ (5.39) ซึ่งโจทย์กำหนดให้เท่ากับ 3 จะได้ว่า

$$\frac{5R_1 \left(1 + \frac{R_1}{5R_1}\right)}{R_1 \left(1 + \frac{R_2}{R_3}\right)} = 3$$

$$R_3 = R_2 \tag{5.43}$$

หากการออกแบบเลือกใช้ $R_1 = 10 \text{ k}\Omega$ และ $R_2 = 20 \text{ k}\Omega$ จะได้ว่า $R_f = 5(10 \times 10^3) = 50 \text{ k}\Omega$

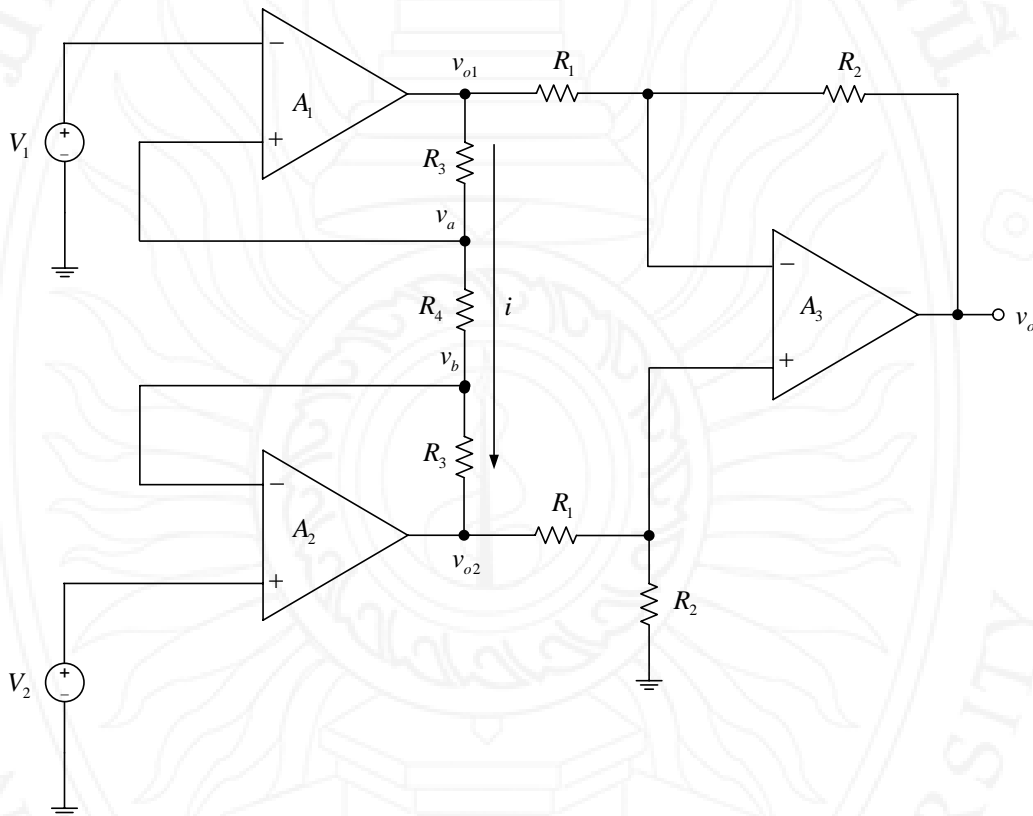
และ $R_3 = R_2 = 20 \text{ k}\Omega$

ตอบ

ตัวอย่างที่ 5.10

วงจรขยายเครื่องมือวัดดังแสดงใน ใช้สำหรับขยายสัญญาณระดับต่ำเพื่อควบคุมกระบวนการหรือประยุกต์ใช้ในการวัด และมีวงจรมีค่าในรูปแบบของวงจรรวม จงพิสูจน์ว่า

$$v_o = \frac{R_2}{R_1} \left(1 + \frac{2R_3}{R_4} \right) (V_2 - V_1)$$



รูปที่ 5.30 วงจรสำหรับตัวอย่างที่ 5.10 (Alexander & Sadiku, 2009)

วิธีทำ

อ้างอิงจากคุณสมบัติของออปแอมป์อุดมคติ จะได้ว่า

$$v_a = V_1 \tag{5.44}$$

$$v_b = V_2 \tag{5.45}$$

$$i = \text{กระแสที่ไหลผ่าน } R_3, R_4, R_3 \quad (5.46)$$

พิจารณาระหว่างโหนด v_a และ v_b กระแส i มีค่าเท่ากับ

$$i = \frac{v_a - v_b}{R_4} = \frac{V_1 - V_2}{R_4} \quad (5.47)$$

จากสมการที่ (5.41) สมการแรงดันเอาต์พุตของออปแอมป์ตัวที่ 3 คือ

$$v_o = \frac{R_2}{R_1}(v_{o2} - v_{o1}) \quad (5.48)$$

เขียนสมการตามกฎแรงดันของเคอร์ชอฟฟ์สำหรับ v_{o1} , R_3 , R_4 , R_3 และ v_{o2} จะได้

$$\begin{aligned} -v_{o1} + (R_3 + R_4 + R_3)i + v_{o2} &= 0 \\ v_{o2} - v_{o1} &= -(R_3 + R_4 + R_3)i \end{aligned} \quad (5.49)$$

แทนค่า i จากสมการที่ (5.47) ในสมการที่ (5.49) จะได้

$$v_{o2} - v_{o1} = -(R_3 + R_4 + R_3) \left(\frac{V_1 - V_2}{R_4} \right) = - \left(\frac{R_3 + R_4 + R_3}{R_4} \right) (V_1 - V_2) \quad (5.50)$$

แทนค่าสมการที่ (5.50) ในสมการที่ (5.48) จะได้

$$\begin{aligned} v_o &= \frac{R_2}{R_1} \left\{ - \left(\frac{R_3 + R_4 + R_3}{R_4} \right) (V_1 - V_2) \right\} \\ &= \frac{R_2}{R_1} \left(\frac{2R_3 + R_4}{R_4} \right) (V_2 - V_1) \\ &= \frac{R_2}{R_1} \left(1 + \frac{2R_3}{R_4} \right) (V_2 - V_1) \end{aligned}$$

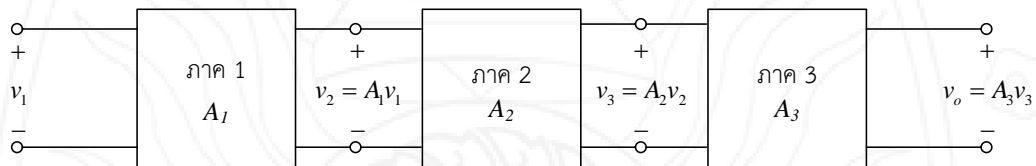
ตอบ

5.8 วงจรออปแอมป์ต่อเรียงกัน

การประยุกต์ใช้งานออปแอมป์ในบางกรณี อาจต้องนำออปแอมป์มาต่อเรียงกันเพื่อเพิ่มอัตราขยายของวงจรทั้งระบบ รายละเอียดของการต่อออปแอมป์เรียงกันมีดังต่อไปนี้ (Alexander & Sadiku, 2009)

การต่อออปแอมป์แบบเรียงกัน คือ การนำเอาออปแอมป์จำนวนมากกว่าหนึ่งตัวมาต่อกัน ขั้วเอาต์พุตของออปแอมป์ตัวที่อยู่ด้านหน้า จะต่อกับขั้วอินพุตของออปแอมป์ตัวถัดไป และมีเอาต์พุตของวงจรรวมทั้งระบบเพียงค่าเดียว

ออปแอมป์แต่ละตัวที่ต่อเรียงกันมีชื่อเรียกเฉพาะว่า ภาค ดังแสดงรายละเอียดใน



รูปที่ 5.31 การต่อออปแอมป์เรียงกันสามภาค

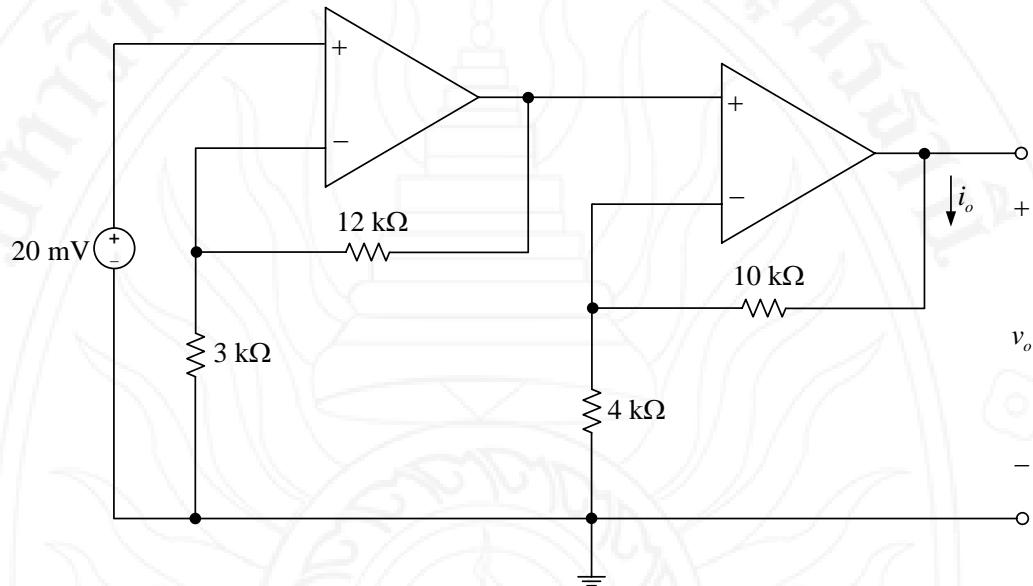
อินพุตของออปแอมป์แต่ละตัวจะถูกขยายมาจากตัวออปแอมป์ที่อยู่ภาคก่อนหน้าตัวมันเอง ลักษณะพิเศษที่เป็นข้อดีของออปแอมป์คือ การนำมาต่อแบบเรียงกัน ไม่มีผลกระทบต่อความสัมพันธ์ระหว่างอินพุตและเอาต์พุตของออปแอมป์แต่ละตัว อัตราขยายทั้งหมดวงจรเมื่อออปแอมป์ต่อเรียงกันมีค่าเท่ากับผลคูณของอัตราขยายของออปแอมป์แต่ละตัว ยกตัวอย่างกรณีที่ออปแอมป์ต่อเรียงกัน 3 ตัว อัตราขยายรวมมีค่าเท่ากับ

$$A = A_1 A_2 A_3 \quad (5.51)$$

แม้ว่าการนำออปแอมป์มาต่อเรียงกัน จะไม่ส่งผลกระทบต่อลักษณะเฉพาะของออปแอมป์แต่ละตัว แต่การเลือกค่าอินพุตและการออกแบบวงจร ต้องพิจารณาเงื่อนไขที่จะไม่ส่งผลให้ออปแอมป์ภายในวงจรโดยรวมทำงานในภาวะอิ่มตัว

ตัวอย่างที่ 5.11

จากวงจรขยายในตัวอย่างที่ 5.11 จงคำนวณหา i_o และ v_o



รูปที่ 5.32 วงจรสำหรับตัวอย่างที่ 5.11 (Alexander & Sadiku, 2009)

วิธีทำ

เมื่อพิจารณาจากวงจรพบว่า เป็นวงจรขยายไม่ผกผันทั้งสองตัว สมการคำนวณอัตราขยายสำหรับวงจรนี้คือ

$$A = 1 + \frac{R_f}{R} \tag{5.52}$$

อัตราขยายของวงจรออปแอมป์แต่ละตัวจึงมีค่าดังนี้

$$A_1 = 1 + \frac{12 \times 10^3}{3 \times 10^3} = 5 \tag{5.53}$$

$$A_2 = 1 + \frac{10 \times 10^3}{4 \times 10^3} = 3.5 \tag{5.54}$$

อัตราขยายโดยรวมของวงจรออปแอมป์คือ

$$A = A_1 A_2 = (5)(3.5) = 17.5 \quad (5.55)$$

แรงดันเอาต์พุตจึงมีค่าเท่ากับ

$$v_o = A v_i = (17.5)(20 \times 10^{-3}) = 350 \text{ mV} \quad \text{ตอบ}$$

เนื่องจากขาผกผันของออปแอมป์ตัวที่ 2 ไม่มีกระแสไหลเข้า ดังนั้น กระแสที่ไหลผ่านตัวต้านทาน $10 \text{ k}\Omega$ และ $4 \text{ k}\Omega$ จึงมีค่าเท่ากับ

$$i_o = \frac{v_o}{10 \times 10^3 + 4 \times 10^3} = \frac{350 \times 10^{-3}}{10 \times 10^3 + 4 \times 10^3} = 25 \mu\text{A} \quad \text{ตอบ}$$

5.9 บทสรุป

1) ออปแอมป์ คือองค์ประกอบวงจรชนิดแอกทีฟ ที่สามารถออกแบบให้เป็นวงจรดำเนินการทางคณิตศาสตร์ ซึ่งประกอบไปด้วย การบวก การลบ การคูณ การหาร การหาอนุพันธ์ และการหาปริพันธ์

2) คุณสมบัติของออปแอมป์อุดมคติ

ก) กระแสอินพุตที่ขาผกผันและไม่ผกผันมีค่าเท่ากับศูนย์

$$i_1 = 0, \quad i_2 = 0$$

ข) แรงดันที่ขาผกผันและไม่ผกผันมีค่าเท่ากัน

$$v_1 = v_2$$

3) วงจรขยายผกผัน เป็นวงจรที่ขยายขนาดและกลับขั้วสัญญาณอินพุตในคราวเดียวกัน

4) วงจรขยายไม่ผกผัน เป็นวงจรออปแอมป์ที่ถูกออกแบบให้ขยายสัญญาณโดยไม่กลับขั้ว และมีอัตราขยายเป็นค่าบวก

5) วงจรขยายผลรวม เป็นวงจรออปแอมป์ที่มีอินพุตหลายตัว และให้ค่าเอาต์พุตเป็นค่าผลรวมถ่วงน้ำหนักของอินพุตทั้งหมด

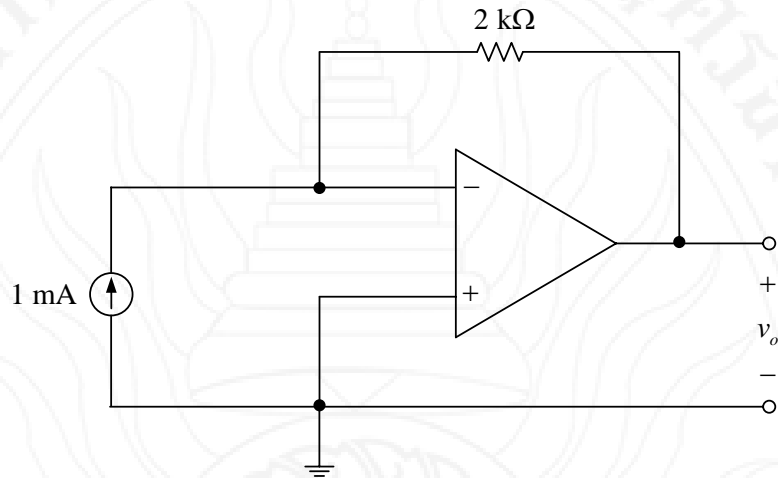
6) วงจรขยายผลต่าง เป็นวงจรที่ขยายผลต่างสัญญาณอินพุตสองตัว และไม่มีเอาต์พุตเมื่อสัญญาณอินพุตทั้งสองมีขนาดเท่ากัน

7) การต่อออปแอมป์แบบเรียงกัน คือ การนำเอาออปแอมป์จำนวนมากกว่าหนึ่งตัวมาต่อกัน ขั้วเอาต์พุตของออปแอมป์ตัวที่อยู่ด้านหน้า จะต่อกับขั้วอินพุตของออปแอมป์ตัวถัดไป และมีเอาต์พุตของวงจรรวมทั้งระบบเพียงค่าเดียว

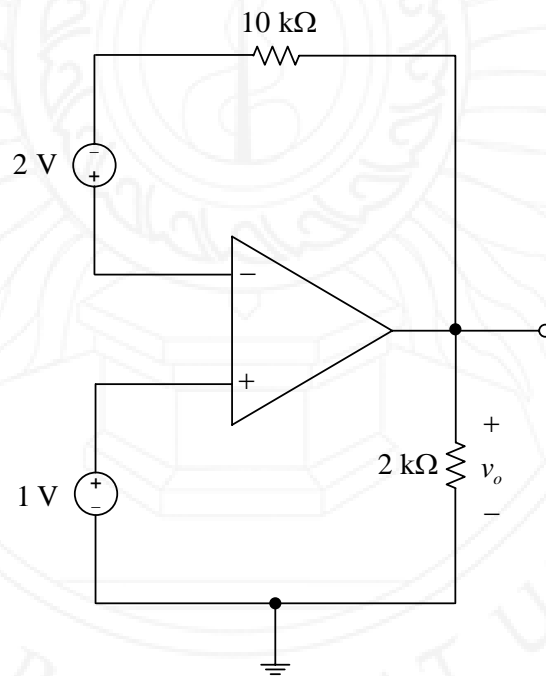
5.10 แบบฝึกหัด

5.10.1 ออปแอมป์อุดมคติ

(1) จากวงจรออปแอมป์อุดมคติในรูปที่ 5.33 จงคำนวณหาแรงดันเอาต์พุต v_o



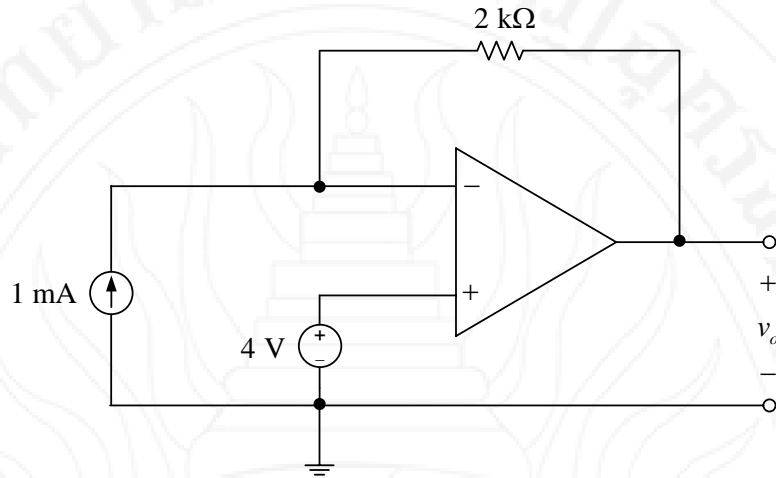
(ก)



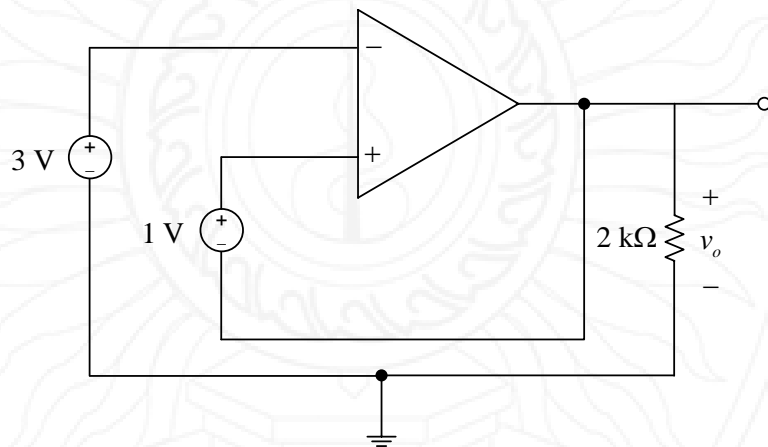
(ข)

รูปที่ 5.33 วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (1) (Alexander & Sadiku, 2004)

- (2) จากวงจรออปแอมป์อุดมคติในรูปที่ 5.34 จงคำนวณหาแรงดันเอาต์พุต v_o



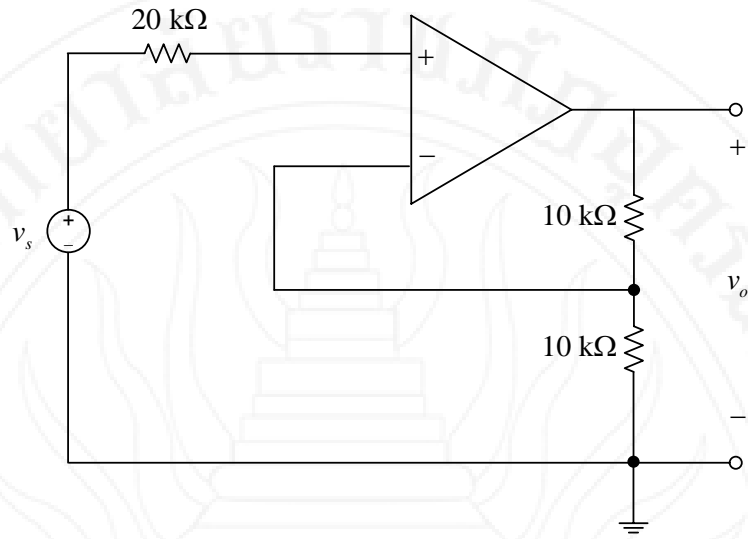
(ก)



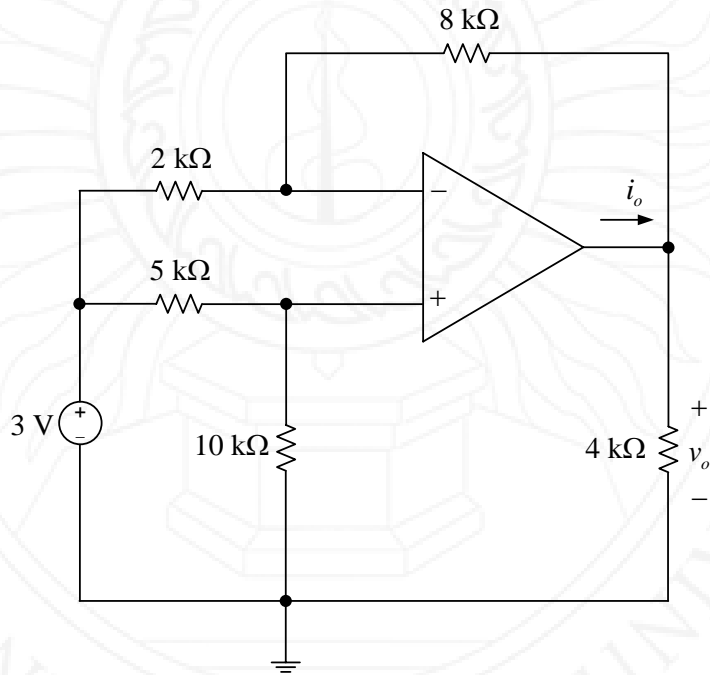
(ข)

รูปที่ 5.34 วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (2) (Alexander & Sadiku, 2004)

- (3) จากวงจรออปแอมป์อุดมคติในรูปที่ 5.35 จงคำนวณหาอัตราส่วน $\frac{v_o}{v_s}$
- (4) จากวงจรออปแอมป์อุดมคติในรูปที่ 5.34 จงคำนวณหาแรงดัน v_o และ กระแส i_o

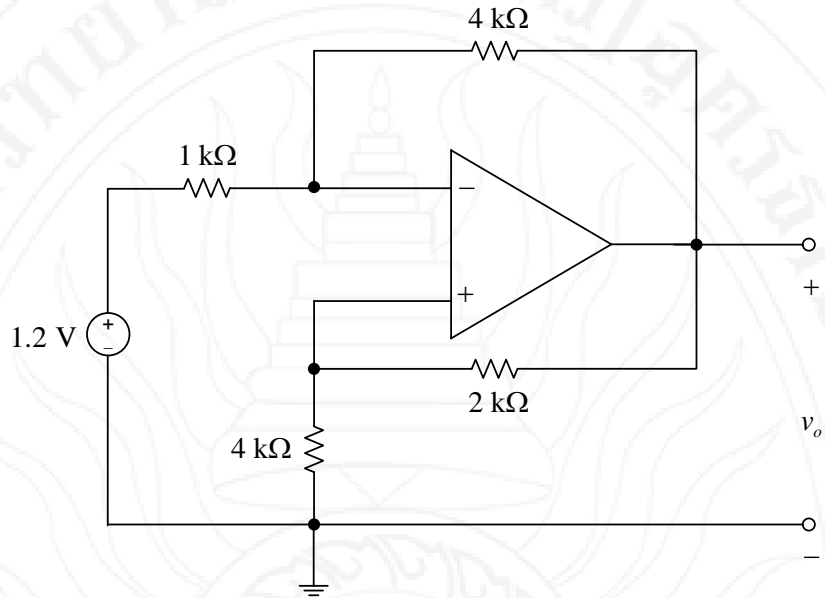


รูปที่ 5.35 วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (3) (Alexander & Sadiku, 2004)



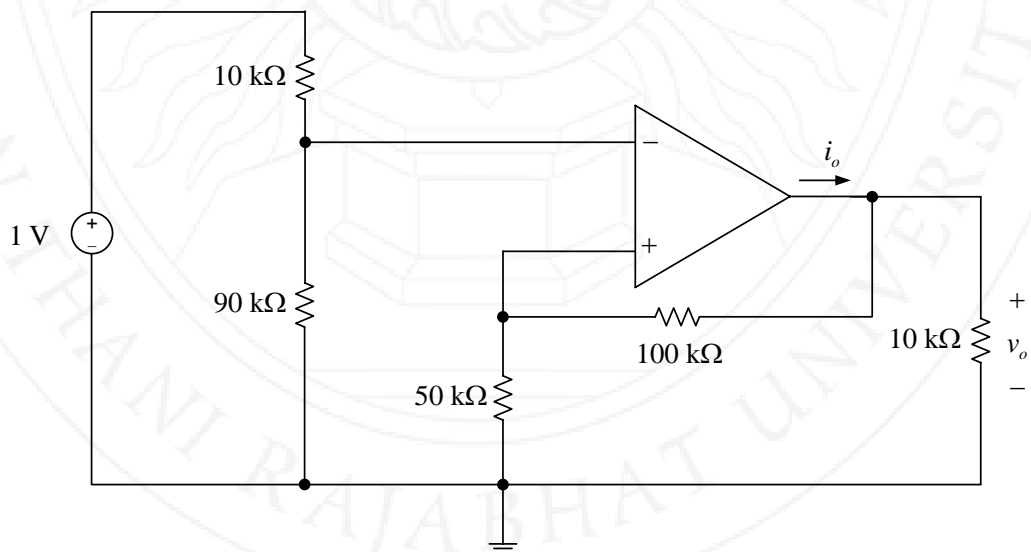
รูปที่ 5.36 วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (4) (Alexander & Sadiku, 2004)

- (5) จากวงจรออปแอมป์อุดมคติในรูปที่ 5.37 จงคำนวณหาค่ากำลังที่แหล่งกำเนิด v_s จ่ายให้แก่วงจร



รูปที่ 5.37 วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (5) (Alexander & Sadiku, 2004)

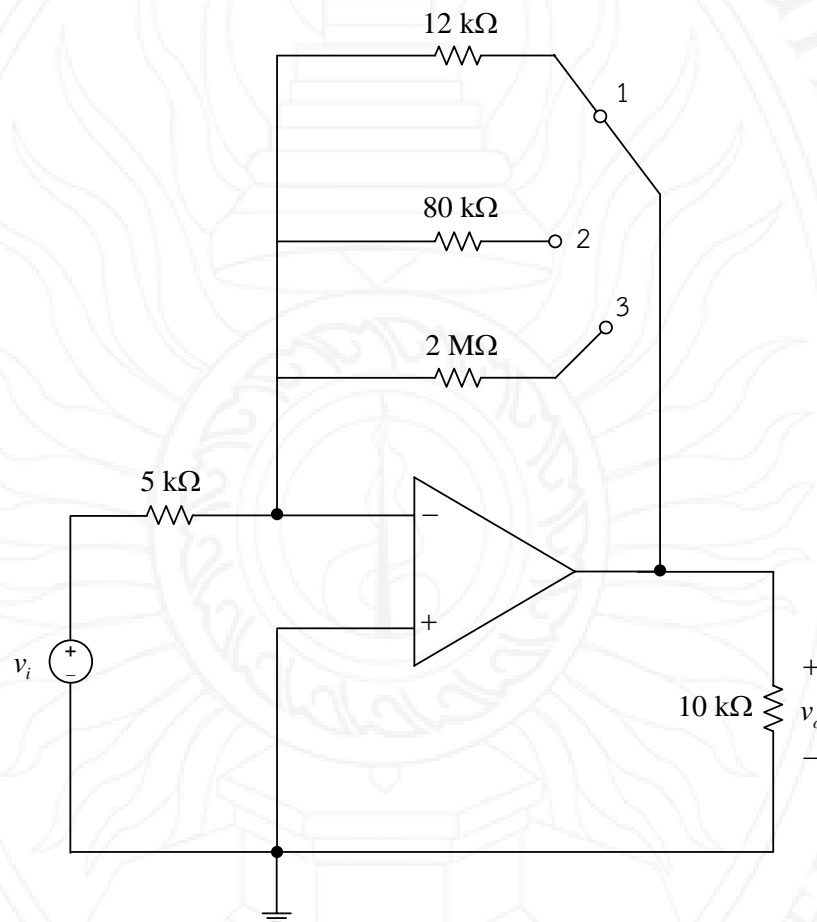
- (6) จากวงจรออปแอมป์อุดมคติในรูปที่ 5.38 จงคำนวณหาแรงดัน v_o และ กระแส i_o



รูปที่ 5.38 วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (6) (Alexander & Sadiku, 2004)

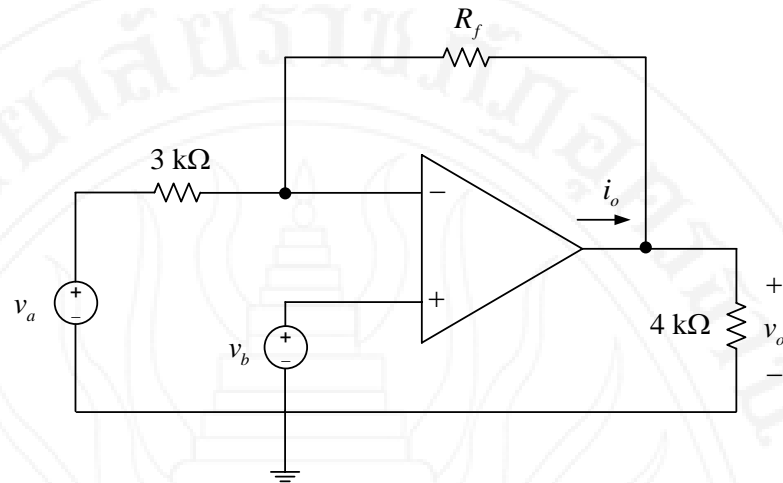
5.10.2 วงจรขยายผกผัน

- (7) จากวงจรออปแอมป์อุดมคติในรูปที่ 5.39 จงคำนวณหาอัตราขยาย $\frac{v_o}{v_i}$ เมื่อ สวิตช์เชื่อมต่อกับตำแหน่งต่อไปนี้
- (ก) ตำแหน่งที่ 1
 - (ข) ตำแหน่งที่ 2
 - (ค) ตำแหน่งที่ 3



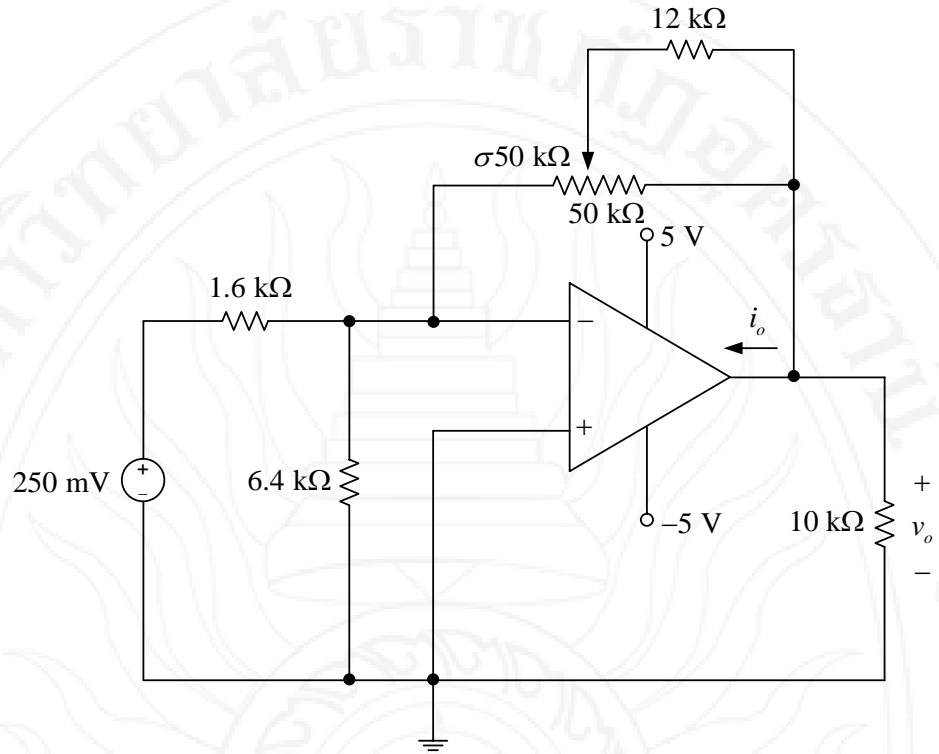
รูปที่ 5.39 วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (6) (Alexander & Sadiku, 2004)

- (8) จากวงจรออปแอมป์อุดมคติในรูปที่ 5.40
- (ก) กำหนดให้ $R_f = 12\text{ k}\Omega$ $v_a = 2\text{ V}$ และ $v_b = 0\text{ V}$ จงคำนวณหา v_o และ i_o
 - (ข) ทำซ้ำข้อ (ก) กำหนดให้ $R_f = 9\text{ k}\Omega$ $v_a = 4\text{ V}$ และ $v_b = 2\text{ V}$

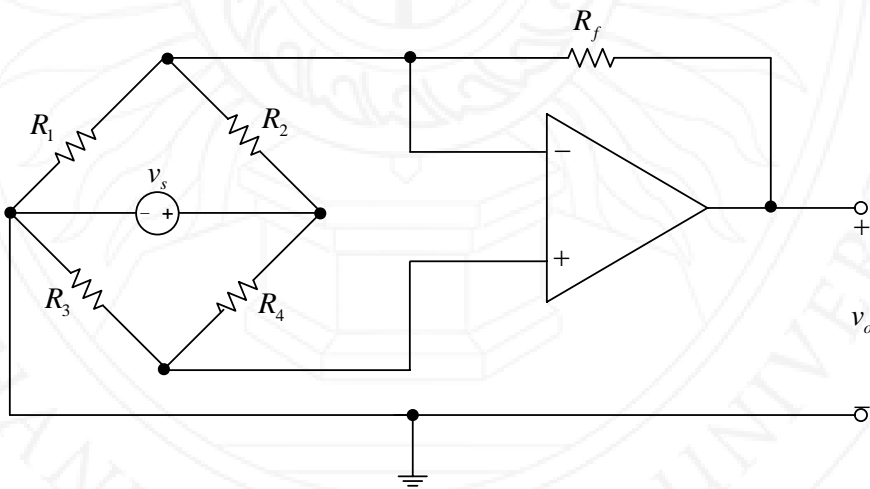


รูปที่ 5.40 วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (8) (O'Malley, 1992)

- (9) วงจรขยายผกผันใช้ตัวต้านทาน $R = 1.2 \text{ k}\Omega$ และ $R_f = 33 \text{ k}\Omega$ มีความคลาดเคลื่อนยินยอมเท่ากับ 10% จงคำนวณหา (Rizzoni & Hartley, 2000)
- (ก) อัตราขยายที่ระบุของวงจรขยาย
- (ข) ค่าสูงสุดของค่าสัมบูรณ์อัตราขยาย $|A|$
- (ค) ค่าต่ำสุดของค่าสัมบูรณ์อัตราขยาย $|A|$
- (10) จงออกแบบวงจรขยายผกผันให้มีอัตราขยายเท่ากับ 8 กำหนดให้ค่าความต้านทานที่เลือกใช้ต้องมีจำหน่ายจริงในท้องตลาด (Nilsson & Riedel, 2011)
- (11) จากวงจรออปแอมป์อุดมคติในรูปที่ 5.41 จงคำนวณหา
- (ก) ช่วงของค่า σ ที่ไม่ส่งผลให้ออปแอมป์อยู่ในภาวะอิมิตัว
- (ข) กระแส i_o เมื่อกำหนดให้ $\sigma = 0.272$
- (12) จากวงจรออปแอมป์อุดมคติในรูปที่ 5.42 จงคำนวณหา k เมื่อกำหนดให้ฟังก์ชันถ่ายโอนแรงดันคือ $v_o = kv_s$



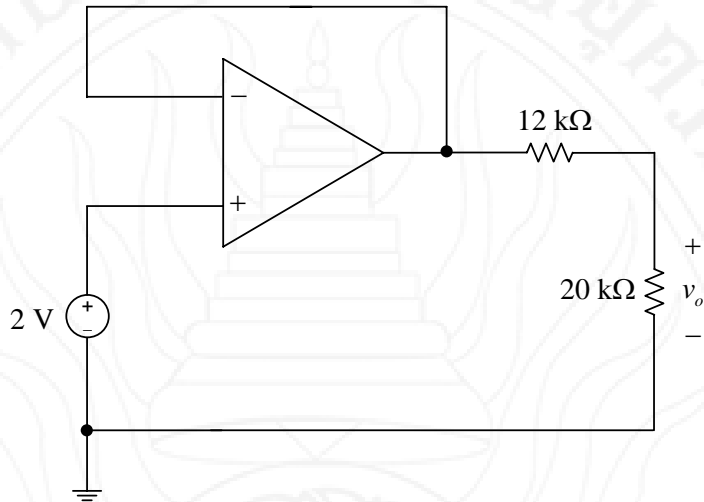
รูปที่ 5.41 วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (11) (Nilsson & Riedel, 2011)



รูปที่ 5.42 วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (12) (Alexander & Sadiku, 2009)

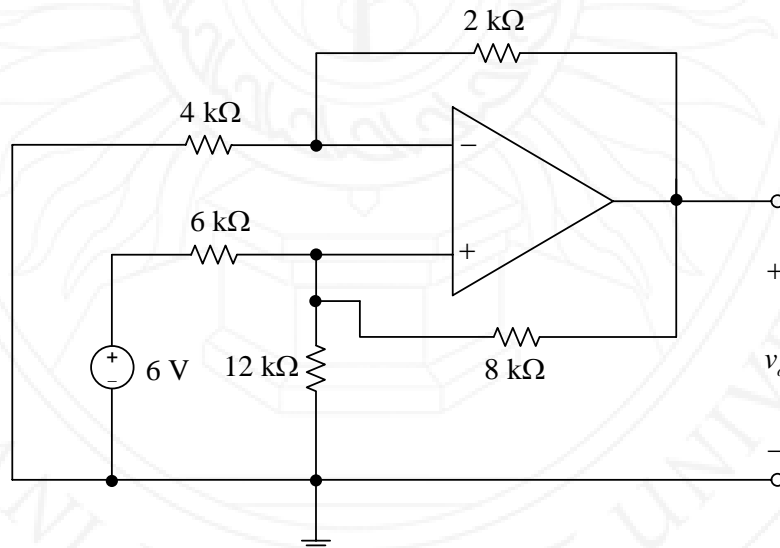
5.10.3 วงจรขยายไม่ผกผัน

(13) จากวงจรออปแอมป์อุดมคติในรูปที่ 5.43 จงคำนวณหาแรงดัน v_o



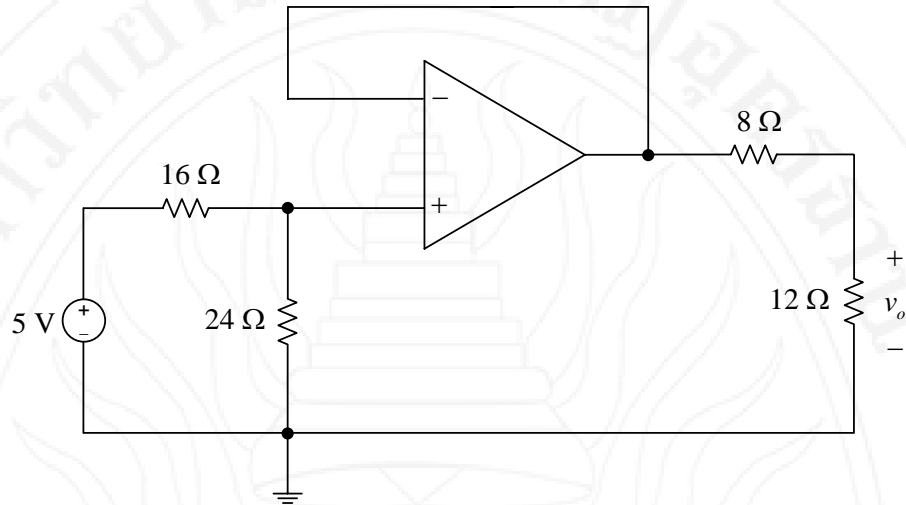
รูปที่ 5.43 วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (13) (Alexander & Sadiku, 2009)

(14) จากวงจรออปแอมป์อุดมคติในรูปที่ 5.44 จงคำนวณหาแรงดัน v_o



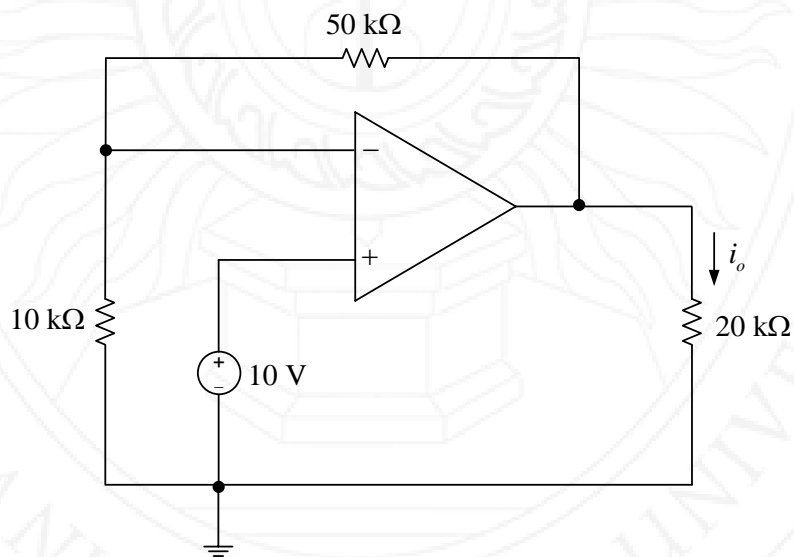
รูปที่ 5.44 วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (14) (O'Malley, 1992)

(15) จากวงจรออปแอมป์อุดมคติในรูปที่ 5.45 จงคำนวณหาแรงดัน v_o



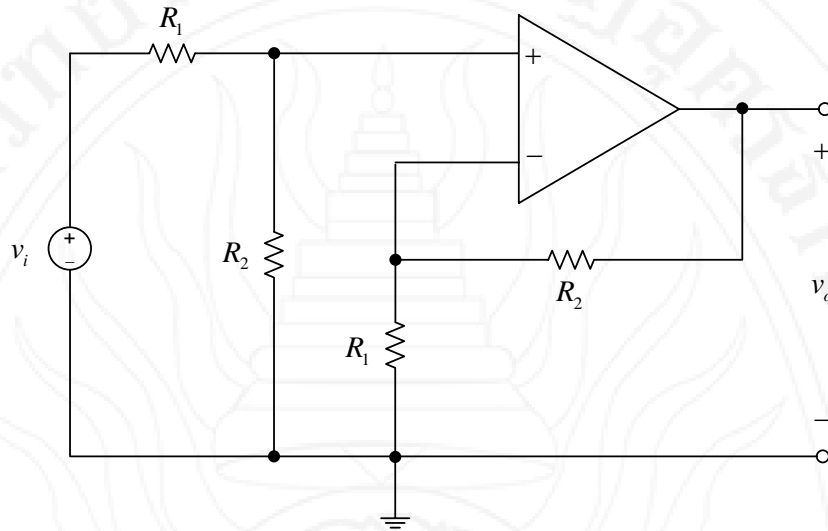
รูปที่ 5.45 วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (15) (Alexander & Sadiku, 2009)

(16) จากวงจรออปแอมป์อุดมคติในรูปที่ 5.46 จงคำนวณหาแรงดัน i_o



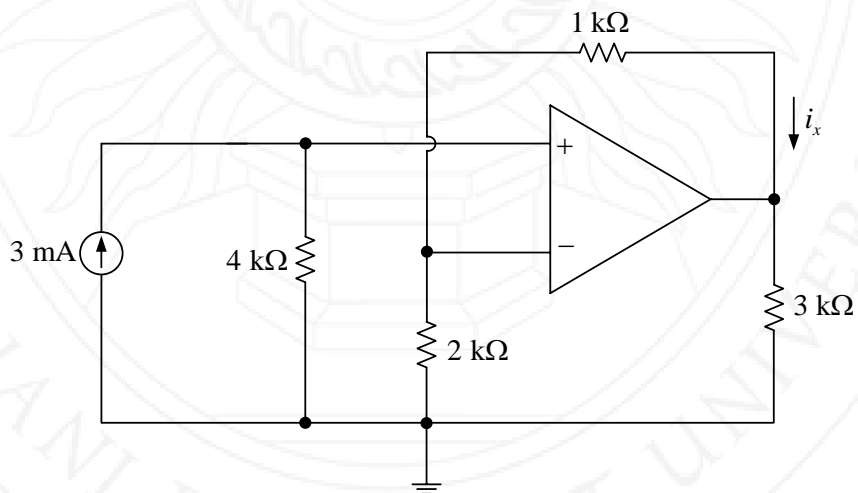
รูปที่ 5.46 วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (16) (Alexander & Sadiku, 2009)

(17) จากวงจรออปแอมป์อุดมคติในรูปที่ 5.48 จงคำนวณหา $\frac{v_o}{v_i}$



รูปที่ 5.47 วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (17) (Alexander & Sadiku, 2009)

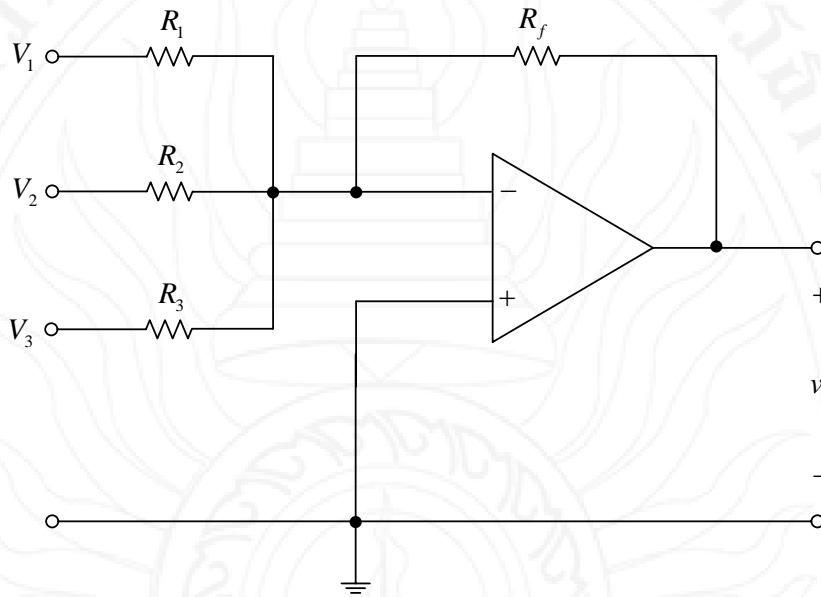
(18) จากวงจรออปแอมป์อุดมคติในรูปที่ 5.48 จงคำนวณหากระแส i_x และกำลังที่สูญเสียไปกับตัวต้านทาน $3\text{ k}\Omega$



รูปที่ 5.48 วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (18) (Alexander & Sadiku, 2009)

5.10.4 วงจรขยายผลรวม

(19) จงออกแบบวงจรขยายผลรวมในรูปที่ 5.49 โดยใช้ตัวต้านทานที่มีความคลาดเคลื่อนยินยอมเท่ากับ 5% เพื่อให้แรงดันเอาต์พุตมีค่าดังสมการ $v_o = -(2V_1 + 3V_2 + V_3)$ และกำหนดค่าความต้านทาน $R_1 = 15 \text{ k}\Omega$



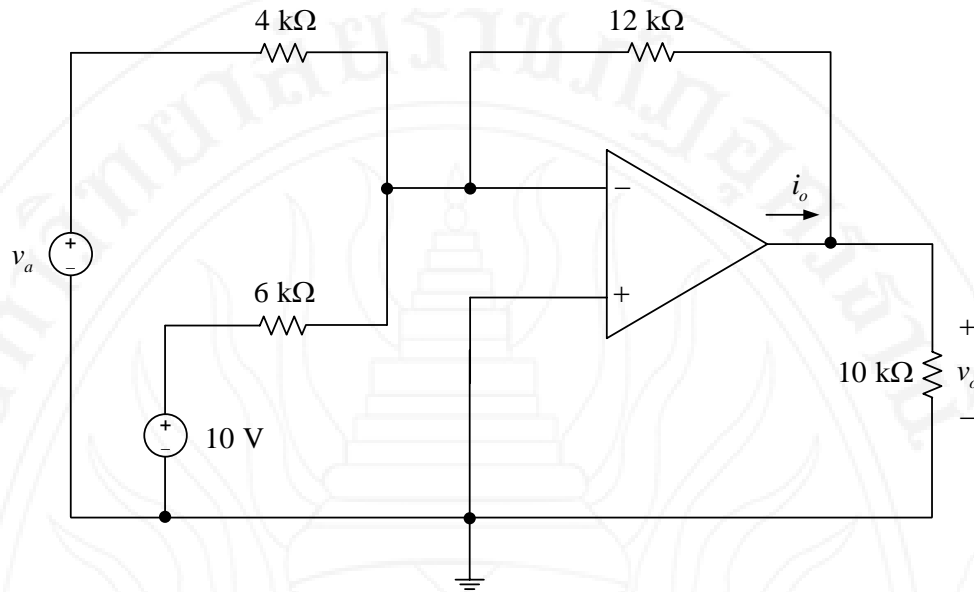
รูปที่ 5.49 วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (19) (Franco, 1995)

(20) จากวงจรขยายผลรวมในรูปที่ 5.50

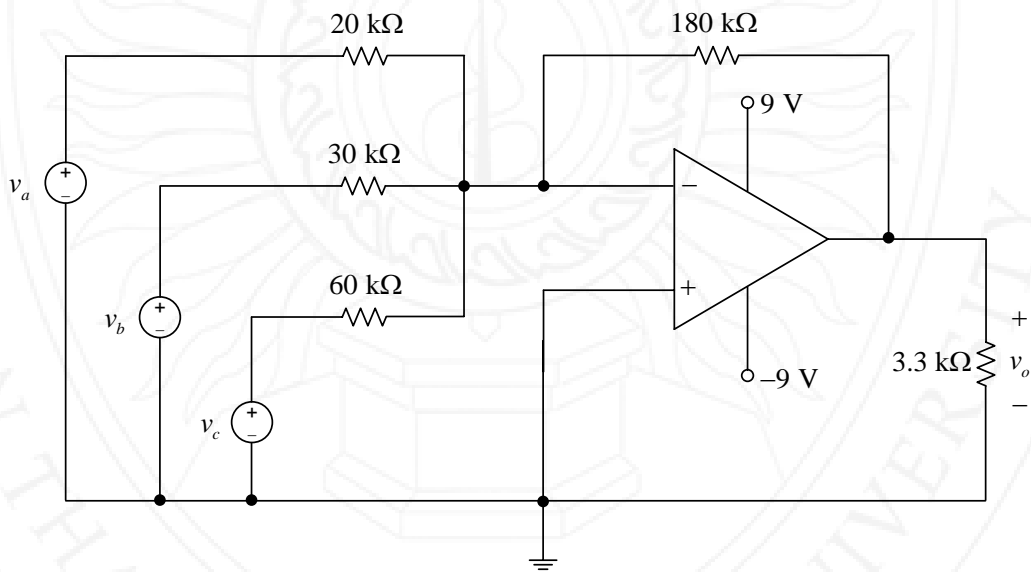
- (ก) กำหนดให้ $v_a = 4 \text{ V}$ จงคำนวณหา v_o และ i_o
- (ข) กำหนดให้ขีดจำกัดแรงดันเอาต์พุตในภาวะอิ่มตัวของออปแอมป์คือ $v_o = \pm 12 \text{ V}$ จงคำนวณหาช่วงค่าของ v_a ที่จะส่งผลให้ออปแอมป์ยังคงทำงานในภาวะเชิงเส้น

(21) จากวงจรขยายผลรวมในรูปที่ 5.51

- (ก) จงคำนวณหา v_o เมื่อกำหนดให้ $v_a = 0.5 \text{ V}$ $v_b = 1.5 \text{ V}$ และ $v_c = -2.5 \text{ V}$
- (ข) จงคำนวณหาขีดจำกัดแรงดัน v_c ที่จะส่งผลให้ออปแอมป์ยังคงทำงานในภาวะเชิงเส้น เมื่อกำหนดให้ $v_a = 0.5 \text{ V}$ และ $v_b = 1.5 \text{ V}$

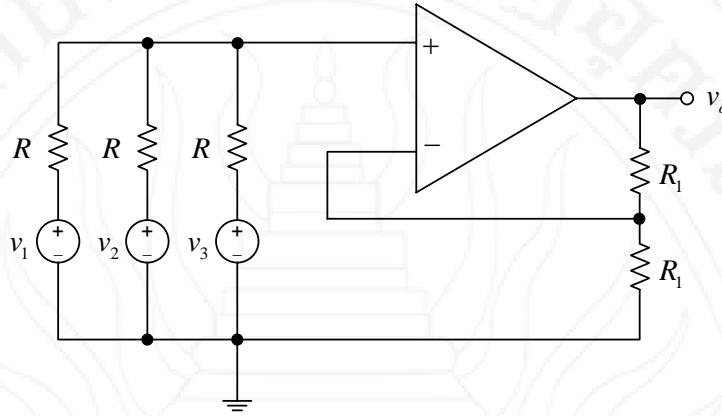


รูปที่ 5.50 วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (20) (O'Malley, 1992)



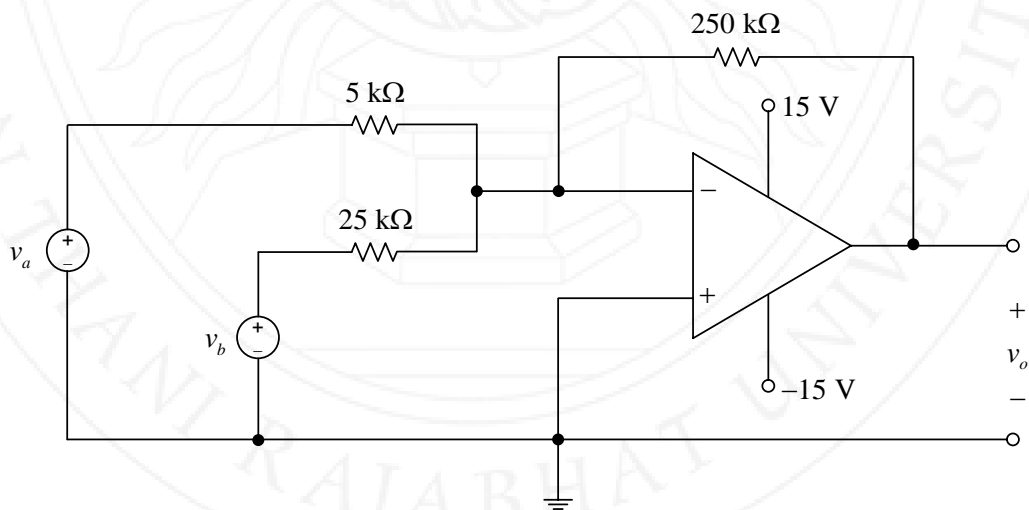
รูปที่ 5.51 วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (21) (Nilsson & Riedel, 2008)

(22) จากวงจรขยายผลรวมในรูปที่ 5.52 จงวิเคราะห์หา v_o ให้อยู่ในพจน์ของ v_1 , v_2 และ v_3



รูปที่ 5.52 วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (22) (Alexander & Sadiku, 2009)

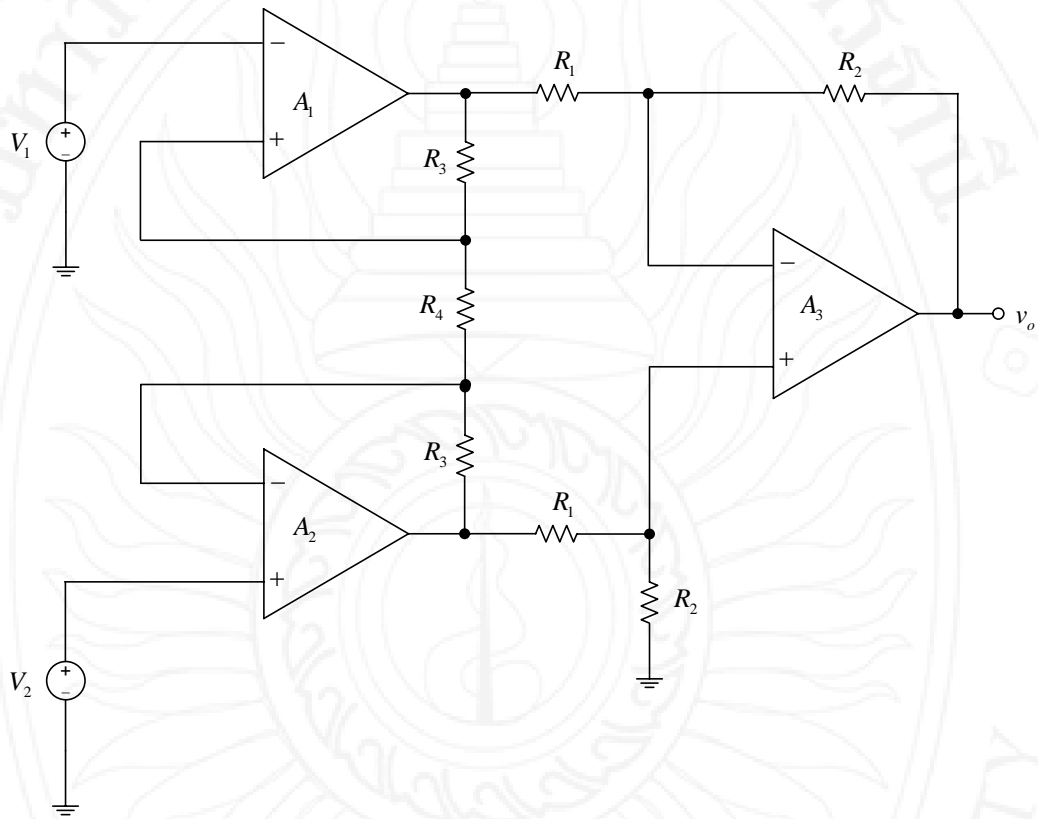
(23) จากวงจรขยายผลรวมในรูปที่ 5.53
 (ก) จงคำนวณหา v_o เมื่อกำหนดให้ $v_a = 0.1 \text{ V}$ และ $v_b = 0.25 \text{ V}$
 (ข) จงคำนวณหาขีดจำกัดแรงดัน v_a ที่จะส่งผลให้ออปแอมป์ยังคงทำงานในภาวะเชิงเส้น เมื่อกำหนดให้ $v_b = 0.25 \text{ V}$
 (ค) จงคำนวณหาขีดจำกัดแรงดัน v_b ที่จะส่งผลให้ออปแอมป์ยังคงทำงานในภาวะเชิงเส้น เมื่อกำหนดให้ $v_a = 0.1 \text{ V}$



รูปที่ 5.53 วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (23) (Nilsson & Riedel, 2011)

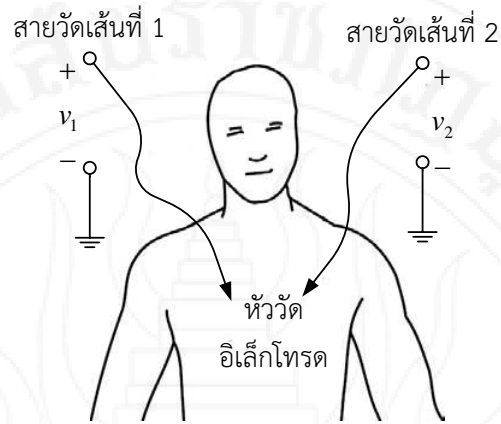
5.10.5 วงจรขยายผลต่าง

- (24) จงออกแบบวงจรในรูปที่ 5.54 โดยใช้ตัวต้านทานที่มีความคลาดเคลื่อน ยินยอมเท่ากับ 1% เพื่อให้แรงดันเอาต์พุตมีค่าดังสมการ $v_o = 10^3 (V_2 - V_1)$ และกำหนดค่าความต้านทาน $R_1 = 1 \text{ k}\Omega$

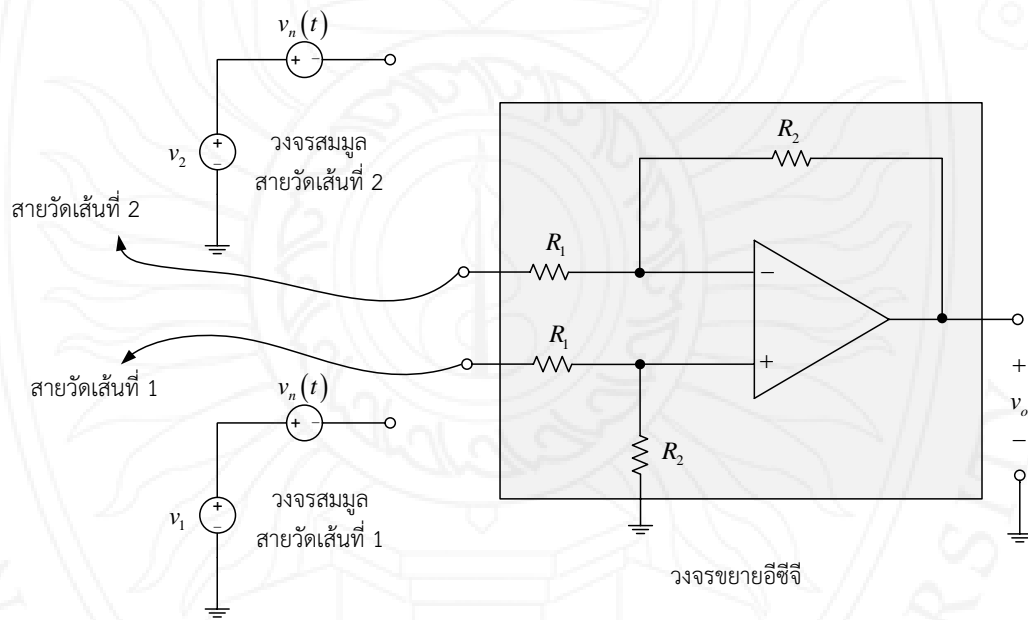


รูปที่ 5.54 วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (24) (Franco, 1995)

- (25) กำหนดให้การวางห้วงดิเล็กโทรดของเครื่องวัดภาพคลื่นไฟฟ้าหัวใจ แสดงในรูปที่ 5.55-(ก) และวงจรสมมูลของเครื่องวัดภาพคลื่นไฟฟ้าหัวใจ แสดงในรูปที่ 5.55-(ข) สัญญาณรบกวนคือ $v_n(t) = V_n \cos(377t + \phi_n)$ V จงพิสูจน์ว่า วงจรขยายผลต่างในรูปที่ 5.55-(ข) สามารถกำจัดสัญญาณรบกวนได้ ส่งผลให้เอาต์พุตของเครื่องมีค่าเท่ากับ $v_o = \frac{R_2}{R_1} (v_1 - v_2)$



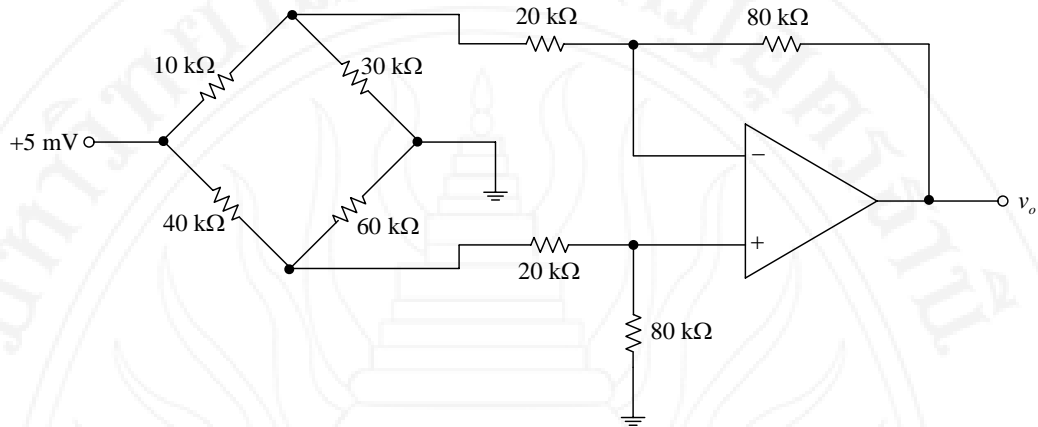
(ก) การวางหัววัดอิเล็กโทรดของเครื่องวัดภาพคลื่นไฟฟ้าหัวใจ



(ข) วงจรสมมูลของของเครื่องวัดภาพคลื่นไฟฟ้าหัวใจ

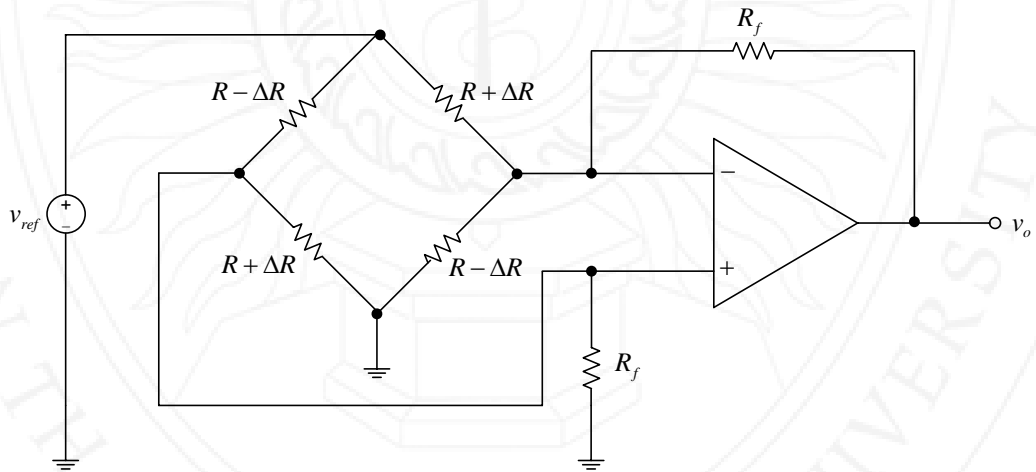
รูปที่ 5.55 วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (25) (Rizzoni & Hartley, 2000)

(26) จากวงจรในรูปที่ 5.56 จงคำนวณหา v_o



รูปที่ 5.56 วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (26) (Alexander & Sadiku, 2004)

(27) วงจรในรูปที่ 5.57 คือวงจรวัดค่าที่เปลี่ยนแปลงไปของความต้านทานเกจวัดความเครียด จงคำนวณหา v_o เมื่อกำหนดให้ $(\Delta R)^2 = R^2$

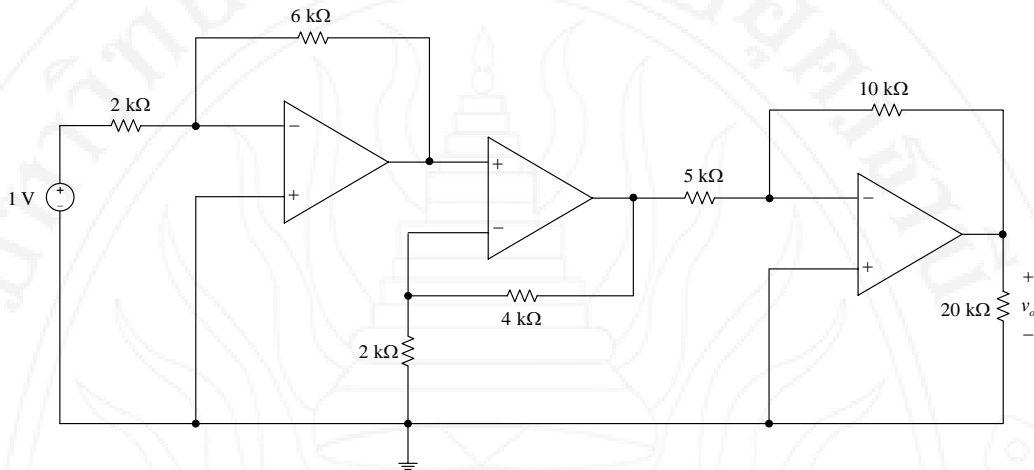


รูปที่ 5.57 วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (27) (Nilsson & Riedel, 2008)

(28) จงออกแบบวงจรขยายผลต่าง กำหนดให้ค่าความต้านทานที่ใช้อยู่ในช่วง $5 \leq R \leq 10 \text{ k}\Omega$ และ $v_o = -2v_1 + 4v_2 - 5v_3 - v_4$ (Alexander & Sadiku, 2009)

5.10.6 วงจรออปแอมป์ต่อเรียงกัน

(29) จากวงจรในรูปที่ 5.58 จงคำนวณหา v_o

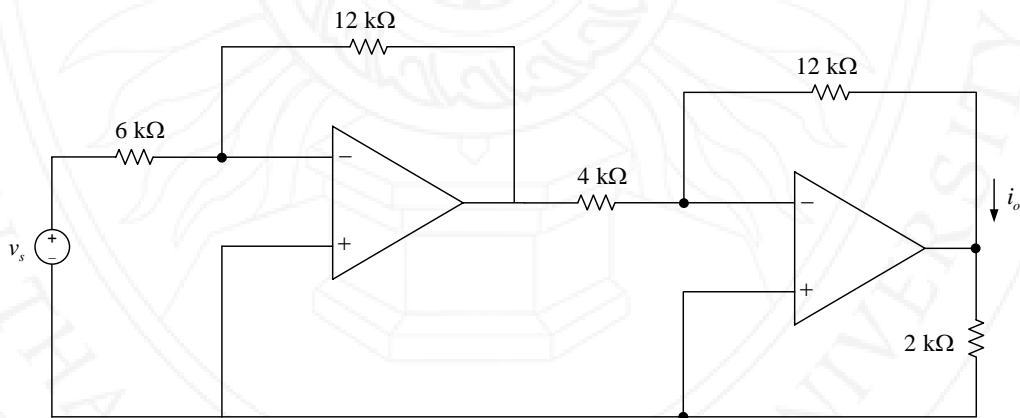


รูปที่ 5.58 วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (28) (O'Malley, 1992)

(30) จากวงจรในรูปที่ 5.59 จงคำนวณหา v_o เมื่อกำหนดให้

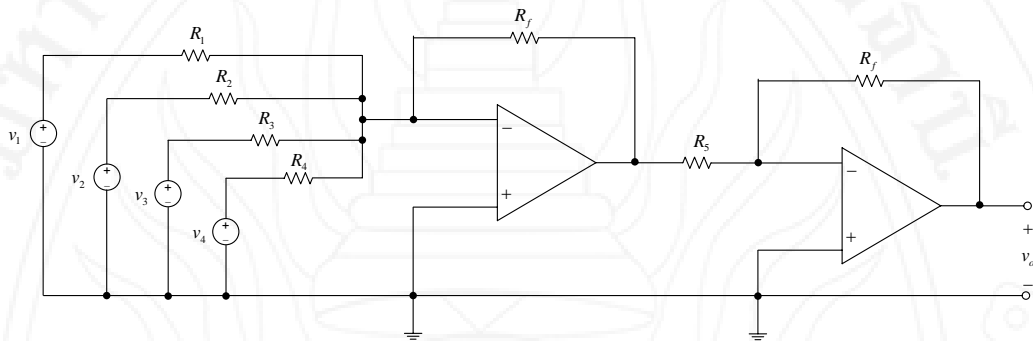
(ก) $v_s = 12 \text{ mV}$

(ข) $v_s = 10\cos(377t)2 \text{ m}$



รูปที่ 5.59 วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (30) (Alexander & Sadiku, 2004)

- (31) สะพานแห่งหนึ่ง อนุญาตให้รถยนต์ 4 ล้อที่มีน้ำหนักไม่เกิน 1600 กิโลกรัม วิ่งผ่านได้ ระบบชั่งน้ำหนักใช้แทนชั่งน้ำหนักรองรับล้อรถยนต์ 4 ล้อ น้ำหนักจากแต่ละล้อจะให้กำเนิดสัญญาณแรงดัน 1 mV/kg จงออกแบบเลือกค่าความต้านทานสำหรับวงจรชั่งน้ำหนักรถยนต์ในรูปที่ 5.60 เพื่อนำไปแสดงผลที่มิเตอร์ดิจิตัล



รูปที่ 5.60 วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (31) (Hayt, Kemmerly, & Durbin, 2007)

5.11 เอกสารอ้างอิง

- Alexander, C. K., & Sadiku, M. N. O. (2004). *Fundamentals of electric circuits* (2nd ed.). Boston: McGraw-Hill.
- Alexander, C. K., & Sadiku, M. N. O. (2009). *Fundamentals of electric circuits* (4 ed.). New York: McGraw-Hill.
- Franco, S. (1995). *Electric Circuits Fundamentals*. Florida: Saunders College Publishing.
- Hayt, W. H., Jr., Kemmerly, J. E., Jr., & Durbin, S. M. (2007). *Engineering Circuit Analysis* (7 ed.). New York: McGraw-Hill.
- Nilsson, J. W., & Riedel, S. A. (2008). *Electric Circuits* (8 ed.). Upper Saddle River, NJ: Pearson Education, Inc.
- Nilsson, J. W., & Riedel, S. A. (2011). *Electric Cricuits* (9 ed.). Upper Saddle River, N.J.: Prentice Hall.
- O'Malley, J. (1992). *Theory and problems of basic circuit analysis* (2 ed.). New York: McGraw-Hill.
- Rizzoni, G., & Hartley, T. T. (2000). *Principles and applications of electrical engineering* (Vol. 3). New York: McGraw Hill.

แผนบริหารการสอนประจำบทที่ 6 ตัวเก็บประจุและตัวเหนี่ยวนำ

หัวข้อเนื้อหา

- 1) บทนำ
- 2) ตัวเก็บประจุ
- 3) การต่อตัวเก็บประจุแบบอนุกรมและขนาน
- 4) ตัวเหนี่ยวนำ
- 5) การต่อตัวเหนี่ยวนำแบบอนุกรมและขนาน
- 6) บทสรุป
- 7) แบบฝึกหัด

วัตถุประสงค์เชิงพฤติกรรม

- 1) อธิบายลักษณะเฉพาะของตัวเก็บประจุและตัวเหนี่ยวนำได้
- 2) อธิบายลักษณะเฉพาะพร้อมทั้งคำนวณหากระแสและแรงดันของตัวเก็บประจุได้
- 3) อธิบายลักษณะเฉพาะพร้อมทั้งคำนวณหากระแสและแรงดันของตัวเหนี่ยวนำได้
- 4) อธิบายขั้นตอนและคำนวณหาความจุสมมูลในวงจรไฟฟ้าได้
- 5) อธิบายขั้นตอนและคำนวณหาความเหนี่ยวนำสมมูลในวงจรไฟฟ้าได้
- 6) อธิบายลักษณะเฉพาะพร้อมทั้งคำนวณหาพลังงานของตัวเก็บประจุได้
- 7) อธิบายลักษณะเฉพาะพร้อมทั้งคำนวณหาพลังงานของตัวเหนี่ยวนำได้

วิธีสอนและกิจกรรม

1) แนะนำเข้าสู่บทเรียน อธิบายเกี่ยวกับลักษณะเฉพาะของตัวเก็บประจุ ตัวเหนี่ยวนำ ความสัมพันธ์ระหว่างกระแสและแรงดัน ความจุสมมูลและความเหนี่ยวนำสมมูลในวงจรไฟฟ้า พลังงานในตัวเก็บประจุและตัวเหนี่ยวนำ ด้วยการอธิบายบนกระดานหน้าชั้นเรียน ประกอบกับการนำเสนอด้วยแผ่นภาพเลื่อน แผ่นใส รูปภาพ แผนภูมิ หรือวีดิทัศน์ พร้อมทั้งแสดงตัวอย่างวิถีคิดหรือขั้นตอนการคำนวณบนหน้ากระดาน หรือจอภาพหน้าชั้นเรียน

2) แบ่งนักศึกษาออกเป็น 5 กลุ่ม มอบหมายให้แต่ละกลุ่มศึกษาอุปกรณ์ วีดิทัศน์ รูปภาพ บทนิยาม และสมการ พร้อมทั้งแลกเปลี่ยนความคิดเห็น อภิปราย หรือร่วมมือกันคำนวณปริมาณทาง

ไฟฟ้าด้วยขั้นตอนที่เหมาะสม แต่งตั้งตัวแทนกลุ่มนำเสนอผลการศึกษาด้วยวาจา และตอบข้อซักถามของเพื่อนร่วมห้องหน้าชั้นเรียน

3) เปิดโอกาสให้นักศึกษาร่วมอภิปรายเนื้อหา ผลการคิด หรือการคำนวณ สอบถามข้อสงสัย พร้อมทั้งตอบข้อซักถามและสรุปผลโดยอาจารย์ผู้สอน

4) คัดเลือกโจทย์ปัญหาที่เหมาะสม มอบหมายให้นักศึกษาไปฝึกหัดแก้โจทย์ปัญหาโจทย์นอกห้องเรียน และส่งรายงานผลการศึกษาหรือคำนวณแก่อาจารย์ผู้สอนในการเรียนครั้งถัดไป

สื่อการเรียนการสอน

- 1) เอกสารประกอบการสอน
- 2) ตำราภาษาไทยและภาษาอังกฤษ
- 3) โปรแกรม MATLAB PSIM หรือ Proteus
- 4) คอมพิวเตอร์

การวัดผลและการประเมินผล

การวัดผล

- 1) จากการเข้าเรียนตรงต่อเวลา
- 2) จากการสังเกตการเข้าร่วมกิจกรรมกลุ่ม
- 3) จากการถาม-ตอบ
- 4) จากผลการทำแบบฝึกหัดท้ายบท หรือโจทย์ปัญหาที่ได้รับมอบหมาย

การประเมินผล

- 1) ทำกิจกรรมกลุ่มเสร็จตามเวลาที่กำหนด
- 2) ทำแบบฝึกหัดท้ายบท หรือโจทย์ปัญหาที่ได้รับมอบหมายด้วยตนเอง และมี

ความถูกต้องไม่น้อยกว่า 80%

บทที่ 6

ตัวเก็บประจุและตัวเหนี่ยวนำ

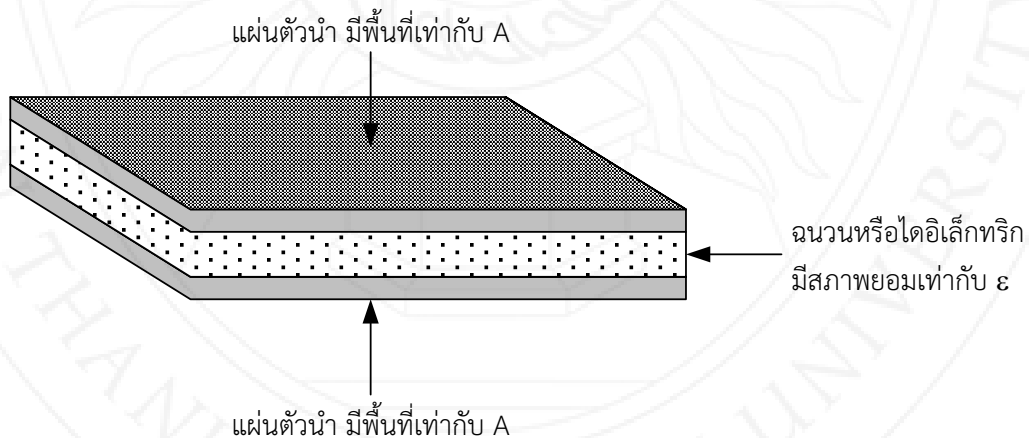
6.1 บทนำ

เนื้อหาในบทนี้กล่าวถึงองค์ประกอบพาสซีฟที่มีชื่อเรียกว่า ตัวเก็บประจุ และตัวเหนี่ยวนำ องค์ประกอบทั้งสองนี้สามารถสะสมและจ่ายพลังงานค่าจำกัดได้ ความสัมพันธ์ระหว่างแรงดันกระแสในตัวต้านทาน เป็นฟังก์ชันเชิงเส้นแปรผันตามกฎของโอห์ม แต่สำหรับตัวเก็บประจุและตัวเหนี่ยวนำ อยู่ในพจน์ของสมการเชิงอนุพันธ์และปริพันธ์ ดังนั้น พื้นฐานความรู้เกี่ยวกับแคลคูลัสในเนื้อหา ดังกล่าวนี้ เป็นสิ่งที่จะต้องประยุกต์ใช้เพื่อวิเคราะห์วงจรไฟฟ้า ที่มีตัวเก็บประจุและเหนี่ยวนำเป็นองค์ประกอบ

6.2 ตัวเก็บประจุ

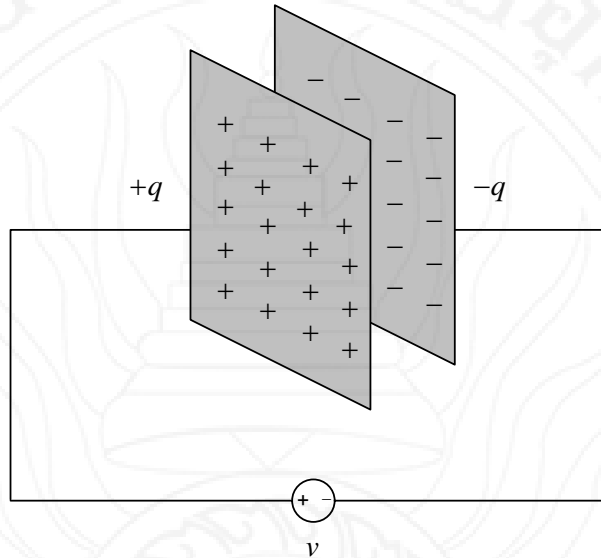
ตัวเก็บประจุเป็นองค์ประกอบวงจรที่สะสมพลังงานในรูปแบบของสนามไฟฟ้า เป็นองค์ประกอบที่สำคัญในวงจรอิเล็กทรอนิกส์ การสื่อสาร คอมพิวเตอร์ และระบบไฟฟ้ากำลัง โครงสร้างทั่วไปของตัวเก็บประจุแสดงในรูปที่ 6.1 โดยมีรายละเอียดเกี่ยวกับโครงสร้างดังนี้ (Alexander & Sadiku, 2009)

ตัวเก็บประจุ ประกอบไปแผ่นตัวนำสองแผ่นที่ถูกคั่นกลางด้วยฉนวนหรือไดอิเล็กทริก



รูปที่ 6.1 โครงสร้างทั่วไปของตัวเก็บประจุ

เมื่อตัวเก็บประจุถูกจ่ายกำลังไฟฟ้าจากแหล่งกำเนิดแรงดัน v ส่งผลให้เกิดประจุขั้วตรงกันข้ามบนแผ่นตัวนำทั้งสองแผ่น ดังแสดงในรูปที่ 6.2 เป็นสถานะที่ตัวเก็บประจุสะสมพลังงานในรูปของประจุ



รูปที่ 6.2 โครงสร้างทั่วไปของตัวเก็บประจุ

ค่าของประจุแปรผันตรงกับค่าความจุตั้งสมการที่ (6.1)

$$q = Cv \quad (6.1)$$

C คือ ความจุ มีหน่วยเป็นฟารัด (F) บทนิยามของความจุซึ่งอ้างอิงจากสมการที่ (6.1) คือ (Alexander & Sadiku, 2009)

ความจุ คือ อัตราส่วนระหว่างค่าประจุของแผ่นตัวนำแผ่นใดแผ่นหนึ่ง ต่อค่าแรงดันตกคร่อมแผ่นตัวนำทั้งสองแผ่น หน่วยวัดของความจุคือ ฟารัด (F)

ตัวเก็บประจุถูกจำแนกออกเป็น 2 ชนิด คือ ตัวเก็บประจุคงที่ และตัวเก็บประจุแปรค่าได้ สัญลักษณ์ของตัวเก็บประจุชนิดค่าความจุคงที่แสดงในรูปที่ 6.3 และชนิดแปรค่าความจุได้แสดงในรูปที่ 6.4 สัญลักษณ์ตัวเก็บประจุในรูปที่ 6.3-(ก) และรูปที่ 6.4-(ก) เป็นชนิดที่ระบุขั้ว + และ - เพื่อการเชื่อมต่อกับวงจรให้ถูกต้อง สัญลักษณ์ของตัวเก็บประจุที่ไม่ระบุขั้วแสดงในรูปที่ 6.3-(ข) และรูปที่ 6.4-(ข) การประยุกต์ใช้งานสำหรับตัวเก็บประจุทั้งสองชนิดนี้ จะแตกต่างกันตามลักษณะของวงจรที่ถูกนำไปใช้งาน ตัวเก็บประจุชนิดระบุขั้วใช้งานกับวงจรกระแสตรง ในขณะที่ตัวเก็บประจุชนิดไม่ระบุขั้วใช้งานกับวงจรกระแสสลับ



รูปที่ 6.3 สัญลักษณ์ตัวเก็บประจุชนิดความจุคงที่



รูปที่ 6.4 สัญลักษณ์ตัวเก็บประจุชนิดแปรค่าความจุได้

ตัวอย่างตัวเก็บประจุที่มีการนำมาประยุกต์ใช้งานโดยทั่วไปแสดงในรูปที่ 6.5



รูปที่ 6.5 ตัวอย่างตัวเก็บประจุ

- (ก) ตัวเก็บประจุอิเล็กโทรไลต์ (ที่มา: <https://content.solarbotics.com/products/photos/d33c36b1b5fc2cb13295c76acbf4caae/lrg/cp4700-16v.jpg>, สืบค้นเมื่อ 22 กรกฎาคม 2555)
- (ข) ตัวเก็บประจุเซรามิก (ที่มา: <http://www.capacitorguide.com/wp-content/uploads/ceramic-capacitors.png>, สืบค้นเมื่อ 22 กรกฎาคม 2555)
- (ค) ตัวเก็บประจุไฟฟ้าแรงสูง (ที่มา: http://img.diytrade.com/cdimg/1453629/21890277/0/1307768080/High_Voltage_Capacitor.jpg, สืบค้นเมื่อ 22 กรกฎาคม 2555)

หาอนุพันธ์สมการที่ (6.1) ทั้งสองข้างจะได้

$$\frac{dq}{dt} = \frac{d}{dt} C v \quad (6.2)$$

แทนค่า $i = \frac{dq}{dt}$ ลงในสมการที่ (6.2) จะได้

$$i = C \frac{dv}{dt} \quad (6.3)$$

สมการที่ (6.3) คือสมการคำนวณหากระแสไหลผ่านตัวเก็บประจุ เมื่อพิจารณาพจน์อนุพันธ์ของฟังก์ชันแรงดันตกคร่อมตัวเก็บประจุ ส่งผลให้ตัวเก็บประจุมีคุณสมบัติดังต่อไปนี้

- 1) ตัวเก็บประจุจะอยู่ในสถานะเปิดวงจรเมื่ออยู่ในวงจรไฟฟ้ากระแสตรง กรณีที่แรงดันในวงจรไฟฟ้าเป็นกระแสตรง แรงดันตกคร่อมตัวเก็บประจุเป็นค่าคงที่ ดังนั้น อนุพันธ์ของแรงดันจึงมีค่าเท่ากับศูนย์ ส่งผลให้กระแสในสมการที่ (6.3) มีค่าเท่ากับศูนย์ด้วย ทำให้สามารถสรุปได้ว่า ตัวเก็บประจุอยู่ในสถานะเปิดวงจร กระแสจึงไม่สามารถไหลผ่านได้
- 2) แรงดันตกคร่อมตัวเก็บประจุไม่สามารถเปลี่ยนแปลงค่าได้โดยทันที สมมติว่าอนุพันธ์ของแรงดันในสมการที่ (6.3) มีค่าเท่ากับ 10 V/s หากต้องการเปลี่ยนค่าดังกล่าวให้มีค่าเท่ากับ 1,000 V/s โดยทันที แสดงว่ากระแสที่จ่ายให้ตัวเก็บประจุต้องมีค่าเพิ่มขึ้นถึง 100 เท่าโดยทันทีเช่นกัน ซึ่งในทางปฏิบัติเป็นสิ่งที่ไม่สามารถทำได้

คุณสมบัติ 2 ข้างต้น เป็นเงื่อนไขที่สำคัญมากสำหรับการวิเคราะห์วงจรในสถานะชั่วคราว ซึ่งจะได้กล่าวถึงโดยละเอียดในบทที่ 7 และบทที่ 8

สมการคำนวณหาแรงดันตกคร่อมตัวเก็บประจุ สามารถวิเคราะห์หาได้จากการหาปริพันธ์ทั้งสองข้างกับสมการที่ (6.3) ได้ผลลัพธ์ดังนี้

$$\int_0^t i dt = \int_0^t C \frac{dv}{dt} dt = C \int_0^t dv = C v \Big|_0^t = C \{v(t) - v(t_0)\}$$

$$v(t) - v(t_0) = \frac{1}{C} \int_0^t i dt \quad (6.4)$$

ดังนั้น แรงดันตกคร่อมตัวเก็บประจุที่เวลา t ใด ๆ โดยเริ่มต้นการคำนวณจากเวลา t_0 คือ

$$v = \frac{1}{C} \int_{t_0}^t i dt + v(t_0) \tag{6.5}$$

เมื่อ t_0 คือ เวลาเริ่มต้น โดยทั่วไปกำหนดให้ $t_0 = 0$ s

กำลังบิดดลในตัวเก็บประจุที่เวลา t ใด ๆ คือ

$$p = vi = v \left(C \frac{dv}{dt} \right) = Cv \frac{dv}{dt} \tag{6.6}$$

พลังงานสะสมในช่วงเวลา $-\infty$ ถึง t คือ

$$w = C \int_{-\infty}^t v \frac{dv}{dt} dt = C \int_{-\infty}^t v dv = C \frac{v^2}{2} \Big|_{-\infty}^t = \frac{C}{2} \{v^2(t) - v^2(-\infty)\} \tag{6.7}$$

เนื่องจากที่เวลา $-\infty$ ตัวเก็บประจุไม่ถูกอัดประจุ ดังนั้น $v(-\infty) = 0$ V เมื่อแทนในสมการที่ (6.7) จะได้สมการคำนวณพลังงานสะสมในตัวเก็บประจุดังนี้

$$w = \frac{1}{2} Cv^2 \tag{6.8}$$

ค่าพลังงานในสมการที่ (6.8) จะถูกสะสมในรูปของสนามไฟฟ้า ที่ตำแหน่งระหว่างแผ่นตัวนำทั้งสองของตัวเก็บประจุ ซึ่งลักษณะดังกล่าวนี้เป็นการสะสมพลังงาน ไม่ใช่การดูดกลืนพลังงานเหมือนตัวต้านทาน

ตัวอย่างที่ 6.1

กำหนดให้ฟังก์ชันของแรงดันตกคร่อมตัวเก็บประจุ $0.5 \mu\text{F}$ คือ (Nilsson & Riedel, 2011)

$$v(t) = \begin{cases} 0 & t \leq 0 \text{ s} \\ 4t \text{ V} & 0 < t \leq 1 \text{ s} \\ 4e^{-(t-1)} \text{ V} & t > 1 \text{ s} \end{cases}$$

- (ก) จงวิเคราะห์หากระแส กำลัง และพลังงานของตัวเก็บประจุ
 (ข) จงวาดกราฟกระแส กำลัง และพลังงาน เทียบกับเวลา
 (ค) จงระบุช่วงเวลาที่ตัวเก็บประจุเริ่มสะสมพลังงาน
 (ง) จงระบุช่วงเวลาที่ตัวเก็บประจุเริ่มจ่ายพลังงาน
 (จ) จงวิเคราะห์หาปริพันธ์ $\int_0^1 p dt$ และ $\int_1^\infty p dt$

วิธีทำ

- (ก) จากสมการที่ (6.3) พิจารณาช่วงเวลา $t \leq 0$ s จะได้

$$i_1 = C \frac{dv}{dt} = C \frac{d0}{dt} = 0 \text{ A} \quad (6.9)$$

พิจารณาช่วงเวลา $0 < t \leq 1$ s จะได้

$$i_2 = C \frac{d}{dt}(4t) = C(4) = (0.5 \times 10^{-6})(4) = 2 \mu\text{A} \quad (6.10)$$

พิจารณาช่วงเวลา $t > 1$ s จะได้

$$i_3 = C \frac{d}{dt}(4e^{-(t-1)}) = (0.5 \times 10^{-6})(4) \{e^{-(t-1)}(-1)\} = -2e^{-(t-1)} \mu\text{A} \quad (6.11)$$

ดังนั้น นิพจน์กระแสสำหรับทั้ง 3 ช่วงเวลาคือ

$$i = \begin{cases} 0 \text{ A}, & t \leq 0 \text{ s} \\ 2 \mu\text{A} & 0 < t \leq 1 \text{ s} \\ -2e^{-(t-1)} \mu\text{A} & t > 1 \text{ s} \end{cases} \quad \text{ตอบ}$$

คำนวณนิพจน์ของกำลังจากสมการ $p = vi$ ดังนั้น ผลลัพธ์ที่ได้คือ

$$p = vi = \begin{cases} 0 \times 0 \\ (4t)(2 \times 10^{-6}) \\ (4e^{-(t-1)})(-2e^{-(t-1)} \times 10^{-6}) \end{cases} = \begin{cases} 0 \text{ W}, & t \leq 0 \text{ s} \\ 8t \mu\text{W} & 0 < t \leq 1 \text{ s} \\ -8e^{-2(t-1)} \mu\text{W} & t > 1 \text{ s} \end{cases} \quad \text{ตอบ}$$

จากสมการที่ (6.7) พิจารณาช่วงเวลา $t \leq 0$ s จะได้

$$w_1 = \int p dt = \int 0 dt = 0 \text{ J} \quad (6.12)$$

จากสมการที่ (6.7) พิจารณาช่วงเวลา $0 < t \leq 1$ s จะได้

$$w_2 = \int (8t \times 10^{-6}) dt = 8 \times 10^{-6} \int t dt = 8 \times 10^{-6} \left(\frac{t^2}{2} \right) = 4t^2 \mu\text{J} \quad (6.13)$$

จากสมการที่ (6.7) พิจารณาช่วงเวลา $t > 1$ s จะได้

$$\begin{aligned} w_3 &= \int (-8e^{-2(t-1)} \times 10^{-6}) dt \\ &= -8 \times 10^{-6} \int e^{-2(t-1)} dt \\ &= -8 \times 10^{-6} \left(\frac{e^{-2(t-1)}}{-2} \right) \\ &= 4e^{-2(t-1)} \mu\text{J} \end{aligned} \quad (6.14)$$

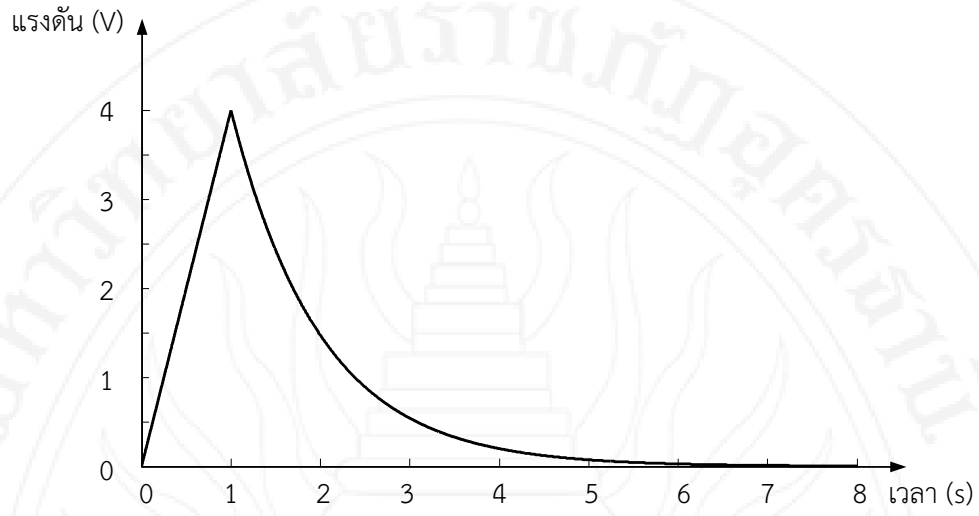
ดังนั้น นิพจน์พลังงานสำหรับทั้ง 3 ช่วงเวลาคือ

$$w = \begin{cases} 0 \mu\text{J}, & t \leq 0 \text{ s} \\ 4t^2 \mu\text{J} & 0 < t \leq 1 \text{ s} \\ 4e^{-2(t-1)} \mu\text{J} & t > 1 \text{ s} \end{cases} \quad \text{ตอบ}$$

(ข) กราฟแรงดัน กระแส กำลัง และพลังงาน แสดงในรูปที่ 6.6 - รูปที่ 6.9 ตามลำดับ

(ค) เมื่อพิจารณากระแสในรูปที่ 6.7 พบว่า ในช่วงเวลา $t = 0 - 1$ s กระแสของตัวเก็บประจุมีค่าเป็นบวก แสดงว่ารับกระแสจากแหล่งกำเนิด และสะสมพลังงาน **ตอบ**

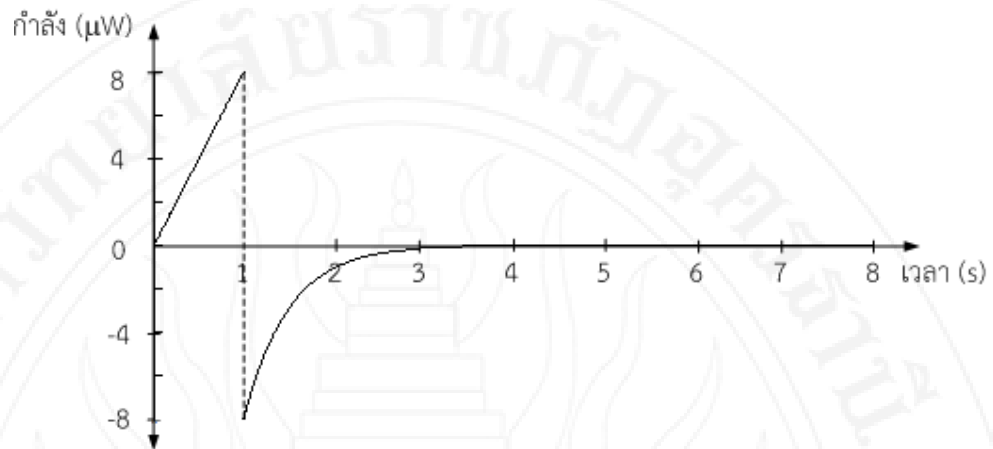
(ง) เมื่อพิจารณากระแสในรูปที่ 6.7 พบว่า ในช่วงเวลา $t > 1$ s กระแสของตัวเก็บประจุมีค่าเป็นลบ และลดลงจนเหลือค่าเท่ากับศูนย์ แสดงว่าจ่ายกระแส และจ่ายพลังงาน **ตอบ**



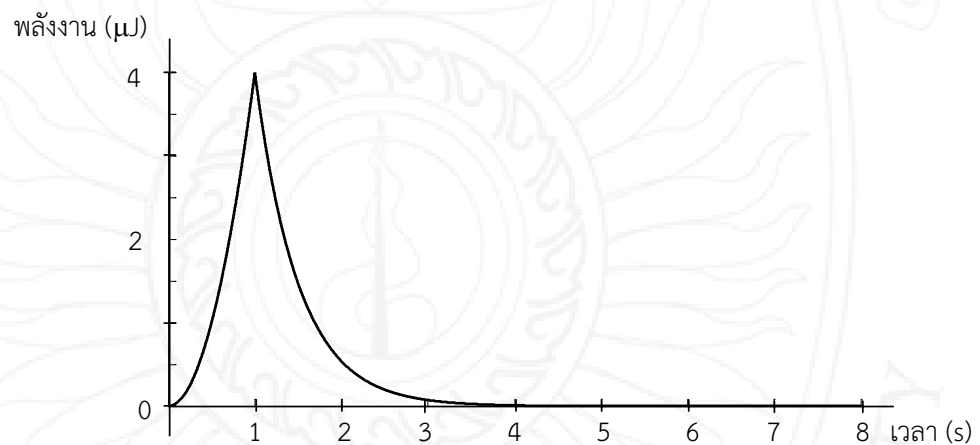
รูปที่ 6.6 แรงดัน



รูปที่ 6.7 กระแส



รูปที่ 6.8 กำลัง



รูปที่ 6.9 พลังงาน

(จ) ในช่วงเวลา $t = 0 - 1$ s นิพจน์ของกำลังคือ $8t \mu\text{W}$ ดังนั้น $\int_0^1 p dt$ มีค่าเท่ากับ

$$w = \int_0^1 (8t \times 10^{-6}) dt = 8 \times 10^{-6} \frac{t^2}{2} \Big|_0^1 = 8 \times 10^{-6} \left(\frac{1^2}{2} - \frac{0^2}{2} \right) = 4 \mu\text{J} \quad \text{ตอบ}$$

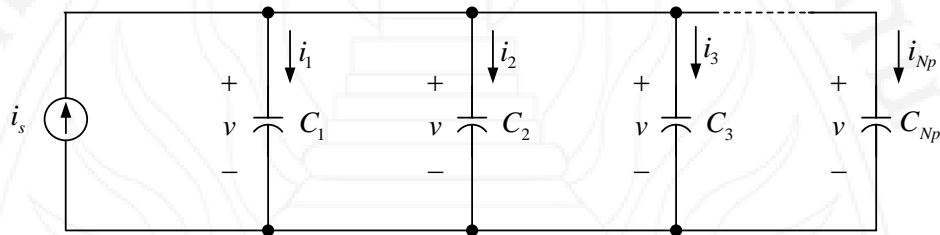
ในช่วงเวลา $t = 1 - \infty$ s นิพจน์ของกำลังคือ $-8e^{-2(t-1)} \mu\text{W}$ ดังนั้น $\int_1^\infty p dt$ มีค่าเท่ากับ

$$w = \int_1^\infty (-8e^{-2(t-1)} \times 10^{-6}) dt = \frac{-8 \times 10^{-6}}{-2} e^{-2(t-1)} \Big|_1^\infty = 4 \times 10^{-6} (e^{-2(\infty-1)} - e^{-2(1-1)}) = -4 \mu\text{J} \quad \text{ตอบ}$$

6.3 การต่อตัวเก็บประจุแบบอนุกรมและขนาน

การวิเคราะห์หาสมการคำนวณความจุสมมูล สำหรับตัวเก็บประจุที่ต่อแบบขนานและอนุกรม ใช้กฎแรงดันและกฎกระแสของเคอร์ชอฟฟ์เหมือนวงจรตัวต้านทานทุกประการ พิจารณาตัวเก็บประจุที่ต่อแบบขนานในรูปที่ 6.10 สมการตามกฎกระแสของเคอร์ชอฟฟ์คือ

$$i_s - i_1 - i_2 - i_3 - \dots - i_{Np} = 0 \quad (6.15)$$



รูปที่ 6.10 ตัวเก็บประจุต่อแบบขนาน

เนื่องจากตัวเก็บประจุต่อกันแบบขนาน แรงดันตกคร่อมตัวเก็บประจุจึงมีค่าเท่ากันทั้งหมด แทนค่า

$i = C \frac{dv}{dt}$ ในสมการที่ (6.15) จะได้

$$\begin{aligned} i_s - C_1 \frac{dv}{dt} - C_2 \frac{dv}{dt} - C_3 \frac{dv}{dt} - \dots - C_{Np} \frac{dv}{dt} &= 0 \\ i_s - (C_1 + C_2 + C_3 + \dots + C_{Np}) \frac{dv}{dt} &= 0 \\ i_s - C_{eq} \frac{dv}{dt} &= 0 \end{aligned} \quad (6.16)$$

จากสมการที่ (6.16) สมการคำนวณหาความจุสมมูลของตัวเก็บประจุต่อแบบขนานคือ

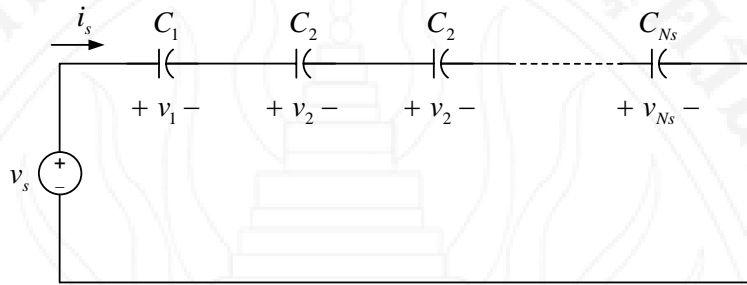
$$C_{eq} = C_1 + C_2 + C_3 + \dots + C_{Np} \quad (6.17)$$

เมื่อ Np คือจำนวนตัวต้านทานที่ต่อขนานกัน จากสมการที่ (6.17) สามารถเขียนอธิบายการคำนวณหาความจุสมมูลของตัวเก็บประจุต่อแบบขนานได้ดังนี้ (Alexander & Sadiku, 2009)

ความจุสมมูลของตัวเก็บประจุที่ต่อแบบขนาน มีค่าเท่ากับผลรวมของค่าความจุของตัวเก็บประจุที่ต่อกันแบบขนานทั้งหมด

พิจารณาตัวเก็บประจุที่ต่อแบบอนุกรมในรูปที่ 6.10 สมการตามกฎแรงดันของเคอร์ชอฟฟ์คือ

$$-v_s + v_1 + v_2 + v_3 + \dots + v_{N_s} = 0 \tag{6.18}$$



รูปที่ 6.11 ตัวเก็บประจุต่อแบบอนุกรม

เนื่องจากตัวเก็บประจุต่อกันแบบอนุกรม ดังนั้น กระแสไหลผ่านตัวเก็บประจุจึงมีค่าเท่ากันทั้งหมด

แทนค่า $v = \frac{1}{C} \int_0^t i_s dt + v(t_0)$ ในสมการที่ (6.18) จะได้

$$\begin{aligned} -v_s + \left\{ \frac{1}{C_1} \int_0^t i_s dt + v_1(t_0) \right\} + \left\{ \frac{1}{C_2} \int_0^t i_s dt + v_2(t_0) \right\} + \left\{ \frac{1}{C_3} \int_0^t i_s dt + v_3(t_0) \right\} + \\ \dots + \left\{ \frac{1}{C_{N_s}} \int_0^t i_s dt + v_{N_s}(t_0) \right\} &= 0 \\ -v_s + \left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} + \dots + \frac{1}{C_{N_s}} \right) \int_0^t i_s dt \\ + v_1(t_0) + v_2(t_0) + v_3(t_0) + \dots + v_{N_s}(t_0) &= 0 \\ -v_s + \frac{1}{C_{eq}} \int_0^t i_s dt + v_1(t_0) + v_2(t_0) + v_3(t_0) + \dots + v_{N_s}(t_0) &= 0 \end{aligned} \tag{6.19}$$

จากสมการที่ (6.19) สมการคำนวณหาความจุสมมูลของตัวเก็บประจุต่อแบบอนุกรมคือ

$$C_{eq} = \frac{1}{\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} + \dots + \frac{1}{C_{N_s}}} \tag{6.20}$$

เมื่อ N_s คือจำนวนตัวต้านทานที่ต่อกันแบบอนุกรม จากสมการที่ (6.20) สามารถเขียนอธิบายการคำนวณหาความจุสมมูลของตัวเก็บประจุต่อแบบอนุกรมได้ดังนี้ (Alexander & Sadiku, 2009)

ความจุสมมูลของตัวเก็บประจุที่ต่อแบบอนุกรม มีค่าเท่ากับส่วนกลับของผลรวมของส่วนกลับค่าความจุของตัวเก็บประจุที่ต่อกันแบบอนุกรมทั้งหมด

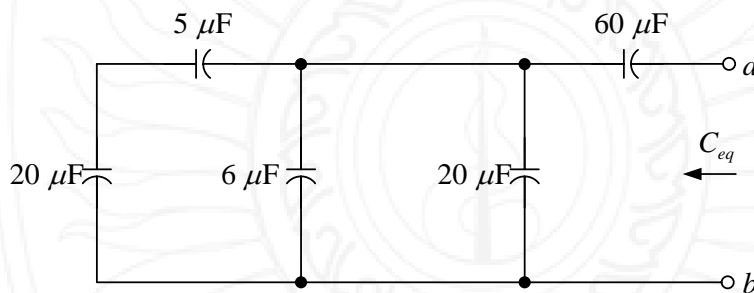
สำหรับกรณีที่มีตัวเก็บประจุ 2 ตัวต่อกันแบบอนุกรม ความจุสมมูลมีค่าเท่ากับ

$$C_{eq} = \frac{1}{\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}} = \frac{1}{\frac{C_2 + C_1}{C_1 C_2}} = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} \quad (6.21)$$

เมื่อพิจารณาสมการที่ (6.21) พบว่า คล้ายคลึงกับสมการคำนวณความต้านทานสมมูล สำหรับตัวต้านทาน 2 ตัวที่ต่อกันแบบขนาน

ตัวอย่างที่ 6.2

จากวงจรในรูปที่ 6.12 จงคำนวณหาความจุสมมูล C_{eq} ระหว่างขั้ว $a-b$



รูปที่ 6.12 วงจรสำหรับตัวอย่างที่ 6.2 (Alexander & Sadiku, 2009)

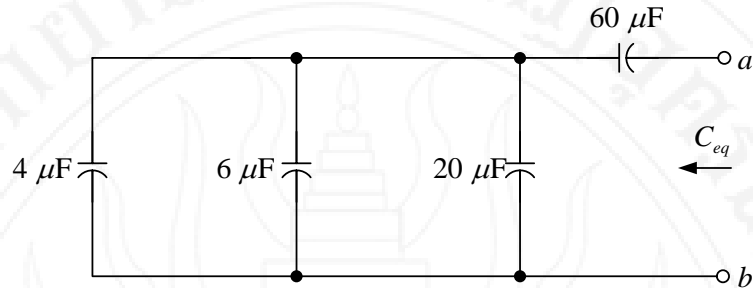
วิธีทำ

คำนวณหาความจุสมมูลสำหรับ $20 \mu\text{F}$ และ $5 \mu\text{F}$ ซึ่งต่อแบบอนุกรมด้วยสมการที่ (6.21) ได้ผลลัพธ์ดังสมการที่ (6.22) และโทพออลยีของวงจรผลลัพธ์แสดงในรูปที่ 6.13

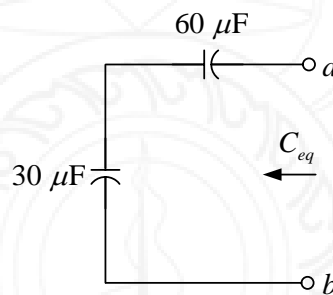
$$C_{eq1} = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} = \frac{(20 \times 10^{-6})(5 \times 10^{-6})}{20 \times 10^{-6} + 5 \times 10^{-6}} = 4 \mu\text{F} \quad (6.22)$$

คำนวณหาความจุสมมูลสำหรับ $4 \mu\text{F}$ $6 \mu\text{F}$ และ $20 \mu\text{F}$ ซึ่งต่อแบบขนานด้วยสมการที่ (6.17) ได้ผลลัพธ์ดังสมการที่ (6.23) และโทพออลยีของวงจรผลลัพธ์แสดงในรูปที่ 6.14

$$C_{eq2} = C_1 + C_2 + C_3 = 4 \times 10^{-6} + 6 \times 10^{-6} + 20 \times 10^{-6} = 30 \mu\text{F} \quad (6.23)$$



รูปที่ 6.13 ทอพอโลยีของวงจรเมื่อยุบรวม $20 \mu\text{F}$ และ $5 \mu\text{F}$



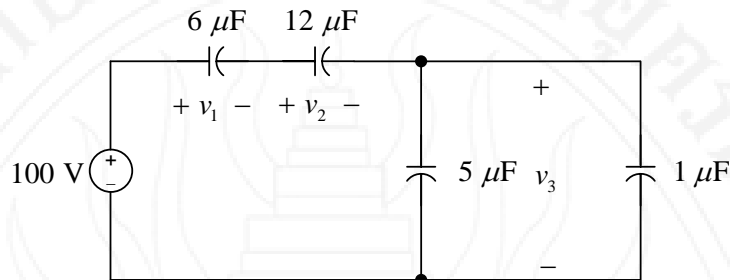
รูปที่ 6.14 ทอพอโลยีของวงจรเมื่อยุบรวม $4 \mu\text{F}$ $6 \mu\text{F}$ และ $20 \mu\text{F}$

คำนวณหาความจุสมมูลสำหรับ $30 \mu\text{F}$ และ $60 \mu\text{F}$ ซึ่งต่อแบบอนุกรมด้วยสมการที่ (6.21) จะได้ความจุสมมูลระหว่างขั้ว $a-b$ เท่ากับ

$$C_{eq} = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} = \frac{(30 \times 10^{-6})(60 \times 10^{-6})}{30 \times 10^{-6} + 60 \times 10^{-6}} = 20 \mu\text{F} \quad \text{ตอบ}$$

ตัวอย่างที่ 6.3

จากวงจรในรูปที่ 6.15 จงคำนวณหาแรงดันตกคร่อมตัวเก็บประจุทั้งหมด (O'Malley, 1992)

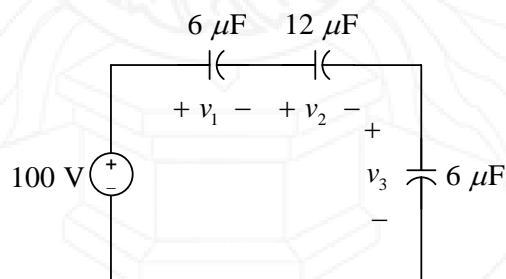


รูปที่ 6.15 วงจรสำหรับตัวอย่างที่ 6.3

วิธีทำ

เมื่อพิจารณาวงจรในรูปที่ 6.15 พบว่า หากยุบรวมให้ $5 \mu\text{F}$ และ $1 \mu\text{F}$ มาต่ออนุกรมกับ $6 \mu\text{F}$ และ $12 \mu\text{F}$ กระแสที่ไหลผ่านตัวเก็บประจุทุกตัวจะมีค่าเท่ากัน หรือประจุมีค่าเท่ากันนั่นเอง ดังนั้นต้องหาค่าความจุสมมูลของวงจร คำนวณหาประจุ และคำนวณหาแรงดันตกคร่อมตัวเก็บประจุในขั้นตอนสุดท้าย ความจุสมมูลระหว่าง $5 \mu\text{F}$ และ $1 \mu\text{F}$ มีค่าดังสมการที่ (6.24) และทอพอโลยีของวงจรสมมูลแสดงในรูปที่ 6.16

$$C_{eq1} = C_1 + C_2 = 5 \times 10^{-6} + 1 \times 10^{-6} = 6 \mu\text{F} \quad (6.24)$$

รูปที่ 6.16 ทอพอโลยีของวงจรเมื่อยุบรวม $5 \mu\text{F}$ และ $1 \mu\text{F}$

คำนวณหาความจุสมมูลสำหรับ $6 \mu\text{F}$ $12 \mu\text{F}$ และ $6 \mu\text{F}$ ซึ่งต่อแบบอนุกรมด้วยสมการที่ (6.20) ได้ผลลัพธ์ดังสมการที่ (6.25)

$$C_{eq} = \frac{1}{\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}} = \frac{1}{\frac{1}{6 \times 10^{-6}} + \frac{1}{12 \times 10^{-6}} + \frac{1}{6 \times 10^{-6}}} = 2.4 \mu\text{F} \quad (6.25)$$

จากสมการที่ (6.1) ประจุรวมของความจุสมมูลมีค่าเท่ากับ

$$q = C_{eq} v = (2.4 \times 10^{-6})(100) = 240 \mu\text{C} \quad (6.26)$$

ตัวเก็บประจุที่ต่อกันแบบอนุกรมจะมีประจุเท่ากัน ดังนั้น แรงดันตกคร่อม v_1 v_2 และ v_3 มีค่าเท่ากัน

$$v_1 = \frac{q}{C_1} = \frac{240 \times 10^{-6}}{6 \times 10^{-6}} = 40 \text{ V} \quad \text{ตอบ}$$

$$v_2 = \frac{q}{C_2} = \frac{240 \times 10^{-6}}{12 \times 10^{-6}} = 20 \text{ V} \quad \text{ตอบ}$$

$$v_3 = \frac{q}{C_3} = \frac{240 \times 10^{-6}}{6 \times 10^{-6}} = 40 \text{ V} \quad \text{ตอบ}$$

6.4 ตัวเหนี่ยวนำ

ตัวเก็บเหนี่ยวนำเป็นองค์ประกอบพาสซีฟที่สะสมพลังงานในรูปแบบของสนามแม่เหล็กไฟฟ้า เป็นองค์ประกอบที่สำคัญในวงจรอิเล็กทรอนิกส์ การสื่อสาร คอมพิวเตอร์ และระบบไฟฟ้ากำลัง เช่นเดียวกับกับตัวเก็บประจุ แม้ว่าตัวนำทุกชนิดจะมีความเหนี่ยวนำผสมอยู่ แต่โครงสร้างทั่วไปของตัวเหนี่ยวนำจะประกอบไปด้วยแกนเหล็กที่ถูกพันรอบ ๆ ด้วยตัวนำ ดังแสดงในรูปที่ 6.17 (Alexander & Sadiku, 2009)

ตัวเหนี่ยวนำ ประกอบไปด้วยแกนเหล็กที่ถูกพันรอบ ๆ ด้วยตัวนำ

เมื่อมีกระแส i ไหลผ่านตัวเหนี่ยวนำ จะเกิดแรงดัน v ตกคร่อมดังสมการที่ (6.27)

$$v = L \frac{di}{dt} \quad (6.27)$$

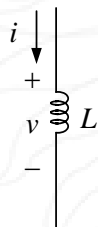
เมื่อ L คือ ความเหนี่ยวนำ หน่วยวัดคือ เฮนรี่ (H)



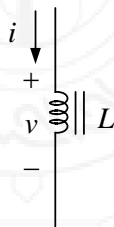
รูปที่ 6.17 โครงสร้างทั่วไปของตัวเหนี่ยวนำ (ที่มา:

http://www.bizrice.com/upload/20120523/inductor_filter_coil.jpg, สืบค้นเมื่อ 23 กรกฎาคม 2555)

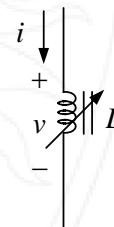
ตัวเหนี่ยวนำถูกจำแนกออกเป็น 2 ชนิด คือ ตัวเหนี่ยวนำคงที่ และตัวเหนี่ยวนำแปรค่าได้ ดังแสดงในรูปที่ 6.18



(ก)



(ข)



(ค)

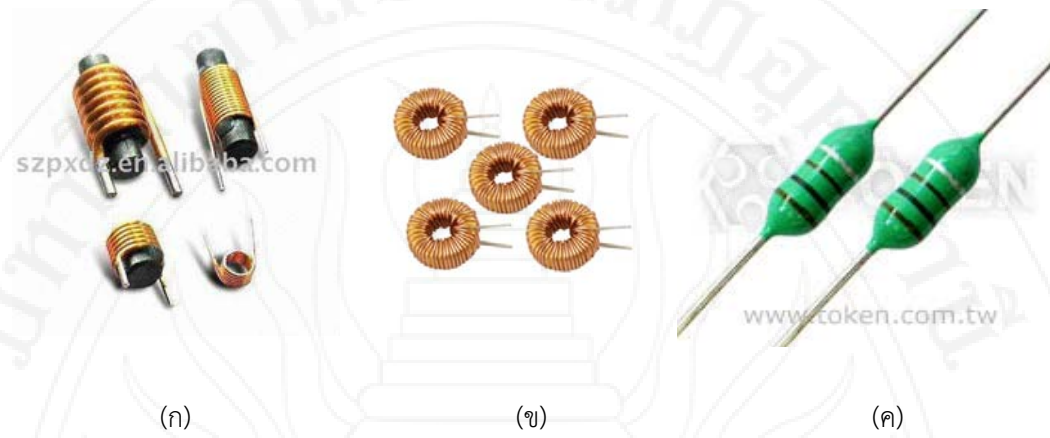
รูปที่ 6.18 สัญลักษณ์ตัวเหนี่ยวนำ (Alexander & Sadiku, 2009)

(ก) ตัวเหนี่ยวนำแกนอากาศ

(ข) ตัวเหนี่ยวนำแกนเหล็ก

(ค) ตัวเหนี่ยวนำแกนเหล็กชนิดแปรค่าได้

ตัวอย่างตัวเหนี่ยวนำที่มีการนำมาประยุกต์ใช้งานโดยทั่วไปแสดงในรูปที่ 6.19



รูปที่ 6.19 โครงสร้างทั่วไปของตัวเก็บประจุ

- (ก) ตัวเหนี่ยวนำลวดโซเลนอยด์ (ที่มา: http://i01.i.aliimg.com/photo/v0/345691351/ferrite_coil_core_coil.jpg_220x220.jpg, สืบค้นเมื่อ 23 กรกฎาคม 2555)
- (ข) ตัวเหนี่ยวนำทอรอยด์ (ที่มา: http://m4.sourcingmap.com/photo_new/20110906/g/ux_a11090600ux0087_ux_g03.jpg, สืบค้นเมื่อ 23 กรกฎาคม 2555)
- (ค) ตัวเหนี่ยวนำชิป (ที่มา: <http://www.token.com.tw/inductor/image/inductor-fixed.jpg>, สืบค้นเมื่อ 23 กรกฎาคม 2555)

สมการที่ (6.27) คือสมการคำนวณหาแรงดันตกคร่อมตัวเหนี่ยวนำ เมื่อพิจารณาพจน์อนุพันธ์ของฟังก์ชันกระแสไหลผ่านตัวเหนี่ยวนำ ส่งผลให้ตัวเหนี่ยวนำมีคุณสมบัติดังต่อไปนี้

- 1) ตัวเหนี่ยวนำจะอยู่ในสถานะลัดวงจรเมื่ออยู่ในวงจรไฟฟ้ากระแสตรง
กรณีที่กระแสในวงจรไฟฟ้าเป็นกระแสตรง กระแสที่ไหลผ่านตัวเหนี่ยวนำเป็นค่าคงที่ ดังนั้น อนุพันธ์ของกระแสจึงมีค่าเท่ากับศูนย์ ส่งผลให้แรงดันในสมการที่ (6.27) มีค่าเท่ากับศูนย์ด้วย ทำให้สามารถสรุปได้ว่า ตัวเหนี่ยวนำอยู่ในสถานะลัดวงจร ไม่มีแรงดันตกคร่อม
- 2) กระแสไหลผ่านตัวเหนี่ยวนำไม่สามารถเปลี่ยนแปลงค่าได้โดยทันที
สมมติว่าอนุพันธ์ของกระแสในสมการที่ (6.27) มีค่าเท่ากับ 100 A/s หากต้องการเปลี่ยนค่าดังกล่าวให้มีค่าเท่ากับ $5,000 \text{ V/s}$ โดยทันที แสดงว่าแรงดันที่จ่ายให้ตัวเหนี่ยวนำต้องมีค่าเพิ่มขึ้นถึง 50 เท่าโดยทันทีเช่นกัน ซึ่งในทางปฏิบัติเป็นสิ่งที่ไม่สามารถทำได้

คุณสมบัติ 2 ข้างต้นข้างต้น เป็นเงื่อนไขที่สำคัญมากสำหรับการวิเคราะห์วงจรในสถานะชั่วคราว ซึ่งจะได้อธิบายถึงโดยละเอียดในบทที่ 7 และบทที่ 8

สมการคำนวณหากระแสไหลผ่านตัวเหนี่ยวนำ สามารถวิเคราะห์หาได้จากการหาปริพันธ์ทั้งสองข้างกับสมการที่ (6.27) ได้ผลลัพธ์ดังนี้

$$\int_0^t v dt = \int_0^t L \frac{di}{dt} dt = L \int_0^t di = Li \Big|_0^t = L \{i(t) - i(t_0)\}$$

$$i(t) - i(t_0) = \frac{1}{L} \int_0^t v dt \quad (6.28)$$

ดังนั้น กระแสไหลผ่านตัวเหนี่ยวนำที่เวลา t ใด ๆ โดยเริ่มต้นการคำนวณจากเวลา t_0 คือ

$$i = \frac{1}{L} \int_0^t v dt + i(t_0) \quad (6.29)$$

กำลังบิดลในตัวเก็บประจุที่เวลา t ใด ๆ คือ

$$p = vi = \left(L \frac{di}{dt} \right) i = Li \frac{di}{dt} \quad (6.30)$$

พลังงานสะสมในช่วงเวลา $-\infty$ ถึง t คือ

$$w = L \int_{-\infty}^t i \frac{di}{dt} dt = L \int_{-\infty}^t i di = L \frac{i^2}{2} \Big|_{-\infty}^t = \frac{L}{2} \{i^2(t) - i^2(-\infty)\} \quad (6.31)$$

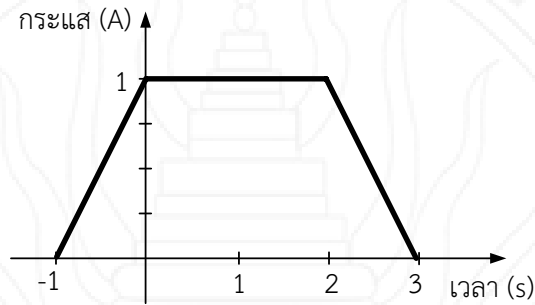
เนื่องจากที่เวลา $-\infty$ ตัวเหนี่ยวนำไม่มีกระแส ดังนั้น $i(-\infty) = 0$ A เมื่อแทนในสมการที่ (6.31) จะได้สมการคำนวณพลังงานสะสมในตัวเหนี่ยวนำดังนี้

$$w = \frac{1}{2} Li^2 \quad (6.32)$$

ค่าพลังงานในสมการที่ (6.32) จะถูกสะสมในรูปของสนามแม่เหล็กไฟฟ้ารอบ ๆ ตัวเหนี่ยวนำ

ตัวอย่างที่ 6.4

กำหนดให้กระแสที่ไหลผ่านตัวเหนี่ยวนำ 3 H เป็นสัญญาณที่มีลักษณะดังรูปที่ 6.20 จงคำนวณหา นิพจน์และวาดกราฟแรงดันตกคร่อมตัวเหนี่ยวนำดังกล่าวนี้ (Hayt, Kemmerly, & Durbin, 2007)



รูปที่ 6.20 กระแสสำหรับตัวอย่างที่ 6.4

วิธีทำ

ในช่วงเวลา $t = -1 - 0$ s ความชันของรูปกราฟมีค่าเท่ากับ

$$\frac{di}{dt} = \frac{i_2 - i_1}{t_2 - t_1} = \frac{1 - 0}{0 - (-1)} = 1 \text{ A/s} \tag{6.33}$$

ดังนั้น แรงดันสำหรับช่วงเวลานี้มีค่าเท่ากับ

$$v = L \frac{di}{dt} = (3)(1) = 3 \text{ V} \tag{6.34}$$

ในช่วงเวลา $t = 0 - 2$ s ความชันของรูปกราฟมีค่าเท่ากับศูนย์ ดังนั้น แรงดันสำหรับช่วงเวลานี้มีค่าเท่ากับ

$$v = L \frac{di}{dt} = (3)(0) = 0 \text{ V} \tag{6.35}$$

ในช่วงเวลา $t = 2 - 3$ s ความชันของรูปกราฟมีค่าเท่ากับ

$$\frac{di}{dt} = \frac{i_2 - i_1}{t_2 - t_1} = \frac{0 - 1}{3 - 2} = -1 \text{ A/s} \tag{6.36}$$

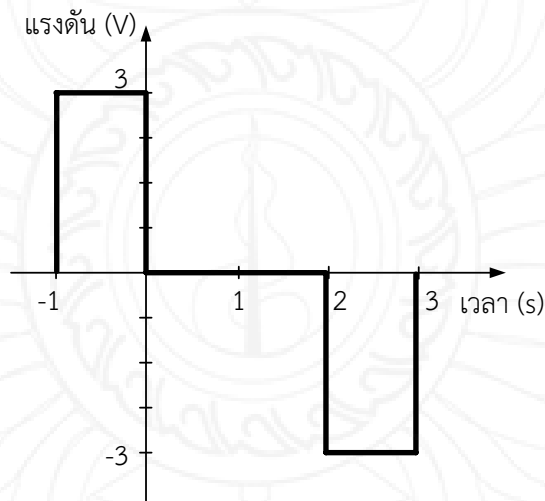
ดังนั้น แรงดันสำหรับช่วงเวลานี้มีค่าเท่ากับ

$$v = L \frac{di}{dt} = (3)(-1) = -3 \text{ V} \quad (6.37)$$

ดังนั้น นิพจน์ของแรงดันตกคร่อมตัวเหนี่ยวนำ 3 H คือ

$$v = \begin{cases} 3 \text{ V} & -1 \leq t \leq 0 \text{ s} \\ 0 \text{ V} & 0 < t \leq 2 \text{ s} \\ -3 \text{ V} & 2 < t \leq 3 \text{ s} \end{cases} \quad \text{ตอบ}$$

รูปกราฟของแรงดันตกคร่อมตัวเหนี่ยวนำ 3 H แสดงใน



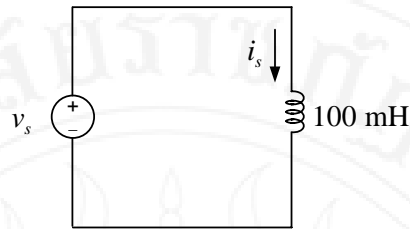
รูปที่ 6.21 แรงดันตกคร่อมตัวเหนี่ยวนำ 3 H

ตัวอย่างที่ 6.5

กำหนดให้แรงดันของแหล่งกำเนิดในรูปที่ 6.22 มีนิพจน์ดังนี้

$$v_s = \begin{cases} 0 & t \leq 0 \text{ s} \\ 20te^{-10t} \text{ V} & t > 0 \text{ s} \end{cases}$$

จงวิเคราะห์หานิพจน์และกราฟของ กระแส กำลัง และพลังงานของตัวเหนี่ยวนำกำหนดให้ $i = 0 \text{ A}$ สำหรับ $t \leq 0 \text{ s}$



รูปที่ 6.22 วงจรสำหรับตัวอย่างที่ 6.5 (Nilsson & Riedel, 2008)

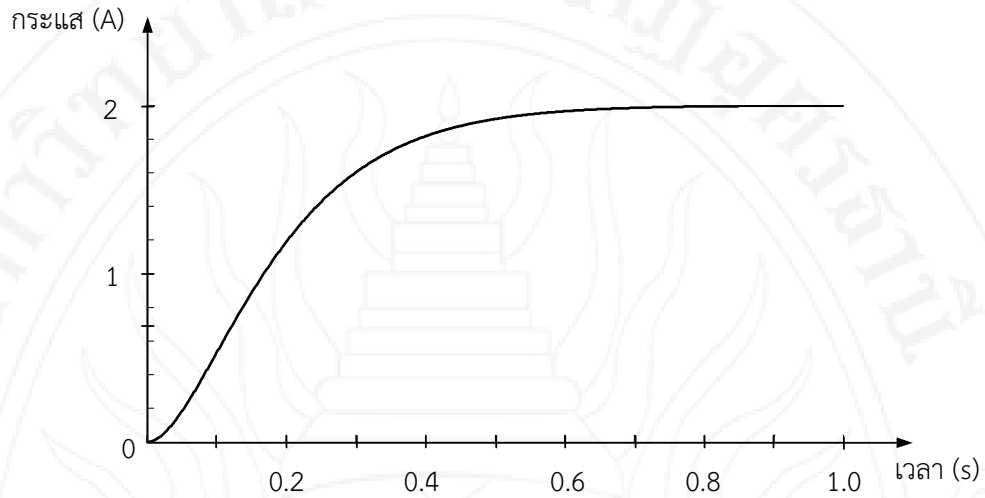
วิธีทำ

จากสมการที่ (6.29) นิพจน์ของกระแสสำหรับ $t > 0$ s คือ

$$\begin{aligned}
 i &= \frac{1}{L} \int_0^t v dt + i(t_0) \\
 &= \frac{1}{100 \times 10^{-3}} \int_0^t (20te^{-10t}) dt + i(0) \\
 &= \frac{20}{100 \times 10^{-3}} \int_0^t (te^{-10t}) dt + 0 \\
 &= \frac{1}{5 \times 10^{-3}} \left(\frac{t}{-10} - \frac{1}{(-10)^2} \right) e^{-10t} \Bigg|_0^t \\
 &= \frac{1}{5 \times 10^{-3}} \left\{ \left(\frac{t}{-10} - \frac{1}{(-10)^2} \right) e^{-10t} - \left(\frac{0}{-10} - \frac{1}{(-10)^2} \right) e^{-10 \times 0} \right\} \\
 &= \frac{1}{5 \times 10^{-3}} \left\{ \left(-\frac{t}{10} - \frac{1}{100} \right) e^{-10t} + \frac{1}{100} \right\} \\
 &= \frac{1}{500 \times 10^{-3}} \{ (-10t - 1)e^{-10t} + 1 \} \\
 &= 2 - (20t + 2)e^{-10t} \\
 &= 2(1 - te^{-10t} - e^{-10t}) \text{ A}
 \end{aligned}$$

ตอบ

กราฟของกระแสแสดงในรูปที่ 6.23

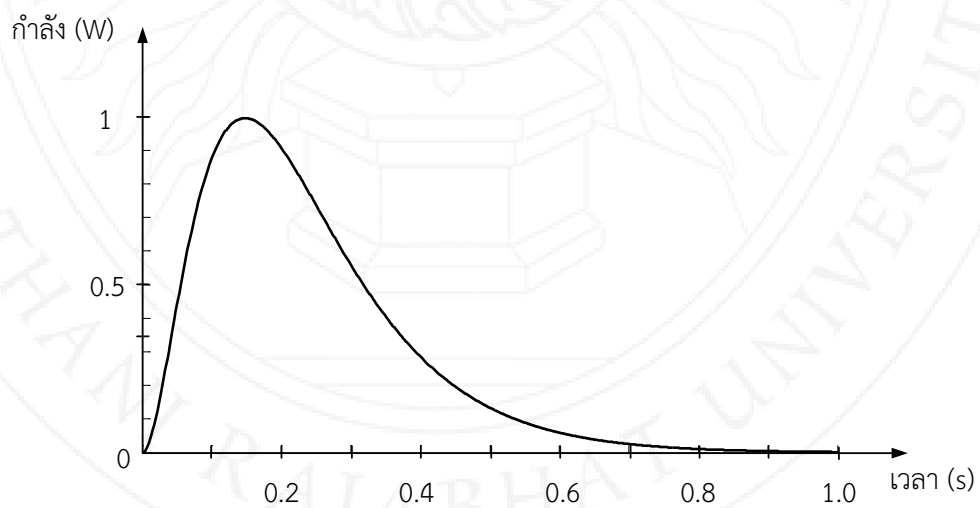


รูปที่ 6.23 กระแส

จากสมการ $p = vi$ นิพจน์ของกำลังสำหรับ $t > 0$ s คือ

$$p = vi = (20te^{-10t})\{2(1 - te^{-10t} - e^{-10t})\} = 40(te^{-10t} - t^2e^{-20t} - te^{-20t}) \text{ W} \quad \text{ตอบ}$$

กราฟของกำลังแสดงในรูปที่ 6.24



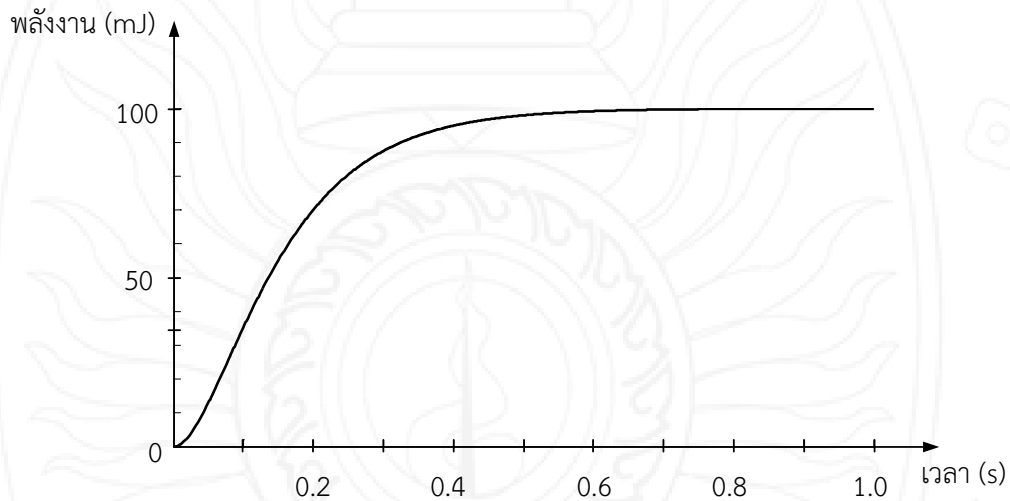
รูปที่ 6.24 กำลัง

จากสมการที่ (6.31) นิพจน์ของพลังงานสำหรับ $t > 0$ s คือ

$$\begin{aligned} w &= \frac{L}{2} \{i^2(t) - i^2(-\infty)\} \\ &= \frac{100 \times 10^{-3}}{2} \left\{ (2 - 2te^{-10t} - 2e^{-10t})^2 - 0 \right\} \\ &= 100(1 - te^{-10t} - e^{-10t})^2 \text{ mJ} \end{aligned}$$

ตอบ

กราฟของพลังงานแสดงในรูปที่ 6.25



รูปที่ 6.25 รูปสัญลักษณ์พลังงาน $w(t) = 100(1 - te^{-10t} - e^{-10t})^2$ mJ

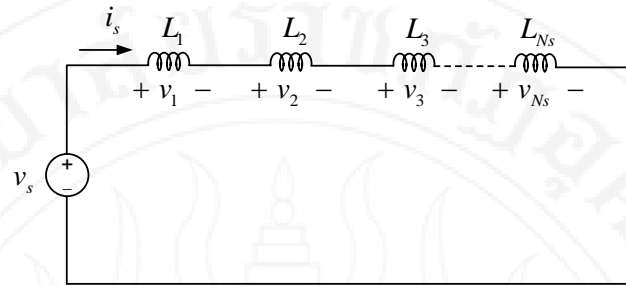
6.5 การต่อตัวเหนี่ยวนำแบบอนุกรมและขนาน

ตัวเหนี่ยวนำต่อแบบอนุกรมแสดงในรูปที่ 6.26 การวิเคราะห์หาความเหนี่ยวนำสมมูล จะประยุกต์ใช้กฎแรงดันของเคอร์ชอฟฟ์ ดังสมการที่ (6.38)

$$-v_s + v_1 + v_2 + v_3 + \dots + v_{N_s} = 0 \tag{6.38}$$

เนื่องจากเป็นวงจรถออนุกรม กระแสที่ไหลผ่านตัวเหนี่ยวนำทุกตัวมีค่าเท่ากัน แทนค่าสมการแรงดันตกคร่อมตัวเหนี่ยวนำ $v = L \frac{di}{dt}$ ในสมการที่ (6.38) จะได้

$$-v_s + L_1 \frac{di}{dt} + L_2 \frac{di}{dt} + L_3 \frac{di}{dt} + \dots + L_{N_s} \frac{di}{dt} = 0 \tag{6.39}$$



รูปที่ 6.26 วงจรตัวเหนี่ยวนำอนุกรม

ดึงพจน์ร่วม $\frac{di}{dt}$ ออกจากสมการที่ (6.39) จะได้

$$-v_s + (L_1 + L_2 + L_3 + \dots + L_{Ns}) \frac{di}{dt} = 0 \quad (6.40)$$

$$-v_s + L_{eq} \frac{di}{dt} = 0$$

พิจารณาสมการที่ (6.40) ความเหนี่ยวนำสมมูลของวงจรตัวเหนี่ยวนำที่ต่อแบบอนุกรม สามารถคำนวณได้จากสมการที่ (6.41)

$$L_{eq} = L_1 + L_2 + L_3 + \dots + L_{Ns} \quad (6.41)$$

หรือสามารถเขียนอธิบายเป็นหลักการคำนวณได้ดังนี้ (Alexander & Sadiku, 2009)

ความเหนี่ยวนำสมมูลของตัวเหนี่ยวนำที่ต่อแบบอนุกรม มีค่าเท่ากับ ผลรวมของค่าความเหนี่ยวนำของตัวเหนี่ยวนำทั้งหมดที่ต่อกันแบบอนุกรม

สำหรับตัวเหนี่ยวนำต่อแบบขนานแสดงในรูปที่ 6.27 การวิเคราะห์หาความเหนี่ยวนำสมมูล จะประยุกต์ใช้กฎกระแสของเคอร์ชอฟฟ์ ดังสมการที่ (6.42)

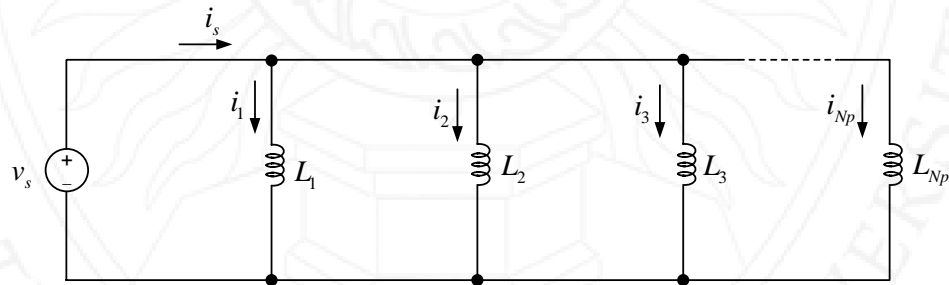
$$i_s - i_1 - i_2 - i_3 - \dots - i_{Np} = 0 \quad (6.42)$$

เนื่องจากเป็นวงจรขนาน แรงดันตกคร่อมตัวเหนี่ยวนำทุกตัวมีค่าเท่ากัน แทนค่าสมการกระแสไหลผ่านเหนี่ยวนำ $v = L \frac{di}{dt}$ ในสมการที่ (6.42) จะได้

$$\begin{aligned}
 & -i_s + \left\{ \frac{1}{L_1} \int_{t_0} v_s dt + i_1(t_0) \right\} + \left\{ \frac{1}{L_2} \int_{t_0} v_s dt + i_2(t_0) \right\} \\
 & + \left\{ \frac{1}{L_3} \int_{t_0} v_s dt + i_3(t_0) \right\} + \dots + \left\{ \frac{1}{L_{Np}} \int_{t_0} v_s dt + i_{Np}(t_0) \right\} = 0 \\
 & -i_s + \left(\frac{1}{L_1} \int_{t_0} v_s dt + \frac{1}{L_2} \int_{t_0} v_s dt + \frac{1}{L_3} \int_{t_0} v_s dt + \dots + \frac{1}{L_{Np}} \int_{t_0} v_s dt \right) \\
 & + \{i_1(t_0) + i_2(t_0) + i_3(t_0) + \dots + i_{Np}(t_0)\} = 0 \\
 & -i_s + \left(\frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2} + \frac{1}{L_3} + \dots + \frac{1}{L_{Np}} \right) \int_{t_0} v_s dt \\
 & + \{i_1(t_0) + i_2(t_0) + i_3(t_0) + \dots + i_{Np}(t_0)\} = 0 \\
 & -i_s + \frac{1}{L_{eq}} \int_{t_0} v_s dt + \{i_1(t_0) + i_2(t_0) + i_3(t_0) + \dots + i_{Np}(t_0)\} = 0 \tag{6.43}
 \end{aligned}$$

พิจารณาสมการที่ (6.43) ความเหนี่ยวนำสมมูลของวงจรตัวเหนี่ยวนำที่ต่อแบบอนุกรม สามารถคำนวณได้จากสมการที่ (6.44)

$$L_{eq} = \frac{1}{\frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2} + \frac{1}{L_3} + \dots + \frac{1}{L_{Np}}} \tag{6.44}$$



รูปที่ 6.27 วงจรตัวเหนี่ยวนำขนาน

หรือสามารถเขียนอธิบายเป็นหลักการคำนวณได้ดังนี้ (Alexander & Sadiku, 2009)

ความเหนี่ยวนำสมมูลของตัวเหนี่ยวนำที่ต่อแบบขนาน มีค่าเท่ากับ ส่วนกลับของผลรวมส่วนกลับค่าความเหนี่ยวนำของตัวเหนี่ยวนำทั้งหมดที่ต่อกันแบบขนาน

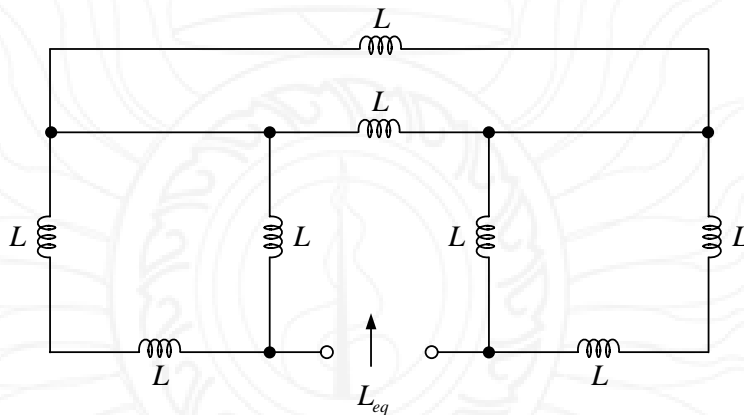
กรณีที่ตัวเหนี่ยวนำต่อแบบขนาน 2 ตัว ความเหนี่ยวนำสมมูลมีค่าเท่ากับ

$$L_{eq} = \frac{1}{\frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2}} = \frac{1}{\frac{L_2 + L_1}{L_1 L_2}} = \frac{L_1 L_2}{L_2 + L_1} \quad (6.45)$$

เมื่อพิจารณาสมการที่ (6.45) พบว่า คล้ายคลึงกับสมการของกรณีตัวต้านทานต่อกันแบบขนาน 2 ตัว และตัวเก็บประจุต่อกันแบบอนุกรม 2 ตัว

ตัวอย่างที่ 6.6

กำหนดให้ตัวเหนี่ยวนำ $L = 30 \mu\text{H}$ จงคำนวณหาความเหนี่ยวนำสมมูล L_{eq} (Franco, 1995)



รูปที่ 6.28 วงจรสำหรับตัวอย่างที่ 6.6

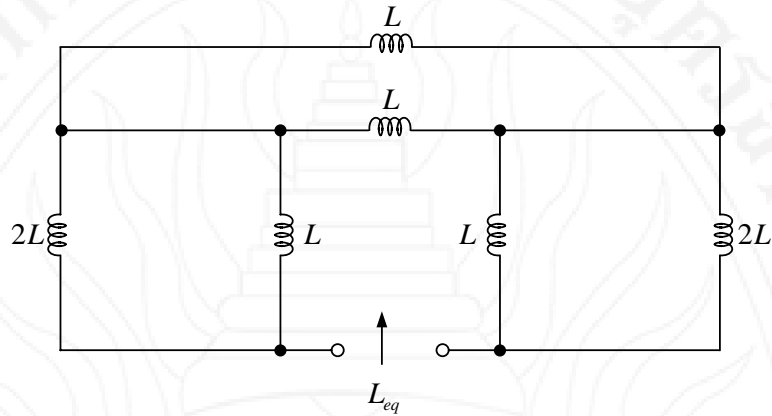
วิธีทำ

ยุบรวมตัวเหนี่ยวนำด้านซ้ายและขวา 2 ตัวที่ต่อกันแบบอนุกรม ได้ผลลัพธ์ดังสมการที่ (6.46) โดยที่ทอพอโลยีของวงจรสมมูลแสดงในรูปที่ 6.29

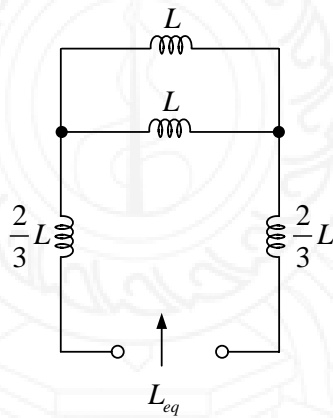
$$L_{eq1} = L_{eq2} = L + L = 2L \quad (6.46)$$

ยุบรวมตัวเหนี่ยวนำด้านซ้ายและขวา 2 ตัวที่ต่อกันแบบขนาน ได้ผลลัพธ์ดังสมการที่ (6.47) โดยที่ทอพอโลยีของวงจรสมมูลแสดงในรูปที่ 6.30

$$L_{eq3} = L_{eq4} = \frac{1}{\frac{1}{2L} + \frac{1}{L}} = \frac{1}{1+2} = \frac{1}{3} = \frac{2}{3}L \quad (6.47)$$



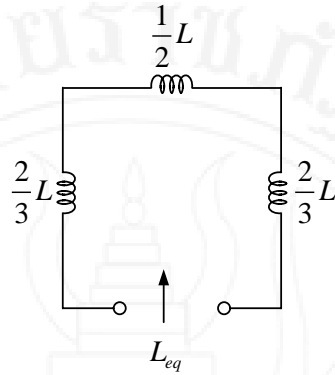
รูปที่ 6.29 วงจรสมมูลเมื่อยุบรวมตัวเหนี่ยวนำ L ด้านซ้ายและขวา



รูปที่ 6.30 วงจรสมมูลเมื่อยุบรวมตัวเหนี่ยวนำ $2L$ และ L ด้านซ้ายและขวา

ยุบรวมตัวเหนี่ยวนำด้านบน 2 ตัวที่ต่อกันแบบขนาน ได้ผลลัพธ์ดังสมการที่ (6.48) โดยที่ทอพอโลยีของวงจรสมมูลแสดงในรูปที่ 6.31

$$L_{eq5} = \frac{1}{\frac{1}{L} + \frac{1}{L}} = \frac{1}{1+1} = \frac{1}{2} = \frac{1}{2}L \quad (6.48)$$

รูปที่ 6.31 วงจรสมมูลเมื่อยุบรวมตัวเหนี่ยวนำ L ด้านบน

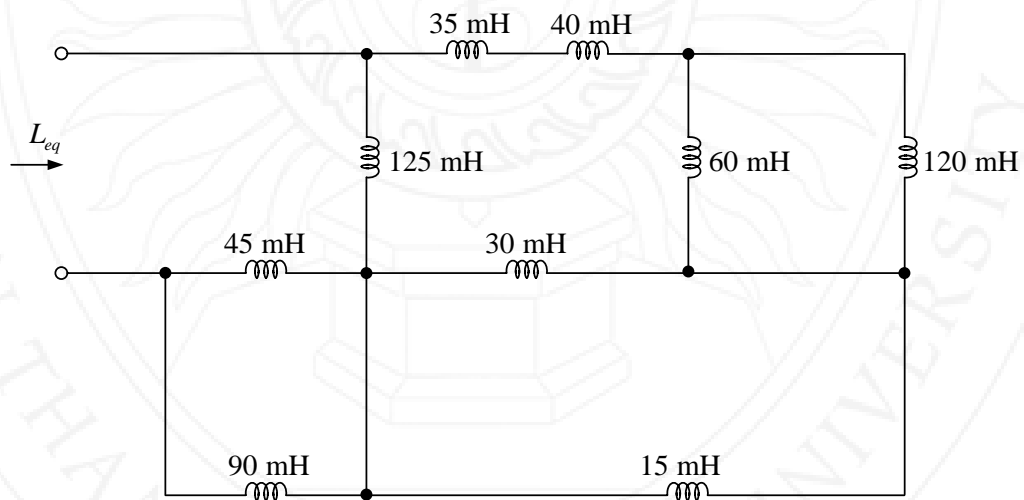
ยุบรวมตัวเหนี่ยวนำทั้ง 3 ตัวที่ต่อกันแบบอนุกรม ได้ผลลัพธ์ความเหนี่ยวนำสมมูลดังนี้

$$L_{eq} = \frac{2}{3}L + \frac{1}{2}L + \frac{2}{3}L = \left(\frac{2}{3} + \frac{1}{2} + \frac{2}{3}\right)L = \frac{11}{6}L = \frac{11}{6}(30 \times 10^{-6}) = 55 \mu\text{H}$$

ตอบ

ตัวอย่างที่ 6.7

จากวงจรในรูปที่ 6.32 จงคำนวณหาความเหนี่ยวนำสมมูล L_{eq} (Karris, 2009)

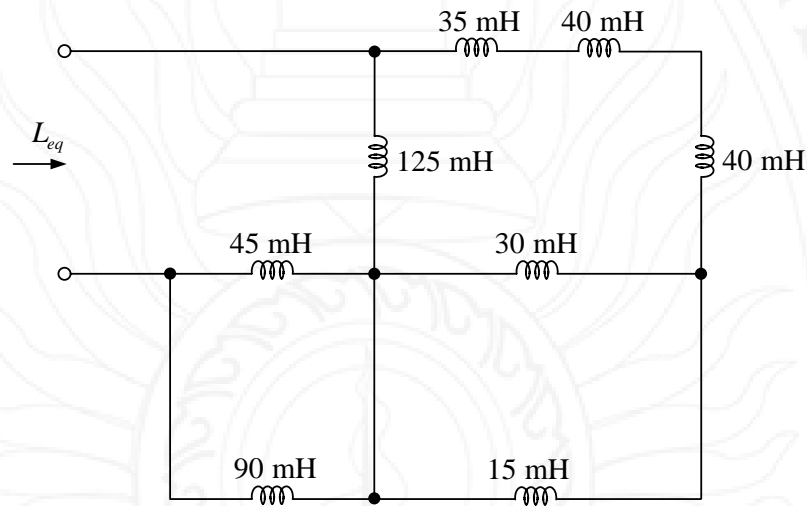


รูปที่ 6.32 วงจรสำหรับตัวอย่างที่ 6.7

วิธีทำ

คำนวณหาความเหนี่ยวนำสมมูล 60 mH ขนานกับ 120 mH จะได้ผลลัพธ์ดังสมการที่ (6.49) และ ทอพอโลยีของวงจรสมมูลแสดงในรูปที่ 6.33

$$L_{eq1} = \frac{(60 \times 10^{-3})(120 \times 10^{-3})}{60 \times 10^{-3} + 120 \times 10^{-3}} = 40 \text{ mH} \tag{6.49}$$



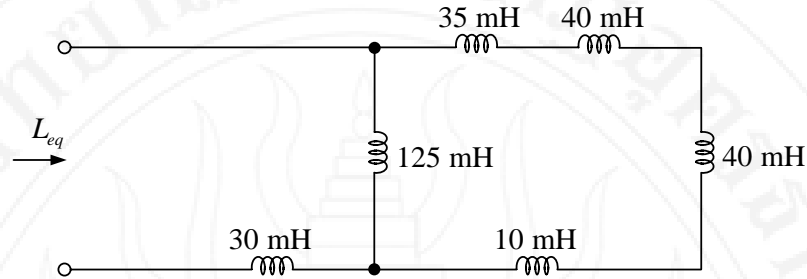
รูปที่ 6.33 วงจรสมมูลเมื่อยุบรวม 60 mH และ 120 mH

คำนวณหาความเหนี่ยวนำสมมูล 45 mH ขนานกับ 90 mH และ 30 mH ขนานกับ 15 mH จะได้ผลลัพธ์ดังสมการที่ (6.50) และสมการที่ (6.51) ตามลำดับ

$$L_{eq2} = \frac{(45 \times 10^{-3})(90 \times 10^{-3})}{45 \times 10^{-3} + 90 \times 10^{-3}} = 30 \text{ mH} \tag{6.50}$$

$$L_{eq3} = \frac{(30 \times 10^{-3})(15 \times 10^{-3})}{30 \times 10^{-3} + 15 \times 10^{-3}} = 10 \text{ mH} \tag{6.51}$$

ทอพอโลยีของวงจรสมมูลในขั้นตอนนี้ แสดงในรูปที่ 6.34

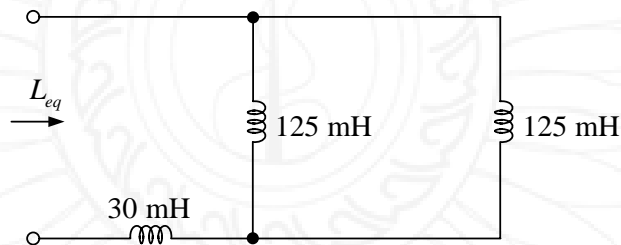


รูปที่ 6.34 วงจรสมมูลเมื่ออยู่รวม 45 mH || 90 mH และ 30 mH || 15 mH

คำนวณหาความเหนี่ยวนำสมมูล 4 ตัว ที่ต่อกันแบบอนุกรมด้านขวามือ ได้ผลลัพธ์ดังสมการที่ (6.52)

$$L_{eq4} = 35 \times 10^{-3} + 40 \times 10^{-3} + 40 \times 10^{-3} + 10 \times 10^{-3} = 125 \text{ mH} \quad (6.52)$$

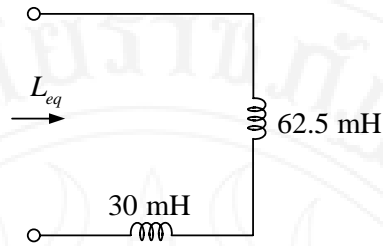
ทอพอโลยีของวงจรสมมูลในขั้นตอนนี้ แสดงในรูปที่ 6.34



รูปที่ 6.35 วงจรสมมูลเมื่ออยู่รวม 35 mH 40 mH 40 mH และ 10 mH

คำนวณหาความเหนี่ยวนำสมมูลซึ่ง 125 mH ต่อขนานกัน 2 ตัว จะได้ผลลัพธ์ดังสมการที่ (6.53) และทอพอโลยีของวงจรสมมูลแสดงในรูปที่ 6.36

$$L_{eq5} = \frac{(125 \times 10^{-3})(125 \times 10^{-3})}{125 \times 10^{-3} + 125 \times 10^{-3}} = 62.5 \text{ mH} \quad (6.53)$$



รูปที่ 6.36 วงจรสมมูลเมื่ออยู่รวม 125 mH || 125 mH

จากวงจรในรูปที่ 6.36 ความเหนี่ยวนำสมมูลจึงมีค่าเท่ากับ

$$L_{eq} = 62.5 + 30 = 92.5 \text{ mH}$$

ตอบ

6.6 บทสรุป

- 1) ตัวเก็บประจุ ประกอบไปแผ่นตัวนำสองแผ่นที่ถูกคั่นกลางด้วยฉนวนหรือไดอิเล็กทริก ขนาดของตัวเก็บประจุพิจารณาจาก ความจุ สัญลักษณ์คือ C มีหน่วยเป็นฟารัด (F)
- 2) ความจุ คือ อัตราส่วนระหว่างค่าประจุของแผ่นตัวนำแผ่นใดแผ่นหนึ่ง ต่อค่าแรงดันตกคร่อมแผ่นตัวนำทั้งสองแผ่น
- 3) ความสัมพันธ์ระหว่างกระแสและแรงดันในความจุคือ

$$i = C \frac{dv}{dt}$$

$$v = \frac{1}{C} \int_{t_0}^t i dt + v(t_0)$$

- 4) ความจุสมมูลของตัวเก็บประจุที่ต่อแบบขนาน มีค่าเท่ากับผลรวมของค่าความจุของตัวเก็บประจุที่ต่อกันแบบขนานทั้งหมด

$$C_{eq} = C_1 + C_2 + C_3 + \dots + C_{Np}$$

- 5) ความจุสมมูลของตัวเก็บประจุที่ต่อแบบอนุกรม มีค่าเท่ากับส่วนกลับของผลรวมของส่วนกลับค่าความจุของตัวเก็บประจุที่ต่อกันแบบอนุกรมทั้งหมด

$$C_{eq} = \frac{1}{\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} + \dots + \frac{1}{C_{Ns}}}$$

6) ตัวเหนี่ยวนำ ประกอบไปด้วยแกนเหล็กที่ถูกพันรอบ ๆ ด้วยตัวนำ ขนาดของตัวเหนี่ยวนำพิจารณาจาก ความเหนี่ยวนำ สัญลักษณ์คือ L มีหน่วยเป็นเฮนรี (H)

7) ความสัมพันธ์ระหว่างกระแสและแรงดันในความเหนี่ยวนำคือ

$$v = L \frac{di}{dt}$$

$$i = \frac{1}{L} \int_0^t v dt + i(t_0)$$

8) ความเหนี่ยวนำสมมูลของตัวเหนี่ยวนำที่ต่อแบบอนุกรม มีค่าเท่ากับ ผลรวมของค่าความเหนี่ยวนำของตัวเหนี่ยวนำทั้งหมดที่ต่อกันแบบอนุกรม

$$L_{eq} = L_1 + L_2 + L_3 + \dots + L_{Np}$$

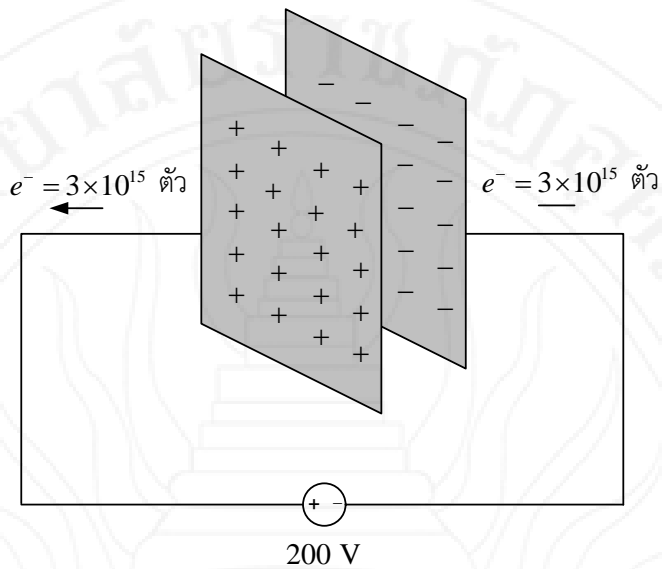
9) ความเหนี่ยวนำสมมูลของตัวเหนี่ยวนำที่ต่อแบบขนาน มีค่าเท่ากับ ส่วนกลับของผลรวมส่วนกลับค่าความเหนี่ยวนำของตัวเหนี่ยวนำทั้งหมดที่ต่อกันแบบขนาน

$$L_{eq} = \frac{1}{\frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2} + \frac{1}{L_3} + \dots + \frac{1}{L_{Ns}}}$$

6.7 แบบฝึกหัด

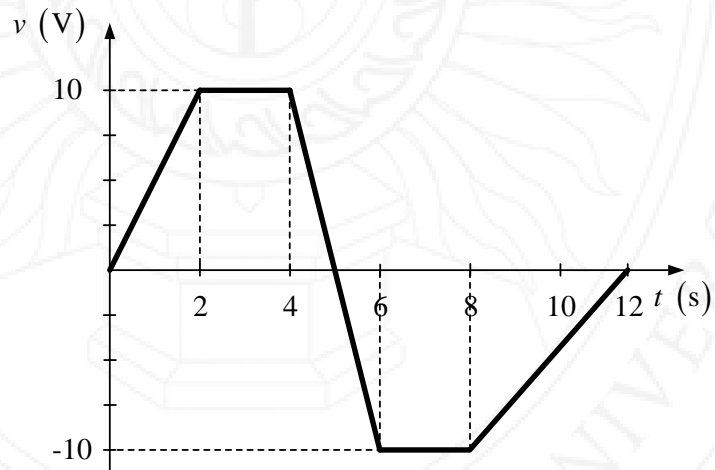
6.7.1 ตัวเก็บประจุ

- (1) จากวงจรในรูปที่ 6.37 แผ่นตัวนำสองแผ่นมีวัสดุไดอิเล็กทริกคั่นตรงกลางระหว่างแผ่น ถูกจ่ายแรงดัน 200 V ส่งผลให้อิเล็กตรอน 3×10^{15} เคลื่อนที่ผ่านตัวนำทั้งสอง จงคำนวณหาค่าความจุของแผ่นตัวนำ
- (2) ตัวเก็บประจุ $4 \mu\text{F}$ $6 \mu\text{F}$ และ $8 \mu\text{F}$ ต่อกันแบบขนานคร่อมแหล่งกำเนิดแรงดัน 300 V จงคำนวณหา (O'Malley, 1992)
 - (ก) ความจุสมมูล
 - (ข) ขนาดของประจุที่สะสมในตัวเก็บประจุแต่ละตัว
 - (ค) พลังงานทั้งหมดที่ถูกสะสมในตัวเก็บประจุ
- (3) ทำซ้ำข้อ (2) แต่ข้อ (ค) ให้เปลี่ยนเป็นการคำนวณหาแรงดันตกคร่อมตัวเก็บประจุแต่ละตัว (O'Malley, 1992)



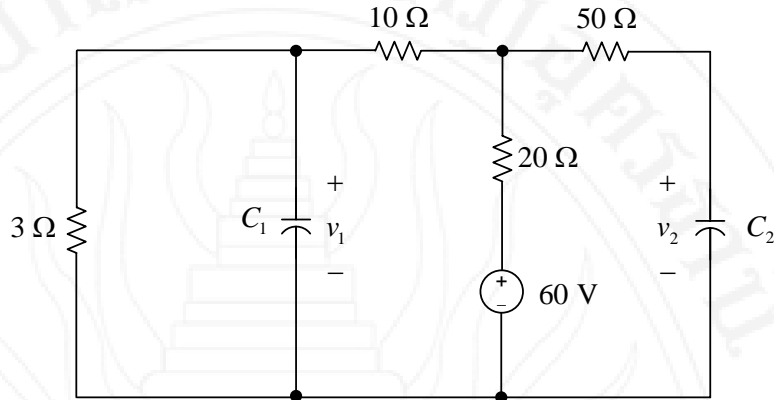
รูปที่ 6.37 วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (1) (O'Malley, 1992)

- (4) ตัวเก็บประจุขนาด $1 \mu\text{F}$ ถูกจ่ายแรงดันซึ่งมีรูปคลื่นดังแสดงในรูปที่ 6.38 จงวาดรูปคลื่นกระแสที่ไหลผ่าน และกำลังที่สะสมในตัวเก็บประจุดังกล่าวนี้ (Franco, 1995)



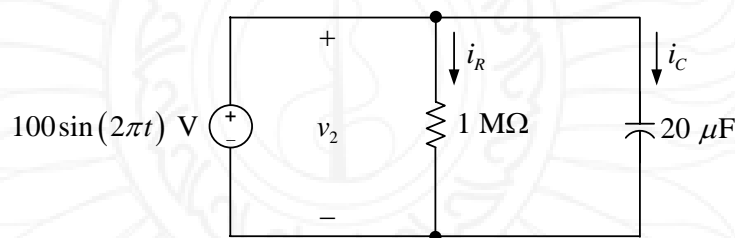
รูปที่ 6.38 รูปสัญญาณสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (4)

- (5) จากวงจรในรูปที่ 6.39 จงคำนวณหาแรงดันตกคร่อมตัวเก็บประจุทั้งสองตัว



รูปที่ 6.39 วงจรสำหรับฝึกหัดข้อ (5) (Alexander & Sadiku, 2004)

- (6) จากวงจรในรูปที่ 6.40 จงคำนวณหาพลังงานที่สูญเสียในที่ตัวต้านทาน และพลังงานสูงสุดที่สะสมในตัวเก็บประจุ



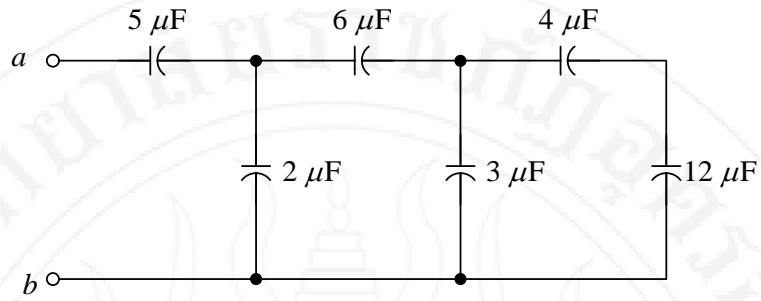
รูปที่ 6.40 วงจรสำหรับฝึกหัดข้อ (6) (Hayt et al., 2007)

6.7.2 การต่อตัวเก็บประจุแบบอนุกรมและขนาน

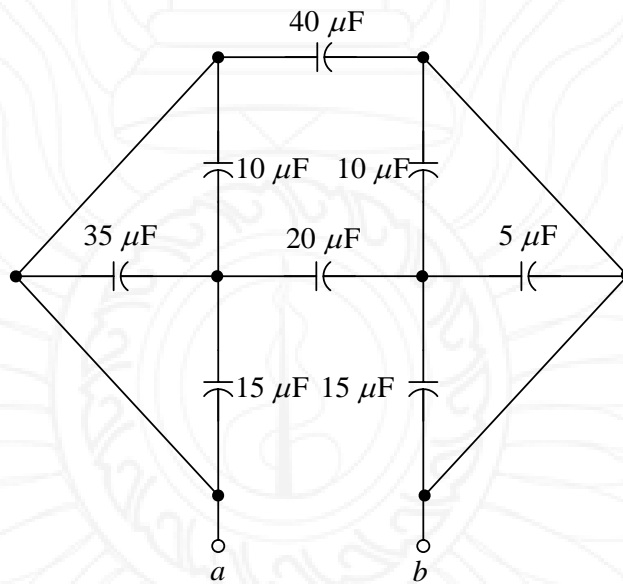
- (7) จากวงจรตัวเก็บประจุในรูปที่ 6.41 จงคำนวณหาความจุสมมูลระหว่างขั้ว $a-b$
- (8) จากวงจรตัวเก็บประจุในรูปที่ 6.42 จงคำนวณหาความจุสมมูลระหว่างขั้ว $a-b$
- (9) จากวงจรในรูปที่ 6.43 จงพิสูจน์ว่า

$$v_1 = \frac{C_2}{C_1 + C_2} v_s$$

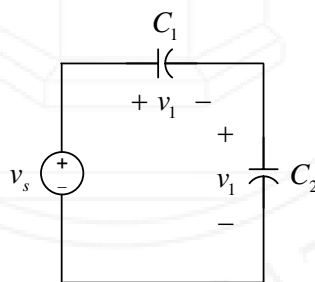
$$v_2 = \frac{C_1}{C_1 + C_2} v_s$$



รูปที่ 6.41 วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (7) (Alexander & Sadiku, 2004)



รูปที่ 6.42 วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (8) (Alexander & Sadiku, 2004)

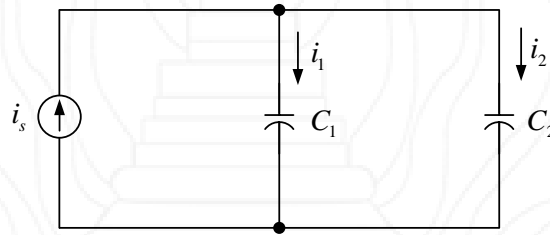


รูปที่ 6.43 วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (9) (Alexander & Sadiku, 2004)

(10) จากวงจรในรูปที่ 6.44 จงพิสูจน์ว่า

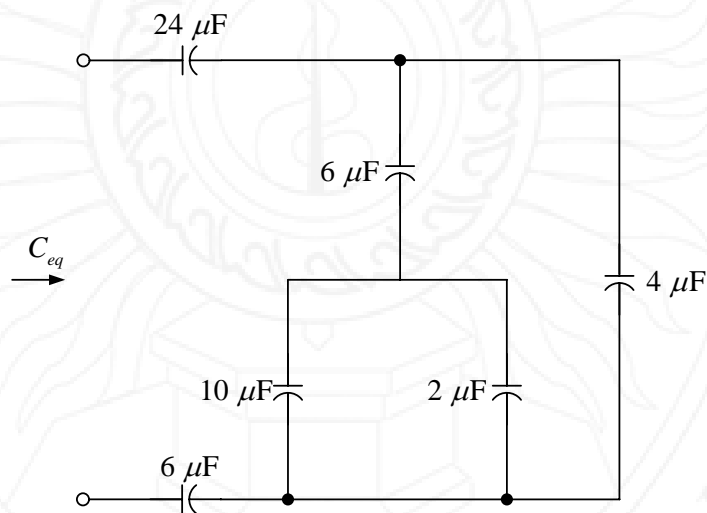
$$i_1 = \frac{C_1}{C_1 + C_2} i_s$$

$$i_2 = \frac{C_2}{C_1 + C_2} i_s$$



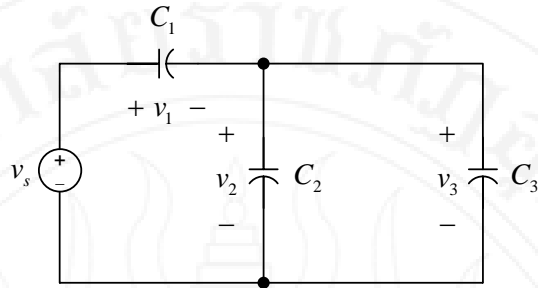
รูปที่ 6.44 วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (10) (Alexander & Sadiku, 2004)

(11) จากวงจรในรูปที่ 6.45 จงคำนวณหาความจุสมมูล C_{eq}



รูปที่ 6.45 วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (11) (Franco, 1995)

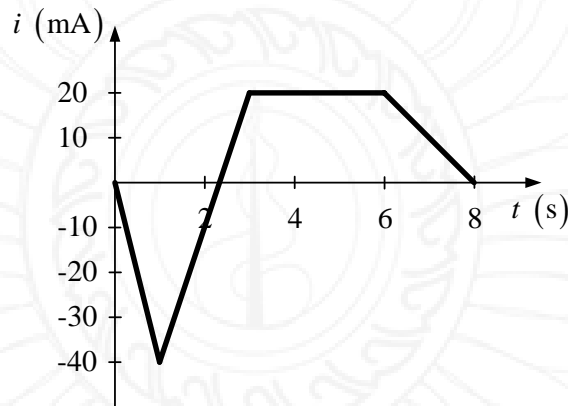
(12) จงคำนวณหาวงจรสมมูลของวงจรในรูปที่ 6.46 เมื่อกำหนดให้ $C_1 = 2 \text{ mF}$
 $C_2 = C_3 = 4 \text{ mF}$ $v_1(0) = 10 \text{ V}$ และ $v_2(0) = v_3(0) = 20 \text{ V}$



รูปที่ 6.46 วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (12) (Dorf & Svoboda, 2010)

6.7.3 ตัวเหนี่ยวนำ

(13) จงวาดรูปสัญญาณแรงดันตกคร่อมตัวเหนี่ยวนำ 400 mH เมื่อกำหนดให้กระแสที่ไหลผ่านตัวเหนี่ยวนำมีรูปสัญญาณดังแสดงในรูปที่ 6.47



รูปที่ 6.47 รูปสัญญาณกระแสสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (13) (O'Malley, 1992)

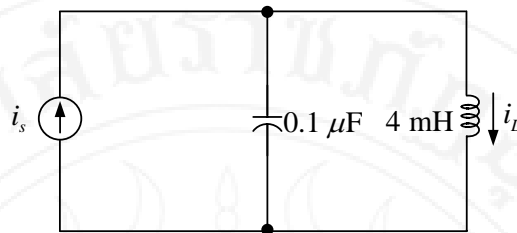
(14) กระแส $i = 2\sin(10^6 t)$ mA ไหลผ่านตัวเหนี่ยวนำ 1.5 mH จงวาดกราฟของแรงดัน กำลัง และ พลังงาน ของตัวเหนี่ยวนำ เทียบกับแกน $10^6 t$ กำหนดให้ $0 \leq 10^6 t \leq 2\pi$ (Franco, 1995)

(15) จากวงจรในรูปที่ 6.48 จงคำนวณหา i_s เมื่อกำหนดให้ i_L มีค่าดังต่อไปนี้

(ก) $i_L = 20\sin(4 \times 10^4 t)$ mA

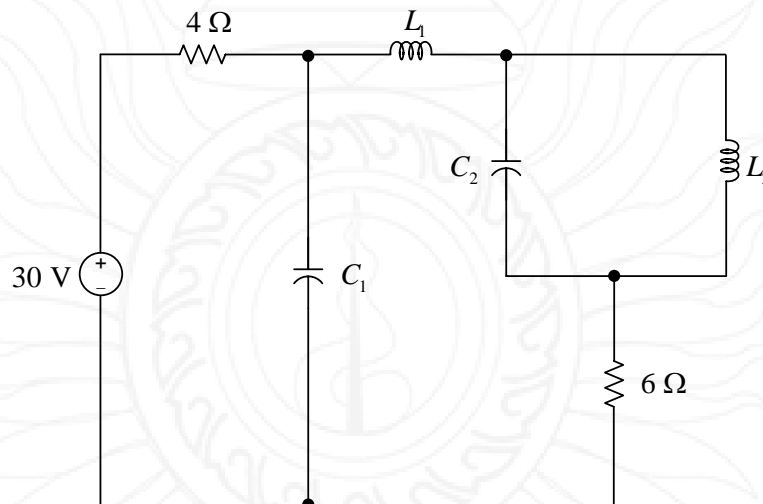
(ข) $i_L = 20e^{-2t} \cos(6 \times 10^4 t)$ mA

(ค) $i_L = 20e^{-2t} \{ \sin(2 \times 10^4 t) + 4 \cos(2 \times 10^4 t) \}$ mA



รูปที่ 6.48 วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (15) (Franco, 1995)

- (16) จากวงจรในรูปที่ 6.49 จงคำนวณหาแรงดันตกคร่อมตัวเก็บประจุ และ กระแสไหลผ่านตัวเหนี่ยวนำ

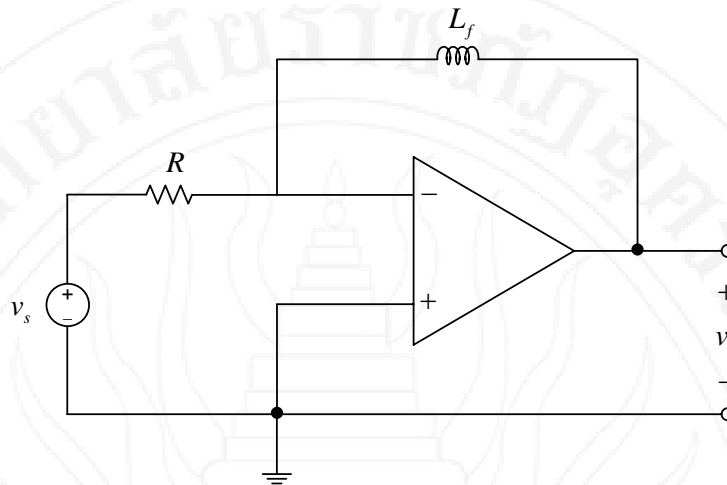


รูปที่ 6.49 วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (16) (Alexander & Sadiku, 2004)

- (17) จากวงจรออปแอมป์อุดมคติในรูปที่ 6.50 จงพิสูจน์ว่า นิพจน์ของแรงดันเอาต์พุตคือ

$$v_{out} = -\frac{L_f}{R} \frac{dv_s}{dt}$$

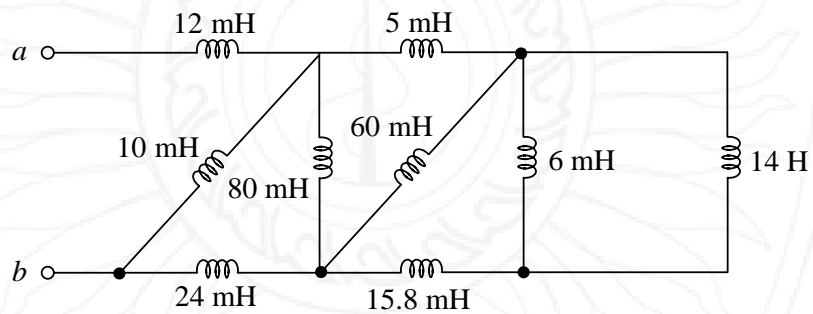
- (18) แรงดัน $v = 250 \sin(1000t)$ V ตกคร่อมตัวเหนี่ยวนำ 50 mH มีกระแสเริ่มต้น $i(0) = -5$ A จงวาดกราฟของ v i p และ w ของตัวเหนี่ยวนำนี้ พร้อมทั้งระบุช่วงเวลาที่ตัวเหนี่ยวนำดูดกลืนกำลังและจ่ายกำลัง (Nilsson & Riedel, 2008)



รูปที่ 6.50 วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (17) (Hayt et al., 2007)

6.7.4 การต่อตัวเหนี่ยวนำแบบอนุกรมและขนาน

(19) จากวงจรในรูปที่ 6.51 จงคำนวณหาความเหนี่ยวนำสมมูลระหว่างขั้ว $a-b$



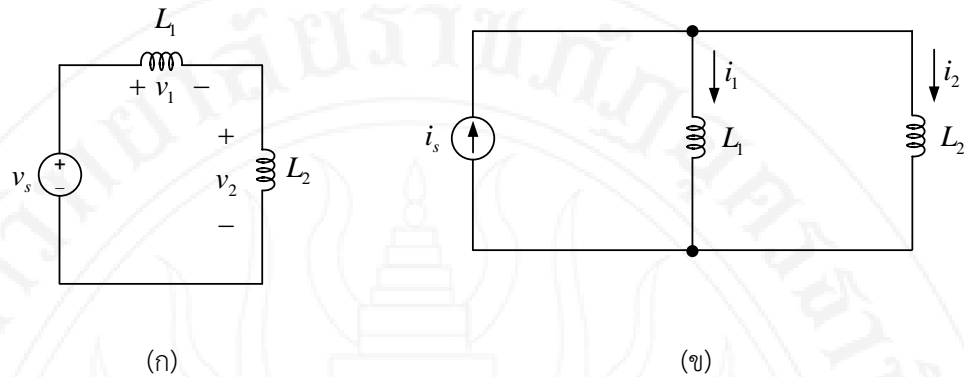
รูปที่ 6.51 วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (19) (Nilsson & Riedel, 2008)

(20) (ก) จากวงจรในรูปที่ 6.52-(ก) จงพิสูจน์ว่า

$$v_1 = \frac{L_1}{L_1 + L_2} v_s \text{ และ } v_2 = \frac{L_2}{L_1 + L_2} v_s$$

(ข) จากวงจรในรูปที่ 6.52-(ข) จงพิสูจน์ว่า

$$i_1 = \frac{L_2}{L_1 + L_2} i_s \text{ และ } i_2 = \frac{L_1}{L_1 + L_2} i_s$$



รูปที่ 6.52 วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (20) (Alexander & Sadiku, 2009)

6.8 เอกสารอ้างอิง

- Alexander, C. K., & Sadiku, M. N. O. (2004). *Fundamentals of electric circuits* (2nd ed.). Boston: McGraw-Hill.
- Alexander, C. K., & Sadiku, M. N. O. (2009). *Fundamentals of electric circuits* (4 ed.). New York: McGraw-Hill.
- Dorf, R. C., & Svoboda, J. A. (2010). *Introduction to electric circuits* (8 ed.). NJ: John Wiley & Sons, Inc.
- Franco, S. (1995). *Electric Circuits Fundamentals*. Florida: Saunders College Publishing.
- Hayt, W. H., Jr., Kemmerly, J. E., Jr., & Durbin, S. M. (2007). *Engineering Circuit Analysis* (7 ed.). New York: McGraw-Hill.
- Karris, S. T. (2009). *Circuit Analysis I with MATLAB® Computing and Simulink® / SimPowerSystems® Modeling*. California: Orchard Publications.
- Nilsson, J. W., & Riedel, S. A. (2008). *Electric Circuits* (8 ed.). Upper Saddle River, NJ: Pearson Education, Inc.
- Nilsson, J. W., & Riedel, S. A. (2011). *Electric Cricuits* (9 ed.). Upper Saddle River, N.J.: Prentice Hall.
- O'Malley, J. (1992). *Theory and problems of basic circuit analysis* (2 ed.). New York: McGraw-Hill.

แผนบริหารการสอนประจำบทที่ 7 วงจรรดับหนึ่ง

หัวข้อเนื้อหา

- 1) บทนำ
- 2) วงจรรอาร์ซีไม่มีแหล่งกำเนิด
- 3) วงจรรอาร์แอลไม่มีแหล่งกำเนิด
- 4) ฟังก์ชันเอกฐาน
- 5) การตอบสนองต่อฟังก์ชันขั้นบันไดของวงจรรอาร์ซี
- 6) การตอบสนองต่อฟังก์ชันขั้นบันไดของวงจรรอาร์แอล
- 7) วงจรรอปแอมป์อันดับหนึ่ง
- 8) บทสรุป
- 9) แบบฝึกหัด

วัตถุประสงค์เชิงพฤติกรรม

- 1) อธิบายขั้นตอนการวิเคราะห์หาสมการแบบจำลองของวงจรรอาร์ซีไม่มีแหล่งกำเนิด พร้อมทั้งหาผลเฉลยของกระแสและแรงดันได้
- 2) อธิบายขั้นตอนการวิเคราะห์หาสมการแบบจำลองของวงจรรอาร์แอลไม่มีแหล่งกำเนิด พร้อมทั้งหาผลเฉลยของกระแสและแรงดันได้
- 3) อธิบายบทนิยามและรูปสัญญาณฟังก์ชันเอกฐาน พร้อมทั้งแสดงวงจรมุมสำหรับฟังก์ชันเอกฐานได้
- 4) อธิบายขั้นตอนการวิเคราะห์หาสมการแบบจำลองผลตอบสนองต่อฟังก์ชันขั้นบันไดของวงจรรอาร์ซี พร้อมทั้งหาผลเฉลยของกระแสและแรงดันได้
- 5) อธิบายขั้นตอนการวิเคราะห์หาสมการแบบจำลองผลตอบสนองต่อฟังก์ชันขั้นบันไดของวงจรรอาร์แอล พร้อมทั้งหาผลเฉลยของกระแสและแรงดันได้
- 10) อธิบายขั้นตอนการวิเคราะห์หาสมการแบบจำลองวงจรรอปแอมป์อันดับหนึ่ง พร้อมทั้งหาผลเฉลยของกระแสและแรงดันได้

วิธีสอนและกิจกรรม

- 1) แนะนำเข้าสู่บทเรียน อธิบายเกี่ยวกับสมการแบบจำลองของวงจรรอาร์แอลไม่มีแหล่งกำเนิด และวิธีการหาผลเฉลยกระแสและแรงดัน ด้วยการอธิบายบนกระดานหน้าชั้นเรียน ประกอบกับการนำเสนอด้วยแผ่นภาพเลื่อน แผ่นใส รูปภาพ แผนภูมิ หรือวีดิทัศน์ พร้อมทั้งแสดงตัวอย่างวิธีคิดหรือขั้นตอนการคำนวณบนหน้ากระดาน หรือจอภาพหน้าชั้นเรียน

2) แนะนำเข้าสู่บทเรียน อธิบายเกี่ยวกับสมการแบบจำลองของวงจรอาร์ซีไม่มีแหล่งกำเนิด และวิธีการหาผลเฉลยกระแสและแรงดัน ด้วยการอธิบายบนกระดานหน้าชั้นเรียน ประกอบกับการนำเสนอด้วยแผ่นภาพเคลื่อนไหว แผ่นใส รูปภาพ แผนภูมิ หรือวีดิทัศน์ พร้อมทั้งแสดงตัวอย่างวิธีคิดหรือขั้นตอนการคำนวณบนหน้ากระดาน หรือจอภาพหน้าชั้นเรียน

3) แนะนำเข้าสู่บทเรียน อธิบายเกี่ยวกับบทนิยาม รูปสัญญาณ และวงจรสมมูลของฟังก์ชันเอกฐาน

4) แนะนำเข้าสู่บทเรียน อธิบายเกี่ยวกับสมการแบบจำลองผลตอบสนองต่อฟังก์ชันขั้นบันไดของวงจรอาร์แอล และวิธีการหาผลเฉลยของกระแสและแรงดัน ด้วยการอธิบายบนกระดานหน้าชั้นเรียน ประกอบกับการนำเสนอด้วยแผ่นภาพเคลื่อนไหว แผ่นใส รูปภาพ แผนภูมิ หรือวีดิทัศน์ พร้อมทั้งแสดงตัวอย่างวิธีคิดหรือขั้นตอนการคำนวณบนหน้ากระดาน หรือจอภาพหน้าชั้นเรียน

5) แนะนำเข้าสู่บทเรียน อธิบายเกี่ยวกับสมการแบบจำลองผลตอบสนองต่อฟังก์ชันขั้นบันไดของวงจรอาร์ซี และวิธีการหาผลเฉลยของกระแสและแรงดัน ด้วยการอธิบายบนกระดานหน้าชั้นเรียน ประกอบกับการนำเสนอด้วยแผ่นภาพเคลื่อนไหว แผ่นใส รูปภาพ แผนภูมิ หรือวีดิทัศน์ พร้อมทั้งแสดงตัวอย่างวิธีคิดหรือขั้นตอนการคำนวณบนหน้ากระดาน หรือจอภาพหน้าชั้นเรียน

6) แนะนำเข้าสู่บทเรียน อธิบายเกี่ยวกับสมการแบบจำลองวงจรออปแอมป์อันดับหนึ่ง และวิธีการหาผลเฉลยของกระแสและแรงดัน ด้วยการอธิบายบนกระดานหน้าชั้นเรียน ประกอบกับการนำเสนอด้วยแผ่นภาพเคลื่อนไหว แผ่นใส รูปภาพ แผนภูมิ หรือวีดิทัศน์ พร้อมทั้งแสดงตัวอย่างวิธีคิดหรือขั้นตอนการคำนวณบนหน้ากระดาน หรือจอภาพหน้าชั้นเรียน

7) แบ่งนักศึกษาออกเป็น 5 กลุ่ม มอบหมายให้แต่ละกลุ่มศึกษาอุปกรณ์ วีดิทัศน์ รูปภาพ บทนิยาม และสมการ พร้อมทั้งแลกเปลี่ยนความคิดเห็น อภิปราย หรือร่วมมือกันคำนวณปริมาณทางไฟฟ้าด้วยขั้นตอนที่เหมาะสม แต่งตั้งตัวแทนกลุ่มนำเสนอผลการศึกษาด้วยวาจา และตอบข้อซักถามของเพื่อนร่วมห้องหน้าชั้นเรียน

8) เปิดโอกาสให้นักศึกษาร่วมอภิปรายเนื้อหา ผลการคิด หรือการคำนวณ สอบถามข้อสงสัย พร้อมทั้งตอบข้อซักถามและสรุปผลโดยอาจารย์ผู้สอน

9) คัดเลือกโจทย์ปัญหาที่เหมาะสม มอบหมายให้นักศึกษาไปฝึกหัดแก้ปัญหาโจทย์นอกห้องเรียน และส่งรายงานผลการศึกษาหรือคำนวณแก่อาจารย์ผู้สอนในการเรียนครั้งถัดไป

สื่อการเรียนการสอน

- 1) เอกสารประกอบการสอน
- 2) ตำราภาษาไทยและภาษาอังกฤษ
- 3) โปรแกรม MATLAB PSIM หรือ Proteus
- 4) คอมพิวเตอร์

การวัดผลและการประเมินผล

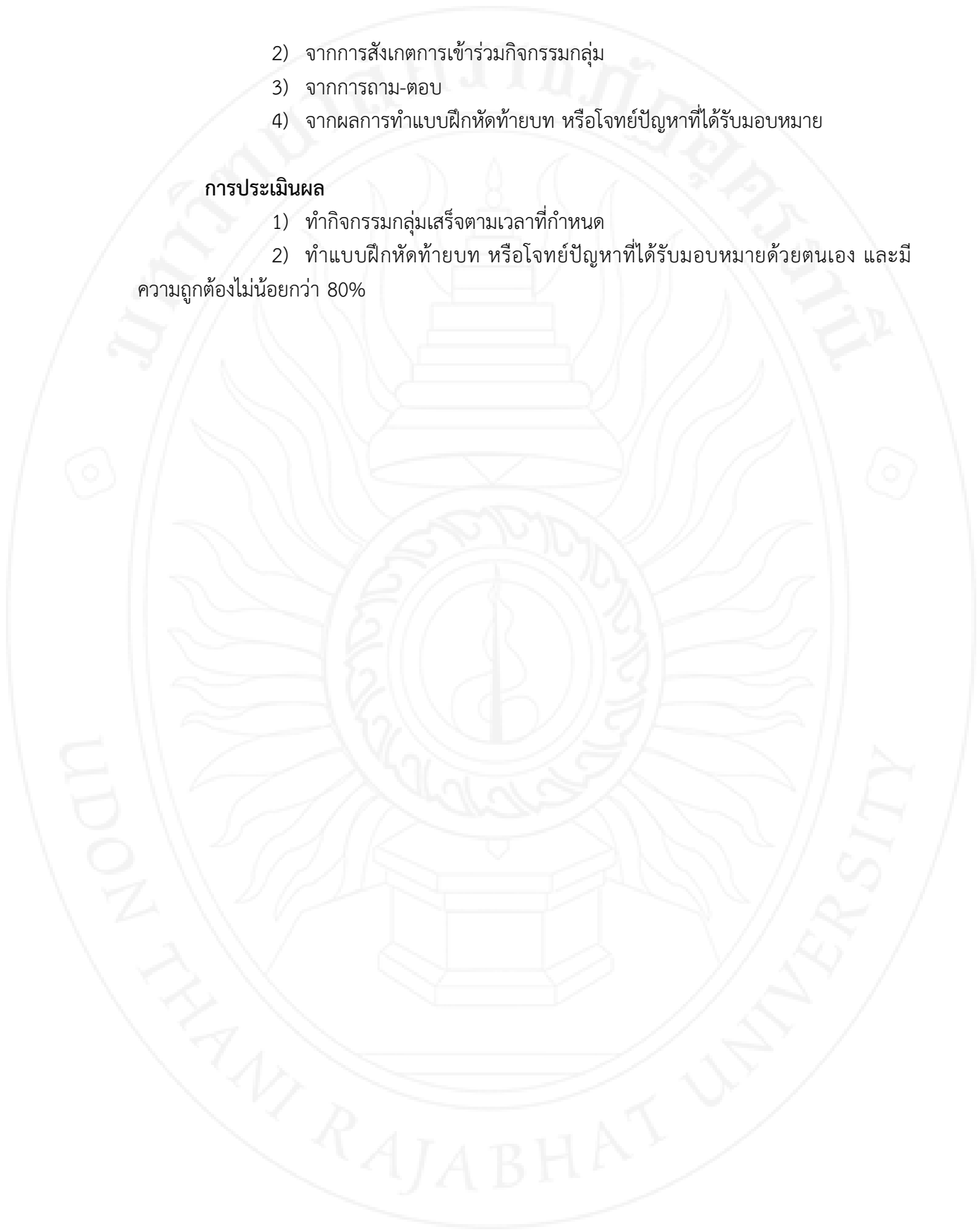
การวัดผล

- 1) จากการเข้าเรียนตรงต่อเวลา

- 2) จากการสังเกตการเข้าร่วมกิจกรรมกลุ่ม
- 3) จากการถาม-ตอบ
- 4) จากผลการทำแบบฝึกหัดท้ายบท หรือโจทย์ปัญหาที่ได้รับมอบหมาย

การประเมินผล

- 1) ทำกิจกรรมกลุ่มเสร็จตามเวลาที่กำหนด
- 2) ทำแบบฝึกหัดท้ายบท หรือโจทย์ปัญหาที่ได้รับมอบหมายด้วยตนเอง และมีความถูกต้องไม่น้อยกว่า 80%



บทที่ 7 วงจรอันดับหนึ่ง

7.1 บทนำ

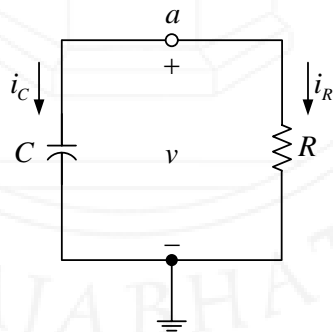
เนื้อหาในบทนี้กล่าวถึงการวิเคราะห์หาสมการแบบจำลองของวงจรตัวต้านทาน-ตัวเหนี่ยวนำ (RL) และวงจรตัวต้านทาน-ตัวเก็บประจุ (RC) เนื่องจากความสัมพันธ์ระหว่างกระแสและแรงดันของตัวเหนี่ยวนำและตัวเก็บประจุ เป็นสมการเชิงอนุพันธ์อันดับหนึ่ง จึงเรียกชื่อวงจรที่มีองค์ประกอบเป็น RL และ RC ว่า วงจรอันดับหนึ่ง ซึ่งมีรายละเอียดดังนี้ (Alexander & Sadiku, 2009)

วงจรอันดับหนึ่ง คือวงจรที่สามารถอธิบายและเขียนสมการแบบจำลองได้ด้วยสมการเชิงอนุพันธ์อันดับหนึ่ง

ความสำคัญของวงจรอันดับหนึ่งคือ ค่ากระแสและแรงดันในสถานะชั่วคราว อาจก่อให้เกิดความเสียหายต่อชีวิตและทรัพย์สิน โดยเฉพาะในวงจรที่มีระดับของค่ากระแสหรือแรงดันสูงมาก การวิเคราะห์หาผลเฉลยสำหรับกระแสและแรงดันในวงจร RL และ RC ด้วยเทคนิคการหาผลเฉลยสมการเชิงอนุพันธ์อันดับหนึ่ง จึงเป็นกระบวนการที่สำคัญมากสำหรับการออกแบบวงจรอิเล็กทรอนิกส์ ระบบไฟฟ้า และระบบป้องกันระบบไฟฟ้า ให้มีสมรรถนะที่ดีที่สุด และมีความปลอดภัยมากที่สุดเมื่อมีการใช้งาน

7.2 วงจรอาร์ซีไม่มีแหล่งกำเนิด

พิจารณาวงจร RC ที่ไม่เชื่อมต่อกับแหล่งกำเนิดในรูปที่ 7.1 กำหนดให้ V_0 คือ ค่าแรงดันของตัวเก็บประจุที่เวลา $t = 0$ s สมการกระแสตามกฎของเคอร์ชอฟฟ์สำหรับโหนด a คือ



รูปที่ 7.1 วงจรอาร์ซีไม่มีแหล่งกำเนิด

$$-i_C - i_R = 0 \quad (7.1)$$

แทนค่า $i_C = C \frac{dv}{dt}$ และ $i_R = \frac{v}{R}$ ในสมการที่ (7.1) จะได้

$$\begin{aligned} -C \frac{dv}{dt} - \frac{v}{R} &= 0 \\ -C \frac{dv}{dt} &= \frac{v}{R} \\ -C dv &= \frac{v}{R} dt \\ -dv &= \frac{v}{RC} dt \\ \frac{dv}{v} &= -\frac{1}{RC} dt \end{aligned} \quad (7.2)$$

หาปริพันธ์สมการที่ (7.2) ทั้งสองข้าง จะได้

$$\begin{aligned} \int \frac{dv}{v} &= -\frac{1}{RC} \int dt \\ \ln v &= -\frac{t}{RC} + M \end{aligned} \quad (7.3)$$

เมื่อ M คือค่าคงตัวของปริพันธ์ จาก $\ln e^x = x$ จะได้ว่า

$$\begin{aligned} \frac{t}{RC} &= \ln e^{-\frac{t}{RC}} \\ M &= \ln e^M \end{aligned} \quad (7.4)$$

แทนสมการที่ (7.4) ในสมการที่ (7.3) จะได้

$$\ln v = \ln e^{-\frac{t}{RC}} + \ln e^M \quad (7.5)$$

จาก $\ln(xy) = \ln x + \ln y$ เขียนสมการที่ (7.5) ในรูปแบบใหม่ได้ดังนี้

$$\ln v = \ln \left(e^M e^{-\frac{t}{RC}} \right) = \ln \left(K_c e^{-\frac{t}{RC}} \right) \quad (7.6)$$

จาก $\ln x = \ln y$ แสดงว่า $x = y$ เขียนสมการที่ (7.6) ในรูปแบบใหม่ได้ดังนี้

$$v = K_c e^{-\frac{t}{RC}} \quad (7.7)$$

เมื่อ $K_c = e^M$ คือค่าคงตัว ที่เวลา $t = 0$ s แรงดันของตัวเก็บประจุมีค่าเท่ากับ V_0 ดังนั้น แทนค่า $t = 0$ s และ $v = V_0$ ในสมการที่ (7.7) จะได้

$$V_0 = K_c e^{-\frac{0}{RC}} = K_c \quad (7.8)$$

แทนค่า K_c ในสมการที่ (7.7) จะได้ผลเฉลยสำหรับแรงดันตกคร่อมตัวเก็บประจุและตัวต้านทานดังนี้

$$v = V_0 e^{-\frac{t}{RC}} \quad (7.9)$$

สมการคำนวณกระแสไหลผ่านตัวต้านทานและตัวเก็บประจุ แสดงในสมการที่ (7.10) และสมการที่ (7.11) ตามลำดับ

$$i_R = \frac{v}{R} = \frac{V_0}{R} e^{-\frac{t}{RC}} \quad (7.10)$$

$$v = C \frac{dv}{dt} = CV_0 e^{-\frac{t}{RC}} \left(-\frac{1}{RC} \right) = \frac{V_0}{R} e^{-\frac{t}{RC}} \quad (7.11)$$

แรงดันในสมการที่ (7.9) เป็นค่าที่เกิดจากลักษณะเฉพาะของวงจรและแรงดันเริ่มต้น V_0 โดยที่ไม่มีการรับพลังงานจากแหล่งกำเนิดภายนอก ค่าแรงดันนี้มีชื่อเรียกว่า ผลตอบสนองธรรมชาติ และมีบทนิยามดังนี้ (Alexander & Sadiku, 2009)

ผลตอบสนองธรรมชาติ คือ ลักษณะเฉพาะเกี่ยวกับกระแสและแรงดันของวงจร ที่เกิดจากเงื่อนไขและพารามิเตอร์ของวงจร โดยที่ไม่มีการรับพลังงานจากแหล่งกำเนิดภายนอก

ค่าแรงดันในสมการที่ (7.9) ลดลงตามรูปแบบของฟังก์ชันเลขชี้กำลัง และสามารถเขียนให้อยู่ในพจน์ของค่าคงตัวเวลา (τ) ได้ดังนี้

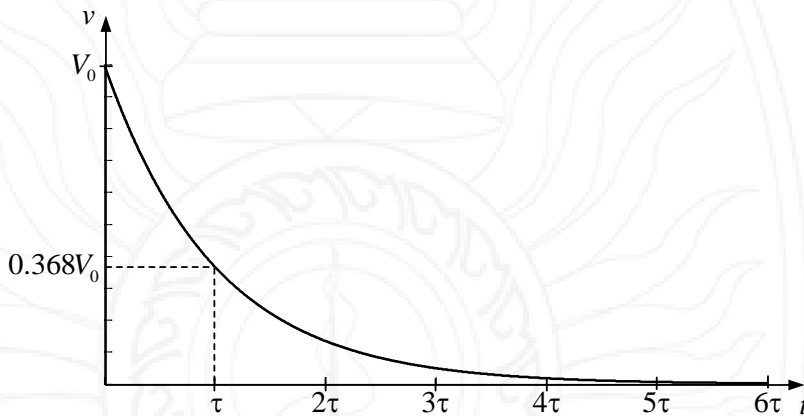
$$v = V_0 e^{-\frac{t}{\tau}} \quad (7.12)$$

บทนิยามของค่าคงตัวเวลาคือ (Alexander & Sadiku, 2009)

ค่าคงตัวเวลา คือ เวลาที่ผลตอบสนองของวงจรลดลงจนถึงค่า $1/e$ เท่า หรือ 36.8% ของผลตอบสนองค่าเริ่มต้น

รูปที่ 7.2 แสดงรูปสัญญาณแรงดันลดลงเหลือ 36.8% ณ เวลาเท่ากับ τ เมื่อเปรียบเทียบกับสมการที่ (7.9) และสมการที่ (7.12) แสดงว่า ค่าคงตัวเวลามีค่าดังสมการที่ (7.13)

$$\tau = RC \quad (7.13)$$

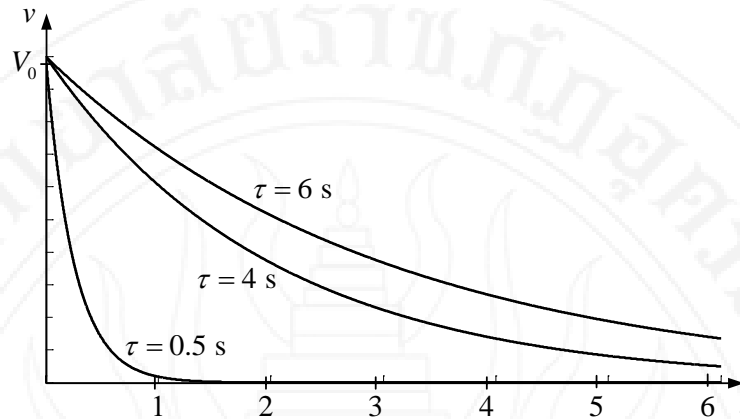


รูปที่ 7.2 รูปสัญญาณผลตอบสนองแรงดันวงจรอาร์ซีไม่มีแหล่งกำเนิด

ลักษณะเฉพาะที่พิเศษของผลตอบสนองแรงดันในวงจร RC คือ ค่าแรงดันจะลดเหลือ 36.8% ของค่าเดิม ในทุกค่าของเวลาที่เพิ่มขึ้น τ ซึ่งสามารถเขียนให้อยู่ในรูปของฟังก์ชันได้ดังสมการที่ (7.14)

$$v(t + \tau) = \frac{v(t)}{e} = 0.638v(t) \quad (7.14)$$

ค่าคงตัวเวลา เป็นพารามิเตอร์สมรรถนะที่สำคัญของวงจรอันดับหนึ่ง การกล่าวถึงค่าของผลตอบสนองโดยการอ้างอิงถึงค่าคงตัวเวลา ส่งผลให้การทำความเข้าใจและเปรียบเทียบมีความสะดวกมากขึ้น จากรูปสัญญาณแรงดันในรูปที่ 7.2 อาจกล่าวได้ว่า วงจรนี้ให้ผลตอบสนองแรงดันลดลงจนมีค่าเท่ากับศูนย์ที่เวลาเท่ากับ 5τ ในขณะที่อีกวงจรอาจลดลงจนมีค่าเท่ากับศูนย์ที่เวลาเท่ากับ 7τ ทำให้สามารถสรุปได้ว่า วงจรแรกมีผลตอบสนองเร็วกว่าวงจรที่สอง ตัวอย่างของรูปสัญญาณผลตอบสนองที่มีค่าคงตัวเวลาแตกต่างกัน แสดงในรูปที่ 7.3



รูปที่ 7.3 รูปสัญญาณผลตอบสนองแรงดันของวงจรอาร์ซีที่มีค่าคงตัวเวลาต่างกัน

จากเนื้อที่กล่าวถึงข้างต้น สามารถสรุปขั้นตอนการวิเคราะห์วงจร RC ไม่มีแหล่งกำเนิดได้ดังนี้

- (1) วิเคราะห์วงจรหาค่าแรงดันเริ่มต้นของตัวเก็บประจุ (V_0) โดยใช้เงื่อนไขดังต่อไปนี้
 - (ก) แรงดันตกคร่อมตัวเก็บประจุ ไม่สามารถเปลี่ยนแปลงค่าได้โดยฉับพลัน
 - (ข) ในวงจรไฟฟ้ากระแสตรง ตัวเก็บประจุจะอยู่ในสถานะเปิดวงจร ไม่มีกระแสไหล

ผ่าน

- (2) วิเคราะห์หาค่าคงตัวเวลาจากสมการ $\tau = RC$ ความต้านทานและความจุที่แทนค่าในสมการนี้ อาจเป็นค่าเดียวสำหรับกรณีที่มีตัวต้านทานและตัวเก็บประจุอย่างละ 1 ตัว หรืออาจเป็นค่าสมมูลสำหรับกรณีที่วงจรมีตัวต้านทานและตัวเก็บประจุหลายตัว

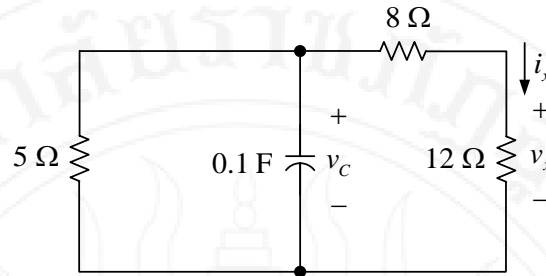
ตัวอย่างที่ 7.1

จากวงจรในรูปที่ 7.4 กำหนดให้ $v_c(0) = 15 \text{ V}$ จงวิเคราะห์หา v_c , v_x และ i_x สำหรับเวลา $t > 0$

วิธีทำ

คำนวณหาความต้านทานสมมูลสำหรับ $5 \Omega \parallel (8 \Omega + 12 \Omega)$ ได้ผลลัพธ์ดังสมการที่ (7.15)

$$R_{eq} = \frac{5(12+8)}{5+12+8} = 4 \Omega \tag{7.15}$$



รูปที่ 7.4 วงจรสำหรับตัวอย่างที่ 7.1 (Alexander & Sadiku, 2009)

จากสมการที่ (7.13) ค่าคงตัวเวลามีค่าเท่ากับ

$$\tau = R_{eq} C = 4 \times 0.1 = 0.4 \text{ s} \quad (7.16)$$

โจทย์กำหนดให้ $v_C(0) = 15 \text{ V}$ ดังนั้น $V_0 = 15 \text{ V}$ จากสมการที่ (7.12) แรงดัน v_C มีค่าเท่ากับ

$$v_C = V_0 e^{-\frac{t}{\tau}} = 15 e^{-\frac{t}{0.4}} = 15 e^{-2.5t} \text{ V} \quad \text{ตอบ}$$

เมื่อพิจารณาวงจรในรูปที่ 7.4 และจากหลักการวงจรแบ่งแรงดัน v_x มีค่าเท่ากับ

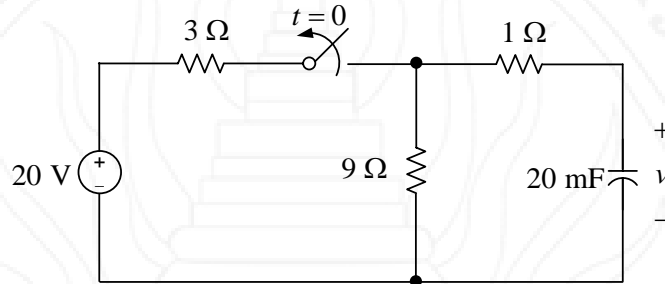
$$v_x = \left(\frac{12 \Omega}{8 \Omega + 12 \Omega} \right) v_C = \left(\frac{12}{8+12} \right) (15 e^{-2.5t}) = 9 e^{-2.5t} \text{ V} \quad \text{ตอบ}$$

จากกฎของโอห์ม กระแส i_x มีค่าเท่ากับ

$$i_x = \frac{v_x}{12} = \frac{9 e^{-2.5t}}{12} = 750 e^{-2.5t} \text{ mA} \quad \text{ตอบ}$$

ตัวอย่างที่ 7.2

จากวงจรในรูปที่ 7.5 จงวิเคราะห์หาแรงดัน v สำหรับเวลา $t > 0$ และพลังงานเริ่มต้นที่สะสมในตัวเก็บประจุ

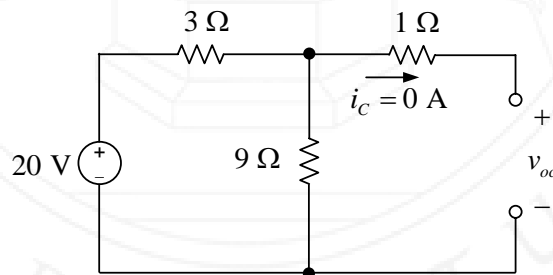


รูปที่ 7.5 วงจรสำหรับตัวอย่างที่ 7.2 (Alexander & Sadiku, 2009)

วิธีทำ

ในช่วงก่อนเวลา $t = 0$ s สวิตช์อยู่ในสถานะ “ปิด” ส่งผลให้ตัวเก็บประจุได้รับพลังงานจากแหล่งกำเนิดแรงดันไฟฟ้ากระแสตรง 20 V และอยู่ในสถานะเปิดวงจร ดังนั้น ทอพอโลยีของวงจรในช่วงเวลานี้ จึงมีลักษณะดังแสดงในรูปที่ 7.6 เนื่องจากไม่มีกระแสไหลผ่านตัวต้านทาน 1Ω เพราะตัวเก็บประจุเปิดวงจร ดังนั้น แรงดัน v_{oc} จึงมีค่าเท่ากับแรงดันตกคร่อม 9Ω และจากหลักการวงจรแบ่งแรงดัน v_{oc} จึงมีค่าเท่ากับ

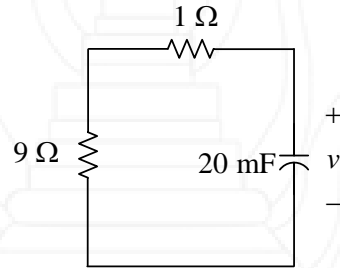
$$v_{oc} = \left(\frac{9 \Omega}{3 \Omega + 9 \Omega} \right) (20 \text{ V}) = 15 \text{ V} \quad (1.17)$$



รูปที่ 7.6 ทอพอโลยีของวงจรเมื่อก่อนหน้าเวลา $t = 0$ s

ณ เวลา $t=0$ s สวิตช์เปลี่ยนสถานะจาก “ปิด” เป็น “เปิด” ทอพอโลยีของวงจรในช่วงเวลา $t > 0$ s จึงมีลักษณะดังแสดงในรูปที่ 7.6 เนื่องจากแรงดันตกคร่อมตัวเก็บประจุไม่สามารถเปลี่ยนแปลงได้โดยฉับพลัน ดังนั้น ที่เวลา $t=0$ s แรงดันตกคร่อมตัวเก็บประจุจึงมีค่าเท่ากับ

$$V_0 = v_{oc} = 15 \text{ V} \quad (7.18)$$



รูปที่ 7.7 ทอพอโลยีของวงจรเมื่อเวลา $t > 0$ s

ความต้านทานสมมูลของวงจรในรูปที่ 7.7 คือ

$$R_{eq} = 9 \Omega + 1 \Omega = 10 \Omega \quad (7.19)$$

จากสมการที่ (7.13) ค่าคงตัวเวลามีค่าเท่ากับ

$$\tau = R_{eq} C = 10 \times 20 \times 10^{-3} = 0.2 \text{ s} \quad (7.20)$$

จากสมการที่ (7.12) แรงดัน v_c สำหรับเวลา $t > 0$ s มีค่าเท่ากับ

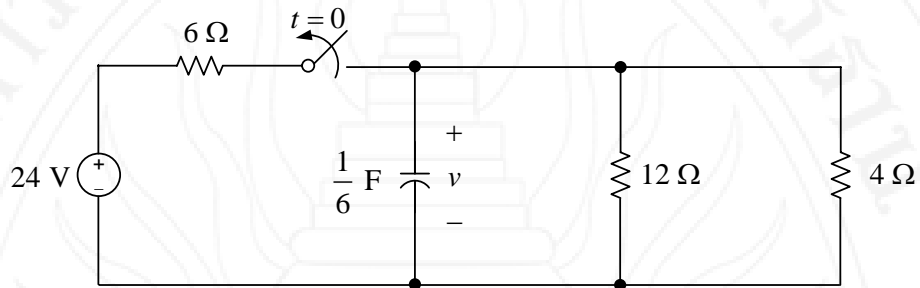
$$v_c = V_0 e^{-\frac{t}{\tau}} = 15 e^{-\frac{t}{0.2}} = 15 e^{-5t} \text{ V} \quad \text{ตอบ}$$

พลังงานที่เริ่มสะสมในตัวเก็บประจุมีค่าเท่ากับ

$$w_c(0) = \frac{1}{2} C v_c^2(0) = \frac{1}{2} (20 \times 10^{-3}) (15)^2 = 2.25 \text{ J} \quad \text{ตอบ}$$

ตัวอย่างที่ 7.3

จากวงจรในรูปที่ 7.8 จงวิเคราะห์หาแรงดัน v สำหรับเวลา $t > 0$ และพลังงานเริ่มต้นที่สะสมในตัวเก็บประจุ

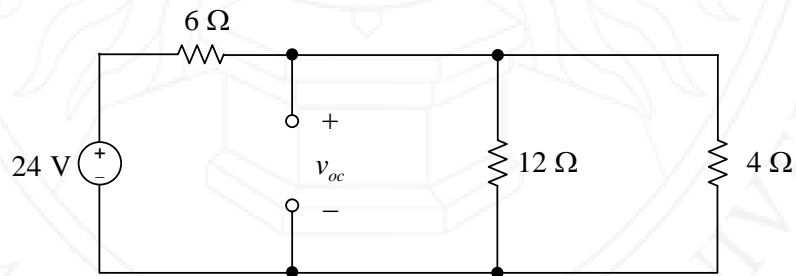


รูปที่ 7.8 วงจรสำหรับตัวอย่างที่ 7.3 (Alexander & Sadiku, 2009)

วิธีทำ

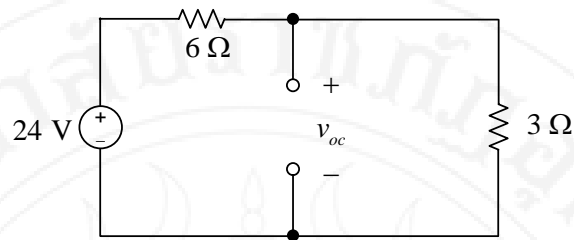
ในช่วงก่อนเวลา $t = 0$ s สวิตช์อยู่ในสถานะ “ปิด” ส่งผลให้ตัวเก็บประจุได้รับพลังงานจากแหล่งกำเนิดแรงดันไฟฟ้ากระแสตรง 24 V และอยู่ในสถานะเปิดวงจร ดังนั้น ทอพอโลยีของวงจรในช่วงเวลานี้ จึงมีลักษณะดังแสดงในรูปที่ 7.9 ความต้านทานสมมูลระหว่าง 12Ω และ 4Ω คือ

$$R_{eq1} = \frac{12 \Omega \times 4 \Omega}{12 \Omega + 4 \Omega} = 3 \Omega \quad (1.21)$$



รูปที่ 7.9 ทอพอโลยีของวงจรเมื่อก่อนหน้าเวลา $t = 0$ s

ทอพอโลยีของวงจรเมื่อกำหนดหาความต้านทานสมมูลระหว่าง 12Ω และ 4Ω แสดงในรูปที่ 7.10

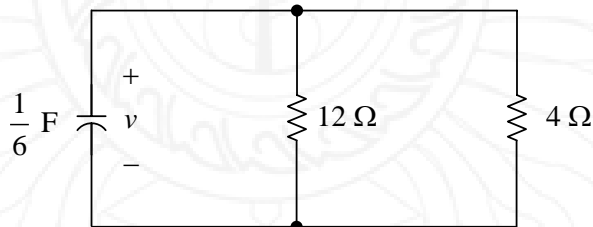
รูปที่ 7.10 ทอพอโลยีของวงจรสมมูลเมื่อก่อนหน้าเวลา $t = 0$ s

จากหลักการวงจรแบ่งแรงดัน v_{oc} มีค่าเท่ากับ

$$v_{oc} = \left(\frac{3 \Omega}{6 \Omega + 3 \Omega} \right) (24 \text{ V}) = 8 \text{ V} \quad (7.22)$$

ณ เวลา $t = 0$ s สวิตช์เปลี่ยนสถานะจาก “ปิด” เป็น “เปิด” ทอพอโลยีของวงจรในช่วงเวลา $t > 0$ s จึงมีลักษณะดังแสดงในรูปที่ 7.11 เนื่องจากแรงดันตกคร่อมตัวเก็บประจุไม่สามารถเปลี่ยนแปลงได้โดยฉับพลัน ดังนั้น ที่เวลา $t = 0$ s แรงดันตกคร่อมตัวเก็บประจุจึงมีค่าเท่ากับ

$$V_0 = v_{oc} = 8 \text{ V} \quad (7.23)$$

รูปที่ 7.11 ทอพอโลยีของวงจรเมื่อเวลา $t > 0$ s

ความต้านทานสมมูลของวงจรในรูปที่ 7.11 คือ

$$R_{eq2} = \frac{(12 \Omega)(4 \Omega)}{12 \Omega + 4 \Omega} = 3 \Omega \quad (7.24)$$

จากสมการที่ (7.13) ค่าคงตัวเวลามีค่าเท่ากับ

$$\tau = R_{eq2} C = 3 \times \frac{1}{6} = 0.5 \text{ s} \quad (7.25)$$

จากสมการที่ (7.12) แรงแดัน v_c สำหรับเวลา $t > 0$ s มีค่าเท่ากับ

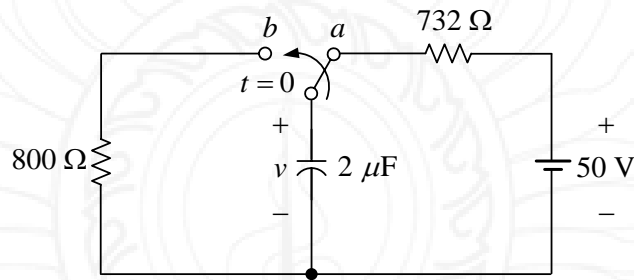
$$v_c = V_0 e^{-\frac{t}{\tau}} = 8e^{-\frac{t}{0.5}} = 8e^{-2t} \text{ V} \quad \text{ตอบ}$$

พลังงานที่เริ่มสะสมในตัวเก็บประจุมีค่าเท่ากับ

$$w_c(0) = \frac{1}{2} C v_c^2(0) = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{6} \right) (8)^2 = 5.33 \text{ J} \quad \text{ตอบ}$$

ตัวอย่างที่ 7.4

จากวงจรในรูปที่ 7.12 จงวิเคราะห์หาแรงแดัน $v(0)$ และ $v(2 \text{ ms})$



รูปที่ 7.12 วงจรสำหรับตัวอย่างที่ 7.4 (Hayt, Kemmerly, & Durbin, 2007)

วิธีทำ

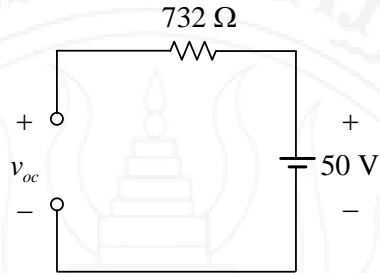
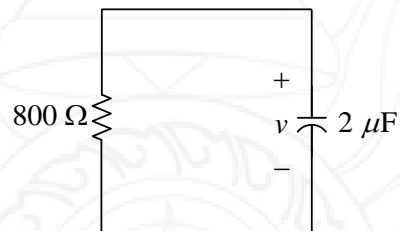
ในช่วงก่อนเวลา $t = 0$ s สวิตช์เชื่อมต่อกับจุด a ส่งผลให้ตัวเก็บประจุได้รับพลังงานจากแบตเตอรี่ 50 V และอยู่ในสถานะเปิดวงจร ไม่มีกระแสไหลในวงจร ดังนั้น ทอพอโลยีของวงจรในช่วงเวลานี้จึงมีลักษณะดังแสดงในรูปที่ 7.13 เนื่องจากไม่มีกระแสไหล ไม่มีแรงแดันตกคร่อม 732Ω แรงแดัน v_{oc} จึงมีค่าเท่ากับ

$$v_{oc} = 50 \text{ V} \quad (7.26)$$

ณ เวลา $t = 0$ s สวิตช์เปลี่ยนไปเชื่อมต่อกับจุด b ทอพอโลยีของวงจรในช่วงเวลา $t > 0$ s จึงมีลักษณะดังแสดงในรูปที่ 7.14 เนื่องจากแรงแดันตกคร่อมตัวเก็บประจุไม่สามารถเปลี่ยนแปลงได้โดยฉับพลัน ดังนั้น ที่เวลา $t = 0$ s แรงแดันตกคร่อมตัวเก็บประจุจึงมีค่าเท่ากับ

$$V_0 = v_{oc} = 50 \text{ V}$$

ตอบ

รูปที่ 7.13 ทอพอโลยีของวงจรเมื่อก่อนหน้าเวลา $t = 0 \text{ s}$ รูปที่ 7.14 ทอพอโลยีของวงจรเมื่อเวลา $t > 0 \text{ s}$

จากสมการที่ (7.13) ค่าคงตัวเวลามีค่าเท่ากับ

$$\tau = RC = 800 \times 2 \times 10^{-6} = 1.6 \text{ ms} \quad (7.27)$$

จากสมการที่ (7.12) แรงดัน v_c สำหรับเวลา $t > 0 \text{ s}$ มีค่าเท่ากับ

$$v = V_0 e^{-\frac{t}{\tau}} = 50 e^{-\frac{t}{0.0016}} = 50 e^{-625t} \text{ V} \quad (7.28)$$

ที่เวลา $t = 2 \text{ ms}$ แรงดัน v_c มีค่าเท่ากับ

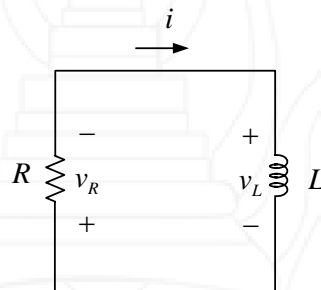
$$v(2 \text{ ms}) = 50 e^{-625(2 \times 10^{-3})} = 14.33 \text{ V}$$

ตอบ

7.3 วงจรอาร์แอลไม่มีแหล่งกำเนิด

พิจารณาวจร RL ที่ไม่เชื่อมต่อกับแหล่งกำเนิดในรูปที่ 7.15 กำหนดให้ I_0 คือ ค่ากระแสของตัวเหนี่ยวนำที่เวลา $t = 0$ s สมการตามกฎแรงดันของเคอร์ชอฟสำหรับวงจรคือ

$$v_R + v_L = 0 \tag{7.29}$$



รูปที่ 7.15 วงจรอาร์แอลไม่มีแหล่งกำเนิด

แทนค่า $v_L = L \frac{di}{dt}$ และ $v_R = Ri$ ในสมการที่ (7.29) จะได้

$$\begin{aligned} Ri + L \frac{di}{dt} &= 0 \\ L \frac{di}{dt} &= -Ri \\ \frac{di}{dt} &= -\frac{R}{L}i \\ \frac{di}{i} &= -\frac{R}{L}dt \end{aligned} \tag{7.30}$$

หาปริพันธ์สมการที่ (7.30) ทั้งสองข้าง จะได้

$$\begin{aligned} \int \frac{di}{i} &= -\frac{R}{L} \int dt \\ \ln i &= -\frac{R}{L}t + N \end{aligned} \tag{7.31}$$

เมื่อ N คือค่าคงตัวของปริพันธ์ จาก $\ln e^x = x$ จะได้ว่า

$$\begin{aligned}\frac{Rt}{L} &= \ln e^{\frac{t}{RC}} \\ N &= \ln e^N\end{aligned}\tag{7.32}$$

แทนสมการที่ (7.32) ในสมการที่ (7.31) จะได้

$$\ln i = \ln e^{\frac{Rt}{L}} + \ln e^C\tag{7.33}$$

จาก $\ln(xy) = \ln x + \ln y$ เขียนสมการที่ (7.33) ในรูปแบบใหม่ได้ดังนี้

$$\ln i = \ln \left(e^N e^{\frac{Rt}{L}} \right) = \ln \left(K_\ell e^{\frac{t}{RC}} \right)\tag{7.34}$$

จาก $\ln x = \ln y$ แสดงว่า $x = y$ เขียนสมการที่ (7.6) ในรูปแบบใหม่ได้ดังนี้

$$i = K_\ell e^{\frac{Rt}{L}}\tag{7.35}$$

เมื่อ $K_\ell = e^N$ คือค่าคงตัว ที่เวลา $t = 0$ s กระแสของตัวเหนี่ยวนำมีค่าเท่ากับ I_0 ดังนั้น แทนค่า $t = 0$ s และ $i = I_0$ ในสมการที่ (7.35) จะได้

$$I_0 = K_\ell e^{\frac{R \times 0}{L}} = K_\ell\tag{7.36}$$

แทนค่า K_ℓ ในสมการที่ (7.35) จะได้ผลเฉลยสำหรับกระแสไหลผ่านตัวเหนี่ยวนำและตัวต้านทานดังนี้

$$i = I_0 e^{\frac{Rt}{L}}\tag{7.37}$$

สมการคำนวณแรงดันตกคร่อมตัวต้านทานและตัวเหนี่ยวนำ แสดงในสมการที่ (7.38) และสมการที่ (7.39) ตามลำดับ

$$v_R = Ri = RI_0 e^{\frac{Rt}{L}}\tag{7.38}$$

$$v_L = L \frac{di}{dt} = LI_0 e^{-\frac{Rt}{L}} \left(-\frac{R}{L} \right) = -RI_0 e^{-\frac{Rt}{L}} \quad (7.39)$$

ค่าคงตัวเวลามีค่าดังสมการที่ (7.40)

$$\tau = \frac{L}{R} \quad (7.40)$$

ดังนั้น กระแสไหลผ่านตัวเหนี่ยวนำมีค่าเท่ากับสมการที่ (7.41)

$$i = I_0 e^{-\frac{t}{\tau}} \quad (7.41)$$

ขั้นตอนการวิเคราะห์หาผลตอบสนองธรรมชาติของวงจร RL ที่ไม่มีแหล่งกำเนิด

(1) วิเคราะห์วงจรหากระแสเริ่มต้นของตัวเหนี่ยวนำ (I_0) โดยใช้เงื่อนไขดังต่อไปนี้

(ก) กระแสของตัวเหนี่ยวนำ ไม่สามารถเปลี่ยนแปลงค่าได้โดยฉับพลัน

(ข) ในวงจรไฟฟ้ากระแสตรง ตัวเหนี่ยวนำจะอยู่ในสถานะลัดวงจร ไม่มีแรงดันตก

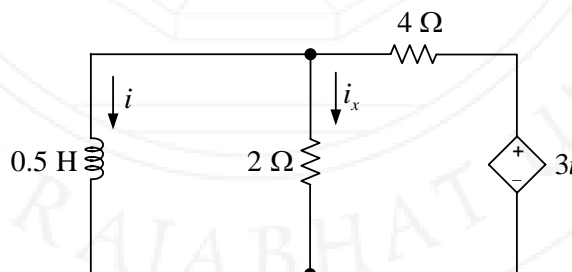
คร่อม

(2) วิเคราะห์หาค่าคงตัวเวลาจากสมการ $\tau = L/R$ ความต้านทานและความเหนี่ยวนำที่แทนค่าในสมการนี้ อาจเป็นค่าเดียวสำหรับกรณีที่มีตัวต้านทานและตัวเหนี่ยวนำอย่างละ 1 ตัว หรืออาจเป็นค่าสมมูลสำหรับกรณีที่มีตัวต้านทานและตัวเหนี่ยวนำหลายตัว

ตัวอย่างที่ 7.5

จากวงจรในรูปที่ 7.16 กำหนดให้ $i(0) = 10 \text{ A}$ จงวิเคราะห์หา i และ i_x สำหรับเวลา $t > 0$

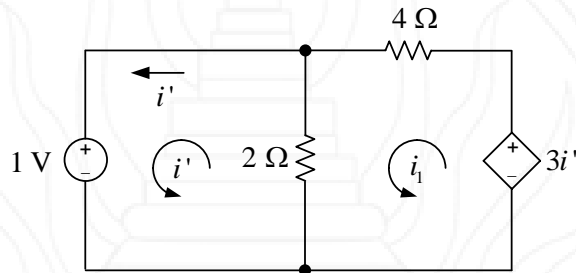
วิธีทำ



รูปที่ 7.16 วงจรสำหรับตัวอย่างที่ 7.5 (Alexander & Sadiku, 2009)

การวิเคราะห์หาความต้านทานสมมูลโดยตรงไม่สามารถทำได้ เพราะมีแหล่งกำเนิดแรงดันไม่อิสระอยู่ด้านขวามือของวงจร เพื่อแก้ปัญหานี้ ตัดตัวเหนี่ยวนำออกจากวงจร แล้วแทนที่ด้วยแหล่งกำเนิดแรงดันขนาด 1 V ดังแสดงในรูปที่ 7.17 และคำนวณหาความต้านทานสมมูลจากสมการ

$$R_{eq} = \frac{v}{i'} = \frac{1}{i'}$$



รูปที่ 7.17 วงจรสำหรับใช้วิเคราะห์หา R_{eq}

สมตามกฎแรงดันของเคอร์ชอฟฟ์สำหรับเมช i' คือ

$$\begin{aligned} 1 + (i' - i_1)2 &= 0 \\ 2i' - 2i_1 &= -1 \end{aligned} \quad (7.42)$$

สมตามกฎแรงดันของเคอร์ชอฟฟ์สำหรับเมช i_1 คือ

$$\begin{aligned} (i_1 - i')2 + 4i_1 - 3i' &= 0 \\ -5i' + 6i_1 &= 0 \end{aligned} \quad (7.43)$$

เขียนสมการที่ (7.42) และสมการที่ (7.43) ให้อยู่ในรูปของเมทริกซ์ จะได้

$$\begin{bmatrix} 2 & -2 \\ -5 & 6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i' \\ i_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (7.44)$$

ผลเฉลยสำหรับ i' คือ

$$i' = \frac{\begin{vmatrix} -1 & -2 \\ 0 & 2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 2 & -2 \\ -5 & 6 \end{vmatrix}} = \frac{(-1)(2)}{(2)(6) - (-5)(6)} = -3 \text{ A} \quad (7.45)$$

ดังนั้น ความต้านทานสมมูลมีค่าเท่ากับ

$$R_{eq} = \frac{1}{i'} = \frac{1}{3} \Omega \quad (7.46)$$

จากสมการที่ (7.40) ค่าคงตัวเวลามีค่าเท่ากับ

$$\tau = \frac{L}{R} = \frac{0.5}{\frac{1}{3}} = 1.5 \text{ s} \quad (7.47)$$

จากสมการที่ (7.41) กระแสไหลผ่านตัวเหนี่ยวนำมีค่าเท่ากับ

$$i = I_0 e^{-\frac{t}{\tau}} = 10 e^{-\frac{t}{1.5}} = 10 e^{-\frac{2t}{3}} \text{ A} \quad \text{ตอบ}$$

จากสมการที่ (7.39) แรงดันตกคร่อมตัวเหนี่ยวนำมีค่าเท่ากับ

$$v_L = R I_0 e^{-\frac{Rt}{L}} = \left(\frac{1}{3}\right) (10) e^{-\frac{1}{3} \frac{t}{0.5}} = \frac{10}{3} e^{-\frac{2t}{3}} \text{ V} \quad (7.48)$$

จากกฎของโอห์ม และข้อของแรงดันตกคร่อมตัวต้านทานในรูปที่ 7.15 กระแส i_x มีค่าเท่ากับ

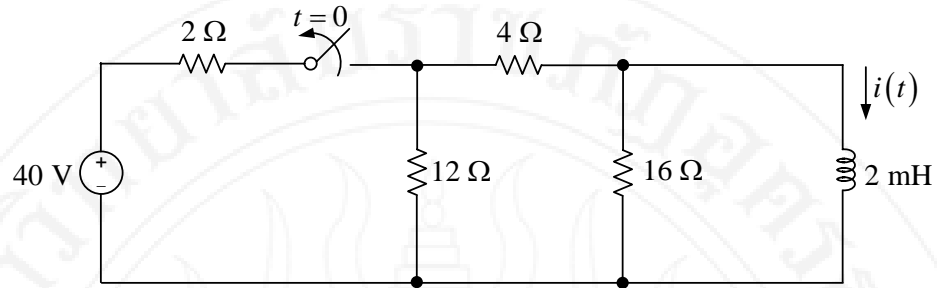
$$i_x = \frac{-v_L}{R} = \frac{-\frac{10}{3} e^{-\frac{2t}{3}}}{2} = -1.67 e^{-\frac{2t}{3}} \text{ A} \quad \text{ตอบ}$$

ตัวอย่างที่ 7.6

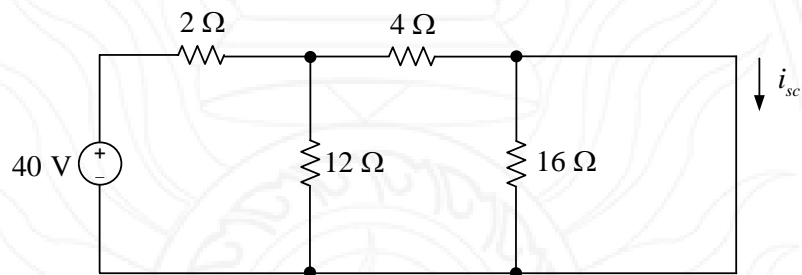
จากวงจรในรูปที่ 7.18 สวิตช์อยู่ในสถานะ “ปิด” ด้วยระยะเวลาที่ผ่านมานาน แต่เมื่อเวลา $t = 0$ s สวิตช์เปลี่ยนไปอยู่ในสถานะ “เปิด” จงวิเคราะห์ห้วงจรเพื่อคำนวณหา i สำหรับเวลา $t > 0$ s

วิธีทำ

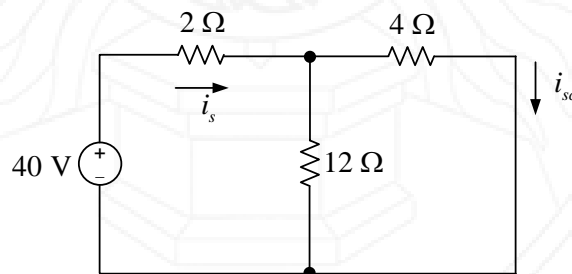
เริ่มต้นการวิเคราะห์ด้วยการคำนวณหาค่ากระแสเริ่มต้นของตัวเหนี่ยวนำ ในช่วงเวลา $t < 0$ s ตัวเหนี่ยวนำถูกจ่ายพลังงานไฟฟ้ากระแสตรงจากแหล่งกำเนิดแรงดัน 40 V และอยู่ในสถานะลัดวงจร ทอ-พอลิย์ของวงจรสำหรับช่วงเวลานี้แสดงในรูปที่ 7.19



รูปที่ 7.18 วงจรสำหรับตัวอย่างที่ 7.6 (Alexander & Sadiku, 2009)

รูปที่ 7.19 วงจรที่เวลา $t < 0$ s

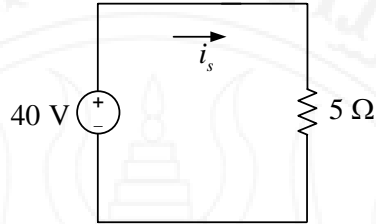
เนื่องจากตัวต้านทาน $16\ \Omega$ ถูกลัดวงจร ดังนั้น จึงเหมือนกับว่า $16\ \Omega$ ไม่ได้เชื่อมต่อกับวงจร วงจรสมมูลที่เวลา $t < 0$ s จึงมีทอพอโลยีดังแสดงในรูปที่ 7.20

รูปที่ 7.20 วงจรสมมูลที่เวลา $t < 0$ s

ความต้านทานสมมูล $2\ \Omega$ อนุกรมกับ $(12\ \Omega) \parallel (4\ \Omega)$ มีค่าเท่ากับ

$$R_{eq1} = 2 + \frac{12 \times 4}{12 + 4} = 5\ \Omega \quad (7.49)$$

วงจรสมมูลหลังยุบรวมตัวต้านทานทั้ง 3 ตัว แสดงในรูปที่ 7.21



รูปที่ 7.21 วงจรสมมูลที่เวลา $t < 0$ s เมื่อยุบรวม 2Ω 12Ω และ 4Ω

จากกฎของโอห์ม กระแส i_s มีค่าเท่ากับ

$$i_s = \frac{40}{5} = 8 \text{ A} \tag{7.50}$$

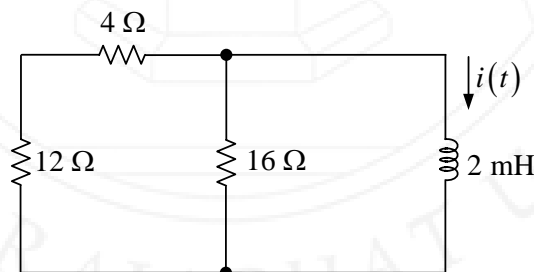
จากหลักการวงจรแบ่งกระแส เมื่อพิจารณาวงจรในรูปที่ 7.20 กระแส i_{sc} มีค่าเท่ากับ

$$i_{sc} = \left(\frac{12 \Omega}{12 \Omega + 4 \Omega} \right) (8 \text{ A}) = 6 \text{ A} \tag{7.51}$$

เนื่องจากกระแสของตัวเหนี่ยวนำไม่สามารถเปลี่ยนแปลงได้โดยฉับพลัน ดังนั้น ที่เวลา $t = 0$ s และสวิตช์เปลี่ยนสถานะจาก “ปิด” เป็น “เปิด” กระแสของตัวเหนี่ยวนำจึงมีค่าเท่ากับ

$$I_0 = i_{sc} = 6 \text{ A} \tag{ตอบ}$$

ที่เวลา $t > 0$ s สวิตช์เปลี่ยนสถานะจาก “ปิด” เป็น “เปิด” ทอพอโลยีของวงจรแสดงในรูปที่ 7.19



รูปที่ 7.22 วงจรที่เวลา $t > 0$ s

ความต้านทานสมมูล $12\ \Omega + 4\ \Omega$ ขนานกับ $16\ \Omega$ มีค่าเท่ากับ

$$R_{eq2} = \frac{(12+4)(16)}{12+4+16} = 8\ \Omega \quad (7.52)$$

จากสมการที่ (7.40) ค่าคงตัวของเวลาของวงจรมีค่าเท่ากับ

$$\tau = \frac{L}{R_{eq2}} = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}\ \text{s} \quad (7.53)$$

จากสมการที่ (7.37) กระแสไหลผ่านตัวเหนี่ยวนำมีค่าเท่ากับ

$$i = I_0 e^{-\frac{t}{\tau}} = 6e^{-\frac{t}{1/4}} = 6e^{-4t}\ \text{A} \quad \text{ตอบ}$$

7.4 ฟังก์ชันเอกฐาน

ฟังก์ชันเอกฐานหรือฟังก์ชันสวิตชิง เป็นฟังก์ชันทางคณิตศาสตร์ที่มีประโยชน์สำหรับการวิเคราะห์วงจรไฟฟ้าในสถานะชั่วคราว เพราะสามารถนำฟังก์ชันเอกฐานไปเขียนแทนสถานะการสวิตชิงของวงจรได้ ส่งผลให้สามารถเขียนสมการแทนแบบจำลองและวิเคราะห์หาพารามิเตอร์ของวงจรในสถานะชั่วคราวได้ บทนิยามสำหรับฟังก์ชันเอกฐานคือ

ฟังก์ชันเอกฐาน คือฟังก์ชันไม่ต่อเนื่อง หรือฟังก์ชันที่มีอนุพันธ์ไม่ต่อเนื่อง

ฟังก์ชันเอกฐานตัวแรกที่ควรจะทราบเพื่อนำไปใช้สำหรับการวิเคราะห์วงจรไฟฟ้าคือ ฟังก์ชันขั้นบันไดหนึ่งหน่วย ซึ่งมีบทนิยามดังนี้

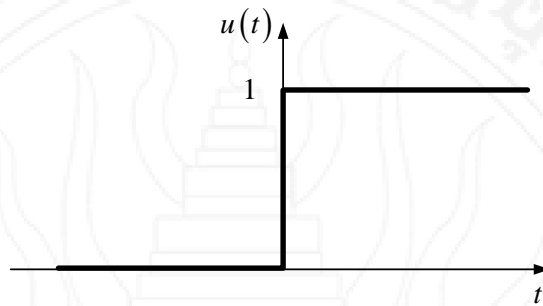
ฟังก์ชันขั้นบันไดหนึ่งหน่วย คือฟังก์ชันที่มีค่าเท่าศูนย์เมื่อเวลาน้อยกว่าศูนย์ และมีค่าเท่ากับหนึ่งเมื่อเวลามีค่ามากกว่าหรือเท่ากับศูนย์

นิพจน์ของฟังก์ชันขั้นบันไดหนึ่งหน่วยแสดงในสมการที่ (7.54) และรูปสัญญาณแสดงใน

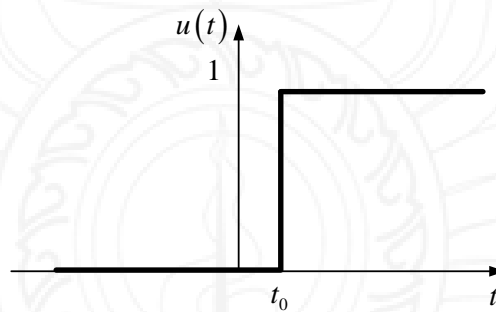
$$u(t) = \begin{cases} 0, & t < 0 \\ 1, & t \geq 0 \end{cases} \quad (7.54)$$

กรณีที่มีการเปลี่ยนแปลงค่าจาก 0 เป็น 1 ไม่ได้เกิดขึ้นที่ $t = 0$ แต่ถูกหน่วงให้เกิดขึ้นที่เวลา $t = t_0$ ฟังก์ชันขั้นบันไดหนึ่งหน่วยของกรณีนี้แสดงในสมการที่ (7.55) และรูปสัญญาณแสดงในรูปที่ 7.24 แต่

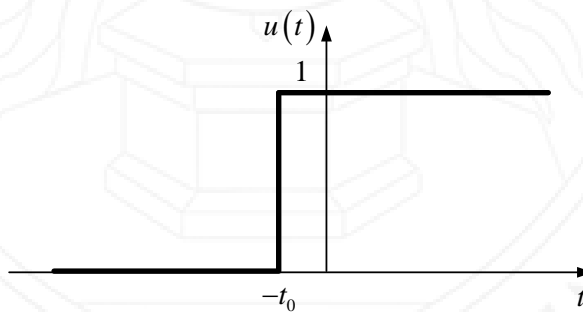
หากการเปลี่ยนแปลงค่าจาก 0 เป็น 1 เกิดขึ้นล่วงหน้าเป็นเวลา $t = t_0$ ฟังก์ชันขั้นบันไดหนึ่งหน่วยของกรณีนี้แสดงในสมการที่ (7.56) และรูปสัญญาณแสดงในรูปที่ 7.25



รูปที่ 7.23 รูปสัญญาณของฟังก์ชันขั้นบันไดหนึ่งหน่วย



รูปที่ 7.24 รูปสัญญาณของฟังก์ชันขั้นบันไดหนึ่งหน่วยหน่วงเป็นเวลา t_0

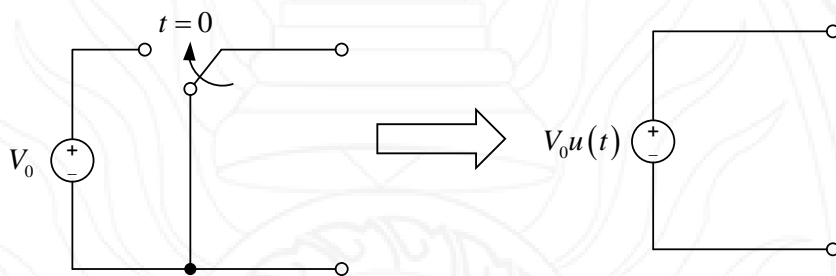


รูปที่ 7.25 รูปสัญญาณของฟังก์ชันขั้นบันไดหนึ่งหน่วยล้ำหน้าเป็นเวลา t_0

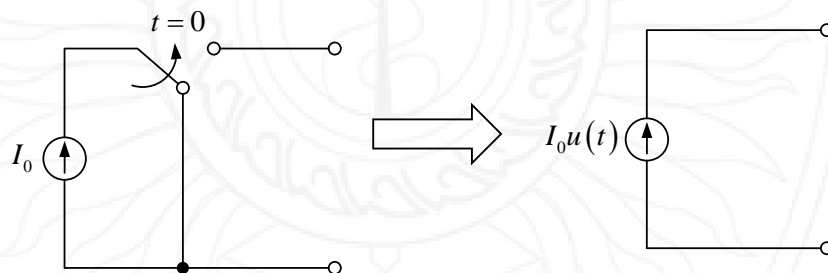
$$u(t-t_0) = \begin{cases} 0, & t < t_0 \\ 1, & t > t_0 \end{cases} \quad (7.55)$$

$$u(t+t_0) = \begin{cases} 0, & t < -t_0 \\ 1, & t > -t_0 \end{cases} \quad (7.56)$$

จากสมการและรูปสัญญาณของฟังก์ชันขั้นบันไดหนึ่งหน่วยดังกล่าวถึงข้างต้น สามารถนำไปเขียนเป็น วงจรสมมูลของการเชื่อมต่อกับแหล่งกำเนิดแรงดัน ดังแสดงในรูปที่ 7.26 และวงจรสมมูลของการ เชื่อมต่อกับแหล่งกำเนิดกระแส ดังแสดงในรูปที่ 7.27 ประโยชน์ของการแสดงวงจรสมมูลโดยใช้ ฟังก์ชันขั้นบันไดหนึ่งหน่วยแทนการสวิตซ์คือ ลดความซับซ้อนของวงจร และสามารถวิเคราะห์วงจร ด้วยเทคนิคอื่นที่ไม่ใช่สมการเชิงอนุพันธ์ เช่น ผลการแปลงลาปลาซ เป็นต้น



รูปที่ 7.26 วงจรสมมูลของการเชื่อมต่อกับแหล่งกำเนิดแรงดันด้วยสวิตซ์ที่เวลา $t = 0$



รูปที่ 7.27 วงจรสมมูลของการเชื่อมต่อกับแหล่งกำเนิดกระแสด้วยสวิตซ์ที่เวลา $t = 0$

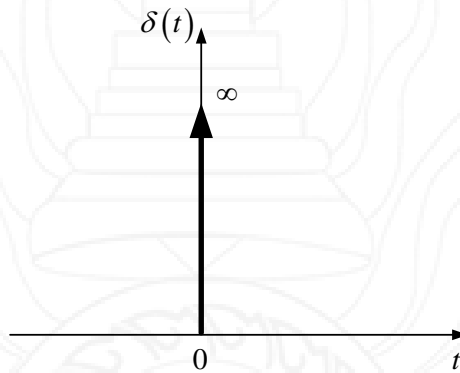
อนุพันธ์ของขั้นบันไดหนึ่งหน่วยมีชื่อเรียกว่า ฟังก์ชันอิมพัลส์หนึ่งหน่วย มีนิพจน์ดังแสดงใน สมการที่ (7.57)

$$\delta(t) = \frac{d}{dt} u(t) = \begin{cases} 0, & t < 0 \\ \text{ไม่นิยาม} & t = 0 \\ 0, & t > 0 \end{cases} \quad (7.57)$$

ฟังก์ชันอิมพัลส์หนึ่งหน่วย หรือ ฟังก์ชันเดลตา มีนิยามดังนี้

ฟังก์ชันอิมพัลส์หนึ่งหน่วย คือฟังก์ชันที่มีค่าเท่ากับศูนย์ในทุกช่วงเวลา ยกเว้นที่เวลาเท่ากับศูนย์จะไม่มีนิยาม

รูปสัญญาณของฟังก์ชันเดลตา แสดงในรูปที่ 7.28



รูปที่ 7.28 รูปสัญญาณของฟังก์ชันเดลต้า

สำหรับประโยชน์ของฟังก์ชันเดลต้า สามารถสรุปได้จากการหาปริพันธ์ $\int_a^b f(t)\delta(t-t_0)dt$ ซึ่งฟังก์ชัน $\delta(t)$ มีค่าเท่ากับศูนย์ในทุกช่วงเวลา ยกเว้นที่เวลาเท่ากับศูนย์ ดังนั้น ผลคูณระหว่าง $f(t)$ และ $\delta(t-t_0)$ ต้องมีค่าเท่ากับศูนย์ ยกเว้นที่เวลา t_0 เพราะฟังก์ชันเดลต้าไม่มีนิยาม ดังนั้น ปริพันธ์ของนิพจน์นี้จึงมีค่าเท่ากับ

$$\begin{aligned} \int_a^b f(t)\delta(t-t_0)dt &= \int_a^b f(t_0)\delta(t-t_0)dt \\ &= f(t_0) \int_a^b \delta(t-t_0)dt \\ &= f(t_0)(1) \\ &= f(t_0) \end{aligned} \tag{7.58}$$

จากสมการที่ (7.58) จะเห็นว่า การหาปริพันธ์สำหรับ $\int_a^b f(t)\delta(t-t_0)dt$ สามารถหาได้จากค่าของฟังก์ชัน ณ เวลา t_0 ที่เกิดฟังก์ชันเดลต้า ซึ่งในที่นี้เกิดที่เวลา t_0 สมการดังกล่าวนี้ประโยชน์เป็นอย่างมากในการหาค่าสุ่มตัวอย่างสัญญาณ ซึ่งเป็นหลักการที่สำคัญของเครื่องมือวัดดิจิทัลและระบบการสื่อสารสัญญาณดิจิทัล

เมื่อหาปริพันธ์ของฟังก์ชันขั้นบันไดหนึ่งหน่วย ผลลัพธ์ที่ได้คือ ฟังก์ชันลาดเอียงหนึ่งหน่วย ซึ่งสามารถเขียนสมการปริพันธ์ได้ดังนี้

$$r(t) = \int_{-\infty}^t u(t) dt = \int_0^t u(t) dt = u(t) \int_0^t dt = tu(t) \quad (7.59)$$

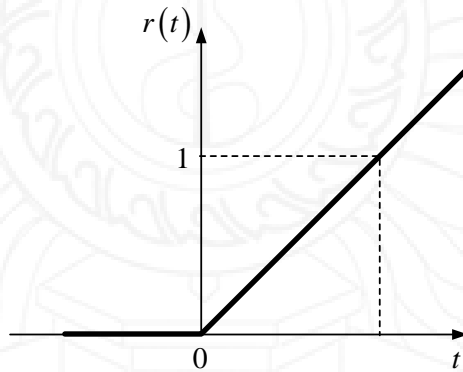
หรือ

$$r(t) = \begin{cases} 0, & t < 0 \\ t, & t \geq 0 \end{cases} \quad (7.60)$$

บทนิยามของฟังก์ชันลาดเอียงหนึ่งหน่วยคือ

ฟังก์ชันลาดเอียงหนึ่งหน่วย คือฟังก์ชันที่มีค่าเท่ากับศูนย์ในทุกช่วงเวลาที่น้อยกว่าศูนย์ แต่มีค่าเท่ากับเวลา เมื่อเวลามีค่ามากกว่าหรือเท่ากับศูนย์

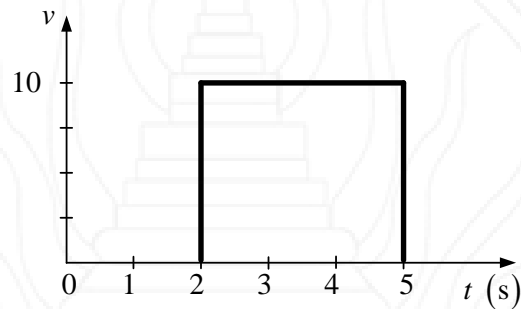
รูปสัญญาณของฟังก์ชันลาดเอียงหนึ่งหน่วย แสดงในรูปที่ 7.29



รูปที่ 7.29 รูปสัญญาณของฟังก์ชันลาดเอียงหนึ่งหน่วย

ตัวอย่างที่ 7.7

จงเขียนฟังก์ชันรูปสัญญาณในรูปที่ 7.16 ให้อยู่ในรูปแบบนิพจน์ของฟังก์ชันขั้นบันไดหนึ่งหน่วย พร้อมทั้งวาดกราฟอนุพันธ์ของรูปสัญญาณดังกล่าวนี้



รูปที่ 7.30 รูปสัญญาณสำหรับตัวอย่างที่ 7.7 (Alexander & Sadiku, 2009)

วิธีทำ

เนื่องจากขนาดของ $u(t)$ เท่ากับ 1 ดังนั้น ขนาดของสัญญาณเท่ากับ 10 ต้องเกิดจากการคูณ $u(t)$ ด้วย 10 ดังสมการที่ (7.61)

$$10 = 10u(t), \quad t > 0 \quad (7.61)$$

ขนาดของสัญญาณเริ่มมีค่าเท่ากับ 10 ที่เวลา $t = 2$ s เมื่ออ้างอิงกับฟังก์ชันขั้นบันไดหนึ่งหน่วยหนึ่งวง ที่เวลา t_0 ในสมการที่ (7.55) และสมการที่ (7.61) แสดงว่าฟังก์ชันสำหรับช่วงเวลานี้คือ

$$v(t > 2 \text{ s}) = 10u(t - 2), \quad t > 0 \quad (7.62)$$

พิจารณาช่วงเวลา $t = 5$ s เป็นต้นไป ขนาดของสัญญาณมีค่าเท่ากับศูนย์ แสดงว่าต้องเป็นผลลัพธ์ที่เกิดจากการลบกันของ 2 สัญญาณที่มีขนาดเท่ากัน ดังสมการที่ (7.63)

$$0 = 10u(t) - 10u(t), \quad t > 0 \quad (7.63)$$

แต่เนื่องจากช่วงเวลา $t = 2 - 5$ s รูปสัญญาณคือฟังก์ชัน $10u(t - 2)$ เมื่ออ้างอิงกับสมการที่ (7.63) ฟังก์ชันสำหรับช่วงเวลา $t > 5$ s คือ

$$v(t > 5 \text{ s}) = 10\{u(t-2) - u(t-5)\}, \quad t > 0 \quad (7.64)$$

เมื่อรวมฟังก์ชันของรูปสัญญาณในช่วงเวลา $t > 2 \text{ s}$ จากสมการที่ (7.62) และช่วงเวลา $t > 5 \text{ s}$ จากสมการที่ (7.64) จะได้ว่า

$$\begin{aligned} v(t) &= \{v(t > 2 \text{ s})\} \cup \{v(t > 5 \text{ s})\} \\ &= \{10u(t-2)\} \cup \{10u(t-2) - 10u(t-5)\} \\ &= 10u(t-2) - 10u(t-5) \\ &= 10\{u(t-2) - u(t-5)\} \end{aligned} \quad (7.65)$$

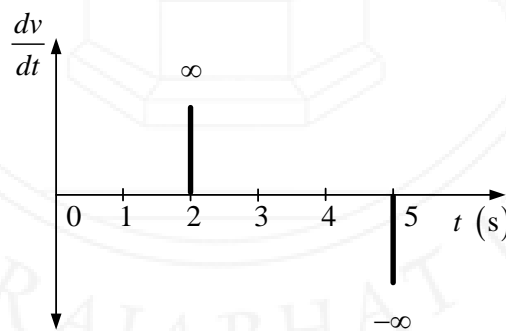
ดังนั้น ฟังก์ชันของรูปสัญญาณคือ

$$v(t) = 10\{u(t-2) - u(t-5)\} \quad \text{ตอบ}$$

เมื่อพิจารณารูปสัญญาณในรูปที่ 7.31 พบว่า มีขนาดคงที่เท่ากับ 0 และ 10 ดังนั้น อนุพันธ์มีค่าเท่ากับศูนย์ ยกเว้นที่เวลา $t = 2 \text{ s}$ และ $t = 5 \text{ s}$ อัตราการเปลี่ยนแปลงของค่าฟังก์ชันสูงมาก อนุพันธ์จึงมีค่าเท่ากับ

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} v(2 \text{ s}) &= \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{10 - 0}{2 - 2} = \frac{10}{0} = \infty \\ \frac{d}{dt} v(5 \text{ s}) &= \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{0 - 10}{5 - 5} = \frac{-10}{0} = -\infty \end{aligned} \quad (7.66)$$

รูปสัญญาณของอนุพันธ์ฟังก์ชัน แสดงใน



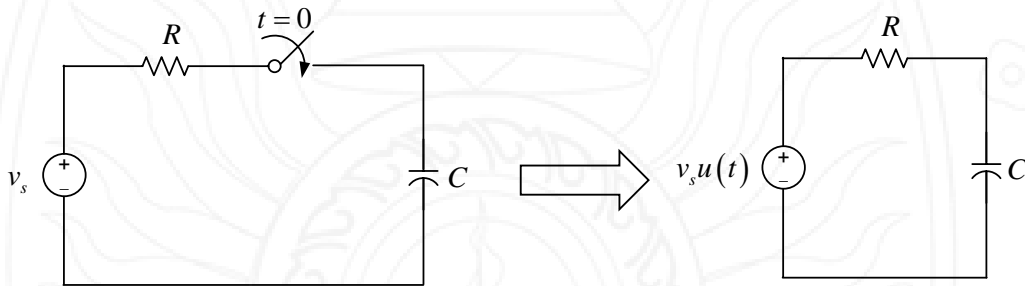
รูปที่ 7.31 รูปสัญญาณของ $\frac{dv}{dt}$

7.5 การตอบสนองต่อฟังก์ชันขั้นบันไดของวงจรอาร์ซี

การเชื่อมต่อแหล่งกำเนิดกระแสหรือแรงดันกับวงจร RC แบบฉับพลัน อาจแสดงได้ด้วย วงจรสมมูลที่มีสวิตช์และกำหนดเวลาการเชื่อมต่อ หรือแหล่งกำเนิดที่อยู่ในรูปแบบของฟังก์ชันขั้นบันได กระแสหรือแรงดันที่เกิดขึ้นในวงจรซึ่งเป็นผลอันเนื่องมาจากการเชื่อมต่อของแหล่งกำเนิด ฟังก์ชันขั้นบันไดมีชื่อเรียกว่า ผลตอบสนองขั้นบันได มีบทนิยามดังนี้

ผลตอบสนองขั้นบันได คือลักษณะเฉพาะของวงจร (กระแสหรือแรงดัน) ที่เกิดขึ้นเมื่อถูกจ่ายพลังงาน หรือถูกกระตุ้นด้วยแหล่งกำเนิดฟังก์ชันขั้นบันได

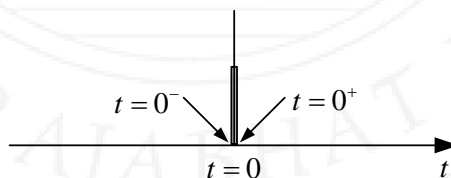
วงจรสมมูลของการเชื่อมต่อแหล่งกำเนิดฟังก์ชันขั้นบันไดกับวงจร RC แสดงในรูปที่ 7.32



รูปที่ 7.32 วงจร RC เชื่อมต่อแหล่งกำเนิดฟังก์ชันขั้นบันได

จากวงจรในรูปที่ 7.32 ที่เวลา $t < 0$ สถานะของสวิตช์คือ “เปิด” แต่เมื่อเวลา $t = 0$ สวิตช์เปลี่ยนสถานะเป็น “ปิด” ทันที ส่งผลให้แหล่งกำเนิดแรงดัน v_s ถูกเชื่อมต่อกับวงจร RC เนื่องจากฟังก์ชันขั้นบันไดหนึ่งหน่วยเริ่มมีค่าเท่ากับ 1 ที่เวลา $t = 0$ ดังนั้น นิพจน์ $v_s u(t)$ ย่อมเป็นการบ่งบอกโดยชัดเจนว่า แหล่งกำเนิดมีค่าเท่ากับ v_s เมื่อเวลา $t = 0$ หรือมีการเชื่อมต่อกับวงจรที่เวลา $t = 0$

การวิเคราะห์ห้วงจรในช่วงเวลา $t < 0$ เวลาจะมีค่าเป็นลบ แต่สำหรับช่วงเวลาเข้าใกล้ศูนย์แต่ไม่ใช่เวลา $t = 0$ จะกำหนดให้เวลาเป็น $t = 0^-$ เมื่อสวิตช์เปลี่ยนสถานะที่เวลา $t = 0$ จะเป็นช่วงเวลาของการก้าวไปสู่ $t > 0$ ซึ่งมีค่าเป็นบวก แต่การวิเคราะห์ห้วงจรที่เพิ่งผ่านเวลา $t = 0$ ไปไม่นาน จะกำหนดให้เป็นเวลา $t = 0^+$ รูปที่ 7.33 แสดงแผนภาพเวลา $t = 0^-$ $t = 0$ และ $t = 0^+$



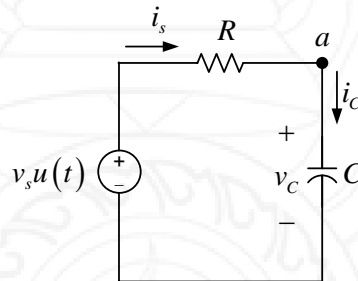
รูปที่ 7.33 เวลา $t = 0^-$ $t = 0$ และ $t = 0^+$

เงื่อนไขสำคัญสำหรับการวิเคราะห์วงจร RC เมื่อมีการเชื่อมต่อกับฟังก์ชันขั้นบันไดหนึ่งหน่วยคือ แรงดันของตัวเก็บประจุไม่สามารถเปลี่ยนแปลงค่าได้โดยฉับพลัน ดังนั้น

$$v_C(0^-) = v_C(0) = v_C(0^+) \quad (7.67)$$

พิจารณาวงจร RC เชื่อมต่อกับฟังก์ชันขั้นบันไดหนึ่งหน่วยในรูปที่ 7.34 สมการตามกฎกระแสของเคอร์ชอฟฟ์ที่โหนด a คือ

$$i_s - i_C = 0 \quad (7.68)$$



รูปที่ 7.34 การกำหนดกระแสไหลในวงจร RC เชื่อมต่อแหล่งกำเนิดฟังก์ชันขั้นบันได

จากกฎของโอห์มและ $i_C = C \frac{dv_C}{dt}$ สามารถเขียนสมการที่ (7.68) ในรูปแบบใหม่ได้ดังนี้

$$\frac{v_s - v_C}{R} - C \frac{dv_C}{dt} = 0 \quad (7.69)$$

จัดพจน์สมการใหม่ดังนี้

$$v_s - v_C - RC \frac{dv_C}{dt} = 0$$

$$-v_C - RC \frac{dv_C}{dt} = -v_s$$

$$\frac{dv_C}{dt} + \frac{1}{RC} v_C = \frac{1}{RC} v_s \quad (7.70)$$

กำหนดให้

$$h = \int \frac{1}{RC} dt = \frac{t}{RC} \quad (7.71)$$

$$r = \frac{v_s}{RC} \quad (7.72)$$

ผลเฉลยของสมการที่ (7.70) คือ

$$\begin{aligned} v_c &= e^{-h} \left(\int e^h r dt + k \right) \\ &= e^{-\frac{t}{RC}} \left(\int e^{\frac{t}{RC}} \times \frac{v_s}{RC} dt + k \right) \\ &= e^{-\frac{t}{RC}} \left(\frac{v_s}{RC} \int e^{\frac{t}{RC}} dt + k \right) \\ &= e^{-\frac{t}{RC}} \left(\frac{v_s}{RC} \times \frac{e^{\frac{t}{RC}}}{\frac{1}{RC}} + k \right) \\ &= e^{-\frac{t}{RC}} \left(v_s e^{\frac{t}{RC}} + k \right) \\ &= v_s e^{-\frac{t}{RC}} + k e^{\frac{t}{RC}} \\ &= v_s + k e^{-\frac{t}{RC}} \end{aligned} \quad (7.73)$$

ที่เวลา $t=0$ แรงดัน v_c มีค่าเท่ากับ $v_c(0)$ แทนค่าในสมการที่ (7.73) จะได้

$$\begin{aligned} v_c(0) &= v_s + k e^{-\frac{0}{RC}} = v_s + k \\ k &= v_c(0) - v_s \end{aligned} \quad (7.74)$$

แทนค่า k ในสมการที่ (7.73) จะได้

$$v_c = v_s + \{v_c(0) - v_s\} e^{-\frac{t}{RC}} \quad (7.75)$$

ดังนั้น ผลเฉลยของแรงดันตัวเก็บประจุสำหรับทุกช่วงเวลาคือ

$$v_c = \begin{cases} v_c(0), & t < 0 \\ v_s + \{v_c(0) - v_s\} e^{-\frac{t}{\tau}}, & t > 0 \end{cases} \quad (7.76)$$

โดยที่ค่าคงตัวเวลาของวงจรมีค่าเท่ากับ

$$\tau = RC \quad (7.77)$$

ผลเฉลยในสมการที่ (7.76) เรียกว่า ผลตอบสนองสมบูรณ พจน์ที่มี v_s มีชื่อเรียกว่า ผลตอบสนองแบบบังคับ (v_f) และพจน์ที่มี $v_c(0)$ มีชื่อเรียกว่า ผลตอบสนองตามธรรมชาติ ดังนั้น เมื่ออ้างอิงจากสมการที่ (7.76) จะได้

$$v_f = v_s - v_s e^{-\frac{t}{\tau}} = v_s \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right) \quad (7.78)$$

$$v_n = v_c(0) e^{-\frac{t}{\tau}} \quad (7.79)$$

ซึ่งสามารถสรุปได้ว่า

$$\text{ผลตอบสนองสมบูรณ} = \text{ผลตอบสนองตามธรรมชาติ} + \text{ผลตอบสนองแบบบังคับ}$$

(ผลของการสะสมพลังงาน) (ผลของแหล่งกำเนิดอิสระจากภายนอก)

หากพิจารณาในประเด็นที่เกี่ยวข้องกับระยะเวลาของผลตอบสนอง สามารถสรุปได้ว่า

$$\text{ผลตอบสนองสมบูรณ} = \text{ผลตอบสนองชั่วคราว} + \text{ผลตอบสนองสถานะอยู่ตัว}$$

(เกิดชั่วคราว) (เกิดถาวร)

บทนิยามสำหรับผลตอบสนองชั่วคราวคือ

ผลตอบสนองชั่วคราว คือผลตอบสนองที่เกิดขึ้นภายในระยะเวลาที่ไม่นาน และจะหายไปเมื่อพ้นช่วงระยะเวลาหนึ่ง

บทนิยามสำหรับผลตอบสนองสถานะอยู่ตัวคือ

ผลตอบสนองสถานะอยู่ตัว คือผลตอบสนองที่เกิดขึ้นอันเนื่องมาจากการกระตุ้นหรือจ่ายพลังงานจากแหล่งกำเนิดภายนอก และจะคงอยู่ตลอดไปตราบที่ยังมีการเชื่อมต่อของแหล่งกำเนิด

เมื่อพิจารณาจากบทนิยามของผลตอบสนองชั่วคราวและผลตอบสนองสถานะอยู่ตัว สามารถเขียนสมการผลเฉลยของแรงดันตกคร่อมตัวเก็บประจุได้ในอีกรูปแบบหนึ่งดังนี้

$$v_c = v_c(\infty) + \{v_c(0) - v_c(\infty)\}e^{-\frac{t}{\tau}}, \quad t > 0 \tag{7.80}$$

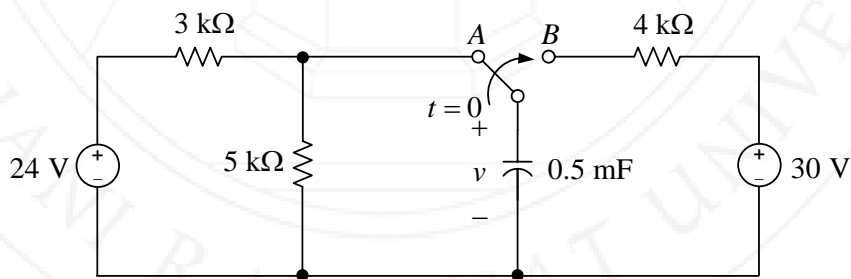
เมื่อ $v_c(0)$ คือ แรงดันเริ่มต้นของตัวเก็บประจุที่เวลา $t = 0^+$
 $v_c(\infty)$ คือ แรงดันสุดท้ายของตัวเก็บประจุ เมื่อเวลาผ่านไปนานมาก

จากเนื้อหาที่กล่าวมาข้างต้น สามารถสรุปขั้นตอนของการวิเคราะห์หาผลตอบสนองต่อฟังก์ชันขั้นบันไดของวงจร RC ได้ดังนี้

- (1) วิเคราะห์หา $v_c(0)$ จากทอพอโลยีของวงจรที่เวลา $t < 0$ เงื่อนไขสำคัญสำหรับขั้นตอนนี้คือ ตัวเก็บประจุจะอยู่ในสถานะเปิดวงจรในวงจรไฟฟ้ากระแสตรง และค่าแรงดันของตัวเก็บประจุไม่สามารถเปลี่ยนแปลงได้โดยฉับพลัน
- (2) วิเคราะห์หา τ จากทอพอโลยีของวงจรที่เวลา $t > 0$ ซึ่งอาจต้องคำนวณหาความต้านทานสมมูลที่ต่อกันแบบขนานหรืออนุกรม แล้วแทนค่าในสมการที่ (7.77)
- (3) วิเคราะห์หา $v_c(\infty)$ จากทอพอโลยีของวงจรที่เวลา $t = \infty$ เงื่อนไขสำคัญสำหรับขั้นตอนนี้คือ เมื่ออยู่ในวงจรไฟฟ้ากระแสตรง ตัวเก็บประจุจะอยู่ในภาวะเปิดวงจร
- (4) แทนค่าพารามิเตอร์ทั้งหมดในสมการผลตอบสนองสมบูรณสมการที่ (7.80)

ตัวอย่างที่ 7.8

จากวงจรในรูปที่ 7.35 สวิตช์เชื่อมต่อกับตำแหน่ง A ด้วยระยะเวลาที่นานมาก แต่เมื่อเวลา $t = 0$ สวิตช์เปลี่ยนสถานะไปเชื่อมต่อกับตำแหน่ง B จงคำนวณหาแรงดัน $v(t)$ สำหรับเวลา $t > 0$ และจงคำนวณหาค่าแรงดันที่ $t = 1, 4$ s

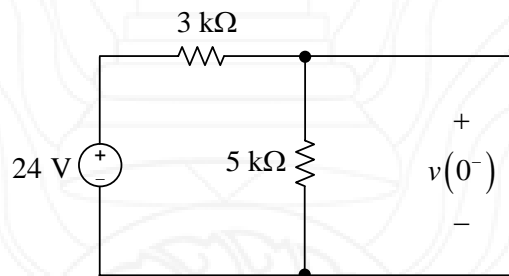


รูปที่ 7.35 วงจรสำหรับตัวอย่างที่ 7.8 (Alexander & Sadiku, 2009)

วิธีทำ

วิเคราะห์หาแรงดันเริ่มต้นเริ่มต้นของตัวเก็บประจุ โดยใช้ทอพอโลยีของวงจรในช่วงเวลา $t < 0$ ดังแสดงในรูปที่ 7.36 เนื่องจากตัวเก็บประจุถูกเชื่อมต่อกับวงจรไฟฟ้ากระแสตรง ผ่านระยะเวลามาแล้วนานมาก ดังนั้น ตัวเก็บประจุจึงอยู่ในสถานะเปิดวงจร จากหลักการวงจรแบ่งแรงดัน แรงดันตัวเก็บประจุที่เวลา $t = 0^-$ มีค่าเท่ากับ

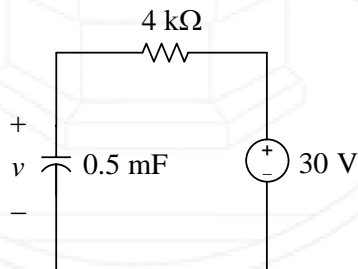
$$v(0^-) = \left(\frac{5 \text{ k}\Omega}{3 \text{ k}\Omega + 5 \text{ k}\Omega} \right) (24 \text{ V}) = 15 \text{ V} \quad (7.81)$$

รูปที่ 7.36 ทอพอโลยีของวงจรที่เวลา $t < 0$

จากสมการที่ (7.67) แรงดันของตัวเก็บประจุไม่สามารถเปลี่ยนแปลงค่าได้โดยฉับพลัน ดังนั้น

$$v(0) = v(0^-) = 15 \text{ V} \quad (7.82)$$

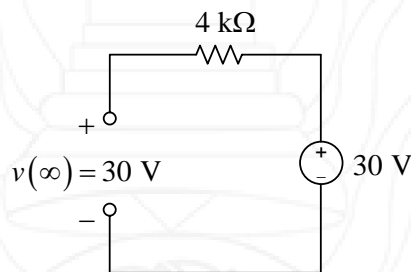
เมื่อเวลา $t = 0$ สวิตช์เปลี่ยนสถานะไปเชื่อมต่อกับตำแหน่ง B ทอพอโลยีของวงจรสำหรับช่วงเวลา $t > 0$ แสดงในรูปที่ 7.37

รูปที่ 7.37 ทอพอโลยีของวงจรที่เวลา $t > 0$

ค่าคงตัวของเวลาของวงจรในรูปที่ 7.37 คือ

$$\tau = RC = (4 \times 10^3)(0.5 \times 10^{-3}) = 2 \text{ s} \quad (7.83)$$

เมื่อเวลาผ่านไปจนถึง $t = \infty$ ตัวเก็บประจุจะอยู่ในสถานะเปิดวงจร เนื่องจากไม่มีกระแสไหลผ่านตัวต้านทาน $4 \text{ k}\Omega$ แรงดันตกคร่อมตัวเก็บประจุจึงเท่ากับแรงดันของแหล่งกำเนิด 30 V ดังแสดงในรูปที่ 7.38



รูปที่ 7.38 ทอพอโลยีของวงจรที่เวลา $t = \infty$

ดังนั้น

$$v(\infty) = 30 \text{ V} \quad (7.84)$$

แทนค่า $v(0)$ τ และ $v(\infty)$ ในสมการที่ (7.80) จะได้

$$v = v(\infty) + \{v(0) - v(\infty)\} e^{-\frac{t}{\tau}} = 30 + (15 - 30)e^{-\frac{t}{2}} = 30 - 15e^{-\frac{t}{2}} \text{ V} \quad \text{ตอบ}$$

ที่เวลา $t = 1 \text{ s}$ แรงดันมีค่าเท่ากับ

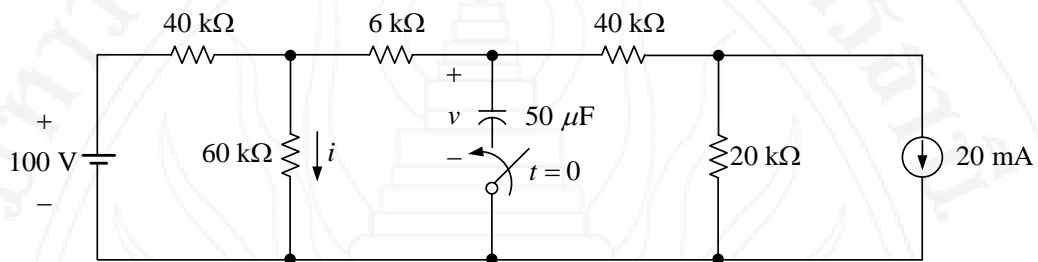
$$v(1) = 30 - 15e^{-\frac{1}{2}} = 20.90 \text{ V} \quad \text{ตอบ}$$

ที่เวลา $t = 4 \text{ s}$ แรงดันมีค่าเท่ากับ

$$v(4) = 30 - 15e^{-\frac{4}{2}} = 27.97 \text{ V} \quad \text{ตอบ}$$

ตัวอย่างที่ 7.9

จากวงจรในรูปที่ 7.39 สวิตช์เปลี่ยนสถานะเป็น “ปิด” ที่เวลา $t = 0$ จงวิเคราะห์หา i สำหรับเวลา $t > 0$



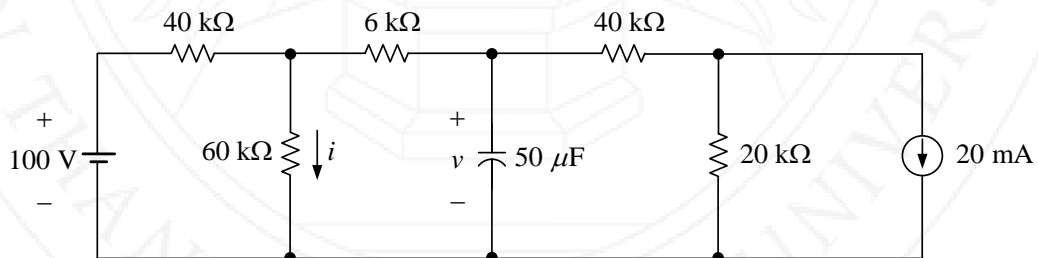
รูปที่ 7.39 วงจรสำหรับตัวอย่างที่ 7.9 (O'Malley, 1992)

วิธีทำ

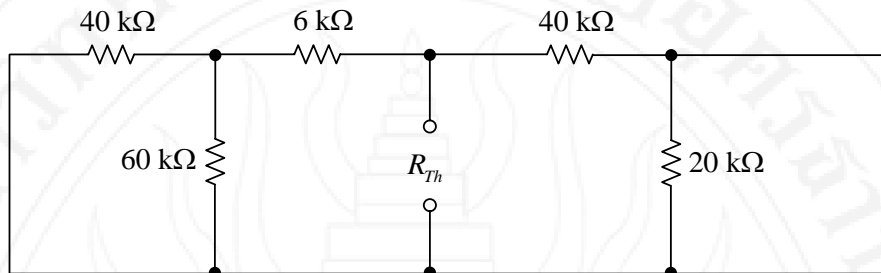
เมื่อพิจารณาจากวงจรในรูปที่ 7.39 สำหรับช่วงเวลา $t < 0$ ตัวเก็บประจุไม่ได้เป็นส่วนหนึ่งของวงจร เพราะขั้วด้านล่างของตัวเก็บประจุถูกตัดขาดออกจากวงจรโดยสวิตช์ ดังนั้น แรงดันที่เวลา $t = 0^-$ มีค่าเท่ากับศูนย์ จากสมการที่ (7.67) แรงดันของตัวเก็บประจุไม่สามารถเปลี่ยนแปลงค่าได้โดยฉับพลัน ดังนั้น

$$v(0) = v(0^-) = 0 \text{ V} \quad (7.85)$$

เมื่อเวลา $t = 0$ สวิตช์เปลี่ยนสถานะเป็น “ปิด” เพื่อเชื่อมต่อตัวเก็บประจุให้เป็นส่วนหนึ่งของวงจร ทอพอโลยีของวงจรสำหรับช่วงเวลา $t > 0$ แสดงในรูปที่ 7.40

รูปที่ 7.40 ทอพอโลยีของวงจรที่เวลา $t > 0$

คำนวณหาค่าคงตัวเวลาโดยการเริ่มต้นจากการหาความต้านทานสมมูลเทเวนิน ลัดวงจรแบตเตอรี่ 100 V และเปิดวงจรแหล่งกำเนิดกระแส 20 mA ทอพอโลยีของวงจรผลลัพธ์แสดงในรูปที่ 7.41



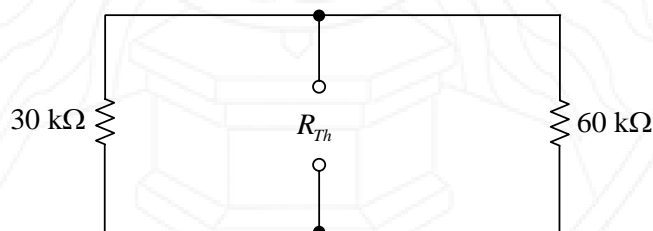
รูปที่ 7.41 ทอพอโลยีของวงจรที่ใช้คำนวณหาความต้านทานสมมูลเทเวนิน

เมื่อพิจารณาวงจรในรูปที่ 7.41 พบว่า ด้านขวาของวงจรมีตัวต้านทาน 40 kΩ ขนานกับ 60 kΩ และอนุกรมกับ 6 kΩ ด้านซ้ายของวงจรมีตัวต้านทาน 40 kΩ อนุกรมกับ 20 kΩ ความต้านทานสมมูลสำหรับทั้งสองด้านคือ

$$R_{eq1} = \frac{(40 \text{ k}\Omega)(60 \text{ k}\Omega)}{40 \text{ k}\Omega + 60 \text{ k}\Omega} + 6 \text{ k}\Omega = 30 \text{ k}\Omega \quad (7.86)$$

$$R_{eq2} = 40 \text{ k}\Omega + 20 \text{ k}\Omega = 60 \text{ k}\Omega \quad (7.87)$$

ทอพอโลยีของวงจรผลลัพธ์หลังจากคำนวณหาความต้านทานสมมูล แสดงในรูปที่ 7.42



รูปที่ 7.42 ทอพอโลยีของวงจรเมื่อแทนที่ด้วยตัวต้านทานสมมูล R_{eq1} และ R_{eq2}

เมื่อพิจารณาวงจรในรูปที่ 7.42 พบว่า ตัวต้านทาน 30 kΩ ขนานกับ 60 kΩ ความต้านทานสมมูลเทเวนินมีค่าเท่ากับ

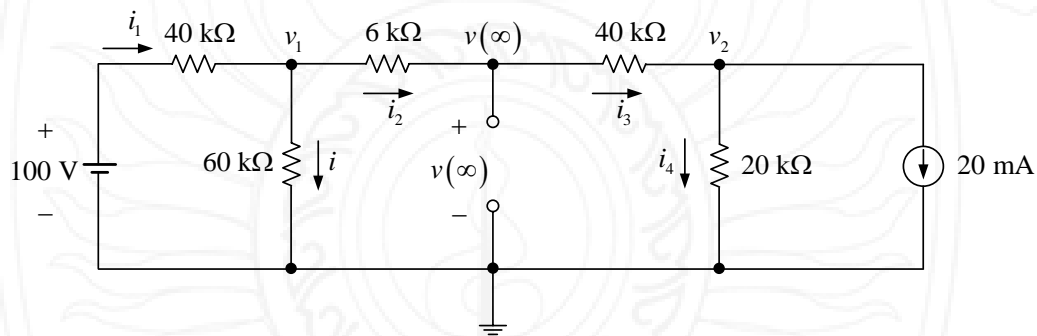
$$R_{th} = \frac{(30 \text{ k}\Omega)(60 \text{ k}\Omega)}{30 \text{ k}\Omega + 60 \text{ k}\Omega} = 20 \text{ k}\Omega \quad (7.88)$$

ค่าคงตัวของเวลาของวงจรมีค่าเท่ากับ

$$\tau = R_{th}C = (20 \times 10^3)(50 \times 10^{-6}) = 1 \text{ s} \quad (7.89)$$

เมื่อเวลาผ่านไปจนถึง $t = \infty$ ตัวเก็บประจุจะอยู่ในสถานะเปิดวงจร ดังแสดงในรูปที่ 7.43 กำหนดโนดอ้างอิง กระแสในแต่ละกิ่ง และแรงดันโนด สำหรับการวิเคราะห์แบบโนดและคำนวณหา $v(\infty)$ สมการตามกฎกระแสของเคอร์ชอฟฟ์ที่โนด v_1 คือ

$$i_1 - i - i_2 = 0 \quad (7.90)$$



รูปที่ 7.43 ทอพอโลยีของวงจรที่เวลา $t = \infty$

จากกฎของโอห์ม สามารถเขียนสมการที่ (7.90) ได้ใหม่ดังนี้

$$\begin{aligned} \frac{100 - v_1}{40 \times 10^3} - \frac{v_1}{60 \times 10^3} - \frac{v_1 - v(\infty)}{6 \times 10^3} &= 0 \\ 1.5(100 - v_1) - v_1 - 10\{v_1 - v(\infty)\} &= 0 \\ 150 - 1.5v_1 - v_1 - 10v_1 + 10v(\infty) &= 0 \\ -12.5v_1 + 10v(\infty) &= -150 \end{aligned} \quad (7.91)$$

สมการตามกฎกระแสของเคอร์ชอฟฟ์ที่โนด $v(\infty)$ คือ

$$i_2 - i_3 = 0 \quad (7.92)$$

จากกฎของโอห์ม สามารถเขียนสมการที่ (7.92) ได้ใหม่ดังนี้

$$\begin{aligned}\frac{v_1 - v(\infty)}{6 \times 10^3} - \left\{ \frac{v(\infty) - v_2}{40 \times 10^3} \right\} &= 0 \\ 10\{v_1 - v(\infty)\} - 1.5\{v(\infty) - v_2\} &= 0 \\ 10v_1 - 10v(\infty) - 1.5v(\infty) + 1.5v_2 &= 0 \\ 10v_1 - 11.5v(\infty) + 1.5v_2 &= 0\end{aligned}\quad (7.93)$$

สมการตามกฎกระแสของเคอร์ชอฟฟ์ที่โหนด v_2 คือ

$$\begin{aligned}i_3 - i_4 - 20 \times 10^{-3} &= 0 \\ \frac{v(\infty) - v_2}{40 \times 10^3} - \frac{v_2}{20 \times 10^3} &= 20 \times 10^{-3} \\ v(\infty) - v_2 - 2v_2 &= 800 \\ v(\infty) - 3v_2 &= 800\end{aligned}\quad (7.94)$$

เขียนสมการที่ (7.91) สมการที่ (7.93) และสมการที่ (7.94) ให้อยู่ในรูปของเมทริกซ์ จะได้

$$\begin{bmatrix} -12.5 & 10 & 0 \\ 10 & -11.5 & 1.5 \\ 0 & 1 & -3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ v(\infty) \\ v_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -150 \\ 0 \\ 800 \end{bmatrix}\quad (7.95)$$

กำหนดให้

$$\begin{aligned}\Delta &= \begin{vmatrix} -12.5 & 10 & 0 \\ 10 & -11.5 & 1.5 \\ 0 & 1 & -3 \end{vmatrix} \\ &= (-12.5)(-11.5)(-3) + (10)(1.5)(0) + (0)(1)(10) \\ &\quad - (0)(-11.5)(0) - (1)(1.5)(-12.5) - (-3)(10)(10) \\ &= -112.5\end{aligned}\quad (7.96)$$

$$\Delta_{\infty} = \begin{vmatrix} -12.5 & -150 & 0 \\ 10 & 0 & 1.5 \\ 0 & 800 & -3 \end{vmatrix}$$

$$= (-12.5)(0)(-3) + (-150)(1.5)(0) + (0)(800)(10) - (0)(0)(0) - (800)(1.5)(-12.5) - (-3)(-150)(10)$$

$$= 10,500 \quad (7.97)$$

ผลเฉลยสำหรับ $v(\infty)$ คือ

$$v(\infty) = \frac{\Delta_{\infty}}{\Delta} = \frac{10,500}{-112.5} = -93.33 \text{ V} \quad (7.98)$$

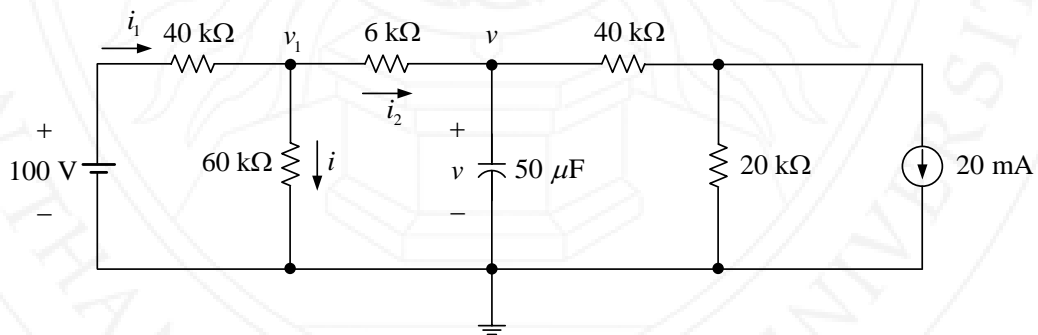
แทนค่า $v(0)$ τ และ $v(\infty)$ ในสมการที่ (7.80) จะได้

$$v = v(\infty) + \{v(0) - v(\infty)\}e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$= -93.33 + (0 - (-93.33))e^{-\frac{t}{1}}$$

$$= 93.33(e^{-t} - 1) \text{ V} \quad (7.99)$$

ย้อนกลับไปที่วงจร ณ เวลา $t > 0$ กำหนดโนดอ้างอิง กระแสในแต่ละกิ่ง และแรงดันโนด ดังแสดงในรูปที่ 7.44 เพื่อวิเคราะห์กระแส i ด้วยเทคนิคการวิเคราะห์แบบโนด



รูปที่ 7.44 ทอพอโลยีของวงจรที่เวลา $t > 0$

สมการตามกฎกระแสของเคอร์ชอฟฟ์ที่โหนด v_1 คือ

$$\begin{aligned} i_1 - i - i_2 &= 0 \\ \frac{100 - v_1}{40 \times 10^3} - \frac{v_1}{60 \times 10^3} - \frac{v_1 - v}{6 \times 10^3} &= 0 \\ -12.5v_1 + 10v &= -150 \end{aligned} \quad (7.100)$$

แทนค่า v จากสมการที่ (7.99) ในสมการที่ (7.100) จะได้

$$\begin{aligned} -12.5v_1 + 10\{93.33(e^{-t} - 1)\} &= -150 \\ -12.5v_1 + 933.3(e^{-t} - 1) &= -150 \\ -12.5v_1 + 933.3e^{-t} - 933.3 &= -150 \\ -12.5v_1 &= -150 - 933.3e^{-t} + 933.3 \\ v_1 &= \frac{-150 - 933.3e^{-t} + 933.3}{-12.5} \\ &= -62.664 + 74.664e^{-t} \text{ V} \end{aligned} \quad (7.101)$$

ดังนั้น จากกฎของโอห์ม i มีค่าเท่ากับ

$$i = \frac{v_1}{60 \text{ k}\Omega} = \frac{-62.664 + 74.664e^{-t}}{60 \times 10^3} = -1 + 1.2e^{-t} \text{ mA} \quad \text{ตอบ}$$

ตัวอย่างที่ 7.10

จากวงจรในรูปที่ 7.45 สวิตช์เชื่อมต่อกับตำแหน่ง A ด้วยระยะเวลาที่นานมาก แต่เมื่อเวลา $t = 0$ สวิตช์เปลี่ยนสถานะไปเชื่อมต่อกับตำแหน่ง B จงคำนวณหาแรงดันและวาดกราฟ $v(t)$ สำหรับเวลา $t > 0$

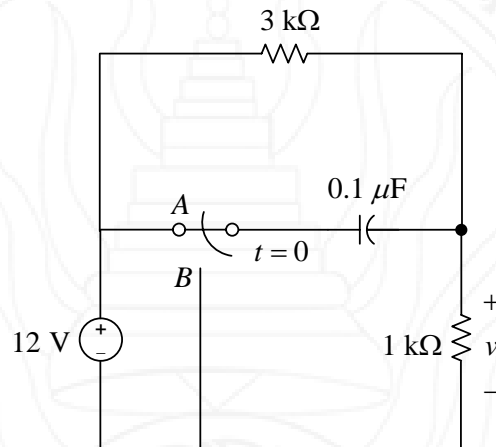
วิธีทำ

วิเคราะห์หาแรงดันเริ่มต้นเริ่มต้นของตัวเก็บประจุ โดยใช้ทอพอโลยีของวงจรในช่วงเวลา $t < 0$ ดังแสดงในรูปที่ 7.46 เนื่องจากตัวเก็บประจุถูกเชื่อมต่อกับวงจรไฟฟ้ากระแสตรง ผ่านระยะเวลามาแล้วนานมาก ดังนั้น ตัวเก็บประจุจึงอยู่ในสถานะเปิดวงจร จากหลักการวงจรแบ่งแรงดัน แรงดันตัวเก็บประจุที่เวลา $t = 0^-$ มีค่าเท่ากับ

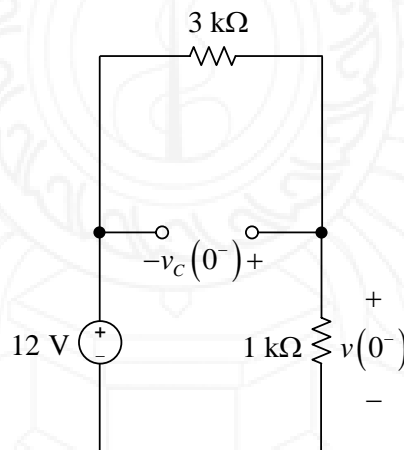
$$v_c(0^-) = \left(\frac{3 \text{ k}\Omega}{3 \text{ k}\Omega + 1 \text{ k}\Omega} \right) (-12 \text{ V}) = -9 \text{ V} \quad (7.102)$$

จากสมการที่ (7.67) แรงดันของตัวเก็บประจุไม่สามารถเปลี่ยนแปลงค่าได้โดยฉับพลัน ดังนั้น

$$v_c(0) = v_c(0^-) = -9 \text{ V} \quad (7.103)$$



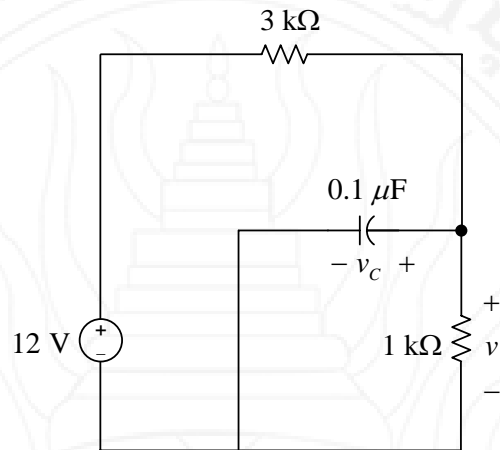
รูปที่ 7.45 วงจรสำหรับตัวอย่างที่ 7.10



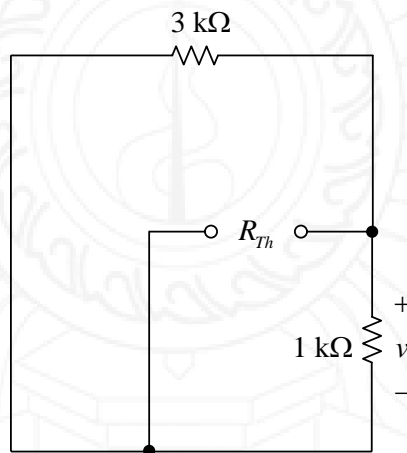
รูปที่ 7.46 ทอพอโลยีของวงจรที่เวลา $t < 0$

เมื่อเวลา $t = 0$ สวิตช์เปลี่ยนสถานะไปเชื่อมต่อกับตำแหน่ง B ทอพอโลยีของวงจรสำหรับช่วงเวลา $t > 0$ แสดงในรูปที่ 7.47 เมื่อลัดวงจรแหล่งกำเนิดแรงดัน 12 V ได้วงจรผลลัพธ์เพื่อคำนวณหาความต้านทานสมมูลเทเวนินดังแสดงในรูปที่ 7.48 จากวงจรจะเห็นว่า $3 \text{ k}\Omega$ ขนานกับ $1 \text{ k}\Omega$ ดังนั้นความต้านทานสมมูลเทเวนินมีค่าเท่ากับ

$$R_{Th} = \frac{(3 \text{ k}\Omega)(1 \text{ k}\Omega)}{3 \text{ k}\Omega + 1 \text{ k}\Omega} = 750 \text{ }\Omega \quad (7.104)$$



รูปที่ 7.47 ทอพอโลยีของวงจรที่เวลา $t > 0$



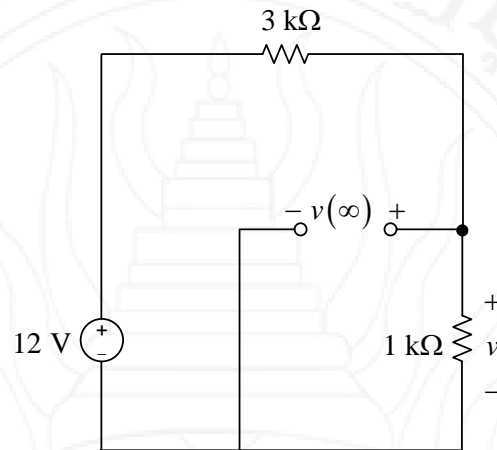
รูปที่ 7.48 วงจรที่ใช้คำนวณหาความต้านทานสมมูลเทเวนิน

ค่าคงตัวเวลาของวงจรในรูปที่ 7.47 คือ

$$\tau = R_{Th}C = (750)(0.1 \times 10^{-6}) = 75 \text{ }\mu\text{s} \quad (7.105)$$

เมื่อเวลาผ่านไปจนถึง $t = \infty$ ตัวเก็บประจุอยู่ในสถานะเปิดวงจร ดังแสดงในรูปที่ 7.49 จากหลักการ วงจรแบ่งแรงดัน แรงดันตกคร่อมตัวเก็บประจุมีค่าเท่ากับ

$$v_c(\infty) = \left(\frac{1 \text{ k}\Omega}{3 \text{ k}\Omega + 1 \text{ k}\Omega} \right) (12 \text{ V}) = 3 \text{ V} \quad (7.106)$$

รูปที่ 7.49 ทอพอโลยีของวงจรที่เวลา $t = \infty$

แทนค่า $v_c(0)$ τ และ $v_c(\infty)$ ในสมการที่ (7.80) จะได้

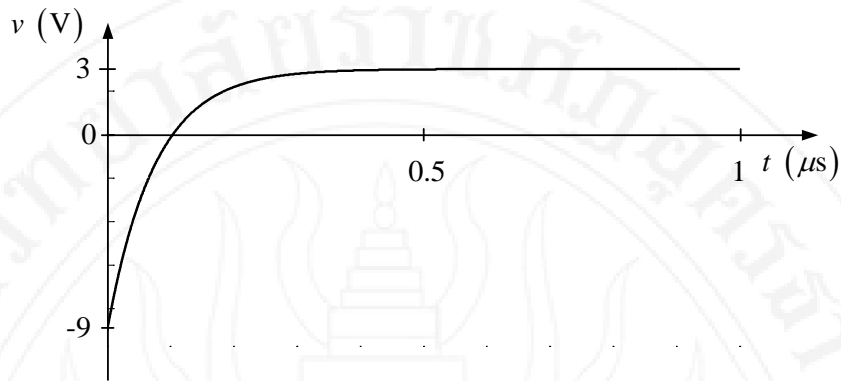
$$\begin{aligned} v_c &= v_c(\infty) + \{v_c(0) - v_c(\infty)\} e^{-\frac{t}{\tau}} \\ &= 3 + (-9 - 3) e^{-\frac{t}{75 \times 10^{-6}}} \\ &= 3 - 12 e^{-\frac{t}{75 \times 10^{-6}}} \text{ V} \end{aligned} \quad (7.107)$$

เมื่อพิจารณาวงจรในรูปที่ 7.47 พบว่า แรงดัน v คือค่าเดียวกับกับ v_c ดังนั้นจะได้ว่า

$$v = 3 - 12 e^{-\frac{t}{75 \times 10^{-6}}} \text{ V}$$

ตอบ

รูปสัญญาณของแรงดัน v แสดงในรูปที่ 7.50

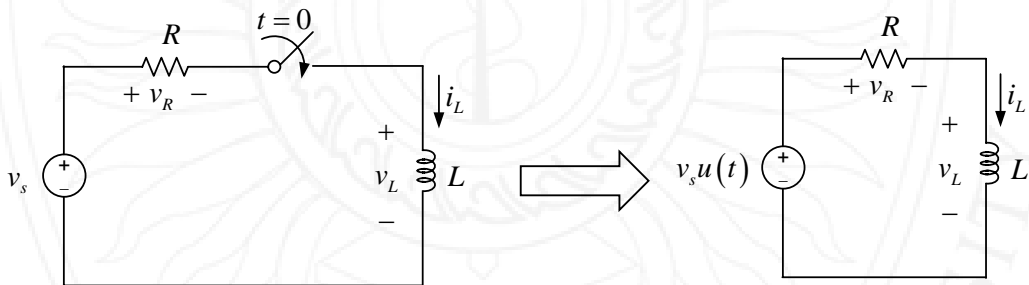


รูปที่ 7.50 รูปสัญญาณแรงดัน v

7.6 การตอบสนองต่อฟังก์ชันขั้นบันไดของวงจรอาร์แอล

การวิเคราะห์วงจรเพื่อหาผลตอบสนองต่อฟังก์ชันขั้นบันไดของวงจรอาร์แอล พารามิเตอร์เป้าหมายที่ต้องการทราบคือ กระแสของตัวเหนี่ยวนำ พิจารณาวงจรในรูปที่ 7.51 กำหนดให้กระแสเริ่มต้นของตัวเหนี่ยวนำคือ $i_L(0)$ สมการตามกฎแรงดันของเคอร์ชอฟฟ์คือ

$$-v_s + v_R + v_L = 0 \tag{7.108}$$



รูปที่ 7.51 วงจร RL เชื่อมต่อแหล่งกำเนิดฟังก์ชันขั้นบันได

แทนค่า $v_R = Ri$ และ $v_L = L \frac{di}{dt}$ ในสมการที่ (7.108) จะได้

$$\begin{aligned} -v_s + Ri_L + L \frac{di_L}{dt} &= 0 \\ \frac{di_L}{dt} + \frac{R}{L} i_L &= \frac{v_s}{L} \end{aligned} \tag{7.109}$$

กำหนดให้

$$h = \int \frac{R}{L} dt = \frac{Rt}{L} \quad (7.110)$$

$$r = \frac{v_s}{L} \quad (7.111)$$

ผลเฉลยของสมการที่ (7.109) คือ

$$\begin{aligned} i_L &= e^{-h} \left(\int e^h r dt + k \right) \\ &= e^{-\frac{Rt}{L}} \left(\int e^{\frac{Rt}{L}} \times \frac{v_s}{L} dt + k \right) \\ &= e^{-\frac{Rt}{L}} \left(\frac{v_s}{L} \int e^{\frac{Rt}{L}} dt + k \right) \\ &= e^{-\frac{Rt}{L}} \left(\frac{v_s}{L} \times \frac{e^{\frac{Rt}{L}}}{\frac{R}{L}} + k \right) \\ &= \frac{v_s}{R} e^{-\frac{Rt}{L}} e^{\frac{Rt}{L}} + ke^{-\frac{Rt}{L}} \\ &= \frac{v_s}{R} + ke^{-\frac{Rt}{L}} \end{aligned} \quad (7.112)$$

ที่เวลา $t=0$ แรงแดัน i_L มีค่าเท่ากับ $i_L(0)$ แทนค่าในสมการที่ (7.112) จะได้

$$\begin{aligned} i_L(0) &= \frac{v_s}{R} + ke^{\frac{R \times 0}{L}} = \frac{v_s}{R} + k \\ k &= i_L(0) - \frac{v_s}{R} \end{aligned} \quad (7.113)$$

แทนค่า k ในสมการที่ (7.112) จะได้

$$i_L = \frac{v_s}{R} + \left\{ i_L(0) - \frac{v_s}{R} \right\} e^{-\frac{t}{RC}} \quad (7.114)$$

เมื่อเวลาผ่านไปจนถึง $t = \infty$ ตัวเหนี่ยวนำจะอยู่ในสถานะลัดวงจร ดังนั้น องค์ประกอบในรูปที่ 7.51 จึงเหลือเพียงแหล่งกำเนิด $v_s u(t)$ และ R เท่านั้น นั่นคือ

$$i_L(\infty) = \frac{V_s}{R} \quad (7.115)$$

แทนค่าสมการที่ (7.115) ในสมการที่ (7.114) จะได้ผลเฉลยกระแสของตัวเหนี่ยวนำสำหรับทุกช่วงเวลา ดังนี้

$$i_L = \begin{cases} i_L(0), & t < 0 \\ i_L(\infty) + \{i_L(0) - i_L(\infty)\} e^{-\frac{t}{\tau}}, & t > 0 \end{cases} \quad (7.116)$$

โดยที่ค่าคงตัวเวลาของวงจรมีค่าเท่ากับ

$$\tau = \frac{L}{R} \quad (7.117)$$

จากเนื้อหาที่กล่าวมาข้างต้น สามารถสรุปขั้นตอนของการวิเคราะห์หาผลตอบสนองต่อฟังก์ชันขั้นบันไดของวงจร RL ได้ดังนี้

- (1) วิเคราะห์หา $i_L(0)$ จากทอพอโลยีของวงจรที่เวลา $t < 0$ เงื่อนไขสำคัญสำหรับขั้นตอนนี้คือ ตัวเหนี่ยวนำจะอยู่ในสถานะลัดวงจรในวงจรไฟฟ้ากระแสตรง และค่ากระแสของตัวเหนี่ยวนำไม่สามารถเปลี่ยนแปลงได้โดยฉับพลัน นั่นคือ $i_L(0^-) = i_L(0) = i_L(0^+)$
- (2) วิเคราะห์หา τ จากทอพอโลยีของวงจรที่เวลา $t > 0$ ซึ่งอาจต้องคำนวณหาความต้านทานสมมูลที่ต่อกันแบบขนานหรืออนุกรม แล้วแทนค่าในสมการที่ (7.117)
- (3) วิเคราะห์หา $i_L(\infty)$ จากทอพอโลยีของวงจรที่เวลา $t = \infty$ เงื่อนไขสำคัญสำหรับขั้นตอนนี้คือ เมื่ออยู่ในวงจรไฟฟ้ากระแสตรง ตัวเหนี่ยวนำจะอยู่ในสถานะลัดวงจร
- (4) แทนค่าพารามิเตอร์ทั้งหมดในสมการผลตอบสนองสมบูรณสมการที่ (7.116)

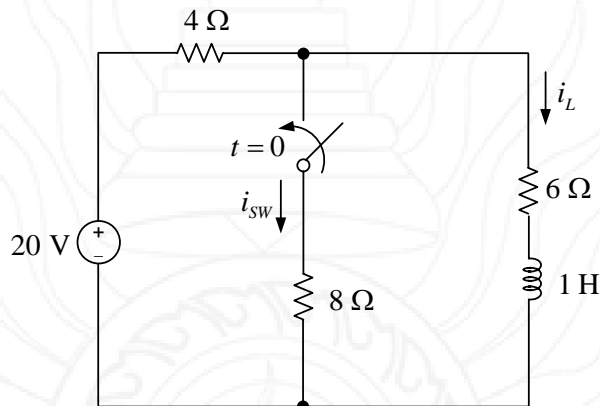
ตัวอย่างที่ 7.11

จากวงจรในรูปที่ 7.52 สวิตช์อยู่ในสถานะ “เปิด” ด้วยระยะเวลาที่นานมาก แต่เมื่อเวลา $t = 0$ สวิตช์เปลี่ยนเป็นสถานะ “ปิด” จงคำนวณหาแรงดัน i_L และ i_{sw} สำหรับเวลา $t > 0$ พร้อมทั้งวาดรูปสัญญาณสำหรับกระแสทั้งสองค่า

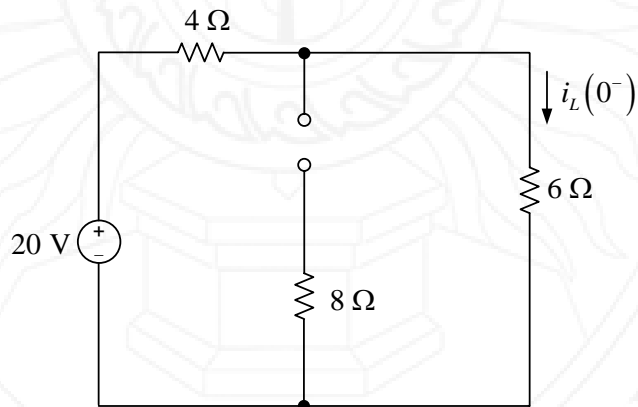
วิธีทำ

วิเคราะห์หากระแสเริ่มต้นของตัวเหนี่ยวนำ โดยใช้ทอพอโลยีของวงจรในช่วงเวลา $t < 0$ ดังแสดงในรูปที่ 7.53 เนื่องจากตัวเหนี่ยวนำลัดวงจร จากกฎของโอห์ม กระแสตัวเหนี่ยวนำที่เวลา $t = 0^-$ มีค่าเท่ากับ

$$i_L(0^-) = \frac{20 \text{ V}}{4 \Omega + 6 \Omega} = 2 \text{ A} \quad (7.118)$$



รูปที่ 7.52 วงจรสำหรับตัวอย่างที่ 7.11 (Karris, 2009)

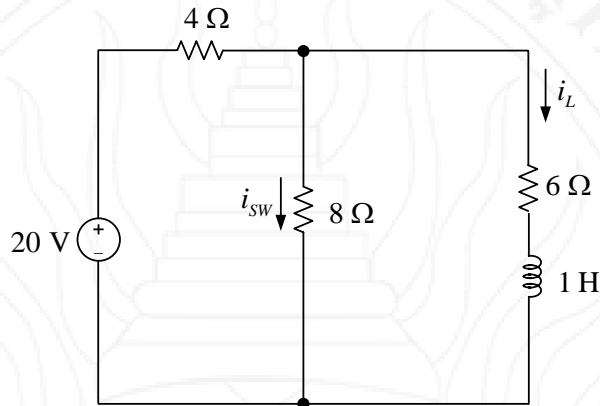


รูปที่ 7.53 ทอพอโลยีของวงจรที่เวลา $t < 0$

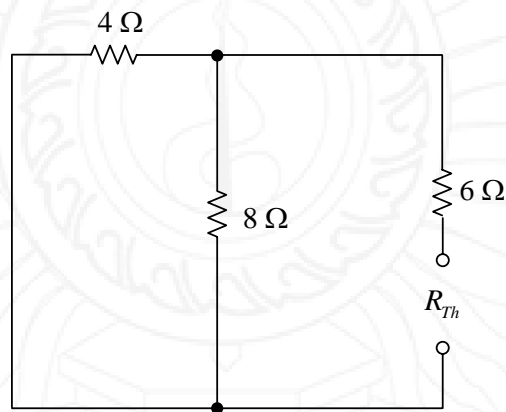
กระแสของตัวเหนี่ยวนำไม่สามารถเปลี่ยนแปลงค่าได้โดยฉับพลัน ดังนั้น

$$i_L(0) = i_L(0^-) = 2 \text{ A} \quad (7.119)$$

เมื่อเวลา $t = 0$ สวิตช์เปลี่ยนสถานะเป็น “ปิด” ทอพอโลยีของวงจรสำหรับช่วงเวลา $t > 0$ แสดงในรูปที่ 7.54 การวิเคราะห์หาความต้านทานสมมูลเทเวนินเพื่อนำไปใช้คำนวณหาค่าคงตัวเวลา ต้องลัดวงจรแหล่งกำเนิดแรงดัน 12 V จะได้ทอพอโลยีของวงจрдังแสดงในรูปที่ 7.55



รูปที่ 7.54 ทอพอโลยีของวงจรที่เวลา $t > 0$



รูปที่ 7.55 ทอพอโลยีของวงจรสำหรับคำนวณ R_{Th}

จากวงจรในรูปที่ 7.55 ความต้านสมมูลเทเวนินมีค่าเท่ากับ

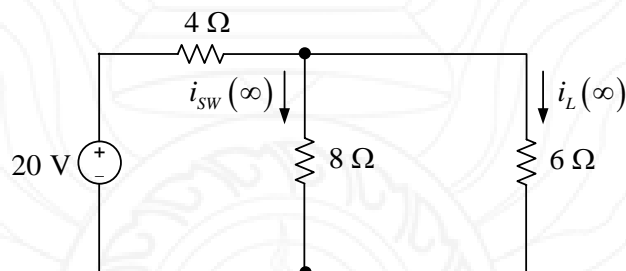
$$R_{Th} = \frac{(4 \Omega)(8 \Omega)}{4 \Omega + 8 \Omega} + 6 \Omega = 8.667 \Omega \quad (7.120)$$

ค่าคงตัวของเวลาของวงจรในรูปที่ 7.55 คือ

$$\tau = \frac{L}{R_{eq}} = \frac{1}{8.667} = 0.1154 \text{ s} \quad (7.121)$$

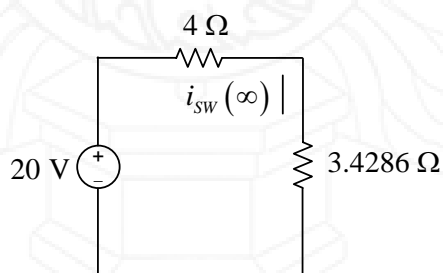
เมื่อเวลาผ่านไปจนถึง $t = \infty$ ตัวเหนี่ยวนำจะอยู่ในสถานะลัดวงจร ดังแสดงในรูปที่ 7.56 ความต้านทานสมมูลระหว่าง 8Ω และ 6Ω มีค่าเท่ากับ

$$R_{eq1} = \frac{(8 \Omega)(6 \Omega)}{8 \Omega + 6 \Omega} = 3.4286 \Omega \quad (7.122)$$



รูปที่ 7.56 ทอพอโลยีของวงจรที่เวลา $t = \infty$

วงจรผลลัพท์เมื่อยุบรวม 8Ω และ 6Ω แสดงใน



รูปที่ 7.57 ทอพอโลยีของวงจรที่เวลา $t = \infty$ เมื่อยุบรวม 8Ω และ 6Ω

จากกฎของโอห์ม $i_{sw}(\infty)$ มีค่าเท่ากับ

$$i_{sw}(\infty) = \frac{20 \text{ V}}{4 \Omega + 3.4286 \Omega} = 2.69 \text{ A} \quad (7.123)$$

พิจารณาวงจรในรูปที่ 7.56 และจากหลักการของวงจรกระแสแบ่งไหล $i_L(\infty)$ มีค่าเท่ากับ

$$i_L(\infty) = \frac{8 \Omega}{6 \Omega + 8 \Omega} \times 2.69 \text{ A} = 1.54 \text{ A} \quad (7.124)$$

แทนค่า $i_L(0)$ τ และ $i_L(\infty)$ ในสมการที่ (7.116) จะได้

$$\begin{aligned} i_L &= i_L(\infty) + \{i_L(0) - i_L(\infty)\} e^{-\frac{t}{\tau}} \\ &= 1.54 + (2 - 1.54) e^{-\frac{t}{0.1154}} \\ &= 1.54 + 0.46 e^{-8.667t} \text{ A} \end{aligned}$$

ตอบ

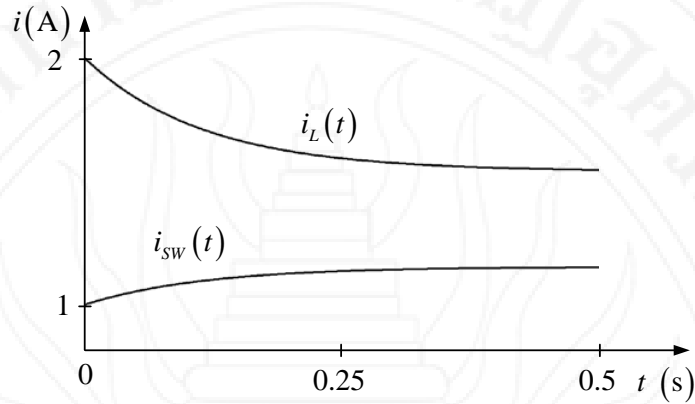
จากวงจรในรูปที่ 7.54 แรงดันตกคร่อมตัวต้านทาน 8Ω คือผลรวมของแรงดันตกคร่อมตัวต้านทาน 6Ω และตัวเหนี่ยวนำ 1 H ซึ่งมีค่าเท่ากับ

$$\begin{aligned} v_{8\Omega} &= (6 \Omega) i_L + L \frac{di_L}{dt} \\ &= 6(1.54 + 0.46 e^{-8.667t}) + (1) \frac{d}{dt}(1.54 + 0.46 e^{-8.667t}) \\ &= 9.24 + 2.76 e^{-8.667t} + 0.46(-8.667) e^{-8.667t} \\ &= 9.24 - 1.227 e^{-8.667t} \text{ V} \end{aligned} \quad (1.125)$$

กระแสที่ไหลผ่านสวิตช์ i_{sw} จึงมีค่าเท่ากับ

$$i_{sw} = \frac{v_{8\Omega}}{8 \Omega} = \frac{9.24 - 1.227 e^{-8.667t}}{8} = 1.155 - 0.153 e^{-8.667t} \text{ A} \quad \text{ตอบ}$$

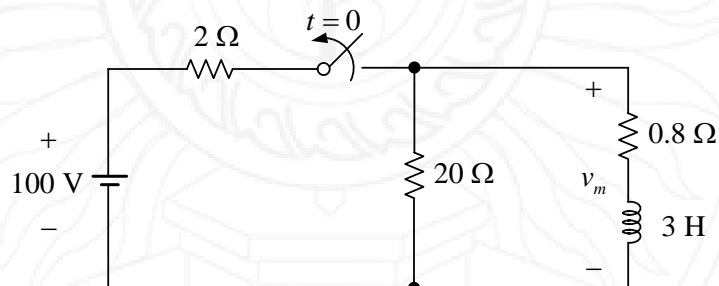
รูปสัญญาณของ i_L และ i_{sw} แสดงในรูปที่ 7.58



รูปที่ 7.58 รูปสัญญาณกระแสสวิตช์และตัวเหนี่ยวนำ

ตัวอย่างที่ 7.12

วงจรมอเตอร์กระแสตรงในรูปที่ 7.59 ถูกสวิตช์เปิดวงจรออกจากแหล่งกำเนิดแรงดัน 100 V ที่เวลา $t = 0$ จงวิเคราะห์หาแรงดันตกคร่อมมอเตอร์ v_m สำหรับทุกช่วงเวลา พร้อมทั้งวาดรูปสัญญาณ

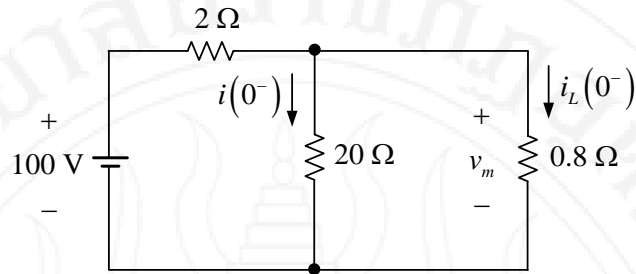


รูปที่ 7.59 วงจรสำหรับตัวอย่างที่ 7.12 (Rizzoni & Hartley, 2000)

วิธีทำ

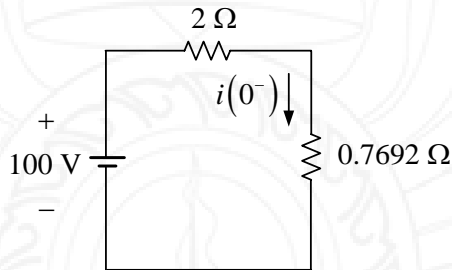
วิเคราะห์หากระแสเริ่มต้นของตัวเหนี่ยวนำ โดยใช้ทอพอโลยีของวงจรในช่วงเวลา $t < 0$ ดังแสดงในรูปที่ 7.60 ตัวเหนี่ยวนำอยู่ในสถานะลัดวงจร ความต้านทานสมมูลระหว่าง 20Ω และ 0.8Ω คือ

$$R_{eq1} = \frac{(20 \Omega)(0.8 \Omega)}{20 \Omega + 0.8 \Omega} = 0.7692 \Omega \quad (1.126)$$



รูปที่ 7.60 ทอพอโลยีของวงจรในช่วงเวลา $t < 0$

ทอพอโลยีของวงจรหลังยุบรวมตัวต้านทาน 20Ω และ 0.8Ω แสดงในรูปที่ 7.61



รูปที่ 7.61 ทอพอโลยีของวงจรเมื่อยุบรวมตัวต้านทาน 20Ω และ 0.8Ω

พิจารณาวงจรในรูปที่ 7.61 และจากกฎของโอห์ม กระแส $i(0^-)$ มีค่าเท่ากับ

$$i(0^-) = \frac{100 \text{ V}}{2 \Omega + 0.7692 \Omega} = 36.11 \text{ A} \quad (1.127)$$

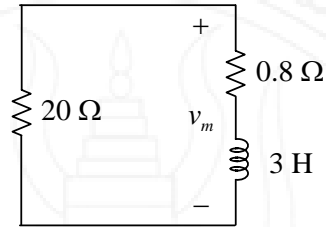
พิจารณาวงจรในรูปที่ 7.60 และจากหลักการของวงจรแบ่งกระแส $i_L(0^-)$ มีค่าเท่ากับ

$$i_L(0^-) = \frac{20 \Omega}{20 \Omega + 0.8 \Omega} \times 36.11 \text{ A} = 34.72 \text{ A} \quad (1.128)$$

กระแสของตัวเหนี่ยวนำไม่สามารถเปลี่ยนแปลงค่าได้โดยฉับพลัน ดังนั้น

$$i_L(0) = i_L(0^-) = 34.72 \text{ A} \quad (7.129)$$

เมื่อเวลา $t = 0$ สวิตช์เปลี่ยนสถานะเป็น “เปิด” ทอพอโลยีของวงจรสำหรับช่วงเวลา $t > 0$ แสดงในรูปที่ 7.62 ความต้านทานสมมูลของวงจรมีค่าเท่ากับสมการที่ (7.130)



รูปที่ 7.62 ทอพอโลยีของวงจรที่เวลา $t > 0$

$$R_{eq} = 20 \, \Omega + 0.8 \, \Omega = 20.8 \, \Omega \quad (7.130)$$

ค่าคงตัวเวลาของวงจรในรูปที่ 7.62 คือ

$$\tau = \frac{L}{R_{eq}} = \frac{3}{20.8} = 0.1442 \, \text{s} \quad (7.131)$$

เมื่อเวลาผ่านไปจนถึง $t = \infty$ ตัวเหนี่ยวนำจะจ่ายพลังงานที่สะสมไว้จนหมด กระแสจึงมีค่าเท่ากับศูนย์ ดังนั้น

$$i_L(\infty) = 0 \, \text{A} \quad (7.132)$$

แทนค่า $i_L(0)$ τ และ $i_L(\infty)$ ในสมการที่ (7.116) จะได้

$$\begin{aligned} i_L &= i_L(\infty) + \{i_L(0) - i_L(\infty)\} e^{-\frac{t}{\tau}} \\ &= 0 + (34.72 - 0) e^{-\frac{t}{0.1442}} \\ &= 34.72 e^{-\frac{t}{0.1442}} \, \text{A} \end{aligned} \quad (7.133)$$

จากวงจรในรูปที่ 7.62 แรงดันตกคร่อมมอเตอร์ในช่วงเวลา $t > 0$ คือผลรวมของแรงดันตกคร่อมตัวต้านทาน $0.8 \, \Omega$ และตัวเหนี่ยวนำ $3 \, \text{H}$ ซึ่งมีค่าเท่ากับ

$$\begin{aligned}
 v_m(t > 0) &= (0.8 \Omega)i_L + L \frac{di_L}{dt} \\
 &= 0.8 \left(34.72e^{-\frac{t}{0.1442}} \right) + (3) \frac{d}{dt} \left(34.72e^{-\frac{t}{0.1442}} \right) \\
 &= 27.78e^{-6.93t} + 3(34.72) \left(-\frac{1}{0.1442} \right) e^{-6.93t} \\
 &= 27.78e^{-6.93t} - 722.3327.78e^{-6.93t} \\
 &= -694.55e^{-6.93t} \text{ V}
 \end{aligned} \tag{7.134}$$

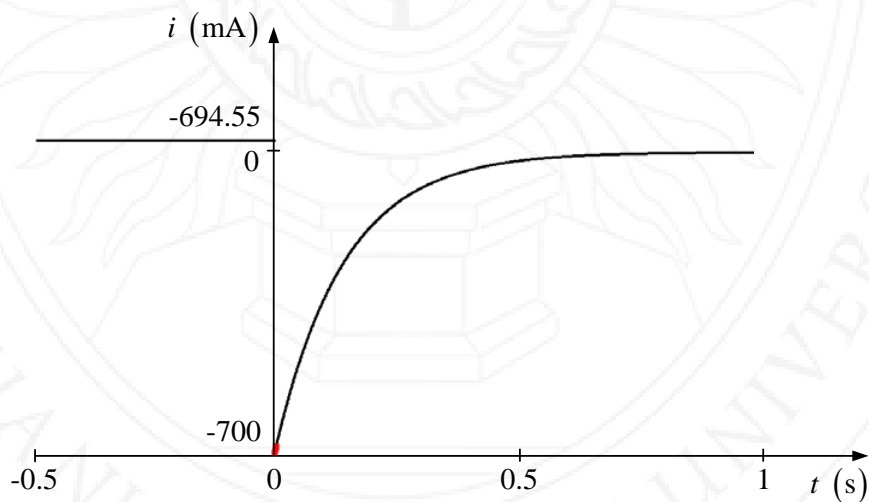
พิจารณาวงจรในรูปที่ 7.60 และจากกฎของโอห์ม แรงดันตกคร่อมตัวเหนี่ยวนำมีค่าเท่ากับ

$$v_m(t < 0) = R_m i_L(0^-) = (0.8)(34.72) = 27.78 \text{ V} \tag{7.135}$$

ดังนั้น แรงดันตกคร่อมตัวเหนี่ยวนำสำหรับทุกช่วงเวลา มีนิพจน์ดังแสดงในสมการที่

$$v_m = \begin{cases} 27.78 \text{ V}, & t < 0 \\ -694.55e^{-6.93t} \text{ V}, & t > 0 \end{cases} \quad \text{ตอบ}$$

รูปสัญญาณของ v_m สำหรับทุกช่วงเวลา แสดงในรูปที่ 7.63



รูปที่ 7.63 รูปสัญญาณแรงดันตกคร่อมมอเตอร์

ตัวอย่างที่ 7.13

วงจรในรูปที่ 7.64 สวิตช์ S_1 และ S_2 อยู่ในสถานะ “ปิด” ผ่านมาด้วยระยะเวลาที่นานมาก แต่ที่เวลา $t = 0$ สวิตช์ S_1 เปลี่ยนสถานะเป็น “เปิด” และหลังจากนั้น 35 ms ถัดมา สวิตช์ S_2 เปลี่ยนสถานะเป็น “เปิด” จงวิเคราะห์หา

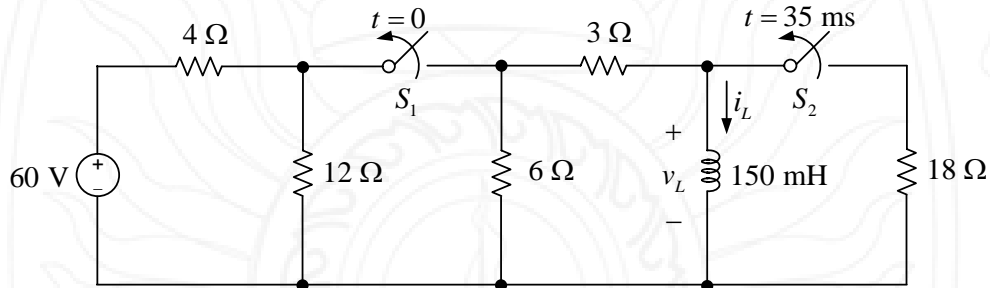
(ก) $i_L(t)$ ในช่วงเวลา $0 \leq t \leq 35$ ms

(ข) $i_L(t)$ ในเวลา $t \geq 35$ ms

(ค) อัตราส่วนร้อยละพลังงานที่ตัวต้านทาน 18Ω ได้รับ เมื่อเปรียบเทียบกับพลังงานเริ่มต้นสะสมของตัวเหนี่ยวนำ 150 mH

(ง) ทำซ้ำข้อ (ค) เมื่อเปลี่ยนเป็นตัวต้านทาน 3Ω

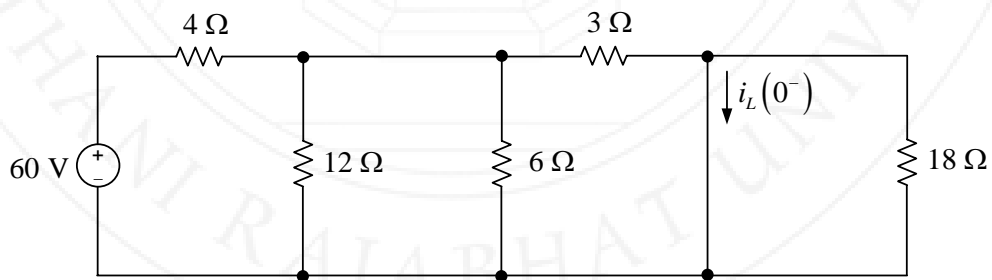
(จ) ทำซ้ำข้อ (ค) เมื่อเปลี่ยนเป็นตัวต้านทาน 6Ω



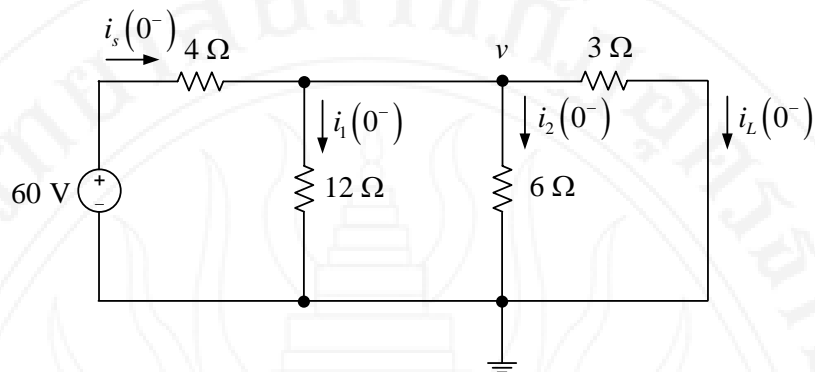
รูปที่ 7.64 วงจรสำหรับตัวอย่างที่ 7.13 (Nilsson & Riedel, 2008)

วิธีทำ

(ก) ที่เวลา $t = 0$ สวิตช์ S_2 เปลี่ยนสถานะเป็น “เปิด” วิเคราะห์หาคะแสเริ่มต้นของตัวเหนี่ยวนำโดยใช้ทอพอโลยีของวงจรในช่วงเวลา $t < 0$ ดังแสดงในรูปที่ 7.65 ตัวเหนี่ยวนำอยู่ในสถานะลัดวงจร ส่งผลให้ตัวต้านทาน 18Ω หายไปจากวงจร ดังแสดงในรูปที่ 7.66



รูปที่ 7.65 ทอพอโลยีของวงจรในช่วงเวลา $t < 0$



รูปที่ 7.66 ทอพอโลยีวงจรสมมูลในช่วงเวลา $t < 0$

พิจารณาวงจรในรูปที่ 7.66 สมการตามกฎกระแสของเคอร์ชอฟฟ์สำหรับโหนด v คือ

$$\begin{aligned}
 i_s(0^-) - i_1(0^-) - i_2(0^-) - i_L(0^-) &= 0 \\
 \frac{60-v}{4} - \frac{v}{12} - \frac{v}{6} - \frac{v}{3} &= 0 \\
 3(60-v) - v - 2v - 4v &= 0 \\
 -10v &= -180 \\
 v &= 18 \text{ V}
 \end{aligned} \tag{7.136}$$

ดังนั้น กระแส $i_L(0^-)$ มีค่าเท่ากับ

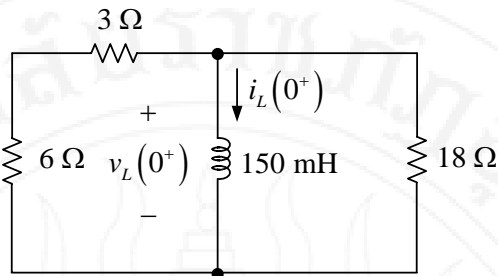
$$i_L(0^-) = \frac{18 \text{ V}}{3 \Omega} = 6 \text{ A} \tag{7.137}$$

กระแสของตัวเหนี่ยวนำไม่สามารถเปลี่ยนแปลงค่าได้โดยฉับพลัน ดังนั้น

$$i_L(0) = i_L(0^-) = 6 \text{ A} \tag{7.138}$$

เมื่อเวลา $t = 0$ สวิตช์เปลี่ยนสถานะเป็น “เปิด” ทอพอโลยีของวงจรสำหรับช่วงเวลา $t > 0$ แสดงในรูปที่ 7.67 ความต้านทานสมมูลของวงจรมีค่าเท่ากับ

$$R_{eq} = \frac{(3 \Omega + 6 \Omega)(18 \Omega)}{3 \Omega + 6 \Omega + 18 \Omega} = 6 \Omega \tag{7.139}$$

รูปที่ 7.67 ทอพอโลยีของวงจรที่เวลา $t > 0$

ค่าคงตัวเวลาของวงจรในรูปที่ 7.67 คือ

$$\tau = \frac{L}{R_{eq}} = \frac{150 \times 10^{-3}}{6} = 0.025 \text{ s} \quad (7.140)$$

เมื่อเวลาผ่านไปจนถึง $t = \infty$ ตัวเหนี่ยวนำจะจ่ายพลังงานที่สะสมไว้จนหมด กระแสจึงมีค่าเท่ากับ ศูนย์ ดังนั้น

$$i_L(\infty) = 0 \text{ A} \quad (7.141)$$

แทนค่า $i_L(0)$ τ และ $i_L(\infty)$ ในสมการที่ (7.116) จะได้ $i_L(t)$ สำหรับช่วงเวลา $0 \leq t \leq 35 \text{ ms}$ ดังนี้

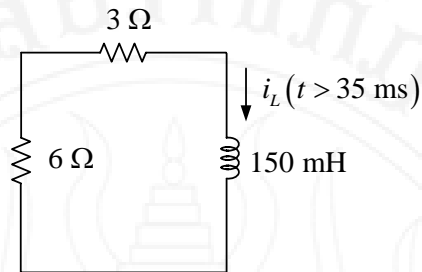
$$\begin{aligned} i_L &= i_L(\infty) + \{i_L(0) - i_L(\infty)\} e^{-\frac{t}{\tau}} \\ &= 0 + (6 - 0) e^{-\frac{t}{0.025}} \\ &= 6e^{-40t} \text{ A} \end{aligned} \quad \text{ตอบ}$$

(ข) สำหรับเวลา $t = 35 \text{ ms}$ สวิตช์ S_2 เปลี่ยนสถานะเป็น “เปิด” ทอพอโลยีของวงจร สำหรับช่วงเวลา $t > 35 \text{ ms}$ แสดงในรูปที่ 7.68 ความต้านทานสมมูลของวงจรมีค่าเท่ากับ

$$R_{eq} = 3 \Omega + 6 \Omega = 9 \Omega \quad (7.142)$$

กระแส $i_L(t = 35 \text{ ms})$ มีค่าเท่ากับ

$$i_L(t = 35 \text{ ms}) = 6e^{-40(35 \times 10^{-3})} = 1.48 \text{ A} \quad (7.143)$$



รูปที่ 7.68 ทอพอโลยีของวงจรที่เวลา $t > 35$ ms

ค่าคงตัวของเวลาของวงจรในรูปที่ 7.68 คือ

$$\tau = \frac{L}{R_{eq}} = \frac{150 \times 10^{-3}}{9} = 0.0167 \text{ s} \quad (7.144)$$

เนื่องจากผลเฉลยกระแสตัวเหนี่ยวนำในสมการที่ (7.116) วิเคราะห์หาปริพันธ์เฉพาะช่วงเวลา $0-t$ s เท่านั้น หากต้องการทราบผลเฉลยในช่วงเวลา t_0-t s ต้องวิเคราะห์หาผลเฉลยสมการเชิงอนุพันธ์สำหรับช่วงเวลา t_0-t s ใหม่อีกครั้ง โดยเริ่มต้นจากการเขียนสมการตามกฎแรงดันของเคอร์ชอฟฟ์สำหรับวงจรในรูปที่ 7.68 ดังนี้

$$\begin{aligned} (6 \Omega + 3 \Omega)i_L + (150 \times 10^{-3}) \frac{di_L}{dt} &= 0 \\ 9i_L + 0.15 \frac{di_L}{dt} &= 0 \\ 0.15 \frac{di_L}{dt} &= -9i_L \\ 0.15 di_L &= -9i_L dt \\ \frac{1}{i_L} di_L &= -\frac{9}{0.15} dt \end{aligned} \quad (7.145)$$

หาปริพันธ์สำหรับช่วงเวลา $t_0 - t$ ทั้งสองข้างของสมการที่ (7.145) จะได้

$$\begin{aligned} \int_{t_0}^t \frac{1}{i_L} di_L &= -\frac{9}{0.15} \int_{t_0}^t dt \\ \ln i_L(t) \Big|_{t_0}^t &= -\frac{9}{0.15} t \Big|_{t_0}^t \\ \ln i_L(t) - \ln i_L(t_0) &= -\frac{9}{0.15} (t - t_0) \\ \ln i_L(t) - \ln i_L(t_0) &= \ln e^{-\frac{9}{0.15}(t-t_0)} \\ \ln \frac{i_L(t)}{i_L(t_0)} &= \ln e^{-\frac{9}{0.15}(t-t_0)} \\ \frac{i_L(t)}{i_L(t_0)} &= e^{-\frac{9}{0.15}(t-t_0)} \\ i_L(t) &= i_L(t_0) e^{-\frac{9}{0.15}(t-t_0)} \end{aligned} \quad (7.146)$$

แทนค่า $t_0 = 35 \text{ ms}$ และ $i_L(t_0) = 1.48 \text{ A}$ ในสมการที่ (7.146) จะได้

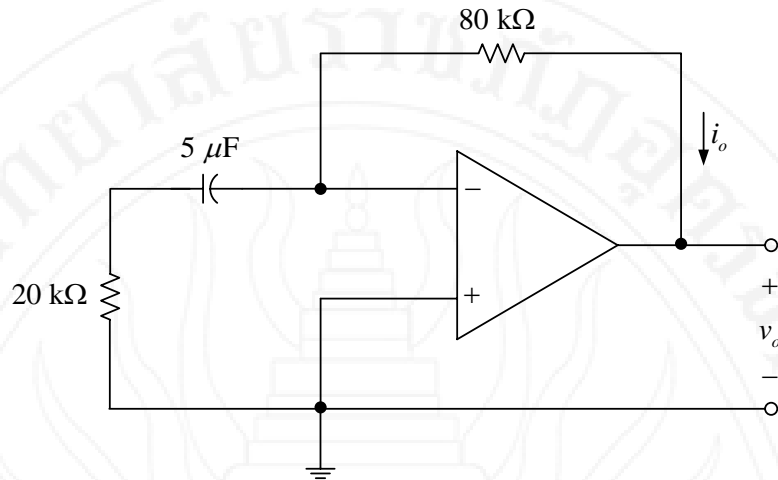
$$i_L(t) = 1.48 e^{-\frac{9}{0.15}(t-0.035)} = 1.48 e^{-60(t-0.035)} \text{ A}, \quad t \geq 35 \text{ ms} \quad \text{ตอบ}$$

7.7 วงจรออปแอมป์อันดับหนึ่ง

เนื้อหาเกี่ยวกับการวิเคราะห์วงจร RC และ RL ในวงจรไฟฟ้ากระแสตรง กรณีที่ไม่มีแหล่งจ่ายในบทที่ 6 และผลตอบสนองต่อฟังก์ชันขั้นบันไดหนึ่งหน่วยในบทนี้ เพียงพอสำหรับการวิเคราะห์วงจรออปแอมป์อันดับหนึ่ง แต่ความรู้พื้นฐานสำคัญที่จะต้องมียคือ การหาผลเฉลยสมการเชิงอนุพันธ์เอกพันธ์อันดับหนึ่ง และสมการเชิงอนุพันธ์ไม่เอกพันธ์อันดับหนึ่ง ซึ่งสามารถศึกษาเพิ่มเติมได้จากหนังสือสมการเชิงอนุพันธ์ หรือแหล่งอ้างอิงออนไลน์ที่มีความน่าเชื่อถือได้

ตัวอย่างที่ 7.14

จากวงจรออปแอมป์อุดมคติในรูปที่ 7.69 กำหนดให้แรงดันเริ่มต้นของตัวเก็บประจุมีค่าเท่ากับ 3 V จงวิเคราะห์หาแรงดัน v_0 สำหรับช่วงเวลา $t > 0$

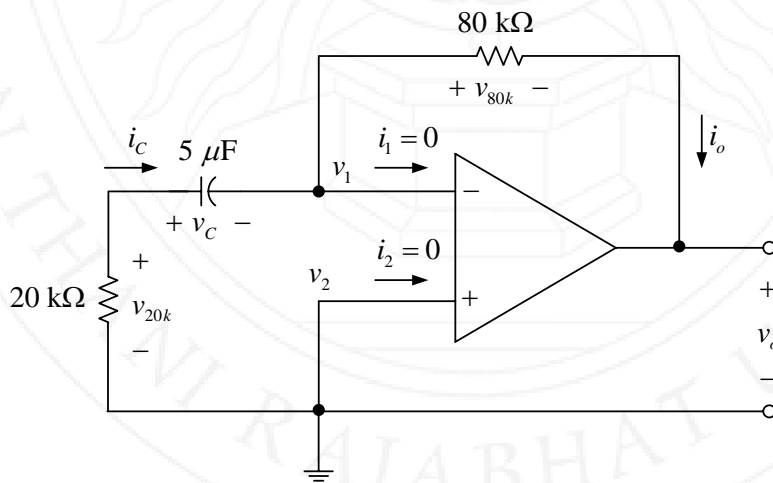


รูปที่ 7.69 วงจรสำหรับตัวอย่างที่ 7.14 (Alexander & Sadiku, 2009)

วิธีทำ

กำหนดโนดและกระแสสำหรับการวิเคราะห์ห้วงจร ดังแสดงในรูปที่ 7.70 ขา 2 ของออปแอมป์ต่อกับกราวด์ ดังนั้น $v_2 = 0 \text{ V}$ จากคุณสมบัติของออปแอมป์อุดมคติจะได้ว่า $v_1 = v_2 = 0 \text{ V}$ แสดงว่าวงรอบด้านซ้ายมือประกอบไปด้วยตัวต้านทาน $20 \text{ k}\Omega$ และตัวเก็บประจุ $5 \mu\text{F}$ เท่านั้น ค่าคงตัวเวลาของวงรอบมีค่าเท่ากับ

$$\tau = RC = (20 \times 10^3)(5 \times 10^{-6}) = 0.1 \text{ s} \tag{7.147}$$



รูปที่ 7.70 กระแส แรงดันตกคร่อมองค์ประกอบ และแรงดันโนด

โจทย์กำหนดให้แรงดันเริ่มต้นของตัวเก็บประจุมีค่าเท่ากับ 3 V ดังนั้น ผลเฉลยสำหรับ v_C คือ

$$v_C = V_0 e^{-\frac{t}{\tau}} = 3e^{-\frac{t}{0.1}} = 3e^{-10t} \text{ V} \quad (7.148)$$

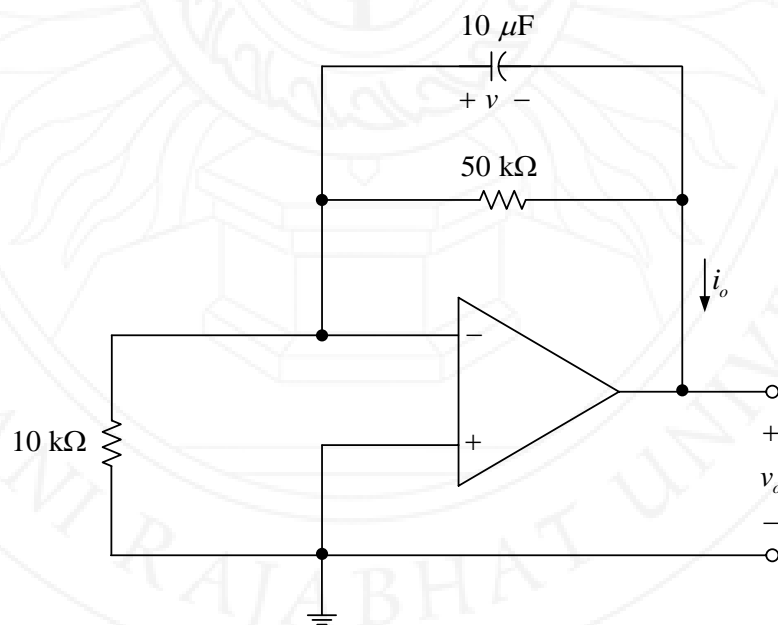
สมการตามกฎกระแสของเคอร์ชอฟฟ์ที่โหนด v_1 คือ

$$\begin{aligned} i_C - i_o &= 0 \\ 5 \times 10^{-6} \frac{dv_C}{dt} - \left(\frac{v_1 - v_0}{80 \times 10^3} \right) &= 0 \\ (80 \times 10^3)(5 \times 10^{-6}) \frac{d(3e^{-10t})}{dt} - (v_1 - v_0) &= 0 \\ (0.4)(3)(-10)e^{-10t} - (0 - v_0) &= 0 \\ v_0 &= 12e^{-10t} \text{ V} \end{aligned}$$

ตอบ

ตัวอย่างที่ 7.15

จากวงจรออปแอมป์อุดมคติในรูปที่ 7.71 กำหนดให้แรงดันเริ่มต้นของตัวเก็บประจุมีค่าเท่ากับ 4 V จงวิเคราะห์หาแรงดัน v_o สำหรับช่วงเวลา $t > 0$



รูปที่ 7.71 วงจรสำหรับตัวอย่างที่ 7.15 (Alexander & Sadiku, 2009)

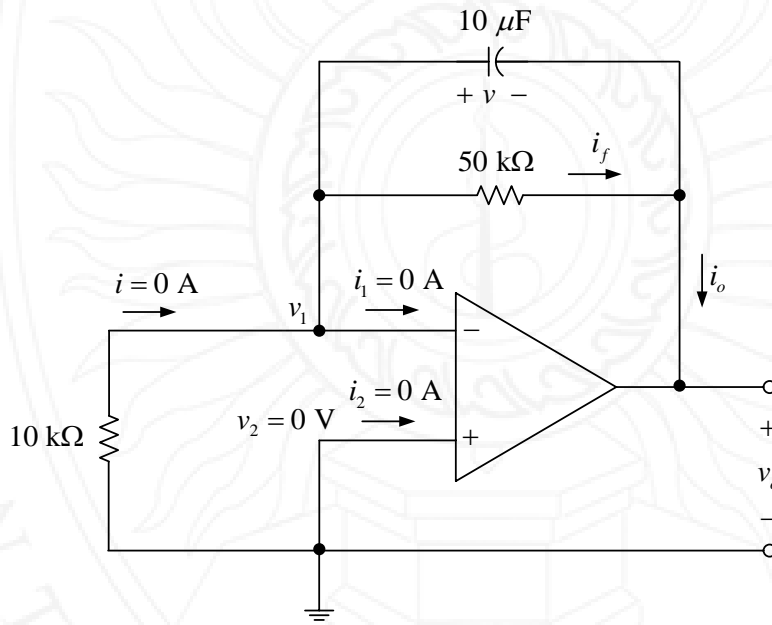
วิธีทำ

กำหนดโหนดและกระแสสำหรับการวิเคราะห์วงจร ดังแสดงในรูปที่ 7.72 ขา 2 ของออปแอมป์ต่อกับกราวด์ ดังนั้น $v_2 = 0 \text{ V}$ จากคุณสมบัติของออปแอมป์อุดมคติจะได้ว่า $v_1 = v_2 = 0 \text{ V}$ แสดงว่าวงรอบด้านซ้ายมือประกอบไปด้วยตัวต้านทาน $10 \text{ k}\Omega$ เท่านั้น เนื่องจากไม่มีแหล่งกำเนิด กระแสที่ไหลจึงมีค่าเท่ากับศูนย์ สำหรับวงรอบด้านบนสุด ค่าคงตัวเวลามีค่าเท่ากับ

$$\tau = RC = (50 \times 10^3)(10 \times 10^{-6}) = 0.5 \text{ s} \tag{7.149}$$

โจทย์กำหนดให้แรงดันเริ่มต้นของตัวเก็บประจุมีค่าเท่ากับ 4 V ดังนั้น ผลเฉลยสำหรับ v_C คือ

$$v = V_0 e^{-\frac{t}{\tau}} = 4e^{-\frac{t}{0.5}} = 4e^{-2t} \text{ V} \tag{7.150}$$



รูปที่ 7.72 กระแส แรงดันตกคร่อมองค์ประกอบ และแรงดันโหนด

จากสมการตามกฎแรงดันของเคอร์ชอฟฟ์ จะได้ว่า

$$v + v_o = 0$$

$$4e^{-2t} + v_o = 0$$

$$v_o = -4e^{-2t} \text{ V}$$

ตอบ

ตัวอย่างที่ 7.16

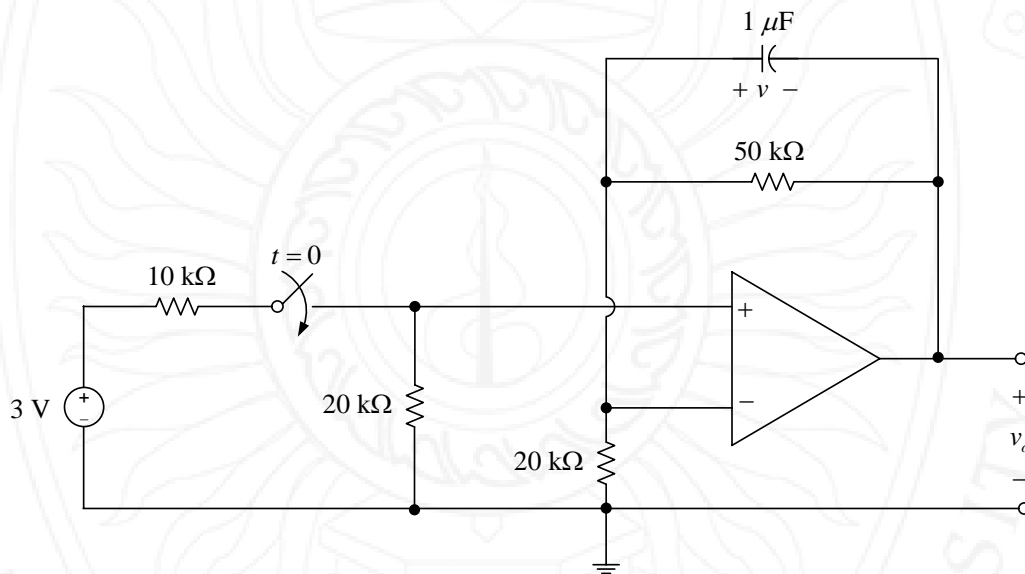
จากวงจรออปแอมป์อุดมคติในรูปที่ 7.73 จงวิเคราะห์หาแรงดัน v_o สำหรับช่วงเวลา $t > 0$

วิธีทำ

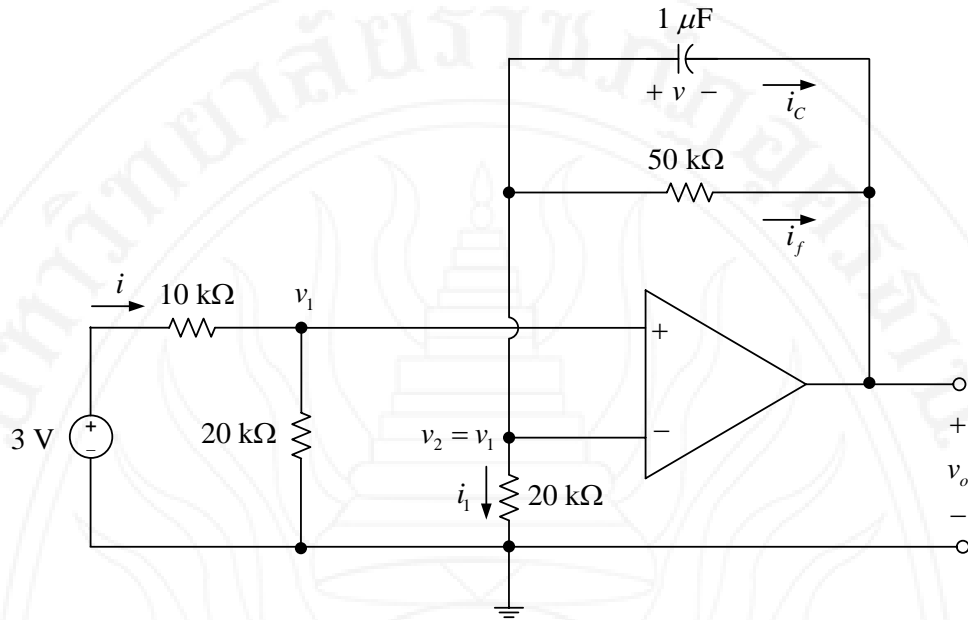
ที่เวลา $t < 0$ วงจรไม่เชื่อมต่อกับแหล่งกำเนิด ดังนั้น แรงดันตกคร่อมตัวเก็บประจุมีค่าเท่ากับศูนย์ นั่นคือ

$$v(0^-) = v(0) = v(0^+) = 0 \text{ V} \quad (7.151)$$

หลังจากเวลา $t = 0$ ทอพอโลยีของวงจรแสดงในรูปที่ 7.74



รูปที่ 7.73 วงจรสำหรับตัวอย่างที่ 7.16 (Alexander & Sadiku, 2009)



รูปที่ 7.74 วงจรที่เวลา $t > 0$

เนื่องจากไม่มีกระแสไหลเข้าขาที่ 2 ของออปแอมป์ ดังนั้น $10\text{ k}\Omega$ และ $20\text{ k}\Omega$ จึงต่ออนุกรมกัน จากหลักการวงจรแบ่งแรงดัน v_1 มีค่าเท่ากับ

$$v_1 = \frac{20\text{ k}\Omega}{10\text{ k}\Omega + 20\text{ k}\Omega} \times 3\text{ V} = 2\text{ V} \quad (7.152)$$

ค่าคงตัวเวลาของตัวเก็บประจุ $1\text{ }\mu\text{F}$ และตัวต้านทาน $50\text{ k}\Omega$ มีค่าเท่ากับ

$$\tau = RC = (1 \times 10^{-6})(50 \times 10^3) = 0.05\text{ s} \quad (7.153)$$

ที่เวลา $t = \infty$ ตัวเก็บประจุเปิดวงจร กระแส $i_f(\infty)$ มีค่าเท่ากับ $-i_1(\infty)$ ดังนี้

$$i_f(\infty) = -i_1(\infty) = -\frac{v_1}{20 \times 10^3} = -\frac{2}{20 \times 10^3} = -100\text{ }\mu\text{A} \quad (7.154)$$

แรงดัน v มีค่าเท่ากับ

$$v = (50 \times 10^3)i_f(\infty) = (50 \times 10^3)(-100 \times 10^{-6}) = -5\text{ V} \quad (7.155)$$

ดังนั้น แรงดัน v มีค่าเท่ากับ

$$\begin{aligned} v &= v(\infty) + \{v(0) - v(\infty)\} e^{-\frac{t}{\tau}} \\ &= -5 + \{0 - (-5)\} e^{-\frac{t}{0.05}} \\ &= -5 + 5e^{-20t} \text{ V} \end{aligned} \quad (7.156)$$

ดังนั้น จากสมการตามกฎแรงดันของเคอร์ชอฟฟ์ แรงดัน v_0 มีค่าเท่ากับ

$$\begin{aligned} -v_1 + v + v_0 &= 0 \\ v_0 &= v_1 - v \\ &= 2 - (-5 + 5e^{-20t}) \\ &= 7 - 5e^{-20t} \text{ V} \end{aligned} \quad \text{ตอบ}$$

7.8 บทสรุป

(1) ผลตอบสนองธรรมชาติ คือ ลักษณะเฉพาะเกี่ยวกับกระแสและแรงดันของวงจร ที่เกิดจากเงื่อนไขและพารามิเตอร์ของวงจร โดยที่ไม่มีการรับพลังงานจากแหล่งกำเนิดภายนอก

(2) ค่าคงตัวเวลา คือ เวลาที่ผลตอบสนองของวงจรลดลงจนถึงค่า $1/e$ เท่า หรือ 36.8% ของผลตอบสนองค่าเริ่มต้น

(3) ค่าคงตัวของเวลาของวงจร RC มีค่าเท่ากับ

$$\tau = RC$$

(4) สมการคำนวณแรงดันตัวเก็บประจุของวงจร RC ไม่มีแหล่งกำเนิด และมีแรงดันเริ่มต้น V_0 คือ

$$v = V_0 e^{-\frac{t}{\tau}}$$

(5) ขั้นตอนการวิเคราะห์ห้วงจร RC ไม่มีแหล่งกำเนิด

1. วิเคราะห์ห้วงจรหาค่าแรงดันเริ่มต้นของตัวเก็บประจุ (V_0) โดยใช้เงื่อนไขดังต่อไปนี้

(ก) แรงดันตกคร่อมตัวเก็บประจุ ไม่สามารถเปลี่ยนแปลงค่าได้โดยฉับพลัน

(ข) ในวงจรไฟฟ้ากระแสตรง ตัวเก็บประจุจะอยู่ในสถานะเปิดวงจร ไม่มีกระแสไหล

ผ่าน

2. วิเคราะห์หาค่าคงตัวเวลาจากสมการ $\tau = RC$ ความต้านทานและความจุที่แทนค่าในสมการนี้ อาจเป็นค่าเดียวสำหรับกรณีที่มีตัวต้านทานและตัวเก็บประจุอย่างละ 1 ตัว หรืออาจเป็นค่าสมมูลสำหรับกรณีที่มีตัวต้านทานและตัวเก็บประจุหลายตัว

(6) ค่าคงตัวเวลาของวงจร RL มีค่าเท่ากับ

$$\tau = \frac{L}{R}$$

(7) สมการคำนวณกระแสของวงจร RL ไม่มีแหล่งกำเนิด และมีกระแสเริ่มต้น I_0 คือ

$$i = I_0 e^{-\frac{t}{\tau}}$$

(8) ขั้นตอนการวิเคราะห์หาผลตอบสนองธรรมชาติของวงจร RL ไม่มีแหล่งกำเนิด

1. วิเคราะห์วงจรหากระแสเริ่มต้นของตัวเหนี่ยวนำ (I_0) โดยใช้เงื่อนไขดังต่อไปนี้

(ก) กระแสของตัวเหนี่ยวนำ ไม่สามารถเปลี่ยนแปลงค่าได้โดยฉับพลัน

(ข) ในวงจรไฟฟ้ากระแสตรง ตัวเหนี่ยวนำจะอยู่ในสถานะลัดวงจร ไม่มีแรงดันตกคร่อม

2. วิเคราะห์หาค่าคงตัวเวลาจากสมการ $\tau = L/R$ ความต้านทานและความเหนี่ยวนำที่แทนค่าในสมการนี้ อาจเป็นค่าเดียวสำหรับกรณีที่มีตัวต้านทานและตัวเหนี่ยวนำอย่างละ 1 ตัว หรืออาจเป็นค่าสมมูลสำหรับกรณีที่มีตัวต้านทานและตัวเหนี่ยวนำหลายตัว

(9) ฟังก์ชันเอกฐาน คือฟังก์ชันไม่ต่อเนื่อง หรือฟังก์ชันที่มีอนุพันธ์ไม่ต่อเนื่อง

(10) ฟังก์ชันขั้นบันไดหนึ่งหน่วย คือฟังก์ชันที่มีค่าเท่ากับศูนย์เมื่อเวลาน้อยกว่าศูนย์ และมีค่าเท่ากับหนึ่งเมื่อเวลามีค่ามากกว่าหรือเท่ากับศูนย์

(11) นิพจน์ของฟังก์ชันขั้นบันไดหนึ่งคือ

$$u(t) = \begin{cases} 0, & t < 0 \\ 1, & t > 0 \end{cases}$$

(12) ฟังก์ชันอิมพัลส์หนึ่งหน่วย หรือ ฟังก์ชันเดลตา คือฟังก์ชันที่มีค่าเท่ากับศูนย์ในทุกช่วงเวลา ยกเว้นที่เวลาเท่ากับศูนย์จะไม่มีนิยาม นิพจน์ของฟังก์ชันคือ

$$\delta(t) = \frac{d}{dt} u(t) = \begin{cases} 0, & t < 0 \\ \text{ไม่มีนิยาม}, & t = 0 \\ 0, & t > 0 \end{cases}$$

(13) ฟังก์ชันลาดเอียงหนึ่งหน่วย คือฟังก์ชันที่มีค่าเท่ากับศูนย์ในทุกช่วงเวลาที่มีค่าน้อยกว่าศูนย์ แต่มีค่าเท่ากับเวลา เมื่อเวลามีค่ามากกว่าหรือเท่ากับศูนย์ นิพจน์ของฟังก์ชันคือ

$$r(t) = \begin{cases} 0, & t < 0 \\ t, & t \geq 0 \end{cases} \quad (7.157)$$

(14) ผลตอบสนองขั้นบันได คือลักษณะเฉพาะของวงจร (กระแสหรือแรงดัน) ที่เกิดขึ้นเมื่อถูกจ่ายพลังงาน หรือถูกกระตุ้นด้วยแหล่งกำเนิดฟังก์ชันขั้นบันได

(15) ผลตอบสนองสมบูรณ์ = ผลตอบสนองตามธรรมชาติ (ผลของการสะสมพลังงาน) + ผลตอบสนองแบบบังคับ (ผลของแหล่งกำเนิดอิสระจากภายนอก)

(16) ผลตอบสนองสมบูรณ์ = ผลตอบสนองชั่วคราว (เกิดชั่วคราว) + ผลตอบสนองสถานะอยู่ตัว (เกิดถาวร)

(17) ผลตอบสนองชั่วคราว คือผลตอบสนองที่เกิดขึ้นภายในระยะเวลาที่ไม่แน่นอน และจะหายไปเมื่อพ้นช่วงระยะเวลาหนึ่ง

(18) ผลตอบสนองสถานะอยู่ตัว คือผลตอบสนองที่เกิดขึ้นอันเนื่องมาจากการกระตุ้นหรือจ่ายพลังงานจากแหล่งกำเนิดภายนอก และจะคงอยู่ตลอดไปตราบที่ยังมีการเชื่อมต่อของแหล่งกำเนิด

(19) สมการคำนวณหาผลตอบสนองของแรงดันตกคร่อมตัวเก็บประจุคือ

$$v_c = v_c(\infty) + \{v_c(0) - v_c(\infty)\}e^{-\frac{t}{\tau}}, \quad t > 0$$

(20) ขั้นตอนของการวิเคราะห์หาผลตอบสนองต่อฟังก์ชันขั้นบันไดของวงจร RC

1. วิเคราะห์หา $v_c(0)$ จากทอพอโลยีของวงจรที่เวลา $t < 0$ เงื่อนไขสำคัญสำหรับขั้นตอนนี้คือ ตัวเก็บประจุจะอยู่ในสถานะเปิดวงจรในวงจรไฟฟ้ากระแสตรง และค่าแรงดันของตัวเก็บประจุไม่สามารถเปลี่ยนแปลงได้โดยฉับพลัน

2. วิเคราะห์หา τ จากทอพอโลยีของวงจรที่เวลา $t > 0$ ซึ่งอาจต้องคำนวณหาความต้านทานสมมูลที่ต่อกันแบบขนานหรืออนุกรม

3. วิเคราะห์หา $v_c(\infty)$ จากทอพอโลยีของวงจรที่เวลา $t = \infty$ เงื่อนไขสำคัญสำหรับขั้นตอนนี้คือ เมื่ออยู่ในวงจรไฟฟ้ากระแสตรง ตัวเก็บประจุจะอยู่ในภาวะเปิดวงจร

4. แทนค่าพารามิเตอร์ทั้งหมดในสมการผลตอบสนองสมบูรณ์

(21) สมการคำนวณหาผลตอบสนองของกระแสของตัวเหนี่ยวนำคือ

$$i_L = \begin{cases} i_L(0), & t < 0 \\ i_L(\infty) + \{i_L(0) - i_L(\infty)\}e^{-\frac{t}{\tau}}, & t > 0 \end{cases}$$

(22) ขั้นตอนของการวิเคราะห์หาผลตอบสนองต่อฟังก์ชันขั้นบันไดของวงจร RL

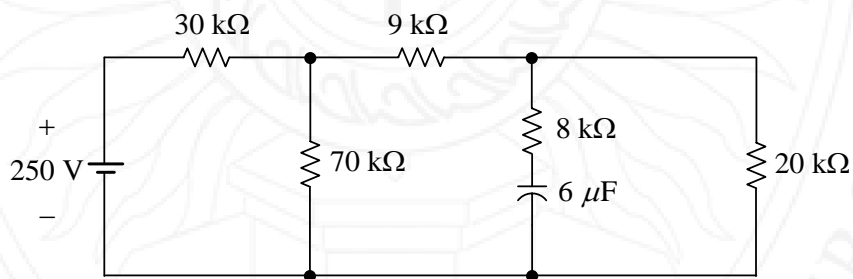
1. วิเคราะห์หา $i_L(0)$ จากทอพอโลยีของวงจรที่เวลา $t < 0$ เงื่อนไขสำคัญสำหรับขั้นตอนนี้คือ ตัวเหนี่ยวนำจะอยู่ในสถานะลัดวงจรในวงจรไฟฟ้ากระแสตรง และค่ากระแสของตัวเหนี่ยวนำไม่สามารถเปลี่ยนแปลงได้โดยฉับพลัน นั่นคือ $i_L(0^-) = i_L(0) = i_L(0^+)$
2. วิเคราะห์หา τ จากทอพอโลยีของวงจรที่เวลา $t > 0$ ซึ่งอาจต้องคำนวณหาความต้านทานสมมูลที่ต่อกันแบบขนานหรืออนุกรม แล้วแทนค่าในสมการที่ (7.117)
3. วิเคราะห์หา $i_L(\infty)$ จากทอพอโลยีของวงจรที่เวลา $t = \infty$ เงื่อนไขสำคัญสำหรับขั้นตอนนี้คือ เมื่ออยู่ในวงจรไฟฟ้ากระแสตรง ตัวเหนี่ยวนำจะอยู่ในสถานะลัดวงจร
4. แทนค่าพารามิเตอร์ทั้งหมดในสมการผลตอบสนองสมบูรณ์สมการที่ (7.116)

(23) การวิเคราะห์ห้วงจรออปแอมป์อันดับหนึ่ง ใช้หลักการวิเคราะห์ห้วงจรระหว่างคุณสมบัติของออปแอมป์อุดมคติ ผลตอบสนองของวงจร RC และ RL

7.9 แบบฝึกหัด

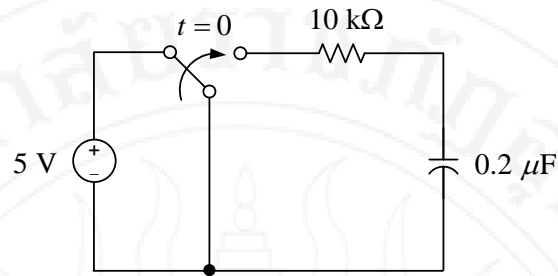
7.9.1 วงจรอาร์ซีไม่มีแหล่งกำเนิด

(1) จงวิเคราะห์หาค่าคงตัวเวลาของวงจรในรูปที่ 7.75



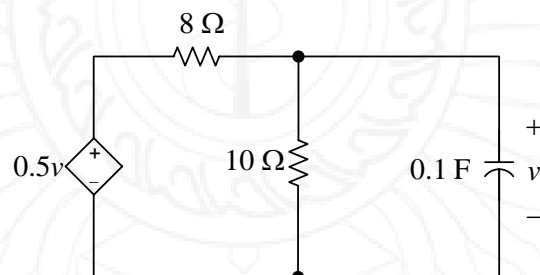
รูปที่ 7.75 วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (1) (O'Malley, 1992)

- (2) จากวงจรในรูปที่ 7.76 จงวิเคราะห์หา
 - (ก) ประจุในตัวเก็บประจุที่เวลา 1 ms
 - (ข) เวลาที่พลังงานในตัวเก็บประจุลดลงเหลือ 10% ของค่าเริ่มต้น

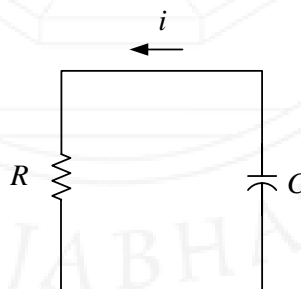


รูปที่ 7.76 วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (2) (Franco, 1995)

- (3) จากวงจรในรูปที่ 7.77 กำหนดให้ $v(0) = 20 \text{ V}$ จงวิเคราะห์หาค่า v สำหรับเวลา $t > 0$
- (4) จากวงจรในรูปที่ 7.78 กำหนดให้ $v = 10e^{-4t} \text{ V}$ และ $i = 0.2e^{-4t} \text{ A}$ สำหรับเวลา $t > 0$ จงคำนวณหา
- ค่า R และ C
 - ค่าคงตัวเวลา
 - พลังงานเริ่มต้นที่สะสมในตัวเก็บประจุ
 - เวลาที่พลังงานของตัวเก็บประจุลดลงเหลือ 50% ของค่าเริ่มต้น

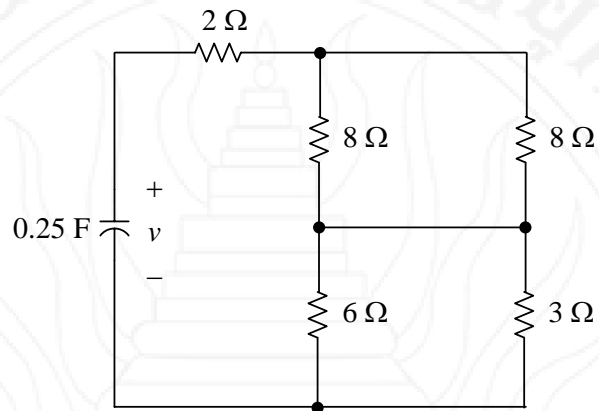


รูปที่ 7.77 วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (3) (Alexander & Sadiku, 2004)



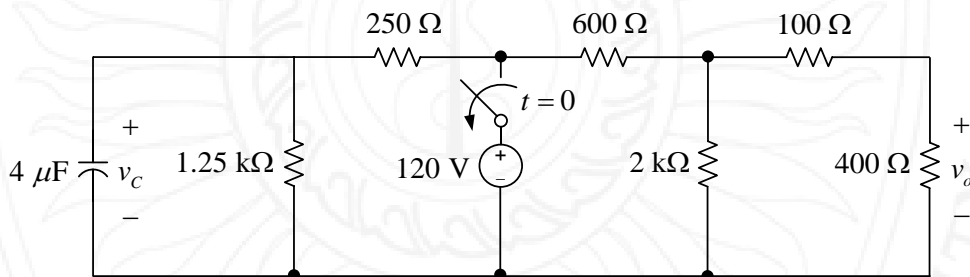
รูปที่ 7.78 วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (4) (Alexander & Sadiku, 2004)

- (5) จากวงจรในรูปที่ 7.79 กำหนดให้ $v(0) = 20 \text{ V}$ จงวิเคราะห์หา v สำหรับเวลา $t > 0$



รูปที่ 7.79 วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (5) (Alexander & Sadiku, 2004)

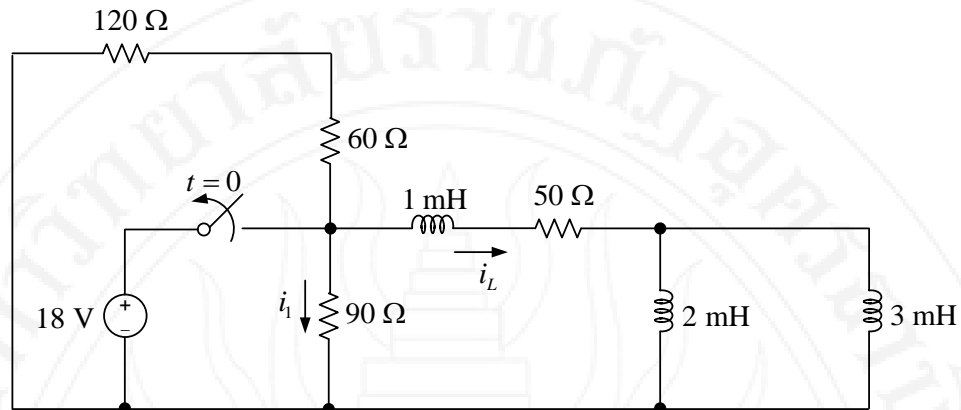
- (6) จากวงจรในรูปที่ 7.80 จงวิเคราะห์หา v_c และ v_o ที่เวลา 1.5 ms



รูปที่ 7.80 วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (6) (Hayt et al., 2007)

7.9.2 วงจรอาร์แอลไม่มีแหล่งกำเนิด

- (7) จากวงจรในรูปที่ 7.81 จงวิเคราะห์หา i_L และ i_1 ที่เวลา $t > 0$



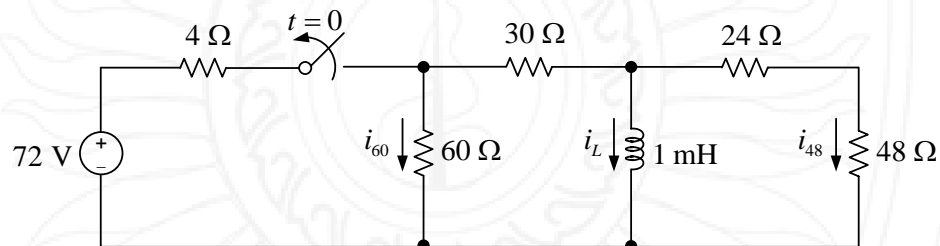
รูปที่ 7.81 วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (7) (Hayt et al., 2007)

(8) จากวงจรในรูปที่ 7.82 จงวิเคราะห์หา

(ก) กระแส i_L ที่เวลา $t > 0$

(ข) กระแส i_{60} ($100 \mu\text{s}$)

(ค) กระแส i_{80} ($200 \mu\text{s}$)



รูปที่ 7.82 วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (8) (Karris, 2009)

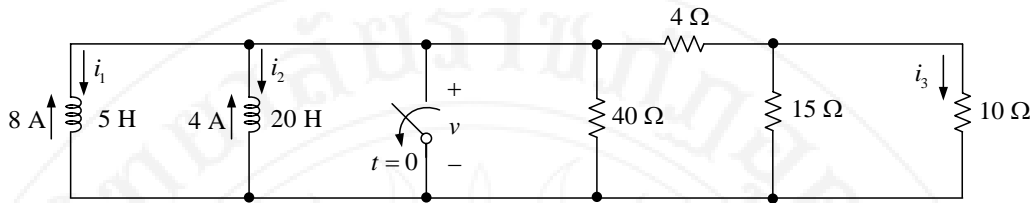
(9) จากวงจรในรูปที่ 7.83

(ก) จงวิเคราะห์หากระแส i_1 , i_2 และ i_3 ที่เวลา $t > 0$

(ข) จงวิเคราะห์หาพลังงานสะสมเริ่มต้นของตัวเหนี่ยวนำทั้งสองตัว

(ค) จงวิเคราะห์หาพลังงานสะสมของตัวเหนี่ยวนำทั้งสองตัว ที่เวลา $t = \infty$

(ง) จงพิสูจน์ว่า พลังงานที่จ่ายให้กับตัวต้านทานทั้งหมด มีค่าเท่ากับผลต่างของพลังงานในข้อ (ข) และ (ค)



รูปที่ 7.83 วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (9) (Nilsson & Riedel, 2008)

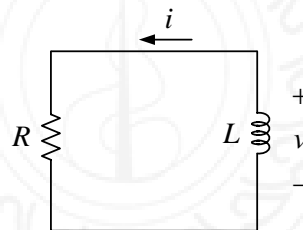
(10) จากวงจรในรูปที่ 7.84 กำหนดให้

$$v(t) = 20e^{-10^3 t} \text{ V}, \quad t > 0$$

$$i(t) = 4e^{-10^3 t} \text{ mA}, \quad t > 0$$

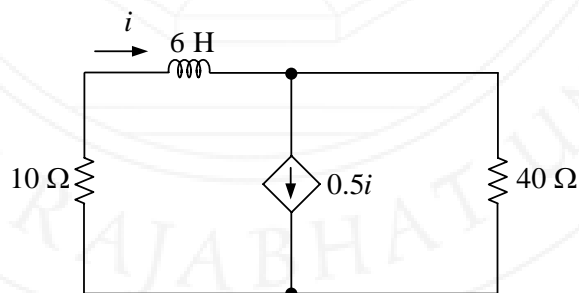
(ก) จงวิเคราะห์หาค่า R L และ τ

(ข) จงวิเคราะห์หาพลังงานที่สูญเสียไปกับตัวต้านทานในช่วงเวลา $0 < t < 0.5 \text{ ms}$



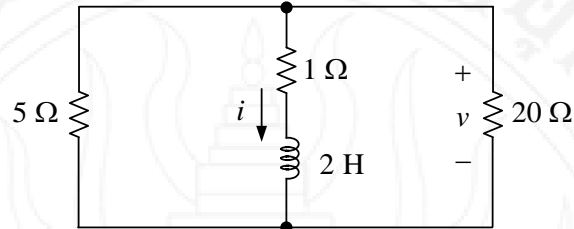
รูปที่ 7.84 วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (10) (Alexander & Sadiku, 2009)

(11) จากวงจรในรูปที่ 7.85 กำหนดให้ $i(0) = 2 \text{ A}$ จงวิเคราะห์หา i สำหรับเวลา $t > 0$



รูปที่ 7.85 วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (11) (Alexander & Sadiku, 2009)

- (12) จากวงจรในรูปที่ 7.86 กำหนดให้ $i(0) = 20 \text{ A}$ จงวิเคราะห์หาค่า i และ v สำหรับเวลา $t > 0$



รูปที่ 7.86 วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (12) (Alexander & Sadiku, 2009)

7.9.3 ฟังก์ชันเอกฐาน

- (13) จงเขียนฟังก์ชันต่อไปนี้ให้อยู่ในนิพจน์ของฟังก์ชันเอกฐาน (Alexander & Sadiku, 2009)

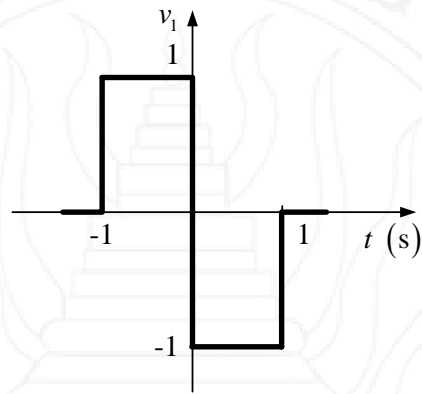
$$(ก) \quad v(t) = \begin{cases} 0, & t < 0 \\ -5, & t > 0 \end{cases}$$

$$(ข) \quad i(t) = \begin{cases} 0, & t < 1 \\ -10, & 1 < t < 3 \\ 10, & 3 < t < 5 \\ 0, & t > 5 \end{cases}$$

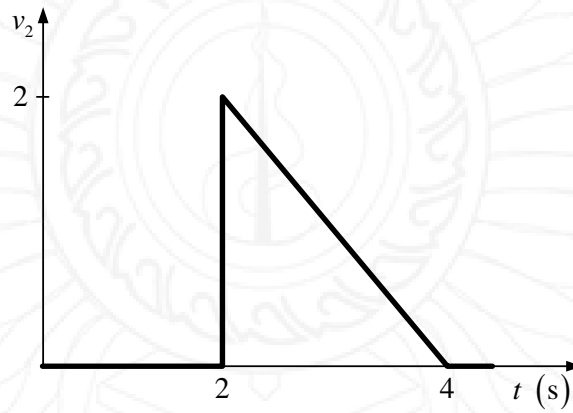
$$(ค) \quad x(t) = \begin{cases} t-1, & 1 < t < 2 \\ 1, & 2 < t < 3 \\ 4-t, & 3 < t < 4 \\ 0, & \text{ที่อื่น} \end{cases}$$

$$(ง) \quad y(t) = \begin{cases} 2, & t < 0 \\ -5, & 0 < t < 1 \\ 0, & t > 1 \end{cases}$$

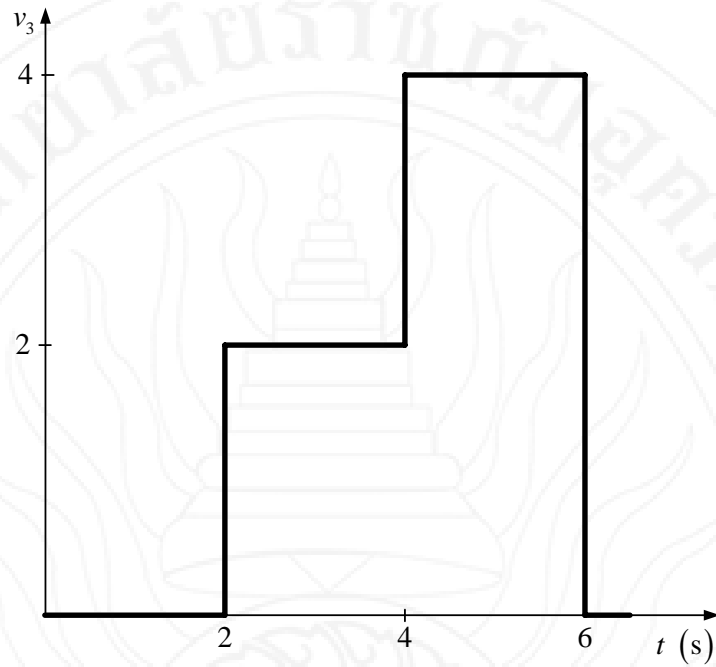
- (14) จงเขียนรูปสัญญาณต่อไปนี้ให้อยู่ในนิพจน์ของฟังก์ชันเอกฐาน (Alexander & Sadiku, 2009)



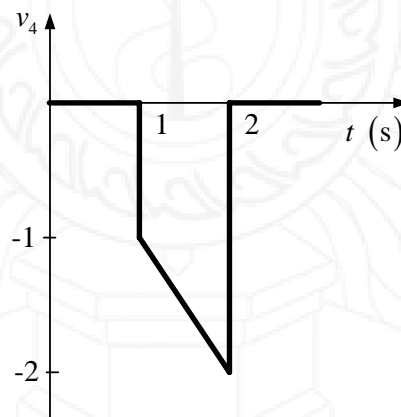
(ก)



(ข)



(ค)

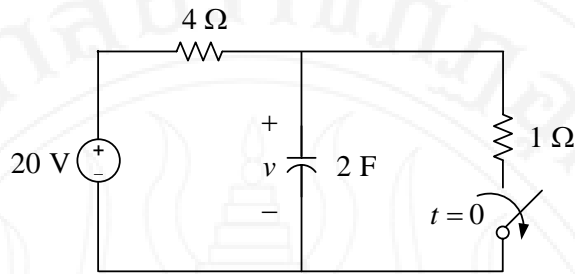


(ง)

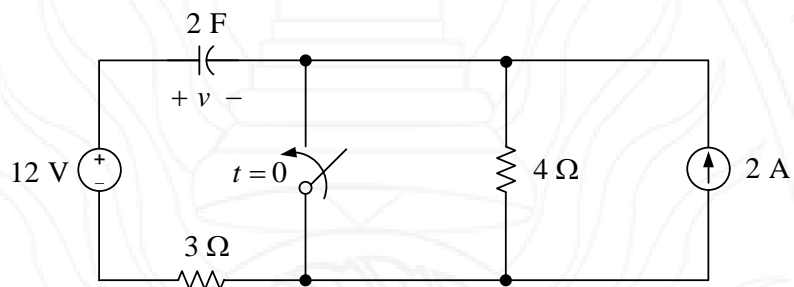
รูปที่ 7.87 รูปสัญญาณสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (14) (Alexander & Sadiku, 2009)

7.9.4 การตอบสนองต่อฟังก์ชันขั้นบันไดของวงจรอาร์ซี

(15) จากวงจรในรูปที่ 7.88 จงคำนวณหาแรงดันตกคร่อมตัวเก็บประจุสำหรับเวลา $t < 0$ และ $t > 0$



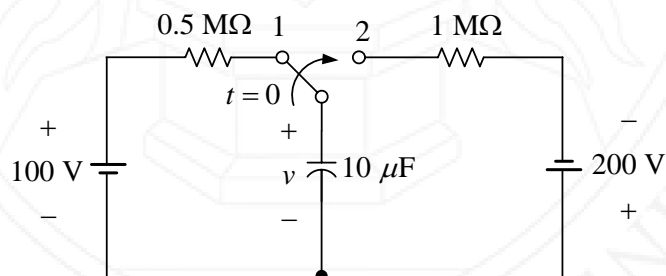
(ก)



(ข)

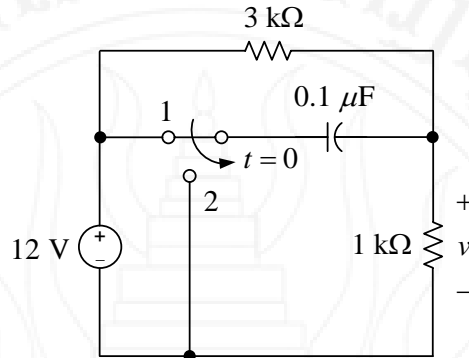
รูปที่ 7.88 วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (15) (Alexander & Sadiku, 2009)

(16) จากวงจรในรูปที่ 7.89 สวิตช์เชื่อมต่อกับตำแหน่ง 1 ด้วยระยะเวลาที่ผ่านมานานมาก แต่เปลี่ยนไปเชื่อมต่อกับตำแหน่ง 2 ที่เวลา $t = 0$ จนถึงเวลา $t = 2$ s จึงกลับไปเชื่อมต่อกับตำแหน่ง 1 จงวิเคราะห์หาแรงดัน v สำหรับเวลา $t > 0$



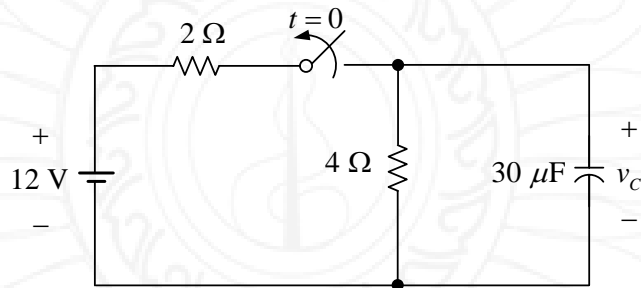
รูปที่ 7.89 วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (16) (O'Malley, 1992)

(17) จากวงจรในรูปที่ 7.90 จงวิเคราะห์หาแรงดัน v ที่เวลา $t > 0$

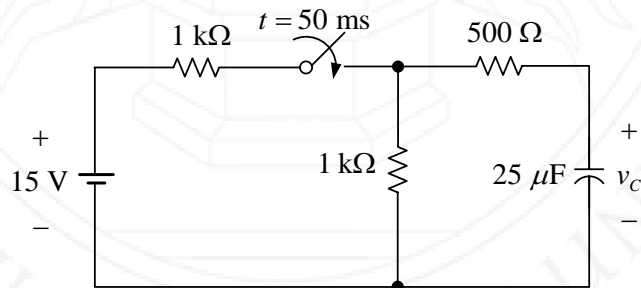


รูปที่ 7.90 วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (17) (Franco, 1995)

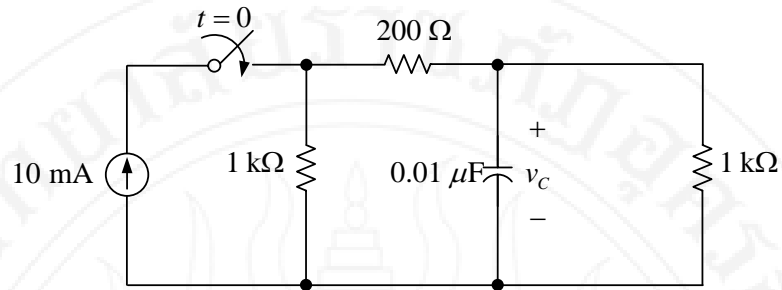
(18) จากวงจรในรูปที่ 7.91 จงวิเคราะห์หา $v_C(t)$ สำหรับเวลา $t > 0$



(ก)



(ข)



(ค)

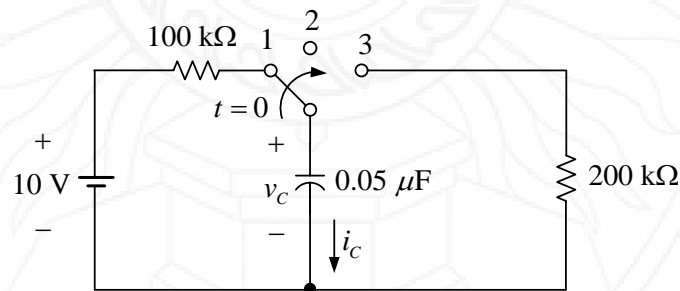
รูปที่ 7.91 วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (18) (Rizzoni & Hartley, 2000)

(19) จากวงจรในรูปที่ 7.92 สวิตช์อยู่ในสถานะ “เปิด” ด้วยระยะเวลาที่ผ่านมานานมาก

(ก) จงวิเคราะห์หา v_C และ i_C เมื่อกำหนดให้สวิตช์เชื่อมต่อกับตำแหน่ง 1 ที่เวลา $t = 0$ s

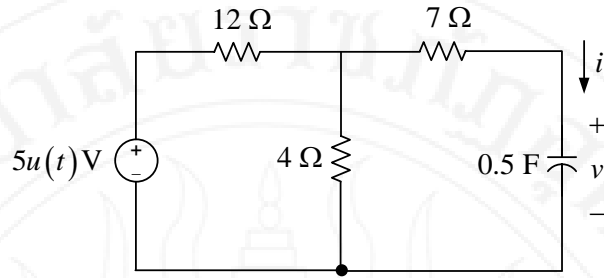
(ข) จงวิเคราะห์หา v_C และ i_C เมื่อกำหนดให้สวิตช์เชื่อมต่อกับตำแหน่ง 2 ที่เวลา $t = 30$ ms

(ค) จงวิเคราะห์หา v_C และ i_C เมื่อกำหนดให้สวิตช์เชื่อมต่อกับตำแหน่ง 3 ที่เวลา $t = 48$ ms



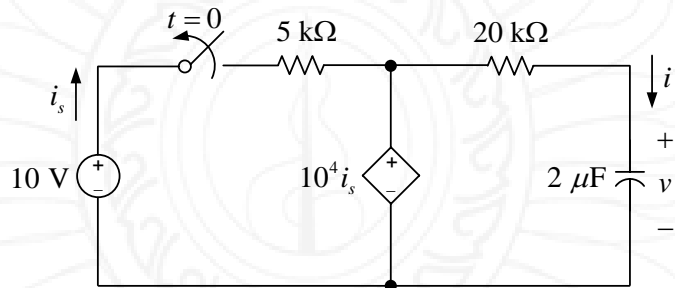
รูปที่ 7.92 วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (19) (Boylestad, 2002)

(20) จากวงจรในรูปที่ 7.93 จงคำนวณหา v และ i สำหรับเวลา $t > 0$

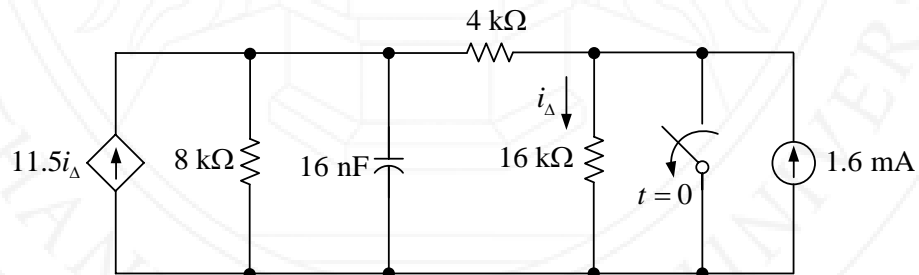


รูปที่ 7.93 วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (20) (Alexander & Sadiku, 2004)

- (21) จากวงจรในรูปที่ 7.94 จงวิเคราะห์หา v และ i สำหรับช่วงเวลา $-0.1 < t < 0.1$ s
- (22) จากวงจรในรูปที่ 7.95 ตัวเก็บประจุมีพิกัดแรงดันสูงสุดเท่ากับ 930 V จงวิเคราะห์หาเวลาที่แรงดันตกคร่อมตัวเก็บประจุจะมีค่าเท่ากับแรงดันพิกัด



รูปที่ 7.94 วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (21) (Hayt et al., 2007)

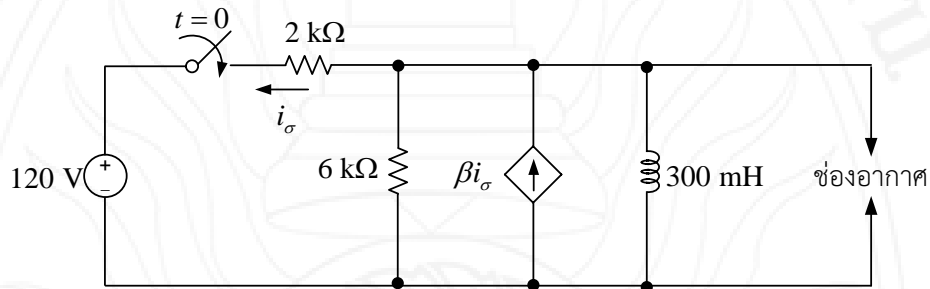


รูปที่ 7.95 วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (22) (Nilsson & Riedel, 2008)

7.9.5 การตอบสนองต่อฟังก์ชันขั้นบันไดของวงจรอาร์แอล

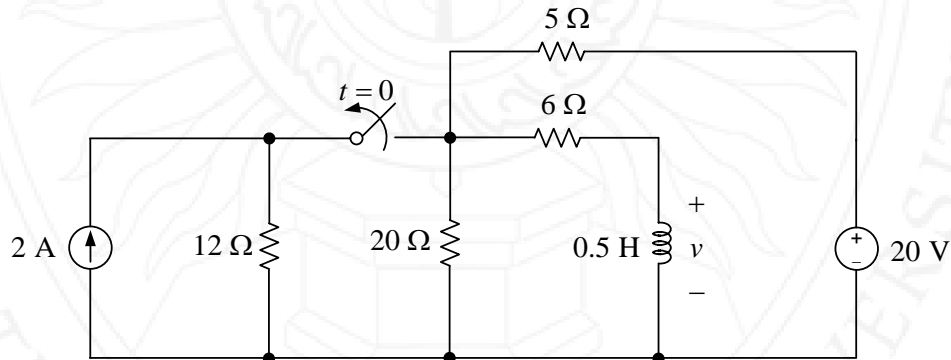
(23) จากวงจรในรูปที่ 7.96 ช่องอากาศจะเกิดอาร์กเมื่อแรงดันมีค่ามากกว่า 36 kV กระแสเริ่มต้นของตัวเหนี่ยวนำมีค่าเท่ากับศูนย์ อัตราขยาย β ถูกปรับจนความต้านทานสมมูลเทเวนินระหว่างขั้วของตัวเหนี่ยวนำมีค่าเท่ากับ $3 \text{ k}\Omega$ จงวิเคราะห์หา

- (ก) อัตราขยาย β
- (ข) เวลาที่ช่องอากาศจะเกิดอาร์ก



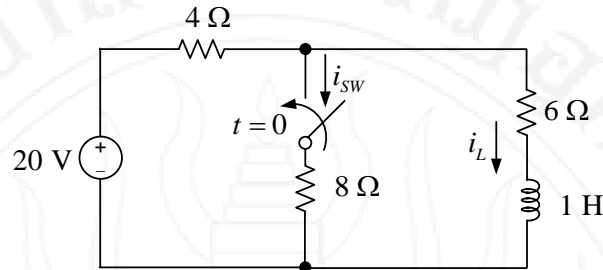
รูปที่ 7.96 วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (23) (Nilsson & Riedel, 2008)

(24) จากวงจรในรูปที่ 7.97 จงวิเคราะห์หา v สำหรับเวลา $t > 0$



รูปที่ 7.97 วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (24) (Alexander & Sadiku, 2009)

(25) จากวงจรในรูปที่ 7.98 จงวิเคราะห์หา i_L และ i_{sw} สำหรับเวลา $t > 0$



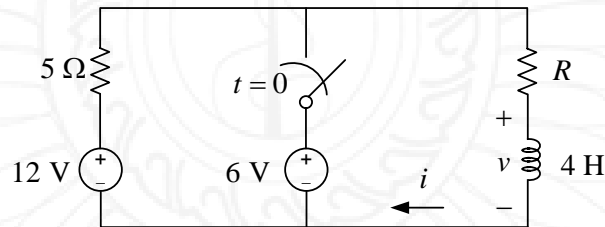
รูปที่ 7.98 วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (25) (Karris, 2009)

(26) จากวงจรในรูปที่ 7.99-(ก) รูปสัญญาณของแรงดันตกคร่อมตัวเหนี่ยวนำแสดงในรูปที่ 7.99-(ข)

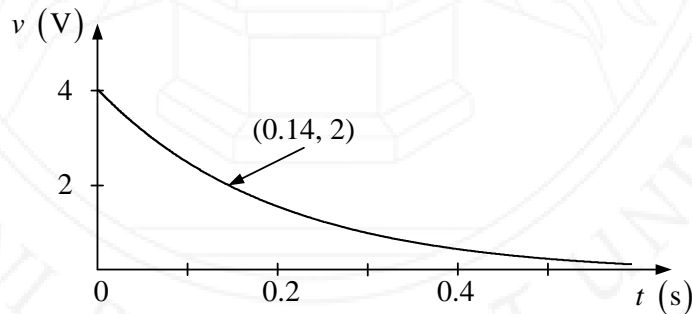
(ก) จงวิเคราะห์หาานิพจน์ของฟังก์ชันแรงดันตกคร่อมตัวเหนี่ยวนำ โดยใช้รูปสัญญาณในรูปที่ 7.99-(ข)

(ข) จงวิเคราะห์หา R

(ค) จงวิเคราะห์หา i สำหรับเวลา $t < 0$ s และ $t > 0$ s



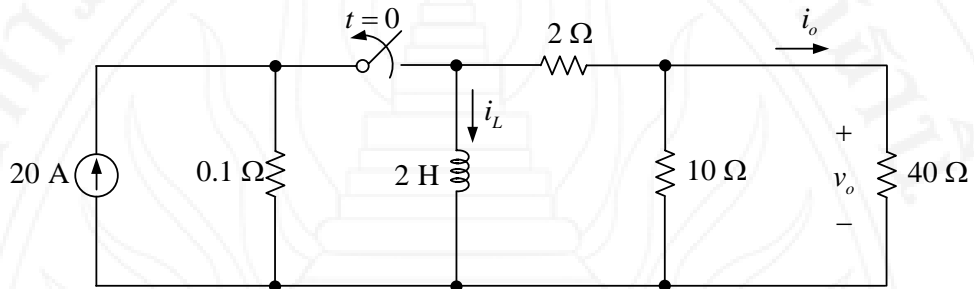
(ก)



(ข)

รูปที่ 7.99 วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (26) (Dorf & Svoboda, 2010)

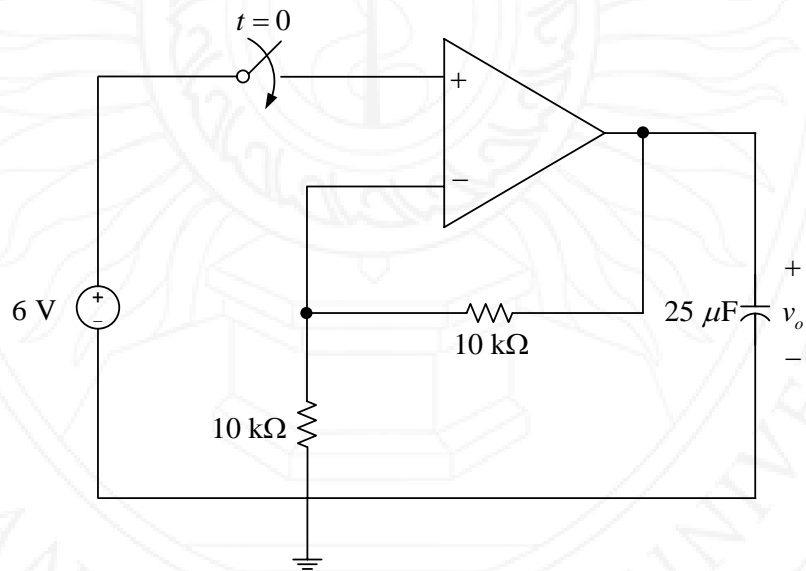
- (27) จากวงจรในรูปที่ 7.100 จงคำนวณหา v และ i สำหรับเวลา $t > 0$
- (ก) จงวิเคราะห์หา i_L สำหรับเวลา $t > 0$
 - (ข) จงวิเคราะห์หา i_o สำหรับเวลา $t > 0^+$
 - (ค) จงวิเคราะห์หา v_o สำหรับเวลา $t > 0^+$



รูปที่ 7.100 วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (27) (Nilsson & Riedel, 2011)

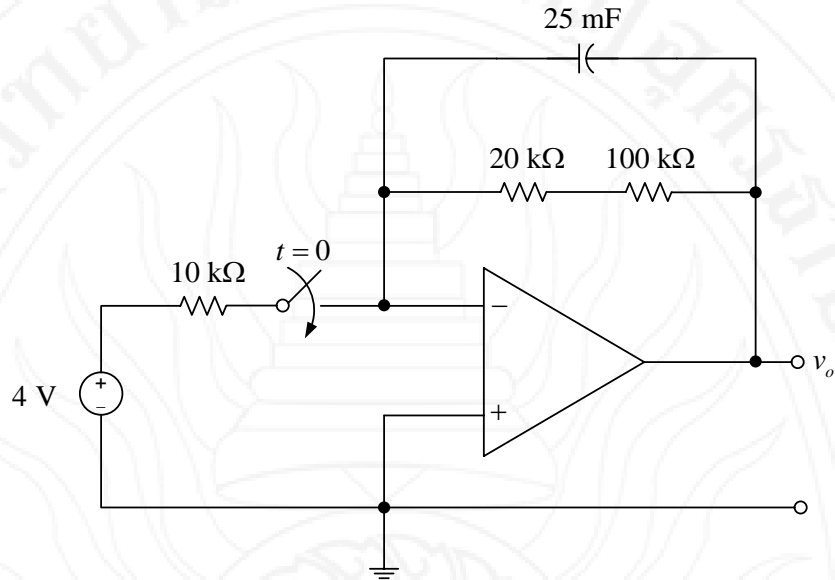
7.9.6 วงจรออปแอมป์อันดับหนึ่ง

- (28) จากวงจรในรูปที่ 7.101 จงวิเคราะห์หา v_o สำหรับเวลา $t > 0$



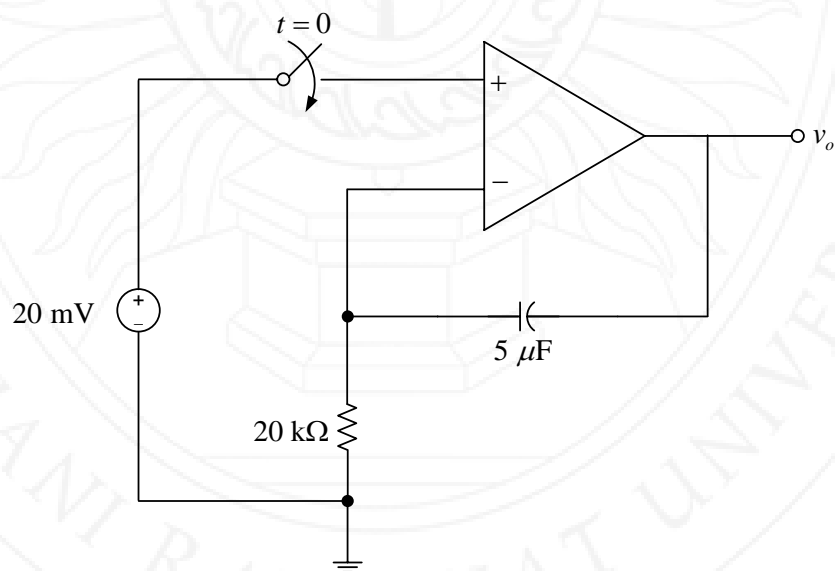
รูปที่ 7.101 วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (28) (Alexander & Sadiku, 2009)

(29) จากวงจรในรูปที่ 7.102 จงวิเคราะห์หาค่า v_o สำหรับเวลา $t > 0$



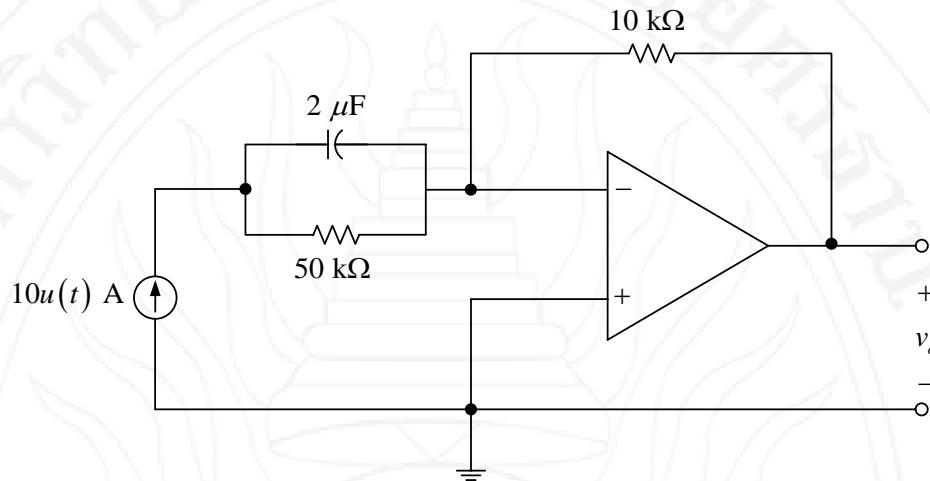
รูปที่ 7.102 วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (29) (Alexander & Sadiku, 2009)

(30) จากวงจรในรูปที่ 7.103 จงวิเคราะห์หาค่า v_o สำหรับเวลา $t > 0$



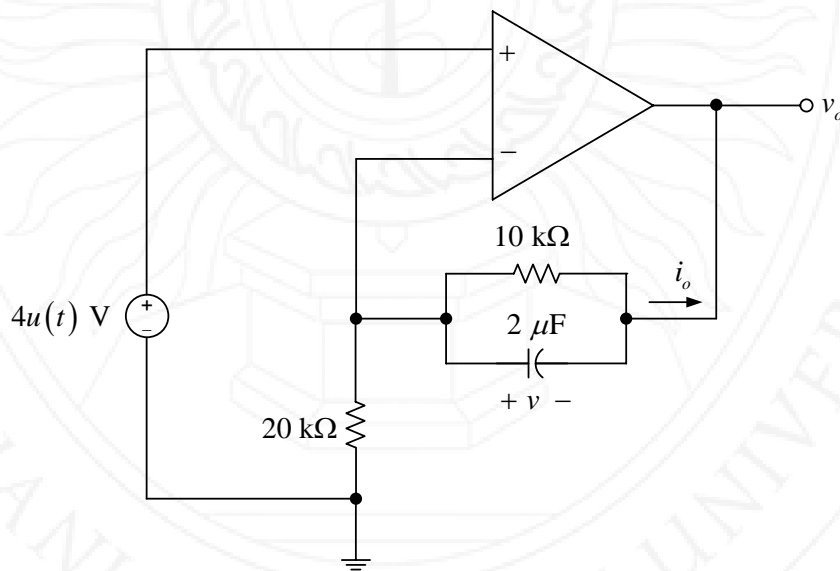
รูปที่ 7.103 วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (30) (Alexander & Sadiku, 2009)

(31) จากวงจรในรูปที่ 7.104 กำหนดให้ตัวเก็บประจุไม่ถูกอัดประจุมาก่อน จงคำนวณหา v_o สำหรับเวลา $t > 0$



รูปที่ 7.104 วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (31) (Alexander & Sadiku, 2009)

(32) จากวงจรในรูปที่ 7.105 กำหนดให้ $v(0) = 2 \text{ V}$ จงวิเคราะห์หาค่า v_o และ i_o สำหรับเวลา $t > 0$



รูปที่ 7.105 วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (32) (Alexander & Sadiku, 2009)

7.10 เอกสารอ้างอิง

- Alexander, C. K., & Sadiku, M. N. O. (2004). *Fundamentals of electric circuits* (2nd ed.). Boston: McGraw-Hill.
- Alexander, C. K., & Sadiku, M. N. O. (2009). *Fundamentals of electric circuits* (4 ed.). New York: McGraw-Hill.
- Boylestad, R. L. (2002). *Introductory Circuit Analysis* (10 ed.). Upper Saddle River, N.J.: Prentice Hall.
- Dorf, R. C., & Svoboda, J. A. (2010). *Introduction to electric circuits* (8 ed.). NJ: John Wiley & Sons, Inc.
- Franco, S. (1995). *Electric Circuits Fundamentals*. Florida: Saunders College Publishing.
- Hayt, W. H., Jr., Kemmerly, J. E., Jr., & Durbin, S. M. (2007). *Engineering Circuit Analysis* (7 ed.). New York: McGraw-Hill.
- Karris, S. T. (2009). *Circuit Analysis I with MATLAB® Computing and Simulink® / SimPowerSystems® Modeling*. California: Orchard Publications.
- Nilsson, J. W., & Riedel, S. A. (2008). *Electric Circuits* (8 ed.). Upper Saddle River, NJ: Pearson Education, Inc.
- Nilsson, J. W., & Riedel, S. A. (2011). *Electric Cricuits* (9 ed.). Upper Saddle River, N.J.: Prentice Hall.
- O'Malley, J. (1992). *Theory and problems of basic circuit analysis* (2 ed.). New York: McGraw-Hill.
- Rizzoni, G., & Hartley, T. T. (2000). *Principles and applications of electrical engineering* (Vol. 3). New York: McGraw Hill.

แผนบริหารการสอนประจำบทที่ 8

วงจรอันดับสอง

หัวข้อเนื้อหา

- 1) บทนำ
- 2) การหาค่าเริ่มต้นและค่าสุดท้าย
- 3) วงจรอนุกรมอาร์แอลซีไม่มีแหล่งกำเนิด
- 4) วงจรขนานอาร์แอลซีไม่มีแหล่งกำเนิด
- 5) การตอบสนองต่อฟังก์ชันขั้นบันไดของวงจรอนุกรมอาร์แอลซี
- 6) การตอบสนองต่อฟังก์ชันขั้นบันไดของวงจรขนานอาร์แอลซี
- 7) บทสรุป
- 8) แบบฝึกหัด
- 9) เอกสารอ้างอิง

วัตถุประสงค์เชิงพฤติกรรม

- 1) อธิบายขั้นตอนการวิเคราะห์หาสมการแบบจำลองของวงจรอนุกรมอาร์แอลซีไม่มีแหล่งกำเนิด พร้อมทั้งหาผลเฉลยของกระแสและแรงดันได้
- 2) อธิบายขั้นตอนการวิเคราะห์หาสมการแบบจำลองของวงจรขนานอาร์แอลซีไม่มีแหล่งกำเนิด พร้อมทั้งหาผลเฉลยของกระแสและแรงดันได้
- 3) อธิบายขั้นตอนการวิเคราะห์หาสมการแบบจำลองผลตอบสนองต่อฟังก์ชันขั้นบันไดของวงจรอนุกรมอาร์แอลซี พร้อมทั้งหาผลเฉลยของกระแสและแรงดันได้
- 4) อธิบายขั้นตอนการวิเคราะห์หาสมการแบบจำลองผลตอบสนองต่อฟังก์ชันขั้นบันไดของวงจรขนานอาร์แอลซี พร้อมทั้งหาผลเฉลยของกระแสและแรงดันได้

วิธีสอนและกิจกรรม

- 1) แนะนำเข้าสู่บทเรียน อธิบายเกี่ยวกับสมการแบบจำลองของวงจรอนุกรมอาร์แอลซีไม่มีแหล่งกำเนิด และวิธีการหาผลเฉลยกระแสและแรงดัน ด้วยการอธิบายบนกระดานหน้าชั้นเรียน ประกอบกับการนำเสนอด้วยแผ่นภาพเลื่อน แผ่นใส รูปภาพ แผนภูมิ หรือวีดิทัศน์ พร้อมทั้งแสดงตัวอย่างวิธีคิดหรือขั้นตอนการคำนวณบนหน้ากระดาน หรือจอภาพหน้าชั้นเรียน
- 2) แนะนำเข้าสู่บทเรียน อธิบายเกี่ยวกับสมการแบบจำลองของวงจรขนานอาร์แอลซีไม่มีแหล่งกำเนิด และวิธีการหาผลเฉลยกระแสและแรงดัน ด้วยการอธิบายบนกระดานหน้าชั้นเรียน ประกอบกับการนำเสนอด้วยแผ่นภาพเลื่อน แผ่นใส รูปภาพ แผนภูมิ หรือวีดิทัศน์ พร้อมทั้งแสดง

ตัวอย่างวิธีคิดหรือขั้นตอนการคำนวณบนหน้ากระดาน หรือจอภาพหน้าชั้นเรียนแนะนำเข้าสู่บทเรียน อธิบายเกี่ยวกับสมการแบบจำลองผลตอบสนองต่อฟังก์ชันขั้นบันไดของวงจรอนุกรมอาร์แอลซี และวิธีการหาผลเฉลยของกระแสและแรงดัน ด้วยการอธิบายบนกระดานหน้าชั้นเรียน ประกอบกับการนำเสนอด้วยแผ่นภาพเลื่อน แผ่นใส รูปภาพ แผนภูมิ หรือวีดิทัศน์ พร้อมทั้งแสดงตัวอย่างวิธีคิดหรือขั้นตอนการคำนวณบนหน้ากระดาน หรือจอภาพหน้าชั้นเรียน

3) แนะนำเข้าสู่บทเรียน อธิบายเกี่ยวกับสมการแบบจำลองผลตอบสนองต่อฟังก์ชันขั้นบันไดของวงจรมวลอาร์แอลซี และวิธีการหาผลเฉลยของกระแสและแรงดัน ด้วยการอธิบายบนกระดานหน้าชั้นเรียน ประกอบกับการนำเสนอด้วยแผ่นภาพเลื่อน แผ่นใส รูปภาพ แผนภูมิ หรือวีดิทัศน์ พร้อมทั้งแสดงตัวอย่างวิธีคิดหรือขั้นตอนการคำนวณบนหน้ากระดาน หรือจอภาพหน้าชั้นเรียน

4) แบ่งนักศึกษาออกเป็น 5 กลุ่ม มอบหมายให้แต่ละกลุ่มศึกษาอุปกรณ์ วีดิทัศน์ รูปภาพ บทนิยาม และสมการ พร้อมทั้งแลกเปลี่ยนความคิดเห็น อภิปราย หรือร่วมมือกันคำนวณปริมาณทางไฟฟ้าด้วยขั้นตอนที่เหมาะสม แต่งตั้งตัวแทนกลุ่มนำเสนอผลการศึกษาด้วยวาจา และตอบข้อซักถามของเพื่อนร่วมห้องหน้าชั้นเรียน

5) เปิดโอกาสให้นักศึกษาร่วมอภิปรายเนื้อหา ผลการคิด หรือการคำนวณ สอบถามข้อสงสัย พร้อมทั้งตอบข้อซักถามและสรุปผลโดยอาจารย์ผู้สอน

6) คัดเลือกโจทย์ปัญหาที่เหมาะสม มอบหมายให้นักศึกษาไปฝึกหัดแก้โจทย์ปัญหาโจทย์นอกห้องเรียน และส่งรายงานผลการศึกษาหรือคำนวณแก่อาจารย์ผู้สอนในการเรียนครั้งถัดไป

สื่อการเรียนการสอน

- 1) เอกสารประกอบการสอน
- 2) ตำราภาษาไทยและภาษาอังกฤษ
- 3) โปรแกรม MATLAB PSIM หรือ Proteus
- 4) คอมพิวเตอร์

การวัดผลและการประเมินผล

การวัดผล

- 1) จากการเข้าเรียนตรงต่อเวลา
- 2) จากการสังเกตการเข้าร่วมกิจกรรมกลุ่ม
- 3) จากการถาม-ตอบ
- 4) จากผลการทำแบบฝึกหัดท้ายบท หรือโจทย์ปัญหาที่ได้รับมอบหมาย

การประเมินผล

- 1) ทำกิจกรรมกลุ่มเสร็จตามเวลาที่กำหนด
- 2) ทำแบบฝึกหัดท้ายบท หรือโจทย์ปัญหาที่ได้รับมอบหมายด้วยตนเอง และมีความถูกต้องไม่น้อยกว่า 80%

ความถูกต้องไม่น้อยกว่า 80%

บทที่ 8

วงจรอันดับสอง

8.1 บทนำ

เนื้อหาในบทนี้กล่าวถึงการวิเคราะห์หาสมการแบบจำลองของวงจรตัวต้านทาน-ตัวเหนี่ยวนำ-ตัวเก็บประจุ (RLC) เนื่องจากความสัมพันธ์ระหว่างกระแสและแรงดันของวงจร RLC เป็นสมการเชิงอนุพันธ์อันดับสอง จึงเรียกชื่อวงจรที่มีองค์ประกอบเป็น RLC ว่า วงจรอันดับสอง ซึ่งมีรายละเอียดดังนี้ (Alexander & Sadiku, 2009)

วงจรอันดับสอง คือวงจรที่สามารถอธิบายและเขียนสมการแบบจำลองได้ด้วยสมการเชิงอนุพันธ์อันดับสอง

อุปกรณ์ไฟฟ้าหรือระบบไฟฟ้าในชีวิตประจำวัน โดยส่วนมากมีองค์ประกอบเป็น RLC ค่ากระแสและแรงดันในสถานะชั่วคราว อาจก่อให้เกิดความเสียหายต่อชีวิตและทรัพย์สินได้ ระดับของความรุนแรงขึ้นอยู่กับค่าของกระแสหรือแรงดัน เช่นเดียวกับกับกรณีของวงจร RL และ RC การหาผลเฉลยสมการเชิงอนุพันธ์อันดับสอง เป็นเทคนิคที่สำคัญมากสำหรับการวิเคราะห์วงจรอันดับสอง ซึ่งมีรายละเอียดที่ซับซ้อนและยุ่งยากกว่าวงจรอันดับหนึ่ง

8.2 การหาค่าเริ่มต้นและค่าสุดท้าย

พารามิเตอร์ที่สำคัญสำหรับการวิเคราะห์วงจรอันดับสองคือ ค่าเริ่มต้นและค่าสุดท้ายของพารามิเตอร์ ค่าเริ่มต้นคือค่าของพารามิเตอร์ที่เวลา $t = 0$ s ในขณะที่ค่าสุดท้ายคือค่าของพารามิเตอร์ที่เวลา $t = \infty$ s ซึ่งค่าเหล่านี้ จะถูกนำไปประยุกต์ใช้เพื่อคำนวณหาค่าคงที่ในผลเฉลยของสมการเชิงอนุพันธ์อันดับสอง ค่าเริ่มต้นและค่าสุดท้ายของวงจรที่จะต้องวิเคราะห์หามีดังต่อไปนี้

(ก) $v_C(0)$ คือ แรงดันเริ่มต้นของตัวเก็บประจุ หาได้จากการวิเคราะห์วงจรในช่วงเวลา $t < 0$ s และใช้เงื่อนไขแรงดันของตัวเก็บประจุไม่สามารถเปลี่ยนค่าได้โดยฉับพลัน ดังนั้น

$$v_C(0) = v_C(0^-) = v_C(0) \quad (8.1)$$

(ข) $i_L(0)$ คือ กระแสเริ่มต้นของตัวเหนี่ยวนำ หาได้จากการวิเคราะห์วงจรในช่วงเวลา $t < 0$ s และใช้เงื่อนไขกระแสของตัวเหนี่ยวนำไม่สามารถเปลี่ยนค่าได้โดยฉับพลัน ดังนั้น

$$i_L(0) = i_L(0^-) = i_L(0) \quad (8.2)$$

(ค) $\frac{dv_C(0)}{dt}$ คือ อัตราการเปลี่ยนแปลงเริ่มต้นของแรงดันตกคร่อมตัวเก็บประจุ หาได้จากวิเคราะห์วงจรในช่วงเวลา $t < 0$ s และจากสมการ

$$\frac{dv_C(0)}{dt} = \frac{i_C(0)}{C} \quad (8.3)$$

(ง) $\frac{di_L(0)}{dt}$ คือ อัตราการเปลี่ยนแปลงเริ่มต้นของกระแสไหลผ่านตัวเหนี่ยวนำ หาได้จากการวิเคราะห์วงจรในช่วงเวลา $t < 0$ s และจากสมการ

$$\frac{di_L(0)}{dt} = \frac{v_L(0)}{L} \quad (8.4)$$

(จ) $i_L(\infty)$ คือ กระแสไหลผ่านตัวเหนี่ยวนำที่เวลา $t = \infty$ s เงื่อนไขที่เป็นประโยชน์สำหรับการวิเคราะห์วงจรเพื่อหาค่า $i_L(\infty)$ คือ ตัวเหนี่ยวนำลัดวงจรเมื่ออยู่ในวงจรไฟฟ้ากระแสตรง

(ฉ) $v_C(\infty)$ คือ แรงดันตกคร่อมตัวเก็บประจุที่เวลา $t = \infty$ s เงื่อนไขที่เป็นประโยชน์สำหรับการวิเคราะห์วงจรเพื่อหาค่า $v_C(\infty)$ คือ ตัวเก็บประจุเปิดวงจรเมื่ออยู่ในวงจรไฟฟ้ากระแสตรง

ตัวอย่างที่ 8.1

จากวงจรในรูปที่ 8.1 สวิตช์อยู่ในสถานะ “เปิด” ผ่านมาเป็นระยะเวลาที่นานมาก จงวิเคราะห์หา

$$i(0) \quad v(0) \quad \frac{di(0)}{dt} \quad \frac{dv(0)}{dt} \quad i(\infty) \quad \text{และ} \quad v(\infty)$$

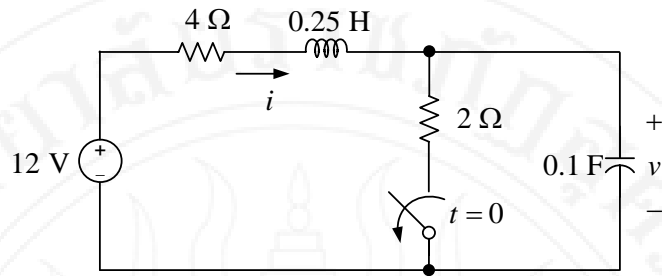
วิธีทำ

ที่เวลา $t < 0$ s ทอพอโลยีของวงจรแสดงในรูปที่ 8.2 จากกฎของโอห์ม กระแส $i(0^-)$ มีค่าเท่ากับ

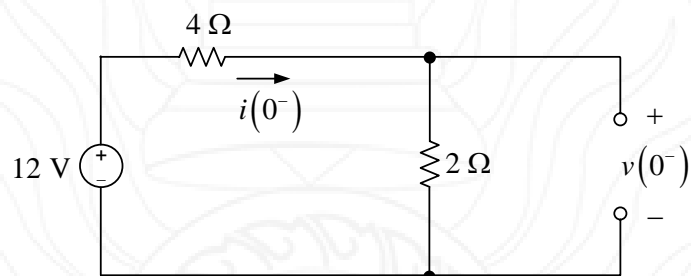
$$i(0^-) = \frac{12 \text{ V}}{4 \Omega + 2 \Omega} = 2 \text{ A} \quad (8.5)$$

กระแสของตัวเหนี่ยวนำไม่สามารถเปลี่ยนแปลงค่าได้โดยฉับพลัน ดังนั้น

$$i(0) = i(0^-) = 2 \text{ A} \quad \text{ตอบ}$$



รูปที่ 8.1 วงจรสำหรับตัวอย่างที่ 8.1 (Alexander & Sadiku, 2009)



รูปที่ 8.2 ทอพอโลยีวงจรที่เวลา $t < 0$ s

จากหลักการแบ่งแรงดัน $v(0^-)$ มีค่าเท่ากับ

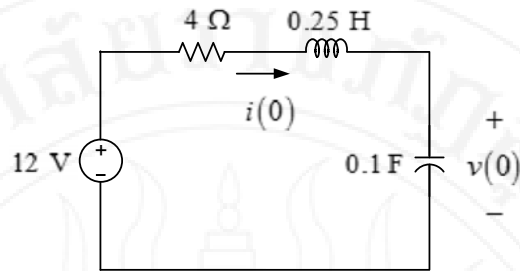
$$v(0^-) = \frac{2 \Omega}{4 \Omega + 2 \Omega} \times 12 \text{ V} = 4 \text{ V} \tag{8.6}$$

แรงดันของตัวเก็บประจุไม่สามารถเปลี่ยนแปลงค่าได้โดยฉับพลัน ดังนั้น

$$v(0) = v(0^-) = 4 \text{ V} \tag{ตอบ}$$

ที่เวลา $t = 0$ s ทอพอโลยีของวงจรแสดงในรูปที่ 8.3 สมการแรงดันตามกฎของเคอร์ชอฟฟ์คือ

$$-12 + 4i(0) + 0.25 \frac{di(0)}{dt} + v(0) = 0 \tag{8.7}$$

รูปที่ 8.3 ทอพอโลยีวงจรที่เวลา $t = 0^+$ s

จัดพจน์สมการที่ (8.7) ใหม่จะได้ว่า

$$\frac{di(0)}{dt} = \frac{12 - 4i(0) - v(0)}{0.25} = \frac{12 - 4(2) - 4}{0.25} = 0 \text{ A/s}$$

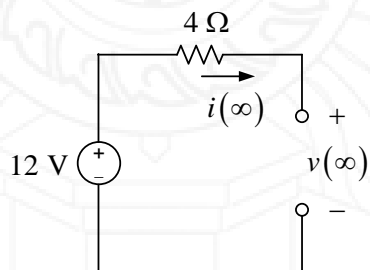
ตอบ

จากสมการที่ (8.3) จะได้ว่า

$$\frac{dv(0)}{dt} = \frac{i_c(0)}{C} = \frac{i(0)}{C} = \frac{2 \text{ A}}{0.1 \text{ F}} = 20 \text{ V/s}$$

ตอบ

ที่เวลา $t = \infty$ s ทอพอโลยีของวงจรแสดงในรูปที่ 8.4 สมการแรงดันตามกฎของเคอร์-ฮอฟฟ์คือ

รูปที่ 8.4 ทอพอโลยีวงจรที่เวลา $t = \infty$ s

จากวงจรในรูปที่ 8.4 จะเห็นว่า กระแส $i(\infty)$ มีค่าเท่ากับศูนย์

ตอบ

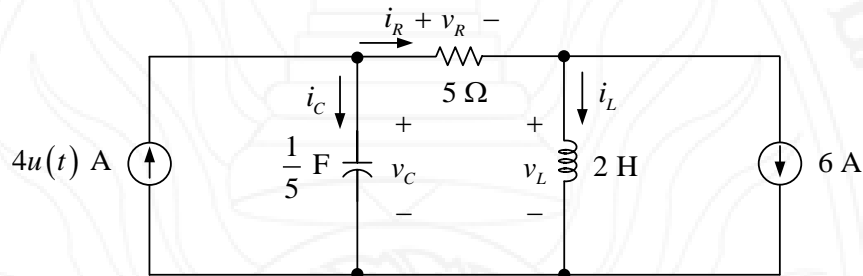
จากวงจรในรูปที่ 8.4 จะเห็นว่า แรงดัน $v(\infty)$ มีค่าเท่ากับ 12 V

ตอบ

ตัวอย่างที่ 8.2

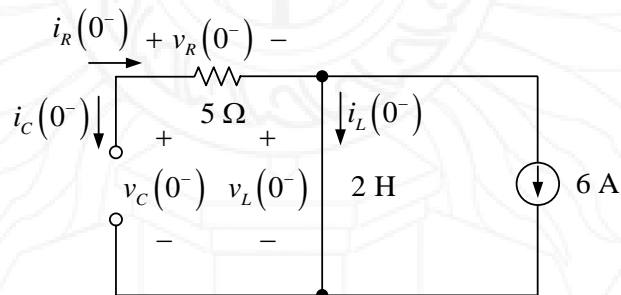
จากวงจรในรูปที่ 8.5 จงวิเคราะห์หา $i_L(0^-)$ $v_C(0^-)$ $v_R(0^-)$ $\frac{di_L(0)}{dt}$ $\frac{dv_C(0)}{dt}$ $\frac{dv_R(0^+)}{dt}$
 $i_L(\infty)$ $v_C(\infty)$ และ $v_R(\infty)$

วิธีทำ



รูปที่ 8.5 วงจรสำหรับตัวอย่างที่ 8.2 (Alexander & Sadiku, 2009)

ที่เวลา $t < 0$ s ทอพอโลยีของวงจรแสดงในรูปที่ 8.6



รูปที่ 8.6 ทอพอโลยีวงจรที่เวลา $t < 0$ s

จากวงจรในรูปที่ 8.6 จะได้ว่า

$$i_L(0) = i_L(0^-) = -6 \text{ A}$$

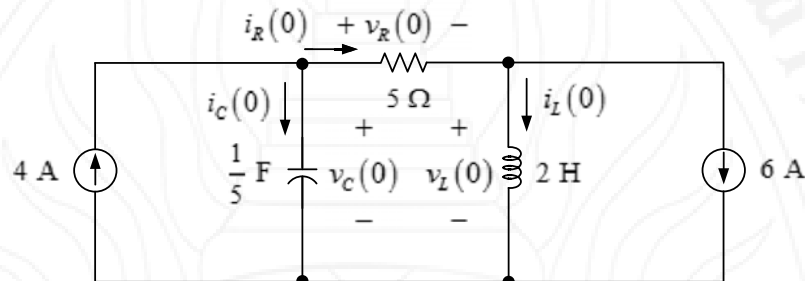
ตอบ

จากวงจรในรูปที่ 8.6 แรงดัน $v_C(0)$ มีค่าเท่ากับ

$$v_C(0) = v_C(0^-) = 0 \text{ V}$$

ตอบ

ที่เวลา $t = 0 \text{ s}$ ทอพอโลยีของวงจรแสดงในรูปที่ 8.7



รูปที่ 8.7 ทอพอโลยีวงจรที่เวลา $t = 0^+ \text{ s}$

เนื่องจาก $v_C(0) = 0 \text{ V}$ แสดงว่าเกิดภาวะลัดวงจรระหว่างขั้วของตัวเก็บประจุ ส่งผลให้ไม่มีกระแสแบ่งไหลไปที่ตัวต้านทาน 5Ω ดังนั้น แรงดัน $v_R(0) = 0 \text{ V}$

ตอบ

จากวงจรในรูปที่ 8.7 แรงดัน $v_R(0)$ และ $v_C(0)$ มีค่าเท่ากับศูนย์ จากกฎแรงดันของเคอร์ชอฟฟ์ทำให้สรุปได้ว่า $v_L(0)$ มีค่าเท่ากับศูนย์ด้วย ดังนั้น จากสมการที่ (8.4) จะได้ว่า

$$\frac{di_L(0)}{dt} = \frac{v_L(0)}{L} = \frac{0}{2} = 0 \text{ A/s}$$

ตอบ

จากวงจรในรูปที่ 8.7 เนื่องจากตัวเก็บประจุลัดวงจร กระแส $i_C(0)$ จึงมีค่าเท่ากับ 4 A จากสมการที่ (8.3) จะได้ว่า

$$\frac{dv_C(0)}{dt} = \frac{i_C(0)}{C} = \frac{4 \text{ A}}{\frac{1}{5} \text{ F}} = 20 \text{ V/s}$$

ตอบ

สมการตามกฎกระแสของเคอร์ชอฟฟ์สำหรับวงจรในรูปที่ 8.7 ที่โน้ตด้านบนของตัวเก็บประจุคือ

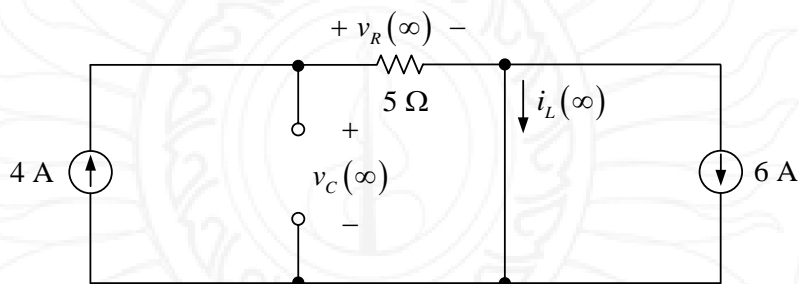
$$\begin{aligned}
 -4 - i_R(0) - i_C(0) &= 0 \\
 -4 - \frac{v_R(0)}{R} - C \frac{dv_C(0)}{dt} &= 0 \\
 \frac{v_R(0)}{R} &= -4 - 4
 \end{aligned} \tag{8.8}$$

หาอนุพันธ์สมการที่ (8.8) ทั้งสองข้างจะได้ว่า

$$\begin{aligned}
 \frac{d}{dt} \frac{v_R(0)}{R} &= \frac{d}{dt} (-4 - 4) \\
 \frac{d}{dt} v_R(0) &= 0 \text{ V/s}
 \end{aligned}$$

ตอบ

ที่เวลา $t = \infty$ s ทอพอโลยีของวงจรแสดงในรูปที่ 8.8



รูปที่ 8.8 ทอพอโลยีวงจรที่เวลา $t = \infty$ s

จากกฎกระแสของเคอร์ชอฟฟ์ กระแส $i_L(\infty)$ มีค่าเท่ากับ

$$\begin{aligned}
 4 - 6 - i_L(\infty) &= 0 \\
 i_L(\infty) &= -2 \text{ A}
 \end{aligned}$$

ตอบ

จากวงจรในรูปที่ 8.8 เนื่องจากตัวเหนี่ยวนำลัดวงจร แรงดัน $v_C(\infty)$ จึงมีค่าเท่ากับ

$$v_C(\infty) = (4 \text{ A})(5 \Omega) = 20 \text{ V}$$

ตอบ

จากวงจรในรูปที่ 8.8 แรงดัน $v_R(\infty)$ มีค่าเท่ากับ $v_C(\infty) = 20 \text{ V}$

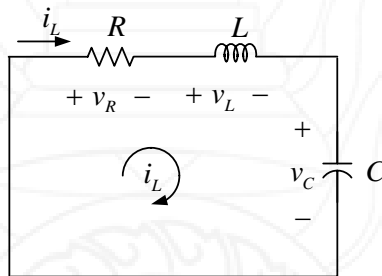
ตอบ

8.3 วงจรอนุกรมอาร์แอลซีไม่มีแหล่งกำเนิด

พิจารณาวงจรอนุกรม RLC ไม่เชื่อมต่อกับแหล่งกำเนิดในรูปที่ 8.9 กำหนดให้ตัวเก็บประจุมีแรงดันเริ่มต้นเท่ากับ V_0 ในขณะที่ตัวเหนี่ยวนำมีกระแสเริ่มต้นเท่ากับ I_0 สมการตามกฎแรงดันของเคอร์ชอฟฟ์ของวงจรคือ

$$v_R + v_L + v_C = 0$$

$$Ri_L + L \frac{di_L}{dt} + \frac{1}{C} \int_{-\infty}^{\infty} i_L dt = 0 \quad (8.9)$$



รูปที่ 8.9 วงจร RLC ไม่มีแหล่งกำเนิด

หาปริพันธ์สมการที่ (8.9) ทั้งสองข้าง จะได้

$$\frac{d}{dt} \left\{ Ri_L + L \frac{di_L}{dt} + \frac{1}{C} \int_{-\infty}^{\infty} i_L dt \right\} = \frac{d}{dt} 0$$

$$R \frac{di_L}{dt} + L \frac{d^2 i_L}{dt^2} + \frac{i_L}{C} = 0$$

$$\frac{d^2 i_L}{dt^2} + \frac{R}{L} \frac{di_L}{dt} + \frac{i_L}{LC} = 0 \quad (8.10)$$

เมื่อพิจารณาสมการที่ (8.10) จะเห็นว่าเป็นสมการเชิงอนุพันธ์อันดับสอง สอดคล้องกับการเรียกชื่อวงจรว่า วงจรอันดับสอง จากเนื้อหาในบทที่ 7 ผลเฉลยของกระแสสำหรับวงจร RL ไม่มีแหล่งกำเนิดอยู่ในรูปแบบของนิพจน์

$$i_L(t) = Ke^{\lambda t} \quad (8.11)$$

แทนค่าผลเฉลย $i_L(t)$ จากสมการที่ (8.11) ในสมการที่ (8.10) จะได้

$$\begin{aligned} \frac{d^2(Ke^{\lambda t})}{dt^2} + \frac{R}{L} \frac{d(Ke^{\lambda t})}{dt} + \frac{1}{LC} (Ke^{\lambda t}) &= 0 \\ K\lambda \frac{d}{dt} e^{\lambda t} + \frac{KR\lambda}{L} e^{\lambda t} + \frac{K}{LC} e^{\lambda t} &= 0 \\ K\lambda^2 e^{\lambda t} + \frac{KR\lambda}{L} e^{\lambda t} + \frac{K}{LC} e^{\lambda t} &= 0 \\ \lambda^2 e^{\lambda t} + \frac{R}{L} \lambda e^{\lambda t} + \frac{1}{LC} e^{\lambda t} &= 0 \\ \left(\lambda^2 + \frac{R}{L} \lambda + \frac{1}{LC} \right) e^{\lambda t} &= 0 \end{aligned} \quad (8.12)$$

จากสมการที่ (8.12) สามารถสรุปได้ว่า

$$\lambda^2 + \frac{R}{L} \lambda + \frac{1}{LC} = 0 \quad (8.13)$$

สมการที่ (8.13) มีชื่อเรียกว่า สมการลักษณะเฉพาะ (Alexander & Sadiku, 2009) รากของสมการพหุนามอันดับสอง $y = ax^2 + bx + c$ คือ

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad (8.14)$$

เมื่อเปรียบเทียบสมการ $y = ax^2 + bx + c$ กับสมการที่ (8.13) จะได้ว่า

$$\lambda_{1,2} = \frac{-\frac{R}{L} \pm \sqrt{\left(\frac{R}{L}\right)^2 - 4(1)\left(\frac{1}{LC}\right)}}{2(1)} = -\frac{R}{2L} \pm \sqrt{\left(\frac{R}{2L}\right)^2 - \frac{1}{LC}} \quad (8.15)$$

หรือ

$$\lambda_1 = -\frac{R}{2L} + \sqrt{\left(\frac{R}{2L}\right)^2 - \frac{1}{LC}} \quad (8.16)$$

$$\lambda_2 = -\frac{R}{2L} - \sqrt{\left(\frac{R}{2L}\right)^2 - \frac{1}{LC}} \quad (8.17)$$

เมื่อกำหนดให้

$$\alpha = \frac{R}{2L} = \text{ตัวประกอบกหน่วง} \quad (8.18)$$

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{LC}} = \text{ความถี่เรโซแนนซ์} \quad (8.19)$$

รากของสมการลักษณะเฉพาะ λ_1 และ λ_2 มีชื่อเรียกว่า ความถี่ธรรมชาติ สมการที่ (8.16) และ สมการที่ (8.17) จึงเปลี่ยนเป็นพจน์ใหม่ดังนี้

$$\lambda_1 = -\alpha + \sqrt{\alpha^2 - \omega_0^2} \quad (8.20)$$

$$\lambda_2 = -\alpha - \sqrt{\alpha^2 - \omega_0^2} \quad (8.21)$$

เนื่องจากค่าของ RLC มีความหลากหลายและแตกต่างกัน ผลเฉลยของกระแส i จึงสามารถเกิดสถานะของรูปสัญญาณได้ 3 กรณี ดังต่อไปนี้

กรณีที่ 1 ค่า λ_1 และ λ_2 เป็นจำนวนจริงที่ไม่เท่ากัน แสดงว่า $\alpha > \omega_0$ วงจรอยู่ในสถานะหน่วงเกิน ผลเฉลยของกระแสคือ

$$i_L(t) = Ae^{\lambda_1 t} + Be^{\lambda_2 t} \quad (8.22)$$

อนุพันธ์ของสมการที่ (8.22) คือ

$$\frac{di_L}{dt} = \frac{d}{dt}(Ae^{\lambda_1 t} + Be^{\lambda_2 t}) = A\frac{d}{dt}e^{\lambda_1 t} + B\frac{d}{dt}e^{\lambda_2 t} = A\lambda_1 e^{\lambda_1 t} + B\lambda_2 e^{\lambda_2 t} \quad (8.23)$$

กรณีที่ 2 ค่า λ_1 และ λ_2 เป็นจำนวนจริงเท่ากัน ($\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda$) แสดงว่า $\alpha = \omega_0$ วงจรอยู่ในสถานะหน่วงวิกฤต ผลเฉลยของกระแสคือ

$$i_L(t) = (A + Bt)e^{-\alpha t} \quad (8.24)$$

อนุพันธ์ของสมการที่ (8.24) คือ

$$\begin{aligned}
 \frac{di_L}{dt} &= \frac{d}{dt} \left\{ (A + Bt)e^{-\alpha t} \right\} \\
 &= A \frac{d}{dt} e^{-\alpha t} + B \frac{d}{dt} t e^{-\alpha t} \\
 &= -\alpha A e^{-\alpha t} + B \left\{ t \frac{d}{dt} e^{-\alpha t} + e^{-\alpha t} \frac{dt}{dt} \right\} \\
 &= -\alpha A e^{-\alpha t} + B \left\{ -t\alpha e^{-\alpha t} + e^{-\alpha t} \right\} \\
 &= -\alpha A e^{-\alpha t} - B \left\{ \alpha t e^{-\alpha t} - e^{-\alpha t} \right\}
 \end{aligned} \tag{8.25}$$

กรณีที่ 3 ค่า λ_1 และ λ_2 เป็นจำนวนเชิงซ้อนสังยุค ($\lambda_{1,2} = -\alpha \pm j\omega_d$) แสดงว่า $\alpha < \omega_0$ กระแสของวงจรอยู่ในสถานะหน่วงขาด ผลเฉลยของกระแสคือ

$$i_L(t) = e^{-\alpha t} \{ A \cos(\omega_d t) + B \sin(\omega_d t) \} \tag{8.26}$$

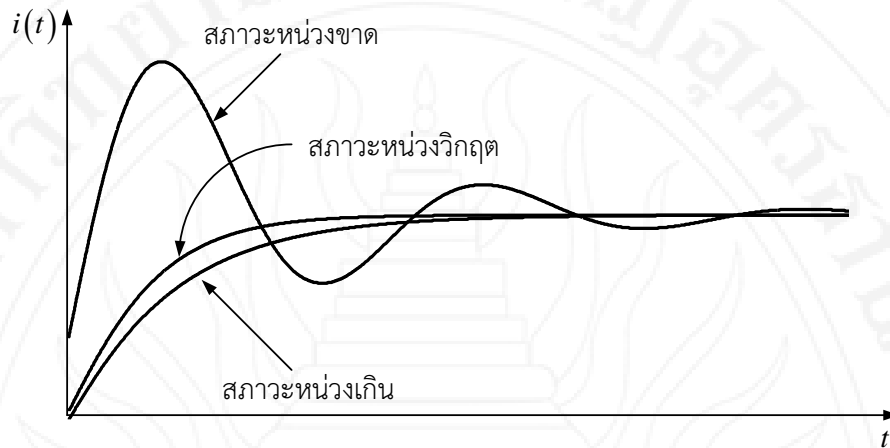
เมื่อ

$$\omega_d = \sqrt{\omega_0^2 - \alpha^2} \tag{8.27}$$

อนุพันธ์ของสมการที่ (8.26) คือ

$$\begin{aligned}
 \frac{di_L}{dt} &= \frac{d}{dt} \left[e^{-\alpha t} \{ A \cos(\omega_d t) + B \sin(\omega_d t) \} \right] \\
 &= A \frac{d}{dt} e^{-\alpha t} \cos(\omega_d t) + B \frac{d}{dt} e^{-\alpha t} \sin(\omega_d t) \\
 &= A \left\{ e^{-\alpha t} \frac{d}{dt} \cos(\omega_d t) + \cos(\omega_d t) \frac{d}{dt} e^{-\alpha t} \right\} \\
 &\quad + B \left\{ e^{-\alpha t} \frac{d}{dt} \sin(\omega_d t) + \sin(\omega_d t) \frac{d}{dt} e^{-\alpha t} \right\} \\
 &= A \left\{ e^{-\alpha t} \{ -\sin(\omega_d t) \} (\omega_d) + \cos(\omega_d t) (-\alpha) e^{-\alpha t} \right\} \\
 &\quad + B \left\{ e^{-\alpha t} \{ \cos(\omega_d t) \} (\omega_d) + \sin(\omega_d t) (-\alpha) e^{-\alpha t} \right\} \\
 &= A e^{-\alpha t} \{ -\omega_d \sin(\omega_d t) - \alpha \cos(\omega_d t) \} + B e^{-\alpha t} \{ \omega_d \cos(\omega_d t) - \alpha \sin(\omega_d t) \}
 \end{aligned} \tag{8.28}$$

ตัวอย่างของรูปสัญญาณกระแสทั้ง 3 สถานะ แสดงในรูปที่ 8.10



รูปที่ 8.10 ผลตอบสนองของกระแสวงจรร RLC ไม่มีแหล่งกำเนิด

จากเนื้อหาดังกล่าวข้างต้น สามารถสรุปขั้นตอนการวิเคราะห์ห้วงจรอนุกรม RLC ไม่มีแหล่งกำเนิดได้ดังนี้

1) คำนวณหา α ด้วยสมการที่ (8.18) และคำนวณหา ω_0 ด้วยสมการที่ (8.19) โดยใช้ทอพอโลยีของวงจรที่เวลา $t > 0$ s

2) เปรียบเทียบค่า α และ ω_0

2.1) หาก $\alpha > \omega_0$ แสดงว่าวงจรอยู่ในสถานะหน่วงเกิน คำนวณหา λ_1 ด้วยสมการที่ (8.20) และคำนวณหา λ_2 ด้วยสมการที่ (8.21) พร้อมทั้งแทนค่าในสมการที่ (8.22)

2.2) หาก $\alpha = \omega_0$ แสดงว่าวงจรอยู่ในสถานะหน่วงวิกฤต แทนค่า α ในผลเฉลยของกระแสในสมการที่ (8.24)

2.3) หาก $\alpha < \omega_0$ แสดงว่าวงจรอยู่ในสถานะหน่วงขาด คำนวณหา ω_d ด้วยสมการที่ (8.27) แทนค่า α และ ω_d ในผลเฉลยของกระแสในสมการที่ (8.26)

3) วิเคราะห์ห้วงจรหาค่า $i_L(0)$ จากทอพอโลยีของวงจรที่เวลา $t = 0^-$ s และวิเคราะห์ห้วงจรหาค่า $\frac{di_L(0)}{dt}$ จากทอพอโลยีของวงจรที่เวลา $t = 0$ s เพื่อคำนวณหาค่าคงตัว A และ B จากสมการต่อไปนี้

$$i_L(t)|_{t=0} = i_L(0) \quad (8.29)$$

$$\left. \frac{di_L(t)}{dt} \right|_{t=0} = \frac{di_L(0)}{dt} = \frac{v_L(0)}{L} \quad (8.30)$$

เมื่อ	$i_L(t)$	คือ	กระแสของตัวเหนี่ยวนำซึ่งเป็นฟังก์ชันของเวลา t และค่าคงที่ A และ B
	$i_L(0)$	คือ	กระแสของตัวเหนี่ยวนำที่เวลา $t=0$ s หาได้จากทอพอโลยีของวงจรที่เวลา $t=0^-$
	$i_L(t) _{t=0}$	คือ	ผลลัพธ์จากแทนค่า $t=0$ s ในนิพจน์กระแส $i_L(t)$ จะเหลือตัวแปรที่ไม่ทราบค่าสองตัวคือ A และ B
	$\frac{di_L(t)}{dt}$	คือ	อนุพันธ์เทียบกับเวลา t ของกระแสตัวเหนี่ยวนำ
	$\left. \frac{di_L(t)}{dt} \right _{t=0}$	คือ	ผลลัพธ์จากการแทนค่า $t=0$ s ในนิพจน์อนุพันธ์กระแสตัวเหนี่ยวนำ
	$\frac{di_L(t)}{dt}$		จะเหลือตัวแปรที่ไม่ทราบค่าสองตัวคือ A และ B
	$\frac{di_L(0)}{dt}$	คือ	อนุพันธ์ของกระแส $i_L(0)$ หาได้จากทอพอโลยีของวงจรที่เวลา $t=0$
	$v_L(0)$	คือ	แรงดันของตัวเหนี่ยวนำที่เวลา $t=0$ s หาได้จากทอพอโลยีของวงจรที่เวลา $t=0^-$

สมการที่ (8.10) เป็นสมการเชิงอนุพันธ์อันดับสองที่กำหนดให้ กระแสของตัวเหนี่ยวนำ i_L คือผลตอบสนองของวงจรที่ต้องการทราบค่า ในกรณีที่ต้องการทราบแรงดันของตัวเก็บประจุ v_C สมการตามกฎแรงดันของเคอร์ชอฟสำหรับวงจรในรูปที่ 8.32 คือ

$$\begin{aligned} v_R + v_L + v_C &= 0 \\ Ri_L + L \frac{di_L}{dt} + v_C &= 0 \end{aligned} \quad (8.31)$$

เนื่องจาก $i_L = C \frac{dv_C}{dt}$ แทนค่าในสมการที่ (8.31) จะได้

$$\begin{aligned}
 R\left(C\frac{dv_C}{dt}\right) + L\frac{d\left(C\frac{dv_C}{dt}\right)}{dt} + v_C &= 0 \\
 RC\frac{dv_C}{dt} + LC\frac{d^2v_C}{dt^2} + v_C &= 0 \\
 \frac{d^2v_C}{dt^2} + \frac{R}{L}\frac{dv_C}{dt} + \frac{1}{LC}v_C &= 0
 \end{aligned} \tag{8.32}$$

เมื่อพิจารณาสมการที่ (8.32) จะพบว่า มีความคล้ายคลึงกับสมการที่ (8.10) แตกต่างกันเพียงพจน์ v_C และ i_L ดังนั้น วิธีการวิเคราะห์ห้วงจรและการหาผลเฉลยสำหรับ i_L สามารถประยุกต์ใช้ขั้นตอนและสมการเดียวกันกับกรณีของ i_L แต่พจน์ในสมการต้องเปลี่ยนจาก i_L เป็น v_C ดังนี้

กรณีที่ 1 $\alpha > \omega_0$ ผลเฉลยของแรงดันตกคร่อมตัวเก็บประจุในสถานะหน่วงเกินคือ

$$v_C(t) = Ae^{\lambda_1 t} + Be^{\lambda_2 t} \tag{8.33}$$

อนุพันธ์ของแรงดันคือ

$$\frac{dv_C}{dt} = A\lambda_1 e^{\lambda_1 t} + B\lambda_2 e^{\lambda_2 t} \tag{8.34}$$

กรณีที่ 2 $\alpha = \omega_0$ ผลเฉลยของแรงดันตกคร่อมตัวเก็บประจุในสถานะหน่วงวิกฤตคือ

$$v_C(t) = (A + Bt)e^{-\alpha t} \tag{8.35}$$

อนุพันธ์ของแรงดันคือ

$$\frac{dv_C}{dt} = -\alpha Ae^{-\alpha t} - B\{\alpha t e^{-\alpha t} - e^{-\alpha t}\} \tag{8.36}$$

กรณีที่ 3 $\alpha < \omega_0$ ผลเฉลยของแรงดันตกคร่อมตัวเก็บประจุในสถานะหน่วงขาดคือ

$$v_C(t) = e^{-\alpha t} \{A \cos(\omega_d t) + B \sin(\omega_d t)\} \tag{8.37}$$

อนุพันธ์ของแรงดันคือ

$$\frac{dv_C}{dt} = Ae^{-\alpha t} \{-\omega_d \sin(\omega_d t) - \alpha \cos(\omega_d t)\} + Be^{-\alpha t} \{\omega_d \cos(\omega_d t) - \alpha \sin(\omega_d t)\} \tag{8.38}$$

สมการที่ใช้คำนวณหาค่าคงตัว A และ B คือ

$$v_C(t)|_{t=0} = v_C(0) \quad (8.39)$$

$$\left. \frac{dv_C(t)}{dt} \right|_{t=0} = \frac{i_C(0)}{C} \quad (8.40)$$

เมื่อ	$v_C(t)$	คือ	แรงดันของตัวเก็บประจุ ซึ่งเป็นฟังก์ชันของเวลา t และค่าคงที่ A และ B
	$v_C(0)$	คือ	แรงดันของตัวเก็บประจุที่เวลา $t=0$ s หาได้จากทอพอโลยีของวงจรที่เวลา $t=0^-$
	$v_C(t) _{t=0}$	คือ	ผลลัพธ์จากแทนค่า $t=0$ s ในนิพจน์กระแส $v_C(t)$ จะเหลือตัวแปรที่ไม่ทราบค่าสองตัวคือ A และ B
	$\frac{dv_C(t)}{dt}$	คือ	อนุพันธ์เทียบกับเวลา t ของแรงดันตกคร่อมตัวเก็บประจุ
	$\left. \frac{dv_C(t)}{dt} \right _{t=0}$	คือ	ผลลัพธ์จากการแทนค่า $t=0$ s ในนิพจน์อนุพันธ์แรงดันตัวเก็บประจุ
	$\frac{dv_C(t)}{dt}$		จะเหลือตัวแปรที่ไม่ทราบค่าสองตัวคือ A และ B
	$\frac{dv_C(0)}{dt}$	คือ	อนุพันธ์ของแรงดัน $v_C(0)$ หาได้จากทอพอโลยีของวงจรที่เวลา $t=0$
	$i_C(0)$	คือ	กระแสของตัวเก็บประจุที่เวลา $t=0$ s หาได้จากทอพอโลยีของวงจรที่เวลา $t=0^-$

ตัวอย่างที่ 8.3

จากวงจรในรูปที่ 8.9 กำหนดให้ $R = 40 \Omega$ $L = 4 \text{ H}$ และ $C = \frac{1}{4} \text{ F}$ จงวิเคราะห์และสรุปผลว่า วงจรอยู่ในสถานะหน่วงเกิน หน่วงวิกฤต หรือหน่วงขาด (Alexander & Sadiku, 2009)

วิธีทำ

คำนวณหา α ด้วยสมการที่ (8.18) จะได้

$$\alpha = \frac{R}{2L} = \frac{40}{2 \times 4} = 5 \quad (8.41)$$

คำนวณหา ω_0 ด้วยสมการที่ (8.19) จะได้

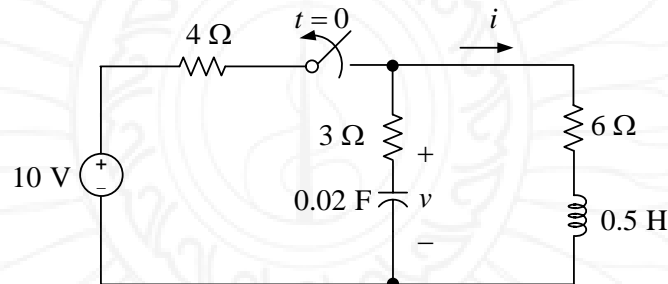
$$\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{LC}} = \sqrt{\frac{1}{4 \times \frac{1}{4}}} = 1 \quad (8.42)$$

เมื่อพิจารณาผลลัพธ์จากสมการที่ (8.41) และสมการที่ (8.42) จะเห็นว่า $\alpha > \omega_0$ แสดงว่าวงจรอยู่ในสถานะหน่วงเกิน

ตอบ

ตัวอย่างที่ 8.4

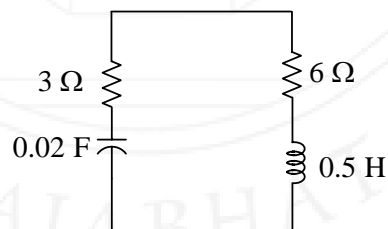
จากวงจรในรูปที่ 8.11 กำหนดให้วงจรอยู่ในสถานะอยู่ตัวที่เวลา $t = 0^-$ s จงวิเคราะห์หา i ที่เวลา $t > 0$ s



รูปที่ 8.11 วงจรสำหรับตัวอย่างที่ 8.4 (Alexander & Sadiku, 2009)

วิธีทำ

ที่เวลา $t > 0$ s ทอพอโลยีของวงจรแสดงในรูปที่ 8.12



รูปที่ 8.12 ทอพอโลยีของวงจรที่เวลา $t > 0$ s

คำนวณหา α ด้วยสมการที่ (8.18) จะได้

$$\alpha = \frac{R}{2L} = \frac{3+6}{2 \times 0.5} = 9 \quad (8.43)$$

คำนวณหา ω_0 ด้วยสมการที่ (8.19) จะได้

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{LC}} = \sqrt{\frac{1}{0.5 \times 0.02}} = 10 \quad (8.44)$$

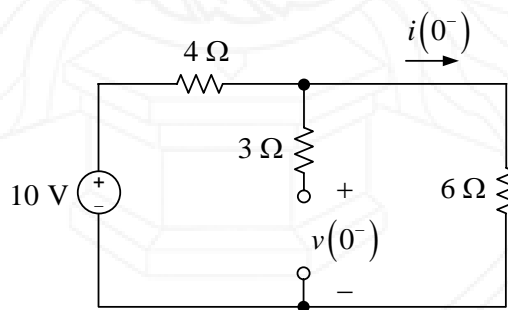
เมื่อพิจารณาผลลัพธ์จากสมการที่ (8.43) และสมการที่ (8.44) จะเห็นว่า $\alpha < \omega_0$ แสดงว่าวงจรอยู่ในสถานะหน่วงขาด คำนวณหา ω_d ด้วยสมการที่ (8.27) จะได้

$$\omega_d = \sqrt{\omega_0^2 - \alpha^2} = \sqrt{10^2 - 9^2} = 4.359 \quad (8.45)$$

แทนค่า α และ ω_d ในสมการผลเฉลยของกระแสในสมการที่ (8.26) จะได้

$$i(t) = e^{-9t} \{ A \cos(4.359t) + B \sin(4.359t) \} \text{ A} \quad (8.46)$$

ที่เวลา $t < 0$ s วงจรอยู่ในสถานะอยู่ตัวที่เวลา $t = 0^-$ s ดังนั้น ตัวเก็บประจุอยู่ในสถานะเปิดวงจร และตัวเหนี่ยวนำอยู่ในสถานะลัดวงจร ดังแสดงในรูปที่ 8.13



รูปที่ 8.13 ทอพอโลยีของวงจรที่เวลา $t = 0^-$ s

พิจารณาวงจรในรูปที่ 8.13 จากกฎของโอห์ม กระแส $i(0^-)$ มีค่าเท่ากับ

$$i(0^-) = \frac{10 \text{ V}}{4 \Omega + 6 \Omega} = 1 \text{ A} \quad (8.47)$$

กระแสของตัวเหนี่ยวนำไม่สามารถเปลี่ยนแปลงค่าได้โดยฉับพลัน ดังนั้น

$$i(0) = i(0^-) = 1 \text{ A} \quad (8.48)$$

พิจารณาวงจรในรูปที่ 8.13 จากหลักการของวงจรแบ่งแรงดัน แรงดัน $v(0^-)$ มีค่าเท่ากับ

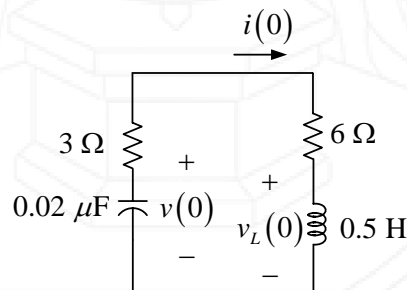
$$v(0^-) = \frac{6 \Omega}{4 \Omega + 6 \Omega} \times 10 \text{ V} = 6 \text{ V} \quad (8.49)$$

แรงดันของตัวเก็บประจุไม่สามารถเปลี่ยนแปลงค่าได้โดยฉับพลัน ดังนั้น

$$v(0) = v(0^-) = 6 \text{ V} \quad (8.50)$$

ที่เวลา $t = 0 \text{ s}$ ทอพอโลยีของวงจรแสดงในรูปที่ 8.14 สมการตามกฎแรงดันของเคอร์ชอฟฟ์สำหรับวงจรนี้คือ

$$-v(0) + (3 \Omega + 6 \Omega)i(0) + v_L(0) = 0 \quad (8.51)$$



รูปที่ 8.14 ทอพอโลยีของวงจรที่เวลา $t = 0 \text{ s}$

จัดพจน์ของสมการที่ (8.51) ใหม่ จะได้

$$v_L(0) = v(0) - 9i(0) = 6 - 9(1) = -3 \text{ V} \quad (8.52)$$

แทนค่า $t = 0$ s ในสมการที่ (8.46) จะได้ $i(t)|_{t=0} = i_L(0)$ ดังนี้

$$\begin{aligned} e^{-9 \times 0} \{A \cos(4.359 \times 0) + B \sin(4.359 \times 0)\} &= 1 \\ e^{-9 \times 0} \{A \cos(0) + B \sin(0)\} &= 1 \\ (1) \{A(1) + B(0)\} &= 1 \\ \{A + 0\} &= 1 \\ A &= 1 \end{aligned} \quad (8.53)$$

จากสมการที่ (8.28) อนุพันธ์ $\frac{di(t)}{dt}$ |_{t=0} มีค่าเท่ากับ

$$\begin{aligned} \left. \frac{di(t)}{dt} \right|_{t=0} &= Ae^{-\alpha t} \{-\omega_d \sin(\omega_d t) - \alpha \cos(\omega_d t)\} \Big|_{t=0} \\ &\quad + Be^{-\alpha t} \{\omega_d \cos(\omega_d t) - \alpha \sin(\omega_d t)\} \Big|_{t=0} \\ &= Ae^{-\alpha \times 0} \{-\omega_d \sin(\omega_d \times 0) - \alpha \cos(\omega_d \times 0)\} \\ &\quad + Be^{-\alpha \times 0} \{\omega_d \cos(\omega_d \times 0) - \alpha \sin(\omega_d \times 0)\} \\ &= A\{0 - \alpha\} + B\{\omega_d - 0\} \\ &= -\alpha A + \omega_d B \\ &= -9A + 4.359B \end{aligned} \quad (8.54)$$

แทนค่า $\left. \frac{di(t)}{dt} \right|_{t=0} = \frac{v_L(0)}{L}$ ในสมการที่ (8.30) จะได้

$$\left. \frac{di(t)}{dt} \right|_{t=0} = \frac{v_L(0)}{L} = \frac{-3}{0.5} = -6 \text{ A/s} \quad (8.55)$$

เนื่องจากสมการที่ (8.54) เท่ากับสมการที่ (8.55) ดังนั้น

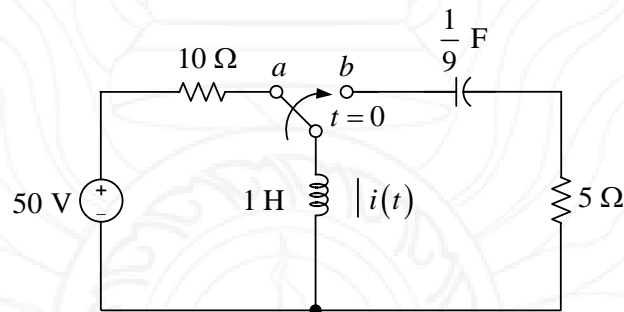
$$\begin{aligned} -9A + 4.359B &= -6 \\ B &= \frac{-6 + 9A}{4.359} \\ &= \frac{-6 + 9 \times 1}{4.359} \\ &= 0.6882 \end{aligned} \quad (8.56)$$

แทนค่า A และ B ในสมการที่ (8.46) จะได้ผลเฉลยของกระแสตัวเหนี่ยวนำ $i(t)$ ที่เวลา $t > 0$ s ดังนี้

$$i(t) = e^{-9t} \{ \cos(4.359t) + 0.6882 \sin(4.359t) \} \text{ A} \quad \text{ตอบ}$$

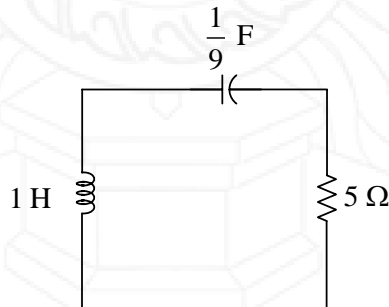
ตัวอย่างที่ 8.5

จากวงจรในรูปที่ 8.15 กำหนดให้วงจรอยู่ในสถานะอยู่ตัวที่เวลา $t = 0^-$ s สวิตช์เปลี่ยนสถานะไปเชื่อมต่อกับตำแหน่ง b ที่เวลา $t = 0$ s จงวิเคราะห์หา i ที่เวลา $t > 0$ s



รูปที่ 8.15 วงจรสำหรับตัวอย่างที่ 8.5 (Alexander & Sadiku, 2009)

วิธีทำ



รูปที่ 8.16 ทอพอโลยีของวงจรที่เวลา $t > 0$ s

ที่เวลา $t > 0$ s ทอพอโลยีของวงจรแสดงในรูปที่ 8.16 คำนวณหา α ด้วยสมการที่ (8.18) จะได้

$$\alpha = \frac{R}{2L} = \frac{5}{2 \times 1} = 2.5 \quad (8.57)$$

คำนวณหา ω_0 ด้วยสมการที่ (8.19) จะได้

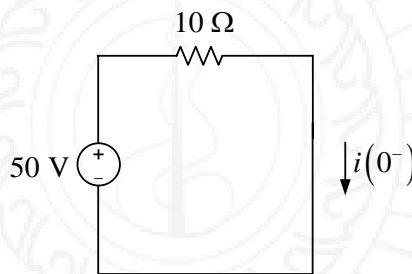
$$\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{LC}} = \sqrt{\frac{1}{1 \times \frac{1}{9}}} = 3 \quad (8.58)$$

เมื่อพิจารณาผลลัพธ์จากสมการที่ (8.57) และสมการที่ (8.58) จะเห็นว่า $\alpha < \omega_0$ แสดงว่าวงจรอยู่ในสถานะหน่วงขาด คำนวณหา ω_d ด้วยสมการที่ (8.27) จะได้

$$\omega_d = \sqrt{\omega_0^2 - \alpha^2} = \sqrt{3^2 - 2.5^2} = 1.658 \quad (8.59)$$

แทนค่า α และ ω_d ในสมการผลเฉลยของกระแสในสมการที่ (8.26) จะได้

$$i(t) = e^{-2.5t} \{ A \cos(1.658t) + B \sin(1.658t) \} \text{ A} \quad (8.60)$$



รูปที่ 8.17 ทอพอโลยีของวงจรที่เวลา $t = 0^-$ s

ที่เวลา $t < 0$ s วงจรอยู่ในสถานะอยู่ตัวที่เวลา $t = 0^-$ s ดังนั้น ตัวเหนี่ยวนำอยู่ในสถานะลัดวงจร ดังแสดงในรูปที่ 8.17 กระแส $i(0^-)$ มีค่าเท่ากับ

$$i(0^-) = \frac{50 \text{ V}}{10 \Omega} = 5 \text{ A} \quad (8.61)$$

กระแสของตัวเหนี่ยวนำไม่สามารถเปลี่ยนแปลงค่าได้โดยฉับพลัน ดังนั้น

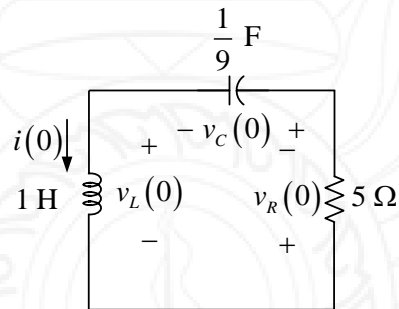
$$i(0) = i(0^-) = 5 \text{ A} \quad (8.62)$$

พิจารณาวงจรในรูปที่ 8.15 ตัวเก็บประจุไม่ถูกเชื่อมต่อกับวงจรที่มีแหล่งกำเนิดที่เวลา $t = 0^-$ s ดังนั้นแรงดันตกคร่อมตัวเก็บประจุ $v_C(0^-)$ มีค่าเท่ากับศูนย์ เนื่องจากแรงดันของตัวเก็บประจุไม่สามารถเปลี่ยนแปลงค่าได้โดยฉับพลัน ดังนั้น

$$\begin{aligned} v_C(0) &= v_C(0^-) \\ &= 0 \text{ V} \end{aligned} \quad (8.63)$$

ที่เวลา $t = 0$ s ทอพอโลยีของวงจรแสดงในรูปที่ 8.18 สมการตามกฎแรงดันของเคอร์ชอฟฟ์สำหรับวงจรนี้คือ

$$v_L(0) + (5 \Omega)i_L(0) + v_C(0) = 0 \quad (8.64)$$



รูปที่ 8.18 ทอพอโลยีของวงจรที่เวลา $t = 0$ s

จัดพจน์ของสมการที่ (8.64) ใหม่ จะได้

$$\begin{aligned} v_L(0) &= -v_C(0) - 5i(0) \\ &= -0 - 5(5) \\ &= -25 \text{ V} \end{aligned} \quad (8.65)$$

จากสมการที่ (8.28) อนุพันธ์ $\left. \frac{di(t)}{dt} \right|_{t=0}$ มีค่าเท่ากับ

$$\begin{aligned}
\left. \frac{di(t)}{dt} \right|_{t=0} &= Ae^{-\alpha t} \{-\omega_d \sin(\omega_d t) - \alpha \cos(\omega_d t)\} \Big|_{t=0} \\
&\quad + Be^{-\alpha t} \{\omega_d \cos(\omega_d t) - \alpha \sin(\omega_d t)\} \Big|_{t=0} \\
&= Ae^{-\alpha \times 0} \{-\omega_d \sin(\omega_d \times 0) - \alpha \cos(\omega_d \times 0)\} \\
&\quad + Be^{-\alpha \times 0} \{\omega_d \cos(\omega_d \times 0) - \alpha \sin(\omega_d \times 0)\} \\
&= A\{0 - \alpha\} + B\{\omega_d - 0\} \\
&= -\alpha A + \omega_d B \\
&= -2.5A + 1.658B
\end{aligned} \tag{8.66}$$

แทนค่า $\left. \frac{di(t)}{dt} \right|_{t=0} = \frac{v_L(0)}{L}$ ในสมการที่ (8.30) จะได้

$$\left. \frac{di(t)}{dt} \right|_{t=0} = \frac{v_L(0)}{L} = \frac{-25}{1} = -25 \text{ A/s} \tag{8.67}$$

เนื่องจากสมการที่ (8.66) เท่ากับสมการที่ (8.67) ดังนั้น

$$\begin{aligned}
-2.5A + 1.658B &= -25 \\
B &= \frac{-25 + 2.5A}{1.658} \\
&= \frac{-25 + 2.5 \times 5}{1.658} \\
&= -7.5392
\end{aligned} \tag{8.68}$$

แทนค่า $t = 0$ s และ $i(0)$ ในสมการที่ (8.46) จะได้

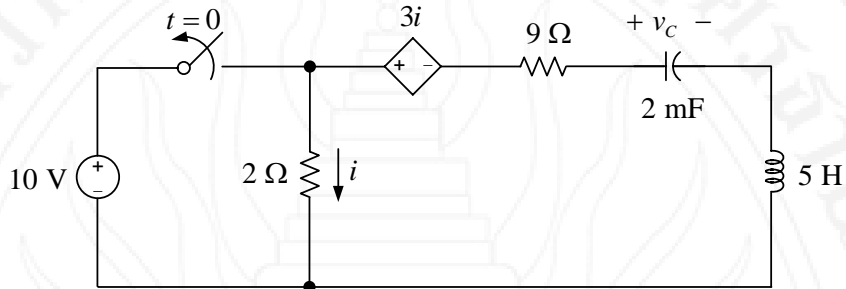
$$\begin{aligned}
e^{-2.5 \times 0} \{A \cos(1.658 \times 0) + B \sin(1.658 \times 0)\} &= 5 \\
(1)\{A(1) + B(0)\} &= 5 \\
\{A + 0\} &= 5 \\
A &= 5
\end{aligned} \tag{8.69}$$

แทนค่า A และ B ในสมการที่ (8.60) จะได้นิพจน์ของกระแส $i(t)$ ที่เวลา $t > 0$ s ดังนี้

$$i(t) = e^{-2.5} \{5 \cos(1.658t) - 7.5392 \sin(1.658t)\} \text{ A} \tag{ตอบ}$$

ตัวอย่างที่ 8.6

จากวงจรในรูปที่ 8.19 จงวิเคราะห์หา $v_c(t)$ ที่เวลา $t > 0$ s

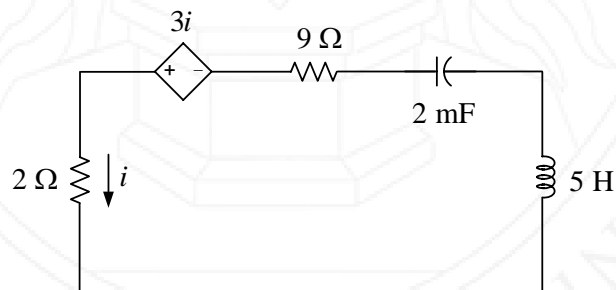


รูปที่ 8.19 วงจรสำหรับตัวอย่างที่ 8.6 (Hayt, Kemmerly, & Durbin, 2007)

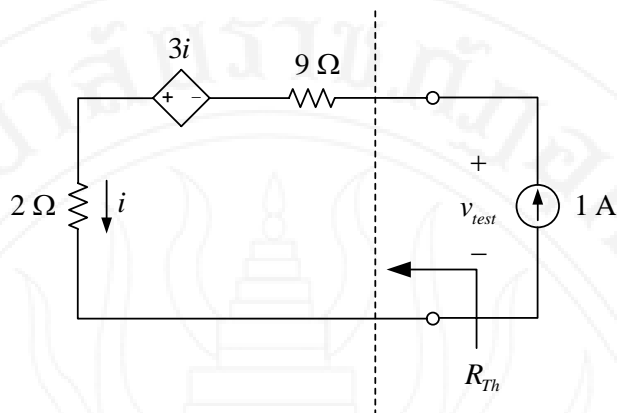
วิธีทำ

ที่เวลา $t > 0$ s ทอพอโลยีของวงจรแสดงในรูปที่ 8.20 เนื่องจากวงจรมีองค์ประกอบที่เป็นแหล่งกำเนิดแรงดันไม่อิสระ ความต้านทานที่ใช้คำนวณหาค่า α ต้องใช้ความต้านทานสมมูลเทเวนิน ซึ่งสามารถวิเคราะห์หาได้จากวงจรในรูปที่ 8.21 โดยจะต้องต่อแหล่งกำเนิดกระแส 1 A เพิ่มเติมเข้าไปในวงจร สมการตามกฎแรงดันของเคอร์ชอฟฟ์สำหรับวงจรนี้ในทิศทางตามเข็มนาฬิกาคือ

$$-v_{test} + (2\ \Omega + 9\ \Omega)i - 3i = 0 \quad (8.70)$$



รูปที่ 8.20 ทอพอโลยีของวงจรที่เวลา $t > 0$ s



รูปที่ 8.21 ทอพอโลยีของวงจรที่เวลา $t > 0$ s สำหรับคำนวณหา R_{Th}

พิจารณาวงจรในรูปที่ 8.21 พบว่า กระแส i มีค่าเท่ากับ 1 A แทนค่าในสมการที่ (8.70) จะได้

$$\begin{aligned} -v_{test} + 11(1) - 3(1) &= 0 \\ v_{test} &= 11 - 3 \\ &= 8 \text{ V} \end{aligned} \tag{8.71}$$

ดังนั้น ความต้านทานสมมูลเทเวนินมีค่าเท่ากับ

$$R_{Th} = \frac{v_{test}}{1 \text{ A}} = \frac{8 \text{ V}}{1 \text{ A}} = 8 \Omega \tag{8.72}$$

คำนวณหา α ด้วยสมการที่ (8.18) จะได้

$$\alpha = \frac{R_{Th}}{2L} = \frac{8}{2 \times 5} = 0.8 \tag{8.73}$$

คำนวณหา ω_0 ด้วยสมการที่ (8.19) จะได้

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{LC}} = \sqrt{\frac{1}{5 \times 2 \times 10^{-3}}} = 10 \tag{8.74}$$

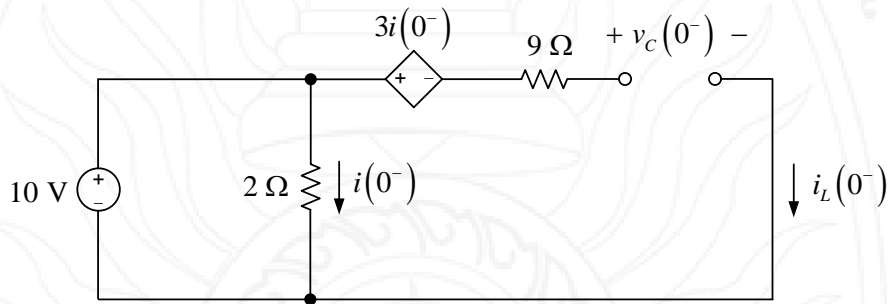
เมื่อพิจารณาผลลัพธ์จากสมการที่ (8.73) และสมการที่ (8.74) จะเห็นว่า $\alpha < \omega_0$ แสดงว่าวงจรอยู่ในสถานะหน่วงขาด คำนวณหา ω_d ด้วยสมการที่ (8.27) จะได้

$$\omega_d = \sqrt{\omega_0^2 - \alpha^2} = \sqrt{10^2 - 0.8^2} = 9.9679 \quad (8.75)$$

จากสมการที่ (8.37) สมการผลเฉลยของแรงดันตกคร่อมตัวเก็บประจุคือ

$$v_C(t) = e^{-0.8t} \{ A \cos(9.9679t) + B \sin(9.9679t) \} \text{ V} \quad (8.76)$$

ที่เวลา $t = 0^-$ s ตัวเก็บประจุอยู่ในสถานะเปิดวงจร ในขณะที่ตัวเหนี่ยวนำอยู่ในสถานะลัดวงจร ส่งผลให้ทอพอโลยีของวงจรมีลักษณะดังแสดงในรูปที่ 8.22



รูปที่ 8.22 ทอพอโลยีของวงจรที่เวลา $t = 0^-$ s

พิจารณาวงจรในรูปที่ 8.22 ตัวเก็บประจุเปิดวงจร และตัวเหนี่ยวนำลัดวงจร สมการตามกฎแรงดันของเคอร์ชอฟสำหรับวงจรนี้

$$-10 + 3i(0^-) + v_C(0^-) = 0 \quad (8.77)$$

จากกฎของโอห์ม กระแส $i(0^-)$ มีค่าเท่ากับ

$$i(0^-) = \frac{10 \text{ V}}{2 \Omega} = 5 \text{ A} \quad (8.78)$$

แทนค่า $i(0^-)$ ในสมการที่ (8.77) จะได้

$$v_C(0^-) = 10 - 3(5) = -5 \text{ V} \quad (8.79)$$

เนื่องจากแรงดันของตัวเก็บประจุไม่สามารถเปลี่ยนแปลงค่าได้โดยฉับพลัน ดังนั้น

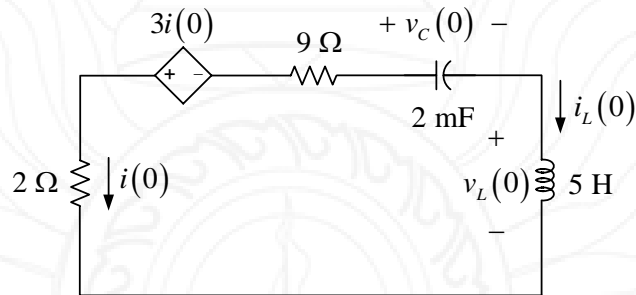
$$v_C(0) = v_C(0^-) = -5 \text{ V} \quad (8.80)$$

จากวงจรในรูปที่ 8.22 เนื่องจากตัวเก็บประจุเปิดวงจร และกระแสของเหนี่ยวนำไม่สามารถเปลี่ยนแปลงค่าได้โดยฉับพลัน ดังนั้น

$$i_L(0) = i_L(0^-) = 0 \text{ A} \quad (8.81)$$

ที่เวลา $t = 0 \text{ s}$ ทอพอโลยีของวงจรแสดงในรูปที่ 8.23 จากวงจรจะได้ว่า

$$i_C(0) = i_L(0) = 0 \text{ A} \quad (8.82)$$



รูปที่ 8.23 ทอพอโลยีของวงจรที่เวลา $t = 0 \text{ s}$

จากสมการที่ (8.38) จะได้ว่า

$$\begin{aligned} \left. \frac{dv_C(t)}{dt} \right|_{t=0} &= Ae^{-\alpha t} \{-\omega_d \sin(\omega_d t) - \alpha \cos(\omega_d t)\} \Big|_{t=0} \\ &\quad + Be^{-\alpha t} \{\omega_d \cos(\omega_d t) - \alpha \sin(\omega_d t)\} \Big|_{t=0} \\ &= Ae^{-\alpha \times 0} \{-\omega_d \sin(\omega_d \times 0) - \alpha \cos(\omega_d \times 0)\} \\ &\quad + Be^{-\alpha \times 0} \{\omega_d \cos(\omega_d \times 0) - \alpha \sin(\omega_d \times 0)\} \\ &= A(1) \{-\omega_d \sin(0) - \alpha \cos(0)\} + B(1) \{\omega_d \cos(0) - \alpha \sin(0)\} \\ &= A\{0 - \alpha(1)\} + B\{\omega_d(1) - 0\} \\ &= -\alpha A + \omega_d B \\ &= -0.8A + 9.9679B \end{aligned} \quad (8.83)$$

แทนค่า $\left. \frac{dv_C(t)}{dt} \right|_{t=0} = \frac{i_C(0)}{C}$ ในสมการที่ (8.40) จะได้

$$\left. \frac{dv_C(t)}{dt} \right|_{t=0} = \frac{i_C(0)}{C} = \frac{0}{C} = 0 \text{ V/s} \quad (8.84)$$

เนื่องจากสมการที่ (8.83) เท่ากับสมการที่ (8.84) ดังนั้น

$$\begin{aligned} -0.8A + 9.9679B &= 0 \\ B &= \frac{0 + 0.8A}{9.9679} \\ &= \frac{0 + 0.8(-5)}{9.9679} \\ &= -0.4013 \end{aligned} \quad (8.85)$$

แทนค่า $t = 0$ s และ $v_C(0)$ ในสมการที่ (8.76) จะได้

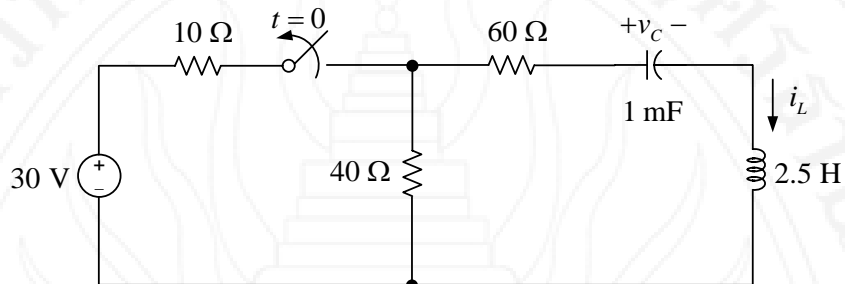
$$\begin{aligned} e^{-0.8 \times 0} \{A \cos(9.9679 \times 0) + B \sin(9.9679 \times 0)\} &= -5 \\ e^0 \{A \cos(0) + B \sin(0)\} &= -5 \\ (1) \{A(1) + B(0)\} &= -5 \\ A &= -5 \end{aligned} \quad (8.86)$$

แทนค่า A และ B ในสมการที่ (8.76) จะได้นิพจน์ของแรงดันตกคร่อมตัวเก็บประจุ $v_C(t)$ ที่เวลา $t > 0$ s ดังนี้

$$v_C(t) = -e^{-0.8t} \{5 \cos(9.9679t) + 0.4013 \sin(9.9679t)\} \text{ V} \quad \text{ตอบ}$$

ตัวอย่างที่ 8.7

จากวงจรในรูปที่ 8.24 จงวิเคราะห์หา $v_C(t)$ และ $i_L(t)$ ที่เวลา $t > 0$ s



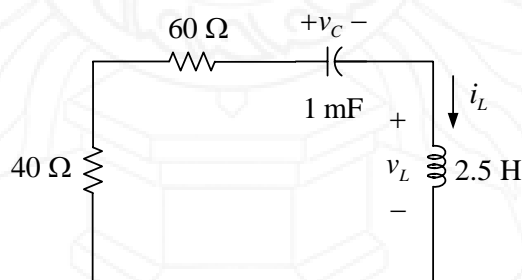
รูปที่ 8.24 วงจรสำหรับตัวอย่างที่ 8.7

(<http://home.chuhai.hk/~wll0/BSC/CSC23/CSC23Ch4.pdf>, สืบค้นเมื่อ 16 สิงหาคม 2555)

วิธีทำ

ที่เวลา $t > 0$ s ทอพอโลยีของวงจรแสดงในรูปที่ 8.25 คำนวณหา α ด้วยสมการที่ (8.18) จะได้

$$\alpha = \frac{R}{2L} = \frac{40 + 60}{2 \times 2.5} = 20 \quad (8.87)$$



รูปที่ 8.25 ทอพอโลยีของวงจรที่เวลา $t > 0$ s

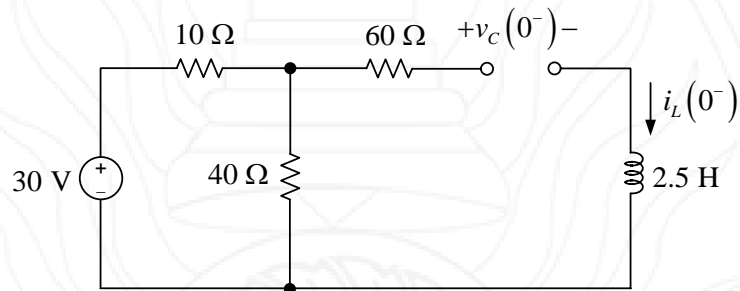
คำนวณหา ω_0 ด้วยสมการที่ (8.19) จะได้

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{LC}} = \sqrt{\frac{1}{2.5 \times 1 \times 10^{-3}}} = 20 \quad (8.88)$$

เมื่อพิจารณาผลลัพธ์จากสมการที่ (8.87) และสมการที่ (8.88) จะเห็นว่า $\alpha = \omega_0$ แสดงว่าวงจรอยู่ในสถานะหน่วงวิกฤต แทนค่า α ในสมการผลเฉลยของกระแสในสมการที่ (8.24) จะได้

$$i_L(t) = (A + Bt)e^{-20t} \text{ A} \quad (8.89)$$

ที่เวลา $t = 0^-$ s เหนี่ยวนำอยู่ในสถานะลัดวงจร ตัวเก็บประจุอยู่ในสถานะเปิดวงจร ดังแสดงในรูปที่ 8.26



รูปที่ 8.26 ทอพอโลยีของวงจรที่เวลา $t = 0^-$ s

พิจารณาวงจรในรูปที่ 8.26 จะเห็นว่ากระแส $i_L(0^-)$ มีค่าเท่ากับศูนย์ เนื่องจากกระแสของตัวเหนี่ยวนำไม่สามารถเปลี่ยนแปลงค่าได้โดยฉับพลัน ดังนั้น

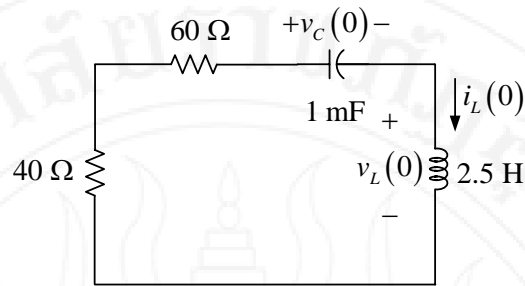
$$i_L(0) = i_L(0^-) = 0 \text{ A} \quad (8.90)$$

พิจารณาวงจรในรูปที่ 8.26 เนื่องจากตัวเก็บประจุไม่ถูกเชื่อมต่อกับแหล่งกำเนิดที่เวลา $t = 0^-$ s แรงดัน $v_C(0^-)$ มีค่าเท่ากับแรงดันตกคร่อม 40Ω จากหลักการวงจรแบ่งแรงดัน และเนื่องจากแรงดันของตัวเก็บประจุไม่สามารถเปลี่ยนแปลงค่าได้โดยฉับพลัน ดังนั้น

$$v_C(0) = v_C(0^-) = \frac{40 \Omega}{10 \Omega + 40 \Omega} \times 30 \text{ V} = 24 \text{ V} \quad (8.91)$$

ที่เวลา $t = 0$ s ทอพอโลยีของวงจรแสดงในรูปที่ 8.27 สมการตามกฎแรงดันของเคอร์ชอฟฟ์สำหรับวงจรนี้คือ

$$(40 \Omega + 60 \Omega)i_L(0) + v_C(0) + v_L(0) = 0 \quad (8.92)$$

รูปที่ 8.27 ทอพอโลยีของวงจรที่เวลา $t = 0$ s

จัดพจน์ของสมการที่ (8.92) ใหม่ จะได้

$$\begin{aligned} v_L(0) &= -100i_L(0) - v_C(0) \\ &= -100 \times 0 - 24 \\ &= -24 \text{ V} \end{aligned} \quad (8.93)$$

จากสมการที่ (8.25) อนุพันธ์ $\left. \frac{di_L(t)}{dt} \right|_{t=0}$ มีค่าเท่ากับ

$$\begin{aligned} \left. \frac{di_L(t)}{dt} \right|_{t=0} &= -\alpha A e^{-\alpha t} - B \left\{ \alpha t e^{-\alpha t} - e^{-\alpha t} \right\} \Big|_{t=0} \\ &= -\alpha A e^{-\alpha \times 0} - B \left\{ \alpha(0) e^{-\alpha \times 0} - e^{-\alpha \times 0} \right\} \\ &= -\alpha A + B \end{aligned} \quad (8.94)$$

แทนค่า $\left. \frac{di_L(t)}{dt} \right|_{t=0} = \frac{v_L(0)}{L}$ ในสมการที่ (8.30) จะได้

$$\begin{aligned} \left. \frac{di_L(t)}{dt} \right|_{t=0} &= \frac{v_L(0)}{L} \\ &= \frac{-24}{2.5} \\ &= -9.6 \text{ A/s} \end{aligned} \quad (8.95)$$

เนื่องจากสมการที่ (8.94) เท่ากับสมการที่ (8.95) ดังนั้น

$$\begin{aligned} -\alpha A + B &= -9.6 \\ B &= -9.6 + \alpha A \\ &= -9.6 + 20(0) \\ &= -9.6 \end{aligned} \tag{8.96}$$

แทนค่า $t = 0$ s และ $i(0)$ ในสมการที่ (8.89) จะได้

$$\begin{aligned} 0 &= (A + B \times 0)e^{-20 \times 0} \\ A &= 0 \end{aligned} \tag{8.97}$$

แทนค่า A และ B ในสมการที่ (8.60) จะได้นิพจน์ของกระแส $i(t)$ ที่เวลา $t > 0$ s ดังนี้

$$i_L(t) = -9.6te^{-20t} \text{ A} \quad \text{ตอบ}$$

จากสมการที่ (8.35) ผลเฉลยสำหรับแรงดันตกคร่อมตัวเก็บประจุคือ

$$v_C(t) = (A + Bt)e^{-20t} \text{ V} \tag{8.98}$$

แทนค่า $t = 0$ s และ $v_C(0) = 24$ V ลงในสมการที่ (8.98) จะได้

$$\begin{aligned} (A + B \times 0)e^{-20 \times 0} &= 24 \\ A &= 24 \end{aligned} \tag{8.99}$$

จากวงจรในรูปที่ 8.27 จะได้ว่า

$$i_C(0) = i_L(0) = 0 \text{ A} \tag{8.100}$$

จากสมการที่ (8.94) อนุพันธ์ $\left. \frac{dv_C(t)}{dt} \right|_{t=0}$ มีค่าเท่ากับ

$$\left. \frac{dv_C(t)}{dt} \right|_{t=0} = -\alpha A + B = -20A + B \tag{8.101}$$

แทนค่า $\left. \frac{dv_c(t)}{dt} \right|_{t=0} = \frac{i_c(0)}{C}$ ในสมการที่ (8.40) จะได้

$$\left. \frac{dv_c(t)}{dt} \right|_{t=0} = \frac{i_c(0)}{C} = \frac{0}{C} = 0 \text{ V/s} \quad (8.102)$$

เนื่องจากสมการที่ (8.101) เท่ากับสมการที่ (8.102) ดังนั้น

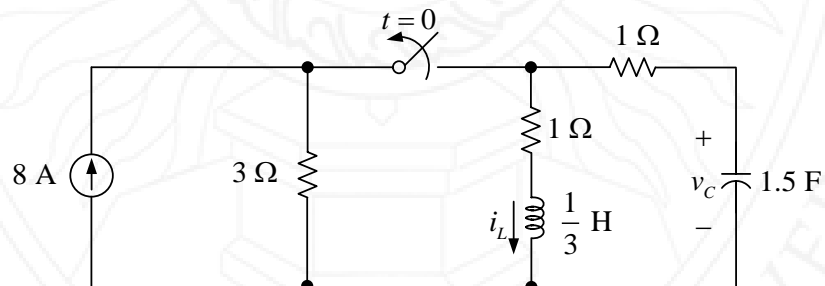
$$\begin{aligned} -20A + B &= 0 \\ B &= 0 + 20A \\ &= 20(24) \\ &= 480 \end{aligned} \quad (8.103)$$

แทนค่า A และ B ในสมการที่ (8.98) จะได้

$$v_c(t) = (24 + 480t)e^{-20t} \text{ V} \quad \text{ตอบ}$$

ตัวอย่างที่ 8.8

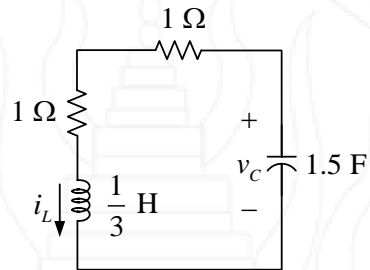
จากวงจรในรูปที่ 8.28 จงวิเคราะห์หา $v_c(t)$ และ $i_L(t)$ ที่เวลา $t > 0$ s



รูปที่ 8.28 วงจรสำหรับตัวอย่างที่ 8.8

วิธีทำ

ที่เวลา $t > 0$ s ทอพอโลยีของวงจรแสดงในรูปที่ 8.29



รูปที่ 8.29 ทอพอโลยีของวงจรที่เวลา $t > 0$ s

คำนวณหา α ด้วยสมการที่ (8.18) จะได้

$$\alpha = \frac{R}{2L} = \frac{1+1}{2 \times \frac{1}{3}} = 3 \quad (8.104)$$

คำนวณหา ω_0 ด้วยสมการที่ (8.19) จะได้

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{LC}} = \sqrt{\frac{1}{\frac{1}{3} \times 1.5}} = 1.414 \quad (8.105)$$

เมื่อพิจารณาผลลัพธ์จากสมการที่ (8.104) และสมการที่ (8.105) จะเห็นว่า $\alpha > \omega_0$ แสดงว่าวงจรอยู่ในสถานะหน่วงเกิน คำนวณหา λ_1 และ λ_2 จากสมการที่ (8.20) และสมการที่ (8.21) ตามลำดับจะได้

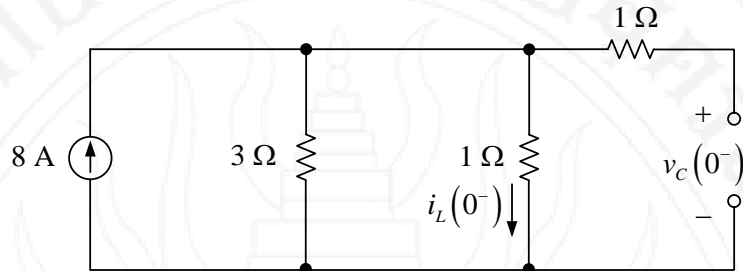
$$\lambda_1 = -\alpha + \sqrt{\alpha^2 - \omega_0^2} = -3 + \sqrt{3^2 - 1.414^2} = -0.3542 \quad (8.106)$$

$$\lambda_2 = -\alpha - \sqrt{\alpha^2 - \omega_0^2} = -3 - \sqrt{3^2 - 1.414^2} = -5.6458 \quad (8.107)$$

แทนค่า λ_1 และ λ_2 ในสมการผลเฉลยของกระแสในสมการที่ (8.22) จะได้

$$i_L(t) = Ae^{-0.3542t} + Be^{-5.6458t} \text{ A} \quad (8.108)$$

ที่เวลา $t = 0^-$ s เหนี่ยวนำอยู่ในสถานะลัดวงจร ตัวเก็บประจุอยู่ในสถานะเปิดวงจร ดังแสดงในรูปที่ 8.30



รูปที่ 8.30 ทอพอโลยีของวงจรที่เวลา $t = 0^-$ s

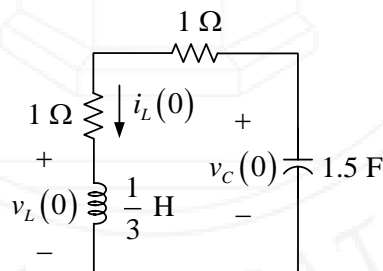
พิจารณาวงจรในรูปที่ 8.30 จากหลักการของวงจรแบ่งกระแส และเนื่องจากกระแสของตัวเหนี่ยวนำไม่สามารถเปลี่ยนแปลงค่าได้โดยฉับพลัน ดังนั้น

$$i_L(0) = i_L(0^-) = \frac{3 \Omega}{3 \Omega + 1 \Omega} \times 8 \text{ A} = 6 \text{ A} \quad (8.109)$$

พิจารณาวงจรในรูปที่ 8.15 เนื่องจากตัวเก็บประจุไม่ถูกเชื่อมต่อกับแหล่งกำเนิดที่เวลา $t = 0^-$ s แรงดัน $v_C(0^-)$ มีค่าเท่ากับแรงดันตกคร่อม 1Ω จากกฎของโอห์ม และเนื่องจากแรงดันของตัวเก็บประจุไม่สามารถเปลี่ยนแปลงค่าได้โดยฉับพลัน ดังนั้น

$$v_C(0) = v_C(0^-) = (1 \Omega)(6 \text{ A}) = 6 \text{ V} \quad (8.110)$$

ที่เวลา $t = 0$ s ทอพอโลยีของวงจรแสดงในรูปที่ 8.31



รูปที่ 8.31 ทอพอโลยีของวงจรที่เวลา $t = 0$ s

สมการตามกฎแรงดันของเคอร์ชอฟฟ์สำหรับวงจรในรูปที่ 8.31 คือ

$$(1\ \Omega + 1\ \Omega)i_L(0) + v_L(0) - v_C(0) = 0 \quad (8.111)$$

จัดพจน์ของสมการที่ (8.111) ใหม่ จะได้

$$v_L(0) = v_C(0) - 2i_L(0) = 6 - 2(6) = -6\ \text{V} \quad (8.112)$$

แทนค่า $t = 0\ \text{s}$ และ $i(0)$ ในสมการที่ (8.108) จะได้

$$\begin{aligned} Ae^{-0.3542 \times 0} + Be^{-5.6458 \times 0} &= 6 \\ A + B &= 6 \end{aligned} \quad (8.113)$$

จากสมการที่ (8.23) อนุพันธ์ $\left. \frac{di_L(t)}{dt} \right|_{t=0}$ มีค่าเท่ากับ

$$\left. \frac{di_L(t)}{dt} \right|_{t=0} = -0.3542Ae^{-0.3542 \times 0} - 5.6458Be^{-5.6458 \times 0} = -0.3542A - 5.6458B \quad (8.114)$$

แทนค่า $\left. \frac{di_L(t)}{dt} \right|_{t=0} = \frac{v_L(0)}{L}$ ในสมการที่ (8.30) จะได้

$$\left. \frac{di_L(t)}{dt} \right|_{t=0} = \frac{v_L(0)}{L} = \frac{-6}{\frac{1}{3}} = -18\ \text{A/s} \quad (8.115)$$

เนื่องจากสมการที่ (8.114) เท่ากับสมการที่ (8.115) ดังนั้น

$$-0.3542A - 5.6458B = -18 \quad (8.116)$$

เขียนสมการที่ (8.113) และสมการที่ (8.116) ให้อยู่ในรูปของเมทริกซ์ จะได้

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -0.3542 & -5.6458 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A \\ B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 \\ -18 \end{bmatrix} \quad (8.117)$$

จากหลักเกณฑ์ของคราเมอร์ จะได้

$$A = \frac{\begin{vmatrix} 6 & 1 \\ -18 & -5.6458 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ -0.3542 & -5.6458 \end{vmatrix}} = 3 \quad (8.118)$$

$$B = \frac{\begin{vmatrix} 1 & 6 \\ -0.3542 & -18 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ -0.3542 & -5.6458 \end{vmatrix}} = 3 \quad (8.119)$$

แทนค่า A และ B ในสมการที่ (8.108) จะได้

$$i_L(t) = 3e^{-0.3542t} + 3e^{-5.6458t} \text{ A} \quad \text{ตอบ}$$

จากสมการที่ (8.33) สมการผลเฉลยสำหรับแรงดันตกคร่อมตัวเก็บประจุคือ

$$v_C(t) = Ae^{-0.3542t} + Be^{-5.6458t} \text{ V} \quad (8.120)$$

แทนค่า $t = 0$ s และ $v_C(0)$ ในสมการที่ (8.120) จะได้

$$\begin{aligned} Ae^{-0.3542 \times 0} + Be^{-5.6458 \times 0} &= 6 \\ A + B &= 6 \end{aligned} \quad (8.121)$$

แทนค่า $t = 0$ s ในสมการที่ (8.34) จะได้

$$\left. \frac{dv_C(t)}{dt} \right|_{t=0} = -0.3542A - 5.6458B \quad (8.122)$$

เมื่อพิจารณาวงจรในรูปที่ 8.31 จะได้

$$i_C(0) = -i_L(0) = -6 \text{ A} \quad (8.123)$$

แทนค่า $\left. \frac{dv_c(t)}{dt} \right|_{t=0} = \frac{i_c(0)}{C}$ ในสมการที่ (8.40) จะได้

$$\left. \frac{dv_c(t)}{dt} \right|_{t=0} = \frac{i_c(0)}{C} = \frac{-6}{1.5} = -4 \quad (8.124)$$

เนื่องจากสมการที่ (8.122) เท่ากับสมการที่ (8.124) ดังนั้น

$$-0.3542A - 5.6458B = -4 \quad (8.125)$$

เขียนสมการที่ (8.121) และสมการที่ (8.125) ให้อยู่ในรูปของเมทริกซ์ จะได้

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -0.3542 & -5.6458 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A \\ B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 \\ -4 \end{bmatrix} \quad (8.126)$$

จากหลักเกณฑ์ของคราเมอร์ จะได้

$$A = \frac{\begin{vmatrix} 6 & 1 \\ -4 & -5.6458 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ -0.3542 & -5.6458 \end{vmatrix}} = 5.6457 \quad (8.127)$$

$$B = \frac{\begin{vmatrix} 1 & 6 \\ -0.3542 & -4 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ -0.3542 & -5.6458 \end{vmatrix}} = 0.3543 \quad (8.128)$$

แทนค่า A และ B ในสมการที่ (8.120) จะได้นิพจน์ของแรงดันตกคร่อมตัวเก็บประจุ $v_c(t)$ ที่เวลา $t > 0$ s ดังนี้

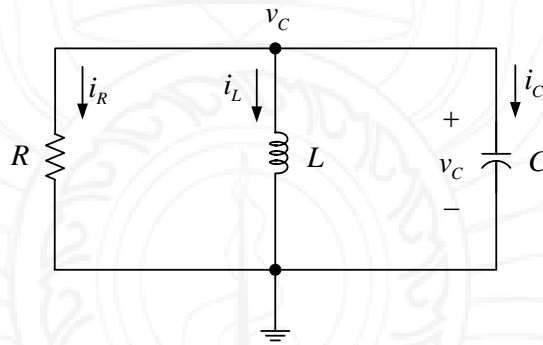
$$v_c(t) = 5.6457e^{-0.3542t} + 0.3543e^{-5.6458t} \text{ V}$$

ตอบ

8.4 วงจรขนานอาร์แอลซีไม่มีแหล่งกำเนิด

การวิเคราะห์วงจรอนุกรม RLC ไม่มีแหล่งกำเนิด นิยมวิเคราะห์หาค่ากระแสของตัวเหนี่ยวนำเสียก่อน แล้วค่อยวิเคราะห์หาพารามิเตอร์อื่น ๆ ที่ต้องการทราบในภายหลัง เพราะคุณสมบัติพิเศษของวงจรอนุกรมคือ กระแสที่ไหลผ่านองค์ประกอบทุกตัวมีค่าเท่ากัน ด้วยเหตุผลที่คล้ายคลึงกันสำหรับวงจรขนาน RLC ไม่มีแหล่งกำเนิด แรงดันตกคร่อมองค์ประกอบทั้งหมดมีค่าเท่ากัน ดังนั้นการวิเคราะห์หาแรงดันตกคร่อมตัวเก็บประจุก่อน แล้วนำค่าแรงดันนี้ไปคำนวณหาพารามิเตอร์อื่น ๆ ในภายหลัง น่าจะเป็นวิธีการที่เหมาะสมที่สุด และลดความยุ่งยากของการวิเคราะห์วงจรได้เป็นอย่างดี พิจารณาวงจรขนาน RLC ไม่มีแหล่งกำเนิดในรูปที่ 8.32 สมการตามกฎกระแสของเคอร์ชอฟฟ์ที่โหนด v คือ

$$-i_L - i_R - i_C = 0 \tag{8.129}$$



รูปที่ 8.32 วงจรขนาน RLC ไม่มีแหล่งกำเนิด

แทนค่า $i_R = \frac{v_C}{R}$ $i_C = C \frac{dv_C}{dt}$ และ $i_L = \frac{1}{L} \int v_C dt$ ในสมการที่ (8.129) จะได้

$$-\frac{1}{L} \int v_C dt - \frac{v_C}{R} - C \frac{dv_C}{dt} = 0 \tag{8.130}$$

กำจัดเครื่องหมาย \int โดยการหาอนุพันธ์สมการที่ (8.130) ทั้งสองข้าง จะได้

$$\begin{aligned} -\frac{1}{L} \frac{d}{dt} \int v_C dt - \frac{1}{R} \frac{dv_C}{dt} - C \frac{d^2 v_C}{dt^2} &= 0 \\ -\frac{v_C}{L} - \frac{1}{R} \frac{dv_C}{dt} - C \frac{d^2 v_C}{dt^2} &= 0 \\ \frac{d^2 v_C}{dt^2} + \frac{1}{RC} \frac{dv_C}{dt} + \frac{1}{LC} v_C &= 0 \end{aligned} \tag{8.131}$$

จากเนื้อหาในบทที่ 7 ผลเฉลยของกระแสสำหรับวงจร RC ไม่มีแหล่งกำเนิดอยู่ในรูปแบบของนิพจน์

$$v(t) = Ke^{\lambda t} \quad (8.132)$$

แทนค่าผลเฉลย $v(t)$ จากสมการที่ (8.132) ในสมการที่ (8.131) จะได้ผลลัพธ์คล้ายคลึงกับสมการที่ (8.13) ดังนี้

$$\lambda^2 + \frac{1}{RC}\lambda + \frac{1}{LC} = 0 \quad (8.133)$$

เมื่อเปรียบเทียบสมการ $y = ax^2 + bx + c$ กับสมการที่ (8.13) จะได้ว่า

$$\lambda_{1,2} = \frac{-\frac{1}{RC} \pm \sqrt{\left(\frac{1}{RC}\right)^2 - 4(1)\left(\frac{1}{LC}\right)}}{2(1)} = -\frac{1}{2RC} \pm \sqrt{\left(\frac{1}{2RL}\right)^2 - \frac{1}{LC}} \quad (8.134)$$

หรือ

$$\lambda_1 = -\frac{1}{2RC} + \sqrt{\left(\frac{1}{2RL}\right)^2 - \frac{1}{LC}} \quad (8.135)$$

$$\lambda_2 = -\frac{1}{2RC} - \sqrt{\left(\frac{1}{2RL}\right)^2 - \frac{1}{LC}} \quad (8.136)$$

เมื่อกำหนดให้

$$\alpha = \frac{1}{2RC} \quad (8.137)$$

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{LC}} \quad (8.138)$$

สมการที่ (8.135) และสมการที่ (8.136) จึงเปลี่ยนเป็นพจน์ใหม่ดังนี้

$$\lambda_1 = -\alpha + \sqrt{\alpha^2 - \omega_0^2} \quad (8.139)$$

$$\lambda_2 = -\alpha - \sqrt{\alpha^2 - \omega_0^2} \quad (8.140)$$

เนื่องจากค่าของ RLC มีความหลากหลายและแตกต่างกัน ผลเฉลยของกระแส v_C จึงสามารถเกิดสถานะของรูปสัญญาณได้ 3 กรณี ดังต่อไปนี้

กรณีที่ 1 ค่า λ_1 และ λ_2 เป็นจำนวนจริงที่ไม่เท่ากัน แสดงว่า $\alpha > \omega_0$ กระแสของวงจรอยู่ในสถานะหน่วงเกิน ผลเฉลยของกระแสคือ

$$v_C(t) = Ae^{\lambda_1 t} + Be^{\lambda_2 t} \quad (8.141)$$

อนุพันธ์ของสมการที่ (8.141) คือ

$$\frac{dv_C}{dt} = \frac{d}{dt}(Ae^{\lambda_1 t} + Be^{\lambda_2 t}) = A\frac{d}{dt}e^{\lambda_1 t} + B\frac{d}{dt}e^{\lambda_2 t} = A\lambda_1 e^{\lambda_1 t} + B\lambda_2 e^{\lambda_2 t} \quad (8.142)$$

กรณีที่ 2 ค่า λ_1 และ λ_2 เป็นจำนวนจริงเท่ากัน ($\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda$) แสดงว่า $\alpha = \omega_0$ กระแสของวงจรอยู่ในสถานะหน่วงวิกฤต ผลเฉลยของกระแสคือ

$$v_C(t) = (A + Bt)e^{-\alpha t} \quad (8.143)$$

อนุพันธ์ของสมการที่ (8.24) คือ

$$\begin{aligned} \frac{dv_C}{dt} &= \frac{d}{dt}\{(A + Bt)e^{-\alpha t}\} \\ &= A\frac{d}{dt}e^{-\alpha t} + B\frac{d}{dt}te^{-\alpha t} \\ &= -\alpha Ae^{-\alpha t} + B\left\{t\frac{d}{dt}e^{-\alpha t} + e^{-\alpha t}\frac{dt}{dt}\right\} \\ &= -\alpha Ae^{-\alpha t} + B\{-t\alpha e^{-\alpha t} + e^{-\alpha t}\} \\ &= -\alpha Ae^{-\alpha t} - B\{\alpha te^{-\alpha t} - e^{-\alpha t}\} \end{aligned} \quad (8.144)$$

กรณีที่ 3 ค่า λ_1 และ λ_2 เป็นจำนวนเชิงซ้อนสังยุค ($\lambda_{1,2} = -\alpha \pm j\omega_d$) แสดงว่า $\alpha < \omega_0$ กระแสของวงจรอยู่ในสถานะหน่วงขาด ผลเฉลยของกระแสคือ

$$v_C(t) = e^{-\alpha t}\{A\cos(\omega_d t) + B\sin(\omega_d t)\} \quad (8.145)$$

เมื่อ

$$\omega_d = \sqrt{\omega_0^2 - \alpha^2} \quad (8.146)$$

อนุพันธ์ของสมการที่ (8.26) คือ

$$\begin{aligned}
 \frac{d}{dt} v_C &= \frac{d}{dt} \left[e^{-\alpha t} \{ A \cos(\omega_d t) + B \sin(\omega_d t) \} \right] \\
 &= A \frac{d}{dt} e^{-\alpha t} \cos(\omega_d t) + B \frac{d}{dt} e^{-\alpha t} \sin(\omega_d t) \\
 &= A \left\{ e^{-\alpha t} \frac{d}{dt} \cos(\omega_d t) + \cos(\omega_d t) \frac{d}{dt} e^{-\alpha t} \right\} \\
 &\quad + B \left\{ e^{-\alpha t} \frac{d}{dt} \sin(\omega_d t) + \sin(\omega_d t) \frac{d}{dt} e^{-\alpha t} \right\} \\
 &= A \left\{ e^{-\alpha t} \{ -\sin(\omega_d t) \} (\omega_d) + \cos(\omega_d t) (-\alpha) e^{-\alpha t} \right\} \\
 &\quad + B \left\{ e^{-\alpha t} \{ \cos(\omega_d t) \} (\omega_d) + \sin(\omega_d t) (-\alpha) e^{-\alpha t} \right\} \\
 &= A e^{-\alpha t} \{ -\omega_d \sin(\omega_d t) - \alpha \cos(\omega_d t) \} + B e^{-\alpha t} \{ \omega_d \cos(\omega_d t) - \alpha \sin(\omega_d t) \} \quad (8.147)
 \end{aligned}$$

การวิเคราะห์วงจรขนาน RLC ไม่มีแหล่งกำเนิด มีขั้นตอนดังต่อไปนี้

1) คำนวณหา α ด้วยสมการที่ (8.137) และคำนวณหา ω_0 ด้วยสมการที่ (8.138) โดยใช้ทอพอโลยีของวงจรที่เวลา $t > 0$ s

2) เปรียบเทียบค่า α และ ω_0

2.1) หาก $\alpha > \omega_0$ แสดงว่าวงจรอยู่ในสถานะหน่วงเกิน คำนวณหา λ_1 ด้วยสมการที่ (8.139) และคำนวณ λ_2 ด้วยสมการที่ (8.140) พร้อมทั้งแทนค่าในสมการที่ (8.141)

2.2) หาก $\alpha = \omega_0$ แสดงว่าวงจรอยู่ในสถานะหน่วงวิกฤต แทนค่า α ในผลเฉลยของกระแสในสมการที่ (8.143)

2.3) หาก $\alpha < \omega_0$ แสดงว่าวงจรอยู่ในสถานะหน่วงขาด คำนวณหา ω_d ด้วยสมการที่ (8.146) แทนค่า α และ ω_d ในผลเฉลยของกระแสในสมการที่ (8.145)

3) วิเคราะห์วงจรหาค่า $v_C(0)$ และ $i_L(0)$ จากทอพอโลยีของวงจรที่เวลา $t < 0$ s และวิเคราะห์วงจรหาค่า $\left. \frac{dv_C(t)}{dt} \right|_{t=0}$ จากทอพอโลยีของวงจรที่เวลา $t = 0$ s เพื่อคำนวณหาค่าคงตัว A และ B จากสมการต่อไปนี้

$$v_C(t) \Big|_{t=0} = v_C(0) \quad \text{V} \quad (8.148)$$

$$\left. \frac{dv_C(t)}{dt} \right|_{t=0} = \frac{i_C(0)}{C} \quad \text{V/s} \quad (8.149)$$

สมการที่ (8.131) เป็นสมการเชิงอนุพันธ์อันดับสองที่กำหนดให้ แรงดันตกคร่อมตัวเก็บประจุ v_C คือผลตอบสนองของวงจรที่ต้องการทราบค่า ในกรณีที่ต้องการทราบกระแสไหลผ่านตัวเหนี่ยวนำ i_L สมการตามกฎกระแสของเคอร์ชอฟฟ์สำหรับวงจรในรูปที่ 8.32 คือ

$$\begin{aligned} -i_R - i_L - i_C &= 0 \\ -\frac{v_R}{R} - i_L - C \frac{dv_C}{dt} &= 0 \end{aligned} \quad (8.150)$$

เนื่องจาก $v_R = v_L = v_C = L \frac{di_L}{dt}$ แทนค่าในสมการที่ (8.150) จะได้

$$\begin{aligned} -\frac{L \frac{di_L}{dt}}{R} - i_L - C \frac{d\left(L \frac{di_L}{dt}\right)}{dt} &= 0 \\ -\frac{L}{R} \frac{di_L}{dt} - i_L - LC \frac{d^2 i_L}{dt^2} &= 0 \\ \frac{d^2 i_L}{dt^2} + \frac{1}{RC} \frac{di_L}{dt} + \frac{1}{LC} i_L &= 0 \end{aligned} \quad (8.151)$$

เมื่อพิจารณาสมการที่ (8.151) จะพบว่า มีความคล้ายคลึงกับสมการที่ (8.131) แตกต่างกันเพียงพจน์ v_C และ i_L ดังนั้น วิธีการวิเคราะห์ห้วงจรและการหาผลเฉลยสำหรับ i_L สามารถประยุกต์ใช้ขั้นตอนและสมการเดียวกันกับกรณีของ v_C แต่พจน์ในสมการต้องเปลี่ยนจาก v_C เป็น i_L ดังนี้

กรณีที่ 1 $\alpha > \omega_0$ ผลเฉลยของกระแสตัวเหนี่ยวนำในสถานะหน่วงเกินคือ

$$i_L(t) = Ae^{\lambda_1 t} + Be^{\lambda_2 t} \quad (8.152)$$

อนุพันธ์ของกระแสคือ

$$\frac{di_L}{dt} = A\lambda_1 e^{\lambda_1 t} + B\lambda_2 e^{\lambda_2 t} \quad (8.153)$$

กรณีที่ 2 $\alpha = \omega_0$ ผลเฉลยของกระแสตัวเหนี่ยวนำในสถานะหน่วงวิกฤตคือ

$$i_L(t) = (A + Bt)e^{-\alpha t} \quad (8.154)$$

อนุพันธ์ของกระแสคือ

$$\frac{di_L}{dt} = -\alpha A e^{-\alpha t} - B \{ \alpha t e^{-\alpha t} - e^{-\alpha t} \} \quad (8.155)$$

กรณีที่ 3 $\alpha < \omega_0$ ผลเฉลยของกระแสตัวเหนี่ยวนำในสถานะหน่วงขาดคือ

$$i_L(t) = e^{-\alpha t} \{A \cos(\omega_d t) + B \sin(\omega_d t)\} \quad (8.156)$$

อนุพันธ์ของกระแสคือ

$$\frac{di_L}{dt} = Ae^{-\alpha t} \{-\omega_d \sin(\omega_d t) - \alpha \cos(\omega_d t)\} + Be^{-\alpha t} \{\omega_d \cos(\omega_d t) - \alpha \sin(\omega_d t)\} \quad (8.157)$$

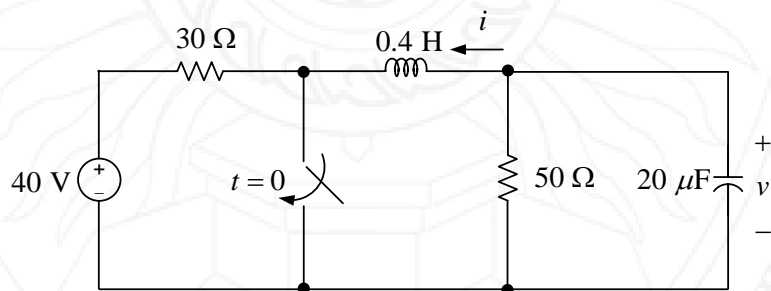
สมการที่ใช้คำนวณหาค่าคงตัว A และ B คือ

$$i_L(t)|_{t=0} = i_L(0) \quad (8.158)$$

$$\left. \frac{di_L(t)}{dt} \right|_{t=0} = \frac{v_L(0)}{L} \quad (8.159)$$

ตัวอย่างที่ 8.9

จากวงจรในรูปที่ 8.33 จงวิเคราะห์หา $v(t)$ และ $i(t)$ ที่เวลา $t > 0$ s

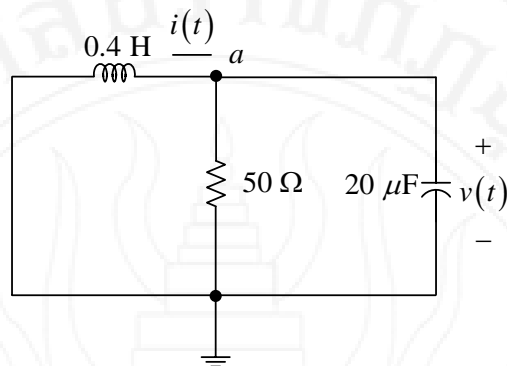


รูปที่ 8.33 วงจรสำหรับตัวอย่างที่ 8.9 (Alexander & Sadiku, 2009)

วิธีทำ

ที่เวลา $t > 0$ s ทอพอโลยีของวงจรแสดงในรูปที่ 8.34 คำนวณหา α ด้วยสมการที่ (8.137) จะได้

$$\alpha = \frac{1}{2RC} = \frac{1}{2(50)(20 \times 10^{-6})} = 500 \quad (8.160)$$



รูปที่ 8.34 ทอพอโลยีของวงจรที่เวลา $t > 0$ s

คำนวณหา ω_0 ด้วยสมการที่ (8.138) จะได้

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{LC}} = \sqrt{\frac{1}{0.4 \times 20 \times 10^{-6}}} = 353.55 \quad (8.161)$$

เมื่อพิจารณาผลลัพธ์จากสมการที่ (8.104) และสมการที่ (8.105) จะเห็นว่า $\alpha > \omega_0$ แสดงว่าวงจรอยู่ในสถานะหน่วงเกิน คำนวณหา λ_1 และ λ_2 จากสมการที่ (8.139) และสมการที่ (8.140) ตามลำดับ จะได้

$$\lambda_1 = -500 + \sqrt{500^2 - 353.55^2} = -146.44 \quad (8.162)$$

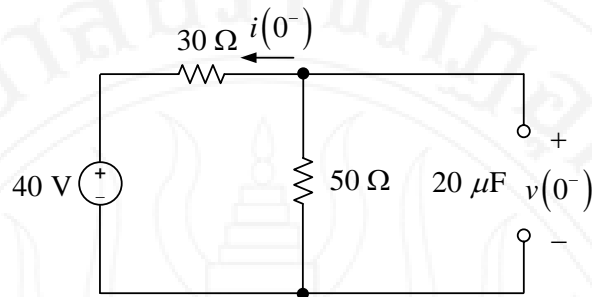
$$\lambda_2 = -500 - \sqrt{500^2 - 353.55^2} = -853.56 \quad (8.163)$$

แทนค่า λ_1 และ λ_2 ในสมการผลเฉลยของกระแสในสมการที่ (8.141) จะได้

$$v(t) = Ae^{-146.44t} + Be^{-853.56t} \text{ A} \quad (8.164)$$

ที่เวลา $t = 0^-$ s เหนี่ยวนำอยู่ในสถานะลัดวงจร และตัวเก็บประจุอยู่ในสถานะเปิดวงจร ดังแสดงในรูปที่ 8.35 พิจารณาวงจรในรูปที่ 8.35 จากกฎของโอห์ม และเนื่องจากกระแสของตัวเหนี่ยวนำไม่สามารถเปลี่ยนแปลงค่าได้โดยฉับพลัน ดังนั้น

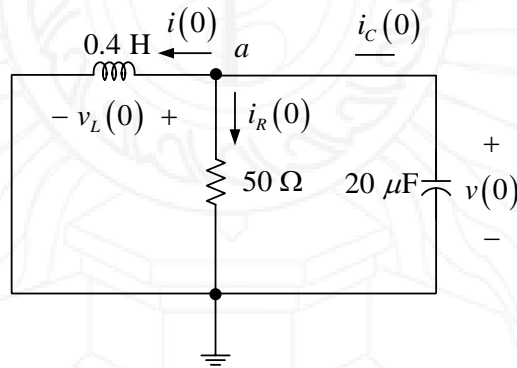
$$i(0) = i(0^-) = \frac{-40 \text{ V}}{30 \Omega + 50 \Omega} = -\frac{1}{2} \text{ A} \quad (8.165)$$

รูปที่ 8.35 ทอพอโลยีของวงจรที่เวลา $t = 0^-$ s

พิจารณาวงจรในรูปที่ 8.35 แรงดัน $v(0^-)$ มีค่าเท่ากับแรงดันตกคร่อม 50Ω จากกฎของโอห์ม และเนื่องจากแรงดันของตัวเก็บประจุไม่สามารถเปลี่ยนแปลงค่าได้โดยฉับพลัน ดังนั้น

$$v(0) = v(0^-) = (50 \Omega) \left(\frac{1}{2} \text{ A} \right) = 25 \text{ V} \quad (8.166)$$

ที่เวลา $t = 0$ s ทอพอโลยีของวงจรแสดงในรูปที่ 8.36

รูปที่ 8.36 ทอพอโลยีของวงจรที่เวลา $t = 0$ s

สมการตามกฎแรงดันของเคอร์ชอฟฟ์สำหรับวงจรในรูปที่ 8.36 คือ

$$\begin{aligned} -i(0) - i_R(0) - i_C(0) &= 0 \\ i_C(0) &= -i(0) - i_R(0) \end{aligned} \quad (8.167)$$

แทนค่า $i(0)$ และ $i_R(0) = \frac{v(0)}{R}$ ในสมการที่ (8.167) จะได้

$$i_c(0) = -\left(-\frac{1}{2}\right) - \frac{25 \text{ V}}{50 \Omega} = 0 \text{ A} \quad (8.168)$$

แทนค่า $\left. \frac{dv(t)}{dt} \right|_{t=0}$ ในสมการที่ (8.142) จะได้

$$\begin{aligned} \left. \frac{dv(t)}{dt} \right|_{t=0} &= A(-146.44)e^{-146.44 \times 0} + B(-853.56)e^{-853.56 \times 0} = 0 \\ &= -146.44A - 853.56B \end{aligned} \quad (8.169)$$

จากสมการที่ (8.149) อนุพันธ์ $\frac{dv(0)}{dt} = \frac{i_c(0)}{C}$ มีค่าเท่ากับ

$$\frac{dv(0)}{dt} = \frac{i_c(0)}{C} = \frac{0}{20 \times 10^{-6}} = 0 \text{ V/s} \quad (8.170)$$

เนื่องจากสมการที่ (8.169) เท่ากับสมการที่ (8.170) ดังนั้น

$$-146.44A - 853.56B = 0 \quad (8.171)$$

แทนค่า $t = 0 \text{ s}$ และ $v(0)$ ในสมการที่ (8.164) จะได้

$$\begin{aligned} Ae^{-146.44 \times 0} + Be^{-853.56 \times 0} &= 25 \\ A + B &= 25 \end{aligned} \quad (8.172)$$

เขียนสมการที่ (8.171) และสมการที่ (8.172) ให้อยู่ในรูปของเมทริกซ์ จะได้

$$\begin{bmatrix} -146.44 & -853.56 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A \\ B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 25 \end{bmatrix} \quad (8.173)$$

จากหลักเกณฑ์ของคราเมอร์ จะได้

$$A = \frac{\begin{vmatrix} 25 & 1 \\ 0 & -853.56 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ -146.44 & -853.56 \end{vmatrix}} = 30.18 \quad (8.174)$$

$$B = \frac{\begin{vmatrix} 1 & 25 \\ -146.44 & 0 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ -146.44 & -853.56 \end{vmatrix}} = -5.18 \quad (8.175)$$

แทนค่า A และ B ในสมการที่ (8.164) จะได้

$$v(t) = 30.18e^{-146.44t} - 5.18e^{-853.56t} \text{ V} \quad \text{ตอบ}$$

จากสมการที่ (8.152) ผลเฉลยของ $i(t)$ คือ

$$i(t) = Ae^{-146.44t} + Be^{-853.56t} \text{ A} \quad (8.176)$$

จากวงจรในรูปที่ 8.36 แรงดันตกคร่อมตัวเหนี่ยวนำมีค่าเท่ากับ

$$v_L(0) = v(0) = 25 \text{ V} \quad (8.177)$$

จากสมการที่ (8.153) พจน์ $\left. \frac{di(t)}{dt} \right|_{t=0}$ มีค่าเท่ากับ

$$\begin{aligned} \left. \frac{di(t)}{dt} \right|_{t=0} &= A(-146.44)e^{-146.44 \times 0} + B(-853.56)e^{-853.56 \times 0} \\ &= -146.44A - 853.56B \end{aligned} \quad (8.178)$$

จากสมการที่ (8.159) พจน์ $\left. \frac{di(t)}{dt} \right|_{t=0} = \frac{i(0)}{L}$ มีค่าเท่ากับ

$$\left. \frac{di(t)}{dt} \right|_{t=0} = \frac{i(0)}{L} = \frac{-\frac{1}{2}}{0.4} = -1.25 \text{ A/s} \quad (8.179)$$

เนื่องจากสมการที่ (8.178) เท่ากับสมการที่ (8.179) ดังนั้น

$$-146.44A - 853.56B = -1.25 \quad (8.180)$$

แทนค่า $t = 0 \text{ s}$ และ $i(0)$ ในสมการที่ (8.176) จะได้

$$\begin{aligned} Ae^{-146.44 \times 0} + Be^{-853.56 \times 0} &= -\frac{1}{2} \\ Ae^0 + Be^0 &= -\frac{1}{2} \\ A(1) + B(1) &= -\frac{1}{2} \\ A + B &= -\frac{1}{2} \end{aligned} \quad (8.181)$$

เขียนสมการที่ (8.180) และสมการที่ (8.181) ให้อยู่ในรูปของเมทริกซ์ จะได้

$$\begin{bmatrix} -146.44 & -853.56 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A \\ B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1.25 \\ -\frac{1}{2} \end{bmatrix} \quad (8.182)$$

จากหลักเกณฑ์ของคราเมอร์ จะได้

$$A = \frac{\begin{vmatrix} -1.25 & -853.56 \\ -\frac{1}{2} & 1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} -146.44 & -853.56 \\ 1 & 1 \end{vmatrix}} = -0.6053 \quad (8.183)$$

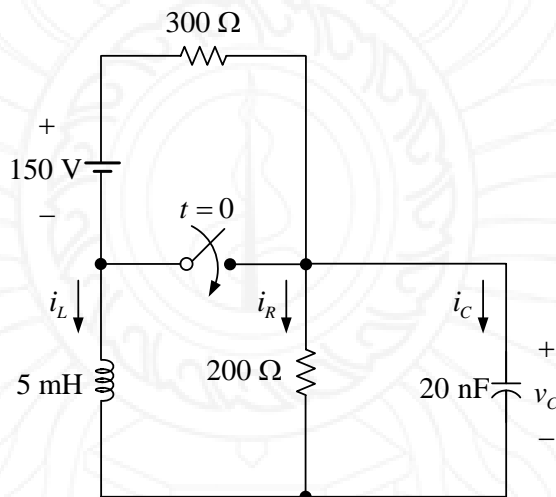
$$B = \frac{\begin{vmatrix} -146.44 & -1.25 \\ 1 & -\frac{1}{2} \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} -146.44 & -853.56 \\ 1 & 1 \end{vmatrix}} = 0.1053 \quad (8.184)$$

แทนค่า A และ B ในสมการที่ (8.176) จะได้

$$i(t) = -0.6053e^{-146.44t} + 0.1053e^{-853.56t} \text{ A} \quad \text{ตอบ}$$

ตัวอย่างที่ 8.10

จากวงจรในรูปที่ 8.33 จงวิเคราะห์หา $v_C(t)$ ที่เวลา $t > 0$ s

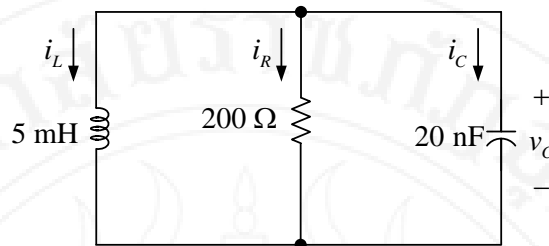


รูปที่ 8.37 วงจรสำหรับตัวอย่างที่ 8.9 (Hayt et al., 2007)

วิธีทำ

ที่เวลา $t > 0$ s ทอพอโลยีของวงจรแสดงในรูปที่ 8.38 คำนวณหา α ด้วยสมการที่ (8.137) จะได้

$$\alpha = \frac{1}{2RC} = \frac{1}{2(200)(20 \times 10^{-9})} = 125,000 \quad (8.185)$$

รูปที่ 8.38 ทอพอโลยีของวงจรที่เวลา $t > 0$ s

คำนวณหา ω_0 ด้วยสมการที่ (8.138) จะได้

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{LC}} = \sqrt{\frac{1}{5 \times 10^{-3} \times 200}} = 100,000 \quad (8.186)$$

เมื่อพิจารณาผลลัพธ์จากสมการที่ (8.185) และสมการที่ (8.186) จะเห็นว่า $\alpha > \omega_0$ แสดงว่าวงจรอยู่ในสถานะหน่วงเกิน คำนวณหา λ_1 และ λ_2 จากสมการที่ (8.139) และสมการที่ (8.140) ตามลำดับ จะได้

$$\lambda_1 = -12,500 + \sqrt{125,000^2 - 100,000^2} = -50,000 \quad (8.187)$$

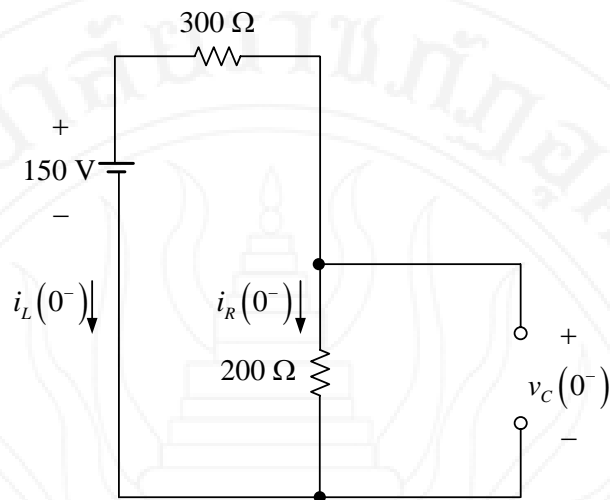
$$\lambda_2 = -12,500 - \sqrt{125,000^2 - 100,000^2} = -200,000 \quad (8.188)$$

แทนค่า λ_1 และ λ_2 ในสมการผลเฉลยของกระแสในสมการที่ (8.141) จะได้

$$v_C(t) = Ae^{-50,000t} + Be^{-200,000t} \text{ A} \quad (8.189)$$

ที่เวลา $t = 0^-$ s เหนี่ยวนำอยู่ในสถานะลัดวงจร และตัวเก็บประจุอยู่ในสถานะเปิดวงจร ดังแสดงในรูปที่ 8.39 จากกฎของโอห์ม และเนื่องจากกระแสของตัวเหนี่ยวนำไม่สามารถเปลี่ยนแปลงค่าได้โดยฉับพลัน ดังนั้น

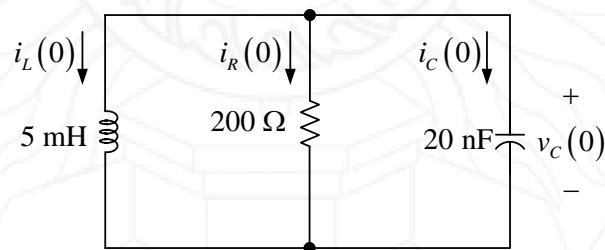
$$i_L(0) = i_L(0^-) = \frac{-150 \text{ V}}{300 \Omega + 200 \Omega} = -300 \text{ mA} \quad (8.190)$$

รูปที่ 8.39 ทอพอโลยีของวงจรที่เวลา $t = 0^-$ s

พิจารณาวงจรในรูปที่ 8.39 แรงดัน $v_C(0^-)$ มีค่าเท่ากับแรงดันตกคร่อม 200Ω จากกฎของโอห์ม และเนื่องจากแรงดันของตัวเก็บประจุไม่สามารถเปลี่ยนแปลงค่าได้โดยฉับพลัน ดังนั้น

$$v_C(0) = v_C(0^-) = (200 \Omega)(300 \times 10^{-3} \text{ A}) = 60 \text{ V} \quad (8.191)$$

ที่เวลา $t = 0$ s ทอพอโลยีของวงจรแสดงในรูปที่ 8.40

รูปที่ 8.40 ทอพอโลยีของวงจรที่เวลา $t = 0$ s

สมการตามกฎแรงดันของเคอร์ชอฟฟ์สำหรับวงจรในรูปที่ 8.36 คือ

$$\begin{aligned} -i(0) - i_R(0) - i_C(0) &= 0 \\ i_C(0) &= -i(0) - i_R(0) \end{aligned} \quad (8.192)$$

แทนค่า $i(0)$ และ $i_R(0) = \frac{v(0)}{R}$ ในสมการที่ (8.167) จะได้

$$i_c(0) = -(-300 \times 10^{-3}) - \frac{60 \text{ V}}{200 \Omega} = 0 \text{ A} \quad (8.193)$$

จากสมการที่ (8.142) จะได้นิพจน์ $\left. \frac{dv(t)}{dt} \right|_{t=0}$ มีค่าเท่ากับ

$$\begin{aligned} \left. \frac{dv(t)}{dt} \right|_{t=0} &= A(-50,000)e^{-50,000 \times 0} + B(-200,000)e^{-200,000 \times 0} \\ &= -50,000A - 200,000B \end{aligned} \quad (8.194)$$

จากสมการที่ (8.149) นิพจน์ $\frac{dv(0)}{dt} = \frac{i_c(0)}{C}$ มีค่าเท่ากับ

$$\frac{dv(0)}{dt} = \frac{i_c(0)}{C} = \frac{0}{20 \times 10^{-9}} = 0 \text{ V/s} \quad (8.195)$$

เนื่องจากสมการที่ (8.194) เท่ากับสมการที่ (8.195) ดังนั้น

$$-50,000A - 200,000B = 0 \quad (8.196)$$

แทนค่า $t = 0 \text{ s}$ และ $v(0)$ ในสมการที่ (8.189) จะได้

$$\begin{aligned} Ae^{-50,000 \times 0} + Be^{-200,000 \times 0} &= 60 \\ Ae^0 + Be^0 &= 60 \\ A(1) + B(1) &= 60 \\ A + B &= 60 \end{aligned} \quad (8.197)$$

เขียนสมการที่ (8.196) และสมการที่ (8.197) ให้อยู่ในรูปของเมทริกซ์ จะได้

$$\begin{bmatrix} -50,000 & -200,000 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A \\ B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 60 \end{bmatrix} \quad (8.198)$$

จากหลักเกณฑ์ของคราเมอร์ จะได้

$$A = \frac{\begin{vmatrix} 0 & -200,000 \\ 60 & 1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} -50,000 & -200,000 \\ 1 & 1 \end{vmatrix}} = 80 \quad (8.199)$$

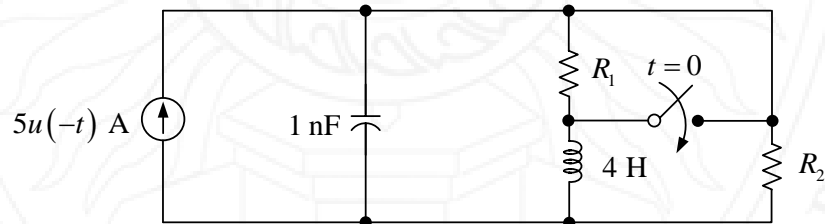
$$B = \frac{\begin{vmatrix} -50,000 & 0 \\ 1 & 60 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} -50,000 & -200,000 \\ 1 & 1 \end{vmatrix}} = -20 \quad (8.200)$$

แทนค่า A และ B ในสมการที่ (8.189) จะได้

$$v_C(t) = 80e^{-50,000t} - 20e^{-200,000t} \text{ V} \quad \text{ตอบ}$$

ตัวอย่างที่ 8.11

จากวงจรในรูปที่ 8.41 จงวิเคราะห์หาค่า R_1 ที่ส่งผลให้วงจรอยู่ในภาวะหน่วงวิกฤต และ R_2 ที่ส่งผลให้ $v(0) = 2 \text{ V}$



รูปที่ 8.41 วงจรสำหรับตัวอย่างที่ 8.11 (Hayt et al., 2007)

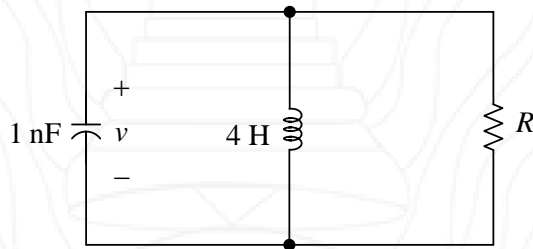
วิธีทำ

จากคุณสมบัติของฟังก์ชันเอกฐาน $u(-t)$ แสดงว่าแหล่งกำเนิดเชื่อมต่อกับวงจรที่เวลา $t < 0 \text{ s}$ ที่เวลา $t > 0 \text{ s}$ สวิตช์เปลี่ยนสถานะเป็น “ปิด” ส่งผลให้ตัวต้านทาน R_2 ถูกลัดวงจร ทอพอโลยีของวงจรจึงมีลักษณะดังแสดงในรูปที่ 8.38 คำนวณหา α ด้วยสมการที่ (8.137) จะได้

$$\alpha = \frac{1}{2RC} = \frac{1}{2R_1(1 \times 10^{-9})} = \frac{5 \times 10^8}{R_1} \quad (8.201)$$

คำนวณหา ω_0 ด้วยสมการที่ (8.138) จะได้

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{LC}} = \sqrt{\frac{1}{4 \times 1 \times 10^{-9}}} = 15,811 \quad (8.202)$$



รูปที่ 8.42 ทอพอโลยีของวงจรที่เวลา $t > 0$ s

เงื่อนไขภาวะหน่วงวิกฤตของวงจรคือ $\alpha = \omega_0$ จากสมการที่ (8.201) และ (8.202) จะได้

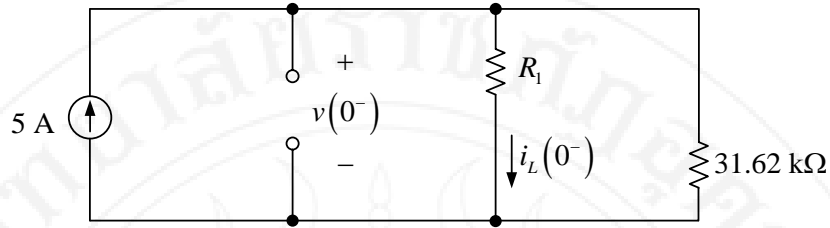
$$\begin{aligned} \frac{5 \times 10^8}{R_1} &= 15,811 \\ R_1 &= \frac{5 \times 10^8}{15,811} \\ &= 31.62 \text{ k}\Omega \end{aligned} \quad (8.203)$$

ดังนั้น R_1 ที่ส่งผลให้วงจรอยู่ในภาวะหน่วงวิกฤตคือ 31.62 k Ω

ตอบ

เนื่องจากแรงดันตัวเก็บประจุไม่สามารถเปลี่ยนค่าได้โดยฉับพลัน ดังนั้น $v(0) = v(0^-) = 2$ V ที่เวลา $t = 0^-$ s ตัวเก็บประจุอยู่ในสถานะเปิดวงจร และตัวเหนี่ยวนำอยู่ในสถานะลัดวงจร ทอพอโลยีของวงจรจึงมีลักษณะดังแสดงในรูปที่ 8.43 จากหลักการของวงจรแบ่งกระแส กระแสไหลผ่านตัวต้านทาน R_1 คือ

$$i_{R1} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} i_s = \frac{31.62 \times 10^3}{R_1 + 31.62 \times 10^3} \times 5 = \frac{1.5811 \times 10^5}{R_1 + 31.62 \times 10^3} \quad (8.204)$$

รูปที่ 8.43 ทอพอโลยีของวงจรที่เวลา $t = 0^-$ s

แรงดัน $v(0^-)$ มีค่าเท่ากับแรงดันตกคร่อม R_1 ดังนั้น จากกฎของโอห์มจะได้ว่า

$$v(0^-) = R_1 i_{R1} = \frac{1.5811 \times 10^5 R_1}{R_1 + 31.62 \times 10^3} = 2 \text{ V} \quad (8.205)$$

จัดพจน์สมการที่ (8.205) ใหม่ จะได้

$$2(R_1 + 31.62 \times 10^3) = 1.5811 \times 10^5 R_1$$

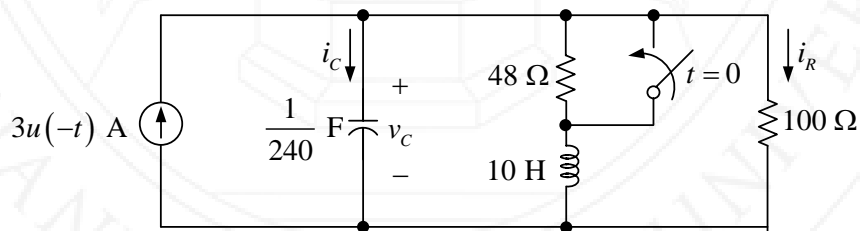
$$2R_1 + 63.24 \times 10^3 = 1.5811 \times 10^5 R_1$$

$$R_1 = \frac{63.24 \times 10^3}{1.5811 \times 10^5 - 2} = 400 \text{ m}\Omega$$

ตอบ

ตัวอย่างที่ 8.12

จากวงจรในรูปที่ 8.44 จงวิเคราะห์หา $i_L(t)$ ที่เวลา $t > 0$ s

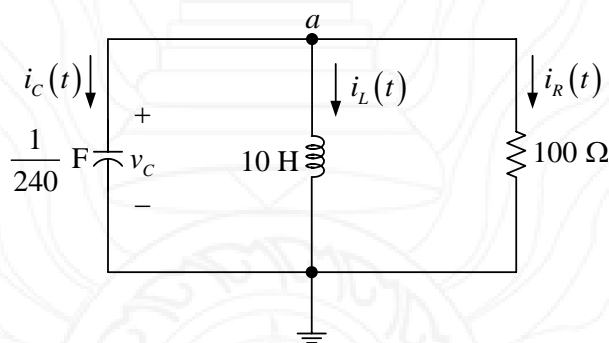


รูปที่ 8.44 วงจรสำหรับตัวอย่างที่ 8.12 (Hayt et al., 2007)

วิธีทำ

ที่เวลา $t > 0$ s ทอพอโลยีของวงจรแสดงในรูปที่ 8.45 คำนวณหา α ด้วยสมการที่ (8.137) จะได้

$$\alpha = \frac{1}{2RC} = \frac{1}{2(100)\left(\frac{1}{240}\right)} = 1.2 \quad (8.206)$$



รูปที่ 8.45 ทอพอโลยีของวงจรที่เวลา $t > 0$ s

คำนวณหา ω_0 ด้วยสมการที่ (8.138) จะได้

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{LC}} = \sqrt{\frac{1}{10 \times \frac{1}{240}}} = 4.90 \quad (8.207)$$

เมื่อพิจารณาผลลัพธ์จากสมการที่ (8.206) และสมการที่ (8.207) จะเห็นว่า $\alpha < \omega_0$ แสดงว่าวงจรอยู่ในสถานะหน่วงขาด คำนวณหา ω_d และ λ_2 จากสมการที่ (8.146) จะได้

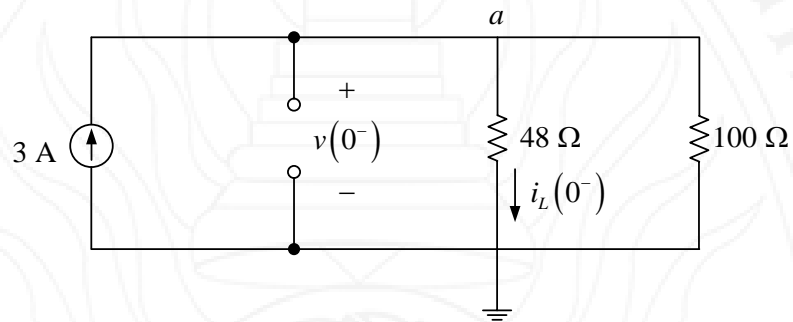
$$\omega_d = \sqrt{\omega_0^2 - \alpha^2} = \sqrt{4.9^2 - 1.2^2} = 4.75 \quad (8.208)$$

แทนค่า α และ ω_d ในสมการที่ (8.156) จะได้

$$i_L(t) = e^{-1.2t} \{A \cos(4.75t) + B \sin(4.75t)\} \quad (8.209)$$

ที่เวลา $t = 0^-$ s เหนี่ยวนำอยู่ในสถานะลัดวงจร และตัวเก็บประจุอยู่ในสถานะเปิดวงจร ดังแสดงในรูปที่ 8.46 จากหลักการวงจรแบ่งกระแส และเนื่องจากกระแสของตัวเหนี่ยวนำไม่สามารถเปลี่ยนแปลงค่าได้โดยฉับพลัน ดังนั้น

$$i_L(0) = i_L(0^-) = \frac{100 \Omega}{48 \Omega + 100 \Omega} \times 3 \text{ A} = 2.027 \text{ A} \quad (8.210)$$

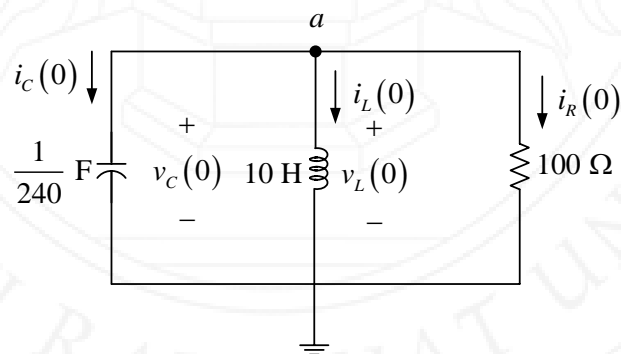


รูปที่ 8.46 ทอพอโลยีของวงจรที่เวลา $t = 0^-$ s

พิจารณาวงจรในรูปที่ 8.46 แรงดัน $v_C(0^-)$ มีค่าเท่ากับแรงดันตกคร่อม 48Ω จากกฎของโอห์ม และเนื่องจากแรงดันของตัวเก็บประจุไม่สามารถเปลี่ยนแปลงค่าได้โดยฉับพลัน ดังนั้น

$$v_C(0) = v_C(0^-) = (48 \Omega)(2.027 \text{ A}) = 97.30 \text{ V} \quad (8.211)$$

ที่เวลา $t = 0$ s ทอพอโลยีของวงจรแสดงในรูปที่ 8.47



รูปที่ 8.47 ทอพอโลยีของวงจรที่เวลา $t = 0$ s

จากวงจรในรูปที่ 8.47 จะได้ว่า

$$v_L(0) = v_C(0) = 97.30 \text{ V} \quad (8.212)$$

จากสมการที่ (8.157) พจน์ $\left. \frac{di_L(t)}{dt} \right|_{t=0}$ มีค่าเท่ากับ

$$\begin{aligned} \left. \frac{di_L(t)}{dt} \right|_{t=0} &= Ae^{-\alpha t} \left\{ -\omega_d \sin(\omega_d t) - \alpha \cos(\omega_d t) \right\} \Big|_{t=0} \\ &\quad + Be^{-\alpha t} \left\{ \omega_d \cos(\omega_d t) - \alpha \sin(\omega_d t) \right\} \Big|_{t=0} \\ &= Ae^{-\alpha \times 0} \left\{ -\omega_d \sin(\omega_d \times 0) - \alpha \cos(\omega_d \times 0) \right\} \\ &\quad + Be^{-\alpha \times 0} \left\{ \omega_d \cos(\omega_d \times 0) - \alpha \sin(\omega_d \times 0) \right\} \\ &= Ae^0 \left\{ -\omega_d \sin(0) - \alpha \cos(0) \right\} + Be^0 \left\{ \omega_d \cos(0) - \alpha \sin(0) \right\} \\ &= A(1) \left\{ -\omega_d(0) - \alpha(1) \right\} + B(1) \left\{ \omega_d(1) - \alpha(0) \right\} \\ &= -\alpha A + \omega_d B \\ &= -1.2A + 4.75B \end{aligned} \quad (8.213)$$

จากสมการที่ (8.159) พจน์ $\left. \frac{di_L(t)}{dt} \right|_{t=0} = \frac{v_L(0)}{L}$ มีค่าเท่ากับ

$$\left. \frac{di_L(t)}{dt} \right|_{t=0} = \frac{v_L(0)}{L} = \frac{97.3}{10} = 9.73 \text{ A/s} \quad (8.214)$$

เนื่องจากสมการที่ (8.213) เท่ากับสมการที่ (8.214) ดังนั้น

$$-1.2A + 4.75B = 9.73 \quad (8.215)$$

แทนค่า $t = 0 \text{ s}$ และ $i_L(0)$ ในสมการที่ (8.209) จะได้

$$\begin{aligned}
 e^{-1.2t} \{A \cos(4.75t) + B \sin(4.75t)\} &= 2.027 \\
 e^{-1.2 \times 0} \{A \cos(4.75 \times 0) + B \sin(4.75 \times 0)\} &= 2.027 \\
 e^0 \{A \cos(0) + B \sin(0)\} &= 2.027 \\
 (1)\{A(1) + B(0)\} &= 2.027 \\
 A &= 2.027
 \end{aligned} \tag{8.216}$$

แทนค่า A ในสมการที่ (8.215) จะได้

$$\begin{aligned}
 -1.2(2.027) + 4.75B &= 9.73 \\
 B &= \frac{9.73 + 1.2(2.027)}{4.75} \\
 &= 2.606
 \end{aligned} \tag{8.217}$$

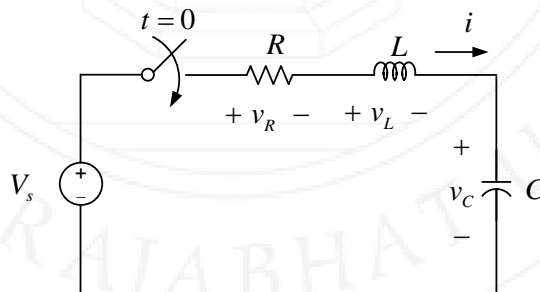
แทนค่า A และ B ในสมการที่ (8.209) จะได้

$$i_L(t) = e^{-1.2t} \{2.027 \cos(4.75t) + 2.606 \sin(4.75t)\} \quad \text{ตอบ}$$

8.5 การตอบสนองต่อฟังก์ชันขั้นบันไดของวงจรอนุกรมอาร์แอลซี

การตอบสนองต่อฟังก์ชันขั้นบันไดของวงจรอนุกรม RLC จะเกิดขึ้นเมื่อสวิตช์เปลี่ยนสถานะจาก “เปิด” เป็น “ปิด” ให้มีการเชื่อมต่อกับแหล่งกำเนิดกระแสตรงโดยทันทีที่เวลา $t = 0$ s ดังแสดงในรูปที่ 8.48 สมการตามกฎแรงดันของเคอร์ชอฟฟ์ในทิศทางตามเข็มนาฬิกาเมื่อเวลา $t > 0$ s คือ (Alexander & Sadiku, 2009)

$$\begin{aligned}
 -V_s + v_R + v_L + v_C &= 0 \\
 -V_s + Ri + L \frac{di}{dt} + \frac{1}{C} \int i dt &= 0
 \end{aligned} \tag{8.218}$$



รูปที่ 8.48 วงจรจ่ายแรงดันขั้นบันไดให้กับวงจรอนุกรม RLC

กำจัดพจน์อนุพันธ์ในสมการที่ (8.218) ด้วยการแทนค่า $i = C \frac{dv_C}{dt}$ จะได้

$$\begin{aligned}
 -V_s + R \left(C \frac{dv_C}{dt} \right) + L \frac{d \left(C \frac{dv_C}{dt} \right)}{dt} + \frac{1}{C} \int \left(C \frac{dv_C}{dt} \right) dt &= 0 \\
 -V_s + RC \frac{dv_C}{dt} + LC \frac{d^2 v_C}{dt^2} + \frac{1}{C} (C v_C) &= 0 \\
 \frac{d^2 v_C}{dt^2} + \frac{R}{L} \frac{dv_C}{dt} + \frac{v_C}{LC} &= \frac{V_s}{LC}
 \end{aligned} \tag{8.219}$$

ผลตอบสนองของแรงดัน v_C แบ่งออกเป็น 2 ส่วนคือ ผลตอบสนองในสถานะชั่วคราว ($v'_C(t)$) และผลตอบสนองในสถานะอยู่ตัว ($v_C^{ss}(t)$) ดังแสดงในสมการที่ (8.220)

$$v_C(t) = v'_C(t) + v_C^{ss}(t) \tag{8.220}$$

เมื่อ $v'_C(t)$ คือ แรงดันตัวเก็บประจุในสถานะชั่วคราว
 $v_C^{ss}(t)$ คือ แรงดันตัวเก็บประจุในสถานะอยู่ตัวที่เวลา $t = \infty$ s

เมื่อพิจารณาพจน์ด้านซ้ายของสมการที่ (8.219) จะเห็นว่า เหมือนกับสมการที่ (8.32) ทุกประการ ดังนั้น ผลตอบสนองในสถานะชั่วคราวของแรงดันตกคร่อมตัวเก็บประจุจึงเหมือนกับสมการที่ (8.33) สมการที่ (8.35) และสมการที่ (8.37) ทุกประการ ดังนี้

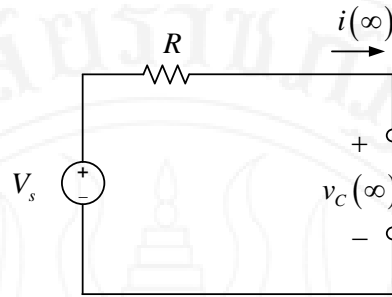
$$v'_C(t) = Ae^{\lambda_1 t} + Be^{\lambda_2 t} \quad (\text{สถานะหน่วงเกิน}) \tag{8.221}$$

$$v'_C(t) = (A + Bt)e^{-\alpha t} \quad (\text{สถานะหน่วงวิกฤต}) \tag{8.222}$$

$$v'_C(t) = e^{-\alpha t} \{A \cos(\omega_d t) + B \sin(\omega_d t)\} \quad (\text{สถานะหน่วงขาด}) \tag{8.223}$$

ทอพอโลยีของวงจรในรูปที่ 8.48 ที่เวลา $t = \infty$ s แสดงในรูปที่ 8.49 แรงดันตกคร่อมตัวเก็บประจุในสถานะอยู่ตัวมีค่าเท่ากับ

$$v_C^{ss}(t) = v_C(\infty) = V_s \tag{8.224}$$



รูปที่ 8.49 วงจรจ่ายแรงดันขั้นบันไดให้กับวงจรอนุกรม RLC ที่เวลา $t = \infty$ s

ดังนั้น ผลเฉลยที่สมบูรณ์ของผลตอบสนองวงจรถ่ายแรงดันขั้นบันไดให้กับวงจรอนุกรม RLC สำหรับทั้ง 3 กรณีคือ

$$v_C(t) = v_C(\infty) + Ae^{\lambda_1 t} + Be^{\lambda_2 t} \quad (\text{สถานะหน่วงเกิน}) \quad (8.225)$$

$$v_C(t) = v_C(\infty) + (A + Bt)e^{-\alpha t} \quad (\text{สถานะหน่วงวิกฤต}) \quad (8.226)$$

$$v_C(t) = v_C(\infty) + e^{-\alpha t} \{A \cos(\omega_d t) + B \sin(\omega_d t)\} \quad (\text{สถานะหน่วงขาด}) \quad (8.227)$$

จากวงจรในรูปที่ 8.48 หากกำหนดให้ผลตอบสนองที่ต้องการทราบค่าคือกระแส กำจัดพจน์ปริพันธ์ด้วยการหาอนุพันธ์สมการที่ (8.218) ทั้งสองข้าง จะได้ว่า

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \left(-V_s + Ri + L \frac{di}{dt} + \frac{1}{C} \int i dt \right) &= \frac{d}{dt} 0 \\ -\frac{d}{dt} V_s + R \frac{d}{dt} i + L \frac{d}{dt} \left(\frac{di}{dt} \right) + \frac{1}{C} \frac{d}{dt} \left(\int i dt \right) &= 0 \\ 0 + R \frac{di}{dt} + L \frac{d^2 i}{dt^2} + \frac{i}{C} &= 0 \\ \frac{d^2 i}{dt^2} + \frac{R}{L} \frac{di}{dt} + \frac{i}{LC} &= 0 \end{aligned} \quad (8.228)$$

เมื่อพิจารณาจากสมการที่ (8.228) พบว่า เหมือนกับแบบจำลองของสมการวงจรถ่ายแรงดัน RLC ไม่มีแหล่งจ่าย เนื่องจากที่เวลา $t = \infty$ s ตัวเก็บประจุเปิดวงจร ดังนั้น จึงไม่มีกระแสไหลในวงจร ผลเฉลยของสมการจึงมีเฉพาะพจน์ผลตอบสนองในสถานะชั่วครู่เท่านั้น สมการและขั้นตอนการวิเคราะห์หาค่ากระแสในสถานะชั่วครู่ $i'(t)$ เหมือนกับกรณีของวงจรถ่ายแรงดัน RLC ไม่มีแหล่งจ่ายทุกประการ

ขั้นตอนวิเคราะห์หาผลตอบสนองสมบูรณ์ของวงจรอนุกรม RLC หรือแรงดันตกคร่อมตัวเก็บประจุ สามารถสรุปได้ดังนี้

(1) วิเคราะห์หาผลตอบสนองในสถานะชั่วคราว ($x'(t)$) ซึ่งมีผลเฉลยแตกต่างกันสำหรับวงจรในสถานะหน่วงเกิน หน่วงวิกฤต และหน่วงขาด พารามิเตอร์ที่ใช้จำแนกสถานะของวงจรคือ

$$\alpha = \frac{R}{2L}, \quad \omega_0 = \sqrt{\frac{1}{LC}} \tag{8.229}$$

(2) วิเคราะห์หาผลตอบสนองในสถานะอยู่ตัว ($x^{ss}(t)$) จากทอพอโลยีของวงจรที่เวลา $t = \infty$ s

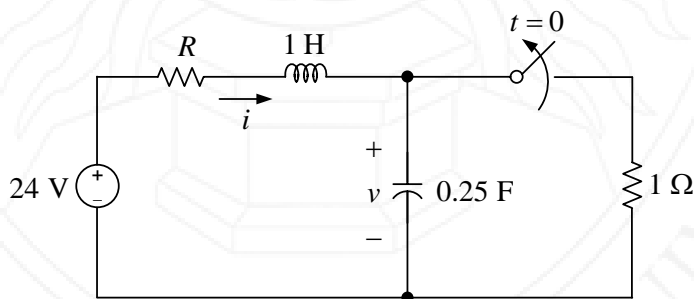
$$x^{ss}(t) = x(\infty) \tag{8.230}$$

(3) ผลตอบสนองสมบูรณ์ของวงจรอนุกรม RLC คือ $x(t)$ คำนวณหาได้จากสมการ

$$x(t) = x(\infty) + x'(t) \tag{8.231}$$

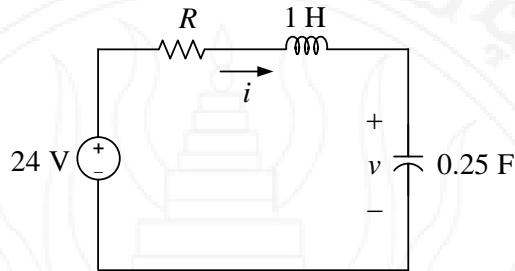
ตัวอย่างที่ 8.13

จากวงจรในรูปที่ 8.50 จงวิเคราะห์หา $i(t)$ และ $v(t)$ ที่เวลา $t > 0$ s สำหรับกรณีที่ตัวต้านทานมีค่าเท่ากับ $R = 5 \Omega$ $R = 4 \Omega$ และ $R = 1 \Omega$



รูปที่ 8.50 วงจรสำหรับตัวอย่างที่ 8.13 (Alexander & Sadiku, 2009)

วิธีทำ

กรณีที่ 1: $R = 5 \Omega$ รูปที่ 8.51 ทอพอโลยีของวงจรที่เวลา $t > 0$ sที่เวลา $t > 0$ s ทอพอโลยีของวงจรแสดงในรูปที่ 8.51 คำนวณหา α จะได้

$$\alpha = \frac{R}{2L} = \frac{5}{2 \times 1} = 2.5 \quad (8.232)$$

คำนวณหา ω_0 จะได้

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{LC}} = \sqrt{\frac{1}{1 \times 0.25}} = 2 \quad (8.233)$$

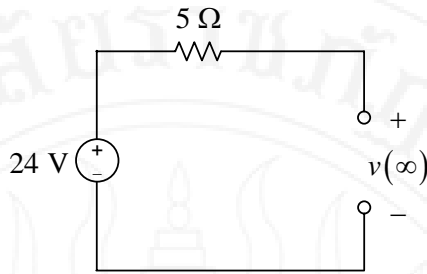
เมื่อพิจารณาผลลัพธ์จากสมการที่ (8.232) และสมการที่ (8.233) จะเห็นว่า $\alpha > \omega_0$ แสดงว่าวงจรอยู่ในสถานะหน่วงเกิน คำนวณหา λ_1 และ λ_2 ได้ผลลัพธ์ดังนี้

$$\lambda_1 = -\alpha + \sqrt{\alpha^2 - \omega_0^2} = -2.5 + \sqrt{2.5^2 - 2^2} = -1 \quad (8.234)$$

$$\lambda_2 = -\alpha - \sqrt{\alpha^2 - \omega_0^2} = -2.5 - \sqrt{2.5^2 - 2^2} = -4 \quad (8.235)$$

เนื่องจากที่เวลา $t = \infty$ s ตัวเหนี่ยวนำลัดวงจร และตัวเก็บประจุเปิดวงจร ทอพอโลยีของวงจรจึงมีลักษณะดังแสดงในรูปที่ 8.52 แรงดันตกคร่อมตัวเก็บประจุจึงมีค่าเท่ากับ

$$v(\infty) = 24 \text{ V} \quad (8.236)$$

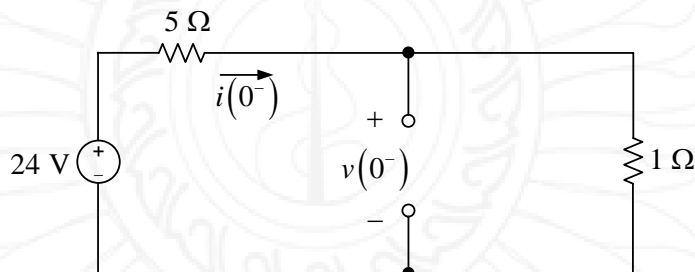


รูปที่ 8.52 ทอพอโลยีของวงจรที่เวลา $t = \infty$ s

ผลตอบสนองสมบูรณ์ของแรงดันตกคร่อมตัวเก็บประจุคือ

$$v(t) = v(\infty) + Ae^{\lambda_1 t} + Be^{\lambda_2 t} = 24 + Ae^{-t} + Be^{-4t} \text{ V} \quad (8.237)$$

ที่เวลา $t = 0^-$ s เหนี่ยวนำอยู่ในสถานะลัดวงจร และตัวเก็บประจุอยู่ในสถานะเปิดวงจร ดังแสดงในรูปที่ 8.53



รูปที่ 8.53 ทอพอโลยีของวงจรที่เวลา $t = 0^-$ s

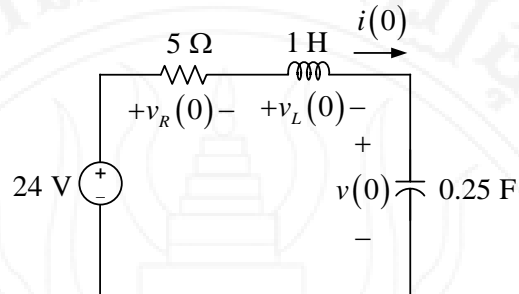
พิจารณาวงจรในรูปที่ 8.53 จากหลักการวงจรแบ่งแรงดัน และเนื่องจากแรงดันของตัวเก็บประจุไม่สามารถเปลี่ยนแปลงค่าได้โดยฉับพลัน ดังนั้น

$$v(0) = v(0^-) = \frac{1 \Omega}{5 \Omega + 1 \Omega} \times 24 \text{ V} = 4 \text{ V} \quad (8.238)$$

พิจารณาวงจรในรูปที่ 8.53 จากกฎของโอห์ม และเนื่องจากกระแสของตัวเหนี่ยวนำไม่สามารถเปลี่ยนแปลงค่าได้โดยฉับพลัน ดังนั้น

$$i(0) = i(0^-) = \frac{24 \text{ V}}{5 \Omega + 1 \Omega} = 4 \text{ A} \quad (8.239)$$

ที่เวลา $t = 0$ s ทอพอโลยีของวงจรแสดงในรูปที่ 8.54



รูปที่ 8.54 ทอพอโลยีของวงจรที่เวลา $t = 0$ s

อนุพันธ์ $\left. \frac{dv(t)}{dt} \right|_{t=0}$ มีค่าเท่ากับ

$$\begin{aligned} \left. \frac{dv(t)}{dt} \right|_{t=0} &= \left. \frac{d}{dt} (24 + Ae^{-t} + Be^{-4t}) \right|_{t=0} \\ &= -Ae^{-t} - 4Be^{-4t} \Big|_{t=0} \\ &= -Ae^{-0} - 4Be^{-4 \times 0} \\ &= -A(1) - 4B(1) \\ &= -A - 4B \end{aligned} \quad (8.240)$$

แทนค่า $\left. \frac{dv(t)}{dt} \right|_{t=0} = \frac{i(0)}{C}$ จะได้

$$\left. \frac{dv(t)}{dt} \right|_{t=0} = \frac{i(0)}{C} = \frac{4}{0.25} = 16 \text{ V/s} \quad (8.241)$$

เนื่องจากสมการที่ (8.240) เท่ากับสมการที่ (8.241) ดังนั้น

$$-A - 4B = 16 \quad (8.242)$$

แทนค่า $t = 0$ s และ $v(0)$ ในสมการที่ (8.237) จะได้

$$\begin{aligned} 24 + Ae^{-0} + Be^{-4 \times 0} &= 4 \\ A(1) + B(1) &= 4 - 24 \\ A + B &= -20 \end{aligned} \quad (8.243)$$

เขียนสมการที่ (8.242) และสมการที่ (8.243) ให้อยู่ในรูปของสมการเมทริกซ์ จะได้

$$\begin{bmatrix} -1 & -4 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A \\ B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 16 \\ -20 \end{bmatrix} \quad (8.244)$$

จากหลักเกณฑ์คราเมอร์ จะได้

$$A = \frac{\begin{vmatrix} 16 & -4 \\ -20 & 1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} -1 & -4 \\ 1 & 1 \end{vmatrix}} = -21.33 \quad (8.245)$$

$$B = \frac{\begin{vmatrix} -1 & 16 \\ 1 & -20 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} -1 & -4 \\ 1 & 1 \end{vmatrix}} = 1.33 \quad (8.246)$$

แทนค่า A และ B ในสมการที่ (8.237) จะได้ผลเฉลยสมบูรณ์ของแรงดันตกคร่อมตัวเก็บประจุดังนี้

$$v(t) = 24 - 21.33e^{-t} + 1.33e^{-4t} \text{ V} \quad \text{ตอบ}$$

เนื่องจาก $i = C \frac{dv}{dt}$ ดังนั้น

$$\begin{aligned} i(t) &= 0.25 \frac{d}{dt} (24 - 21.33e^{-t} + 1.33e^{-4t}) \\ &= 0.25 (0 - 21.33(-1)e^{-t} + 1.33(-4)e^{-4t}) \\ &= 5.33e^{-t} - 1.33e^{-4t} \text{ A} \end{aligned} \quad \text{ตอบ}$$

กรณีที่ 2: $R = 4 \Omega$

คำนวณหา α จะได้

$$\alpha = \frac{R}{2L} = \frac{4}{2 \times 1} = 2 \quad (8.247)$$

คำนวณหา ω_0 จะได้

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{LC}} = \sqrt{\frac{1}{1 \times 0.25}} = 2 \quad (8.248)$$

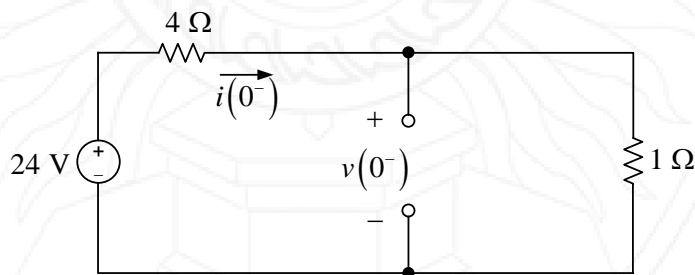
เมื่อพิจารณาผลลัพธ์จากสมการที่ (8.247) และสมการที่ (8.248) จะเห็นว่า $\alpha = \omega_0$ แสดงว่าวงจรอยู่ในสถานะหน่วงวิกฤต เนื่องจากที่เวลา $t = \infty$ s ตัวเหนี่ยวนำลัดวงจร และตัวเก็บประจุเปิดวงจร ทอพอโลยีของวงจรจึงมีลักษณะดังแสดงในรูปที่ 8.52 แรงดันตกคร่อมตัวเก็บประจุจึงมีค่าเท่ากับ

$$v(\infty) = 24 \text{ V} \quad (8.249)$$

ผลตอบสนองสมบูรณ์ของแรงดันตกคร่อมตัวเก็บประจุคือ

$$v(t) = v(\infty) + (A + Bt)e^{-\alpha t} = 24 + (A + Bt)e^{-2t} \text{ V} \quad (8.250)$$

ที่เวลา $t = 0^-$ s เหนี่ยวนำอยู่ในสถานะลัดวงจร และตัวเก็บประจุอยู่ในสถานะเปิดวงจร ดังแสดงในรูปที่ 8.55



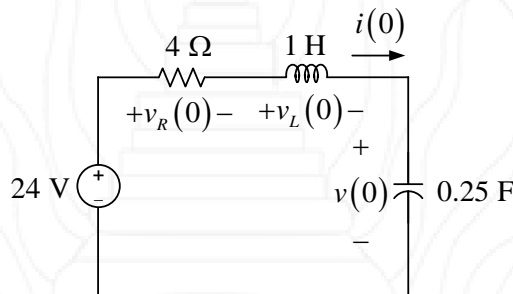
รูปที่ 8.55 ทอพอโลยีของวงจรที่เวลา $t = 0^-$ s

พิจารณาวงจรในรูปที่ 8.55 จากหลักการวงจรแบ่งแรงดัน และเนื่องจากแรงดันของตัวเก็บประจุไม่สามารถเปลี่ยนแปลงค่าได้โดยฉับพลัน ดังนั้น

$$v(0) = v(0^-) = \frac{1 \Omega}{4 \Omega + 1 \Omega} \times 24 \text{ V} = 4.8 \text{ V} \quad (8.251)$$

พิจารณาวงจรในรูปที่ 8.55 จากกฎของโอห์ม และเนื่องจากกระแสของตัวเหนี่ยวนำไม่สามารถเปลี่ยนแปลงค่าได้โดยฉับพลัน ดังนั้น

$$i(0) = i(0^-) = \frac{24 \text{ V}}{4 \Omega + 1 \Omega} = 4.8 \text{ A} \quad (8.252)$$



รูปที่ 8.56 ทอพอโลยีของวงจรที่เวลา $t = 0$ s

ที่เวลา $t = 0$ s ทอพอโลยีของวงจรแสดงในรูปที่ 8.56 แทนค่า $\left. \frac{dv(t)}{dt} \right|_{t=0} = \frac{i(0)}{C}$ จะได้

$$\left. \frac{dv(t)}{dt} \right|_{t=0} = \frac{i(0)}{C} = \frac{4.8}{0.25} = 19.2 \text{ V/s} \quad (8.253)$$

อนุพันธ์ $\left. \frac{dv(t)}{dt} \right|_{t=0}$ มีค่าเท่ากับ

$$\begin{aligned} \left. \frac{dv(t)}{dt} \right|_{t=0} &= \left. \frac{d}{dt} \left(24 + (A + Bt)e^{-2t} \right) \right|_{t=0} \\ &= \left. \frac{d}{dt} 24 + A \frac{d}{dt} e^{-2t} + B \frac{d}{dt} te^{-2t} \right|_{t=0} \\ &= \left. -2Ae^{-t} + B(-2te^{-2t} + e^{-2t}) \right|_{t=0} \\ &= -2Ae^{-0} + B(-2(0)e^{-2 \times 0} + e^{-2 \times 0}) \\ &= -2A(1) + B(0+1) \\ &= -2A + B \end{aligned} \quad (8.254)$$

เนื่องจากสมการที่ (8.253) เท่ากับสมการที่ (8.254) ดังนั้น

$$-2A + B = 19.2 \quad (8.255)$$

แทนค่า $t = 0$ s และ $v(0)$ ในสมการที่ (8.250) จะได้

$$\begin{aligned} 24 + (A + B \times 0)e^{-4 \times 0} &= 4.8 \\ (A + 0)(1) &= 4.8 - 24 \\ A &= -19.2 \end{aligned} \quad (8.256)$$

แทนค่า A ในสมการที่ (8.255) จะได้

$$B = 2A + 19.2 = 2(-19.2) + 19.2 = -19.2 \quad (8.257)$$

แทนค่า A และ B ในสมการที่ (8.250) จะได้ผลเฉลยสมบูรณของแรงดันตกคร่อมตัวเก็บประจุดังนี้

$$v(t) = 24 + (-19.2 - 19.2t)e^{-2t} = 24 - 19.2(1+t)e^{-2t} \text{ V} \quad \text{ตอบ}$$

เนื่องจาก $i = C \frac{dv}{dt}$ ดังนั้น

$$\begin{aligned} i(t) &= 0.25 \frac{d}{dt} (24 - 19.2(1+t)e^{-2t}) \\ &= 0.25 \frac{d}{dt} (24 - 19.2e^{-2t} - 19.2te^{-2t}) \\ &= 0.25 \left(\frac{d}{dt} 24 - 19.2 \frac{d}{dt} e^{-2t} - 19.2 \frac{d}{dt} te^{-2t} \right) \\ &= 0.25 (0 - 19.2(-2)e^{-2t} - 19.2 \{ (-2)te^{-2t} + (1)e^{-2t} \}) \\ &= 0.25 (38.4e^{-2t} + 38.4te^{-2t} - 19.2e^{-2t}) \\ &= (4.8 + 9.6t)e^{-2t} \text{ A} \end{aligned} \quad \text{ตอบ}$$

กรณีที่ 3: $R = 1 \Omega$

คำนวณหา α จะได้

$$\alpha = \frac{R}{2L} = \frac{1}{2 \times 1} = \frac{1}{2} \quad (8.258)$$

คำนวณหา ω_0 จะได้

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{LC}} = \sqrt{\frac{1}{1 \times 0.25}} = 2 \quad (8.259)$$

เมื่อพิจารณาผลลัพธ์จากสมการที่ (8.247) และสมการที่ (8.248) จะเห็นว่า $\alpha < \omega_0$ แสดงว่าวงจรอยู่ในสถานะหน่วงขาด คำนวณหา ω_d จะได้

$$\omega_d = \sqrt{\omega_0^2 - \alpha^2} = \sqrt{2^2 - \left(\frac{1}{2}\right)^2} = 1.937 \quad (8.260)$$

เนื่องจากที่เวลา $t = \infty$ s ตัวเหนี่ยวนำลัดวงจร และตัวเก็บประจุเปิดวงจร ทอพอโลยีของวงจรจึงมีลักษณะดังแสดงในรูปที่ 8.52 แรงดันตกคร่อมตัวเก็บประจุจึงมีค่าเท่ากับ

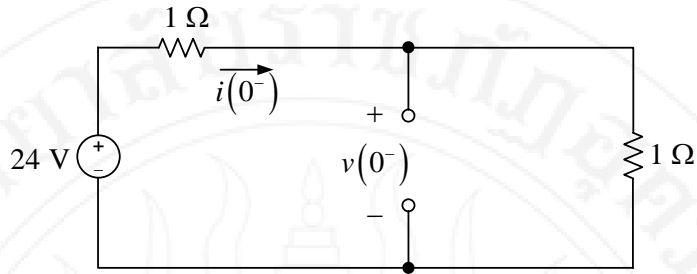
$$v(\infty) = 24 \text{ V} \quad (8.261)$$

ผลตอบสนองสมบูรณ์ของแรงดันตกคร่อมตัวเก็บประจุคือ

$$\begin{aligned} v(t) &= v(\infty) + (A \cos \omega_d t + B \sin \omega_d t) e^{-\alpha t} \\ &= 24 + (A \cos 1.937t + B \sin 1.937t) e^{-\frac{1}{2}t} \text{ V} \end{aligned} \quad \text{ตอบ}$$

ที่เวลา $t = 0^-$ s เหนี่ยวนำอยู่ในสถานะลัดวงจร และตัวเก็บประจุอยู่ในสถานะเปิดวงจร ดังแสดงในรูปที่ 8.57 พิจารณาวงจรในรูปที่ 8.57 จากหลักการวงจรแบ่งแรงดัน และเนื่องจากแรงดันของตัวเก็บประจุไม่สามารถเปลี่ยนแปลงค่าได้โดยฉับพลัน ดังนั้น

$$v(0) = v(0^-) = \frac{1 \Omega}{1 \Omega + 1 \Omega} \times 24 \text{ V} = 12 \text{ V} \quad (8.262)$$

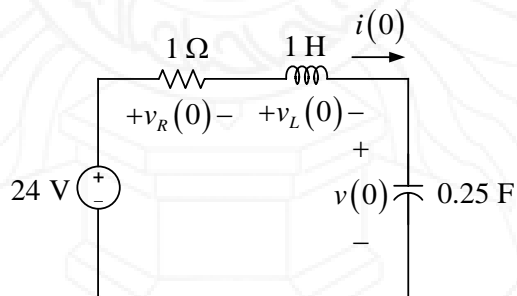
รูปที่ 8.57 ทอพอโลยีของวงจรที่เวลา $t = 0^-$ s

พิจารณาวงจรในรูปที่ 8.57 จากกฎของโอห์ม และเนื่องจากกระแสของตัวเหนี่ยวนำไม่สามารถเปลี่ยนแปลงค่าได้โดยฉับพลัน ดังนั้น

$$i(0) = i(0^-) = \frac{24 \text{ V}}{1 \Omega + 1 \Omega} = 12 \text{ A} \quad (8.263)$$

ที่เวลา $t = 0$ s ทอพอโลยีของวงจรแสดงในรูปที่ 8.58 แทนค่า $\left. \frac{dv(t)}{dt} \right|_{t=0} = \frac{i(0)}{C}$ จะได้

$$\left. \frac{dv(t)}{dt} \right|_{t=0} = \frac{i(0)}{C} = \frac{12}{0.25} = 48 \text{ V/s} \quad (8.264)$$

รูปที่ 8.58 ทอพอโลยีของวงจรที่เวลา $t = 0$ s

อนุพันธ์ $\left. \frac{dv(t)}{dt} \right|_{t=0}$ มีค่าเท่ากับ

$$\begin{aligned}
 \left. \frac{dv(t)}{dt} \right|_{t=0} &= \left. \frac{d}{dt} \left(24 + (A \cos 1.937t + B \sin 1.937t) e^{-\frac{1}{2}t} \right) \right|_{t=0} \\
 &= \left. \left(\frac{d}{dt} 24 + A \frac{d}{dt} e^{-\frac{1}{2}t} \cos 1.937t + B \frac{d}{dt} e^{-\frac{1}{2}t} \sin 1.937t \right) \right|_{t=0} \\
 &= A \left. \left(-\frac{1}{2} e^{-\frac{1}{2}t} \cos 1.937t - 1.937 e^{-\frac{1}{2}t} \sin 1.937t \right) \right|_{t=0} \\
 &\quad + B \left. \left(-\frac{1}{2} e^{-\frac{1}{2}t} \sin 1.937t + 1.937 e^{-\frac{1}{2}t} \cos 1.937t \right) \right|_{t=0} \\
 &= A \left\{ -\frac{1}{2} e^{-\frac{1}{2} \times 0} \cos(1.937 \times 0) - 1.937 e^{-\frac{1}{2} \times 0} \sin(1.937 \times 0) \right\} \\
 &\quad + B \left\{ -\frac{1}{2} e^{-\frac{1}{2} \times 0} \sin(1.937 \times 0) + 1.937 e^{-\frac{1}{2} \times 0} \cos(1.937 \times 0) \right\} \\
 &= A \left\{ -\frac{1}{2} e^0 \cos 0 - 1.937 e^0 \sin(0) \right\} \\
 &\quad + B \left\{ -\frac{1}{2} e^0 \sin(0) + 1.937 e^0 \cos(0) \right\} \\
 &= A \left\{ -\frac{1}{2} (1)(1) - 1.937 (1)(0) \right\} + B \left\{ -2(1)(0) + 1.937 (1)(1) \right\} \\
 &= -\frac{1}{2} A + 1.937 B \tag{8.265}
 \end{aligned}$$

เนื่องจากสมการที่ (8.253) เท่ากับสมการที่ (8.254) ดังนั้น

$$-\frac{1}{2} A + 1.937 B = 48 \tag{8.266}$$

แทนค่า $t = 0$ s และ $v(0)$ ในสมการที่ (8.250) จะได้

$$24 + \{A \cos(1.937 \times 0) + B \sin(1.937 \times 0)\} e^{-2 \times 0} = 12$$

$$A = -12 \tag{8.267}$$

แทนค่า A ในสมการที่ (8.255) จะได้

$$B = \frac{48 + \frac{1}{2}A}{1.937} = \frac{48 + \frac{1}{2}(-12)}{1.937} = 21.683 \quad (8.268)$$

แทนค่า A และ B ในสมการที่ (8.250) จะได้ผลเฉลยสมบูรณของแรงดันตกคร่อมตัวเก็บประจุดังนี้

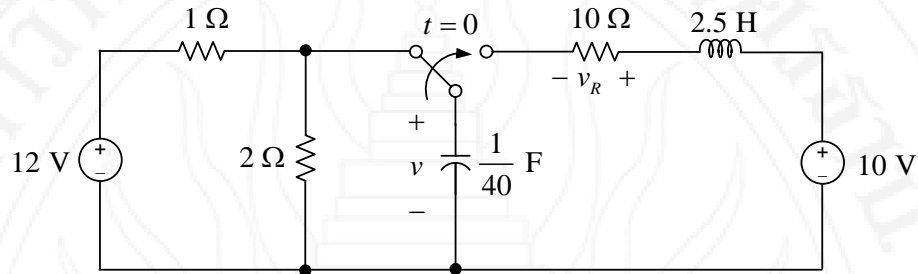
$$v(t) = 24 - (12 \cos 1.937t - 21.683 \sin 1.937t) e^{-\frac{1}{2}t} \text{ V} \quad \text{ตอบ}$$

เนื่องจาก $i = C \frac{dv}{dt}$ ดังนั้น

$$\begin{aligned} i(t) &= 0.25 \frac{d}{dt} \left\{ 24 - (12 \cos 1.937t - 21.683 \sin 1.937t) e^{-\frac{1}{2}t} \right\} \\ &= 0.25 \left\{ \frac{d}{dt} 24 - 12 \frac{d}{dt} e^{-\frac{1}{2}t} \cos 1.937t + 21.683 \frac{d}{dt} e^{-\frac{1}{2}t} \sin 1.937t \right\} \\ &= 0.25 \left(\begin{aligned} &0 - 12 \left\{ -\frac{1}{2} e^{-\frac{1}{2}t} \cos 1.937t - 1.937 e^{-\frac{1}{2}t} \sin 1.937t \right\} \\ &+ 21.683 \left\{ -\frac{1}{2} e^{-\frac{1}{2}t} \sin 1.937t + 1.937 e^{-\frac{1}{2}t} \cos 1.937t \right\} \end{aligned} \right) \\ &= 0.25 \left(\begin{aligned} &6e^{-\frac{1}{2}t} \cos 1.937t + 23.244e^{-\frac{1}{2}t} \sin 1.937t \\ &-10.842e^{-\frac{1}{2}t} \sin 1.937t + 42e^{-\frac{1}{2}t} \cos 1.937t \end{aligned} \right) \\ &= 12e^{-\frac{1}{2}t} (\cos 1.937t + 3.1 \sin 1.937t) \text{ A} \quad \text{ตอบ} \end{aligned}$$

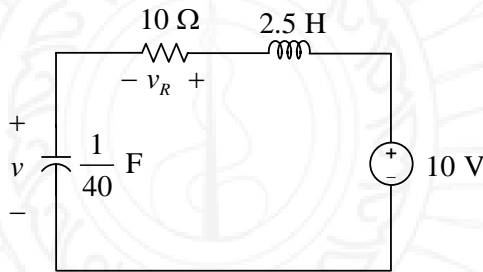
ตัวอย่างที่ 8.14

จากวงจรในรูปที่ 8.59 จงวิเคราะห์หา $v(t)$ และ $v_R(t)$ ที่เวลา $t > 0$ s



รูปที่ 8.59 วงจรสำหรับตัวอย่างที่ 8.14 (Alexander & Sadiku, 2009)

วิธีทำ



รูปที่ 8.60 ทอพอโลยีของวงจรที่เวลา $t > 0$ s

ทอพอโลยีของวงจรที่เวลา $t > 0$ s แสดงในรูปที่ 8.60 คำนวนหา α จะได้

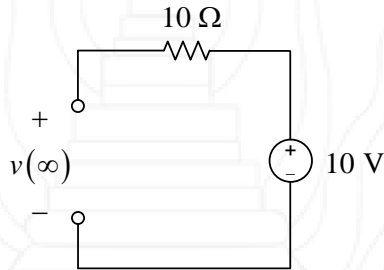
$$\alpha = \frac{R}{2L} = \frac{10}{2 \times 2.5} = 2 \tag{8.269}$$

คำนวณหา ω_0 จะได้

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{LC}} = \sqrt{\frac{1}{2.5 \times \frac{1}{40}}} = 4 \tag{8.270}$$

เมื่อพิจารณาผลลัพธ์จากสมการที่ (8.247) และสมการที่ (8.248) จะเห็นว่า $\alpha < \omega_0$ แสดงว่าวงจรอยู่ในสถานะหน่วงขาด คำนวณหา ω_d จะได้

$$\omega_d = \sqrt{\omega_0^2 - \alpha^2} = \sqrt{4^2 - 2^2} = 3.464 \quad (8.271)$$



รูปที่ 8.61 ทอพอโลยีของวงจรที่เวลา $t = \infty \text{ s}$

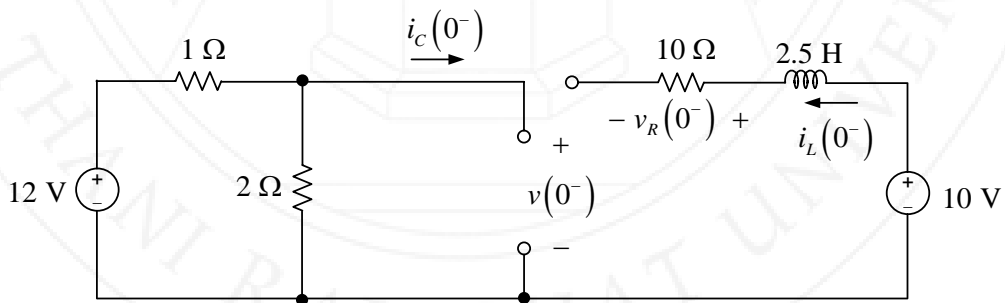
เนื่องจากที่เวลา $t = \infty \text{ s}$ ตัวเก็บประจุเปิดวงจร และตัวเหนี่ยวนำลัดวงจร ทอพอโลยีของวงจรจึงมีลักษณะดังแสดงในรูปที่ 8.61 จากวงจรจะได้ว่า

$$V_s = v(\infty) = 10 \text{ V} \quad (8.272)$$

ผลตอบสนองสมบูรณ์ของแรงดันตกคร่อมตัวเก็บประจุคือ

$$v(t) = 10 + (A \cos 3.464t + B \sin 3.464t)e^{-2t} \text{ V} \quad (8.273)$$

ที่เวลา $t = 0^- \text{ s}$ ตัวเก็บประจุอยู่ในสถานะเปิดวงจร ดังแสดงในรูปที่ 8.62



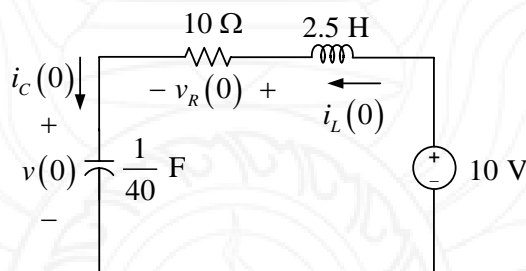
รูปที่ 8.62 ทอพอโลยีของวงจรที่เวลา $t = 0^- \text{ s}$

พิจารณาวงจรในรูปที่ 8.62 จากหลักการวงจรแบ่งแรงดัน และเนื่องจากแรงดันของตัวเก็บประจุไม่สามารถเปลี่ยนแปลงค่าได้โดยฉับพลัน ดังนั้น

$$v(0) = v(0^-) = \frac{2 \Omega}{1 \Omega + 2 \Omega} \times 12 \text{ V} = 8 \text{ V} \quad (8.274)$$

พิจารณาวงจรในรูปที่ 8.62 จะเห็นว่าไม่มีกระแสไหลผ่านตัวเหนี่ยวนำ และเนื่องจากกระแสของตัวเหนี่ยวนำไม่สามารถเปลี่ยนแปลงค่าได้โดยฉับพลัน ดังนั้น

$$i_L(0) = i_L(0^-) = 0 \text{ A} \quad (8.275)$$



รูปที่ 8.63 ทอพอโลยีของวงจรที่เวลา $t = 0 \text{ s}$

ที่เวลา $t = 0 \text{ s}$ ทอพอโลยีของวงจรแสดงในรูปที่ 8.63 จากวงจรจะพบว่า กระแสที่ไหลผ่านตัวเก็บประจุมีค่าเท่ากับ

$$i_C(0) = i_L(0) = 0 \text{ A} \quad (8.276)$$

แทนค่า $\left. \frac{dv(t)}{dt} \right|_{t=0} = \frac{i(0)}{C}$ จะได้

$$\left. \frac{dv(t)}{dt} \right|_{t=0} = \frac{i(0)}{C} = \frac{0}{0.25} = 0 \text{ V/s} \quad (8.277)$$

อนุพันธ์ $\left. \frac{dv(t)}{dt} \right|_{t=0}$ มีค่าเท่ากับ

$$\begin{aligned}
 \left. \frac{dv(t)}{dt} \right|_{t=0} &= \left. \frac{d}{dt} (10 + (A \cos 3.464t + B \sin 3.464t) e^{-2t}) \right|_{t=0} \\
 &= \left(\frac{d}{dt} 10 + A \frac{d}{dt} e^{-2t} \cos 3.464t + B \frac{d}{dt} e^{-2t} \sin 3.464t \right) \Big|_{t=0} \\
 &= A \left(-2e^{-2t} \cos 3.464t - 3.464e^{-2t} \sin 3.464t \right) \Big|_{t=0} \\
 &\quad + B \left(-2e^{-2t} \sin 3.464t + 3.464e^{-2t} \cos 3.464t \right) \Big|_{t=0} \\
 &= A \left\{ -2e^{-2 \times 0} \cos(3.464 \times 0) - 3.464e^{-2 \times 0} \sin(3.464 \times 0) \right\} \\
 &\quad + B \left\{ -2e^{-2 \times 0} \sin(3.464 \times 0) + 3.464e^{-2 \times 0} \cos(3.464 \times 0) \right\} \\
 &= A \left\{ -2e^0 \cos 0 - 3.464e^0 \sin(0) \right\} \\
 &\quad + B \left\{ -2e^0 \sin(0) + 3.464e^0 \cos(0) \right\} \\
 &= A \left\{ -2(1)(1) - 3.464(1)(0) \right\} + B \left\{ -2(1)(0) + 3.464(1)(1) \right\} \\
 &= -2A + 3.464B
 \end{aligned} \tag{8.278}$$

เนื่องจากสมการที่ (8.253) เท่ากับสมการที่ (8.254) ดังนั้น

$$-2A + 3.464B = 0 \tag{8.279}$$

แทนค่า $t = 0$ s และ $v(0)$ ในสมการที่ (8.273) จะได้

$$\begin{aligned}
 10 + \{A \cos(3.464 \times 0) + B \sin(3.464 \times 0)\} e^{-2 \times 0} &= 8 \\
 10 + \{A \cos(0) + B \sin(0)\} e^0 &= 8 \\
 10 + \{A + 0\} &= 8 \\
 A &= -2
 \end{aligned} \tag{8.280}$$

แทนค่า A ในสมการที่ (8.279) จะได้

$$B = \frac{0 + 2A}{3.464} = \frac{2(-2)}{3.464} = -1.155 \tag{8.281}$$

แทนค่า A และ B ในสมการที่ (8.273) จะได้ผลเฉลยสมบูรณของแรงดันตกคร่อมตัวเก็บประจุดังนี้

$$v(t) = 10 - (2 \cos 3.464t + 1.155 \sin 3.464t) e^{-2t} \text{ V} \quad \text{ตอบ}$$

เนื่องจาก $i = C \frac{dv}{dt}$ ดังนั้น

$$\begin{aligned} i_C(t) &= \frac{1}{40} \frac{d}{dt} \{10 - (2 \cos 3.464t + 1.155 \sin 3.464t) e^{-2t}\} \\ &= \frac{1}{40} \left\{ \frac{d}{dt} 10 - 2 \frac{d}{dt} e^{-2t} \cos 3.464t - 1.155 \frac{d}{dt} e^{-2t} \sin 3.464t \right\} \\ &= \frac{1}{40} \left(\begin{aligned} &0 - 2 \{-2e^{-2t} \cos 3.464t - 3.464e^{-2t} \sin 3.464t\} \\ &- 1.155 \{-2e^{-2t} \sin 3.464t + 3.464e^{-2t} \cos 3.464t\} \end{aligned} \right) \\ &= \frac{1}{40} \left(\begin{aligned} &4e^{-2t} \cos 3.464t + 6.928e^{-2t} \sin 3.464t \\ &+ 2.31e^{-2t} \sin 3.464t - 4e^{-2t} \cos 3.464t \end{aligned} \right) \\ &= 0.231e^{-2t} \sin 1.937t \text{ A} \end{aligned} \quad (8.282)$$

แรงดันตกคร่อมตัวต้านทาน 10Ω จึงมีค่าเท่ากับ

$$\begin{aligned} v_R(t) &= (10 \Omega) i_C(t) \\ &= (10)(0.231e^{-2t} \sin 1.937t) \\ &= 2.31e^{-2t} \sin 1.937t \text{ V} \end{aligned} \quad \text{ตอบ}$$

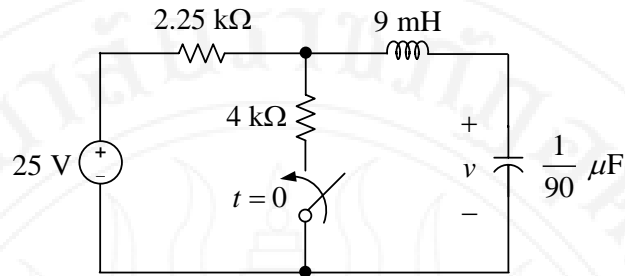
ตัวอย่างที่ 8.15

จากวงจรในรูปที่ 8.64 จงวิเคราะห์หา $v(t)$ ที่เวลา $t > 0$ s

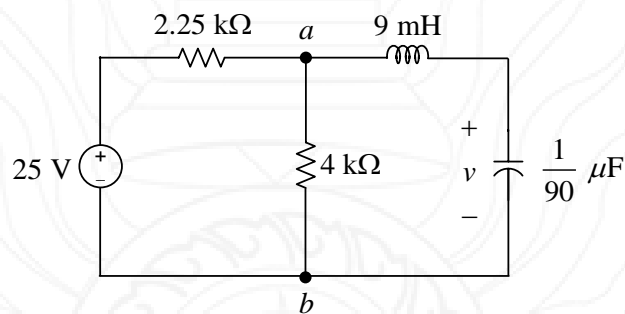
วิธีทำ

ทอพอโลยีของวงจรที่เวลา $t > 0$ s แสดงในรูปที่ 8.65 ความต้านทานสมมูลเทเวนินระหว่างโนด $a-b$ ซึ่งวิเคราะห์หาได้จากการลัดวงจรแหล่งกำเนิดแรงดัน 25 V มีค่าเท่ากับ

$$R_{Th} = \frac{(2.25 \text{ k}\Omega)(4 \text{ k}\Omega)}{2.25 \text{ k}\Omega + 4 \text{ k}\Omega} = 1.44 \text{ k}\Omega \quad (8.283)$$



รูปที่ 8.64 วงจรสำหรับตัวอย่างที่ 8.15 (Franco, 1995)

รูปที่ 8.65 ทอพอโลยีของวงจรที่เวลา $t > 0$ s

คำนวณหา α จะได้

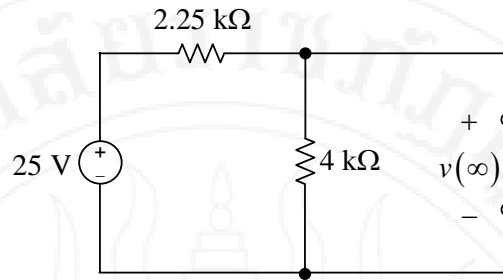
$$\alpha = \frac{R_{Th}}{2L} = \frac{1.44 \times 10^3}{2 \times 9 \times 10^{-3}} = 80,000 \quad (8.284)$$

คำนวณหา ω_0 จะได้

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{LC}} = \sqrt{\frac{1}{9 \times 10^{-3} \times \frac{1}{90} \times 10^{-6}}} = 100,000 \quad (8.285)$$

เมื่อพิจารณาผลลัพธ์จากสมการที่ (8.247) และสมการที่ (8.248) จะเห็นว่า $\alpha < \omega_0$ แสดงว่าวงจรอยู่ในสถานะหน่วงขาด คำนวณหา ω_d จะได้

$$\omega_d = \sqrt{\omega_0^2 - \alpha^2} = \sqrt{100,000^2 - 80,000^2} = 60,000 \quad (8.286)$$



รูปที่ 8.66 ทอพอโลยีของวงจรที่เวลา $t = \infty$ s

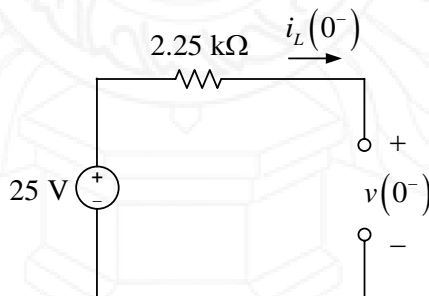
เนื่องจากที่เวลา $t = \infty$ s ตัวเก็บประจุเปิดวงจร และตัวเหนี่ยวนำลัดวงจร ทอพอโลยีของวงจรจึงมีลักษณะดังแสดงในรูปที่ 8.66 จากหลักการวงจรแบ่งแรงดันจึงได้ว่า

$$v(\infty) = \frac{4 \text{ k}\Omega}{2.25 \text{ k}\Omega + 4 \text{ k}\Omega} \times 25 \text{ V} = 16 \text{ V} \quad (8.287)$$

ผลตอบสนองสมบูรณ์ของแรงดันตกคร่อมตัวเก็บประจุคือ

$$v(t) = 16 + (A \cos 6 \times 10^4 t + B \sin 6 \times 10^4 t) e^{-8 \times 10^4 t} \text{ V} \quad (8.288)$$

ที่เวลา $t = 0^-$ s ตัวเก็บประจุอยู่ในสถานะเปิดวงจร ดังแสดงในรูปที่ 8.67



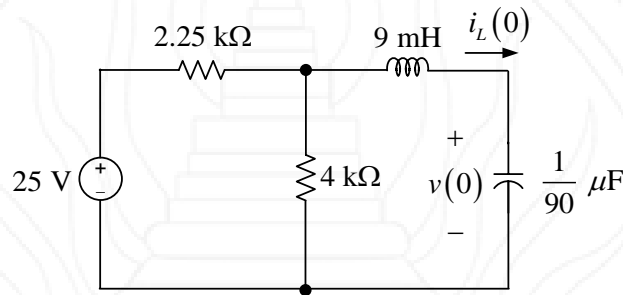
รูปที่ 8.67 ทอพอโลยีของวงจรที่เวลา $t = 0^-$ s

พิจารณาวงจรในรูปที่ 8.62 จะเห็นว่าแรงดันตกคร่อมตัวเก็บประจุมีค่าเท่ากับแรงดันของแหล่งกำเนิดแลเนื่องจากแรงดันของตัวเก็บประจุไม่สามารถเปลี่ยนแปลงค่าได้โดยฉับพลัน ดังนั้น

$$v(0) = v(0^-) = 25 \text{ V} \quad (8.289)$$

พิจารณาวงจรในรูปที่ 8.62 จะเห็นว่าไม่มีกระแสไหลผ่านตัวเหนี่ยวนำ และเนื่องจากกระแสในตัวเหนี่ยวนำไม่สามารถเปลี่ยนแปลงค่าได้โดยฉับพลัน ดังนั้น

$$i_L(0) = i_L(0^-) = 0 \text{ A} \quad (8.290)$$



รูปที่ 8.68 ทอพอโลยีของวงจรที่เวลา $t = 0$ s

ที่เวลา $t = 0$ s ทอพอโลยีของวงจรแสดงในรูปที่ 8.68 จากวงจรจะพบว่า กระแสที่ไหลผ่านตัวเก็บประจุมีค่าเท่ากับ

$$i_C(0) = i_L(0) = 0 \text{ A} \quad (8.291)$$

แทนค่า $\left. \frac{dv(t)}{dt} \right|_{t=0} = \frac{i(0)}{C}$ จะได้

$$\left. \frac{dv(t)}{dt} \right|_{t=0} = \frac{i(0)}{C} = \frac{0}{\frac{1}{90} \times 10^{-9}} = 0 \text{ V/s} \quad (8.292)$$

จากตัวอย่างที่ 8.14 จะเห็นว่า $\left. \frac{dv(t)}{dt} \right|_{t=0} = -\alpha A + \omega_d B$ ดังนั้น

$$\left. \frac{dv(t)}{dt} \right|_{t=0} = -\alpha A + \omega_d B = -8 \times 10^4 A + 6 \times 10^4 B \quad (8.293)$$

เนื่องจากสมการที่ (8.292) เท่ากับสมการที่ (8.293) ดังนั้น

$$-8 \times 10^4 A + 6 \times 10^4 B = 0 \quad (8.294)$$

แทนค่า $t = 0$ s และ $v(0)$ ในสมการที่ (8.288) จะได้

$$\begin{aligned}
 16 + (A \cos 6 \times 10^4 \times 0 + B \sin 6 \times 10^4 \times 0) e^{-8 \times 10^4 \times 0} &= 25 \\
 16 + \{A \cos(0) + B \sin(0)\} e^0 &= 25 \\
 16 + \{A + 0\} &= 25 \\
 A &= 25 - 16 \\
 A &= 9 \tag{8.295}
 \end{aligned}$$

แทนค่า A ในสมการที่ (8.294) จะได้

$$B = \frac{8 \times 10^4 A}{6 \times 10^4} = \frac{8 \times 10^4 (9)}{6 \times 10^4} = 12 \tag{8.296}$$

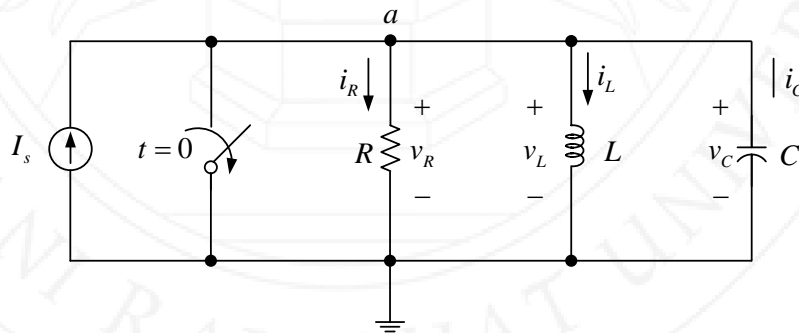
แทนค่า A และ B ในสมการที่ (8.288) จะได้ผลเฉลยสมบูร์นของแรงดันตกคร่อมตัวเก็บประจุดังนี้

$$v(t) = 16 + (9 \cos 6 \times 10^4 t + 12 \sin 6 \times 10^4 t) e^{-8 \times 10^4 t} \text{ V} \tag{ตอบ}$$

8.6 การตอบสนองต่อฟังก์ชันขั้นบันไดของวงจรขนานอาร์แอลซี

พิจารณาวงจรขนาน RLC ในรูปที่ 8.69 สวิตช์เปลี่ยนสถานะจาก “ปิด” เป็น “เปิด” ทันทีที่เวลา $t = 0$ s สมการตามกฎกระแสของเคอร์ชอฟฟ์คือ (Alexander & Sadiku, 2009)

$$\begin{aligned}
 i_s - i_R - i_L - i_C &= 0 \\
 i_R + i_L + i_C &= i_s \tag{8.297}
 \end{aligned}$$



รูปที่ 8.69 วงจรจ่ายแรงดันขั้นบันไดให้กับวงจรขนาน RLC

เนื่องจากแรงดันตกคร่อมทุกองค์ประกอบมีค่าเท่ากัน ดังนั้น $v_R = v_L = v_C$ สมการที่ (8.297) จึงสามารถเขียนให้อยู่ในรูปใหม่ได้ดังนี้

$$\begin{aligned}\frac{v_R}{R} + \frac{1}{L} \int v_L dt + C \frac{dv_C}{dt} &= i_s \\ \frac{v_L}{R} + \frac{1}{L} \int v_L dt + C \frac{dv_L}{dt} &= i_s\end{aligned}\quad (8.298)$$

เนื่องจาก $v_L = L \frac{di_L}{dt}$ แทนค่าลงในสมการที่ (8.298) จะได้

$$\begin{aligned}\frac{L \frac{di_L}{dt}}{R} + \frac{1}{L} \int \left(L \frac{di_L}{dt} \right) dt + C \frac{d \left(L \frac{di_L}{dt} \right)}{dt} &= i_s \\ \frac{L}{R} \frac{di_L}{dt} + i_L + LC \frac{d^2 i_L}{dt^2} &= i_s \\ \frac{d^2 i_L}{dt^2} + \frac{1}{RC} \frac{di_L}{dt} + \frac{i_L}{LC} &= \frac{i_s}{LC}\end{aligned}\quad (8.299)$$

ผลตอบสนองของกระแส i_L แบ่งออกเป็น 2 ส่วนคือ ผลตอบสนองในสถานะชั่วคราว ($i_L'(t)$) และผลตอบสนองในสถานะอยู่ตัว ($i_L^{ss}(t)$) ดังแสดงในสมการที่ (8.300)

$$i_L(t) = i_L'(t) + i_L^{ss}(t) \quad (8.300)$$

เมื่อ $i_L'(t)$ คือ กระแสตัวเหนี่ยวนำในสถานะชั่วคราว
 $i_L^{ss}(t)$ คือ กระแสตัวเหนี่ยวนำในสถานะอยู่ตัวที่เวลา $t = \infty$ s

เมื่อพิจารณาพจน์ด้านซ้ายของสมการที่ (8.299) จะเห็นว่าเหมือนกับสมการที่ (8.151) ทุกประการ ดังนั้น ผลตอบสนองในสถานะชั่วคราวของกระแสไหลผ่านตัวเหนี่ยวนำ จึงเหมือนกับสมการที่ (8.152) สมการที่ (8.154) และสมการที่ (8.156) ทุกประการ ดังนี้

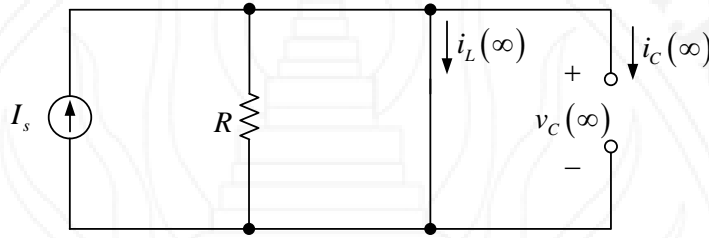
$$i_L'(t) = Ae^{\lambda_1 t} + Be^{\lambda_2 t} \quad (\text{สถานะหน่วงเกิน}) \quad (8.301)$$

$$i_L'(t) = (A + Bt)e^{-\alpha t} \quad (\text{สถานะหน่วงวิกฤต}) \quad (8.302)$$

$$i_L'(t) = e^{-\alpha t} \{A \cos(\omega_d t) + B \sin(\omega_d t)\} \quad (\text{สถานะหน่วงขาด}) \quad (8.303)$$

ทอพอโลยีของวงจรในรูปที่ 8.69 ที่เวลา $t = \infty$ s แสดงในรูปที่ 8.70 กระแสไหลผ่านตัวเหนี่ยวนำในสถานะอยู่ตัวจึงมีค่าเท่ากับ

$$i_L^{ss}(t) = i_L(\infty) = I_s \quad (8.304)$$



รูปที่ 8.70 วงจรจ่ายแรงดันขั้นบันไดให้กับวงจรขนาน RLC ที่เวลา $t = \infty$ s

ดังนั้น ผลเฉลยที่สมบูรณ์ของผลตอบสนองวงจรจ่ายแรงดันขั้นบันไดให้กับวงจรขนาน RLC สำหรับทั้ง 3 กรณีคือ

$$i_L(t) = i_L(\infty) + Ae^{\lambda_1 t} + Be^{\lambda_2 t} \quad (\text{สถานะหน่วงเกิน}) \quad (8.305)$$

$$i_L(t) = i_L(\infty) + (A + Bt)e^{-\alpha t} \quad (\text{สถานะหน่วงวิกฤต}) \quad (8.306)$$

$$i_L(t) = i_L(\infty) + e^{-\alpha t} \{A \cos(\omega_d t) + B \sin(\omega_d t)\} \quad (\text{สถานะหน่วงขาด}) \quad (8.307)$$

จากวงจรในรูปที่ 8.69 หากกำหนดให้ผลตอบสนองที่ต้องการทราบค่าคือแรงดัน กำจัดพจน์ปริพันธ์ด้วยการหาอนุพันธ์สมการที่ (8.298) ทั้งสองข้าง จะได้ว่า

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \left(\frac{v_L}{R} + \frac{1}{L} \int v_L dt + C \frac{dv_L}{dt} \right) &= \frac{d}{dt} i_s \\ \frac{1}{R} \frac{dv_L}{dt} + \frac{1}{L} \frac{d}{dt} \int v_L dt + C \frac{d}{dt} \left(\frac{dv_L}{dt} \right) &= 0 \\ \frac{1}{R} \frac{dv_C}{dt} + \frac{1}{L} \frac{d}{dt} \int v_C dt + C \frac{d}{dt} \left(\frac{dv_C}{dt} \right) &= 0 \\ \frac{1}{R} \frac{dv_C}{dt} + \frac{v_C}{L} + C \frac{d^2 v_C}{dt^2} &= 0 \\ \frac{d^2 v_C}{dt^2} + \frac{1}{RC} \frac{dv_C}{dt} + \frac{v_C}{LC} &= 0 \end{aligned} \quad (8.308)$$

เมื่อพิจารณาจากสมการที่ (8.308) พบว่า เหมือนกับแบบจำลองของสมการวงจรรวม RLC ไม่มีแหล่งจ่าย เนื่องจากที่เวลา $t = \infty$ s ตัวเหนี่ยวนำลัดวงจร ดังนั้น จึงไม่มีแรงดันตกคร่อมตัวต้านทาน ตัวเหนี่ยวนำ และตัวเก็บประจุกระแส ผลเฉลยของสมการจึงมีเฉพาะพจน์ผลตอบสนองในสถานะชั่วครู่เท่านั้น สมการและขั้นตอนการวิเคราะห์หาแรงดันในสถานะชั่วครู่ $v'_C(t)$ เหมือนกับกรณีของวงจรรวม RLC ไม่มีแหล่งจ่ายทุกประการ

ขั้นตอนวิเคราะห์หาผลตอบสนองสมบูรณ์ของวงจรรวม RLC หรือกระแสของตัวเหนี่ยวนำ สามารถสรุปได้ดังนี้

(1) วิเคราะห์หาผลตอบสนองในสถานะชั่วครู่ ($x'(t)$) ซึ่งมีผลเฉลยแตกต่างกันสำหรับวงจรในสถานะหน่วงเกิน หน่วงวิกฤต และหน่วงขาด พารามิเตอร์ที่ใช้จำแนกสถานะของวงจรคือ

$$\alpha = \frac{1}{2RC}, \quad \omega_0 = \sqrt{\frac{1}{LC}} \quad (8.309)$$

(2) วิเคราะห์หาผลตอบสนองในสถานะอยู่ตัว ($x^{ss}(t)$) จากทอพอโลยีของวงจรที่เวลา $t = \infty$ s

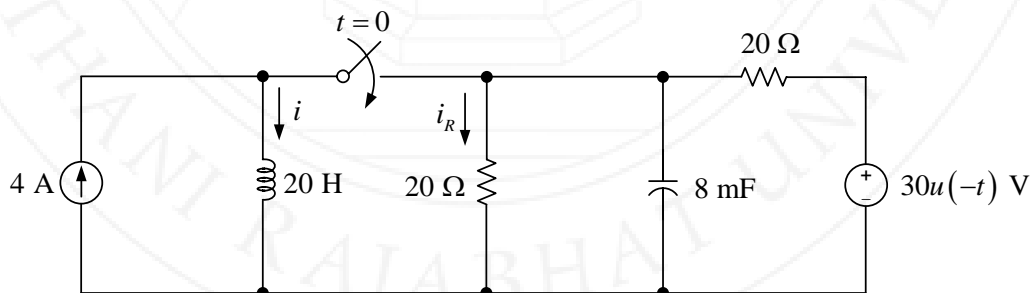
$$x^{ss}(t) = x(\infty) \quad (8.310)$$

(3) ผลตอบสนองสมบูรณ์ของวงจรรวม RLC คือ $x(t)$ คำนวณหาได้จากสมการ

$$x(t) = x(\infty) + x'(t) \quad (8.311)$$

ตัวอย่างที่ 8.16

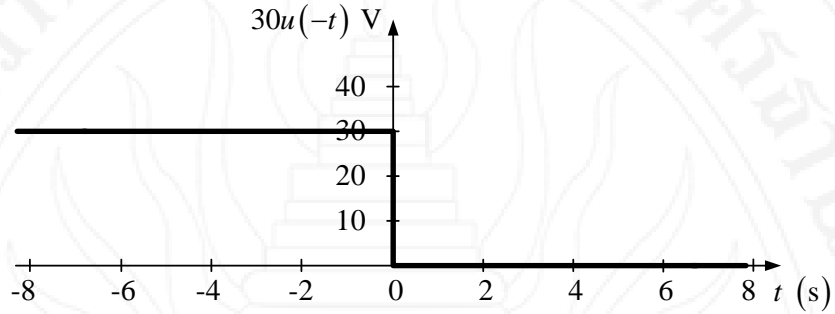
จากวงจรในรูปที่ 8.71 จงวิเคราะห์หา $i(t)$ และ $i_R(t)$ สำหรับเวลา $t > 0$ s



รูปที่ 8.71 วงจรสำหรับตัวอย่างที่ 8.16 (Alexander & Sadiku, 2009)

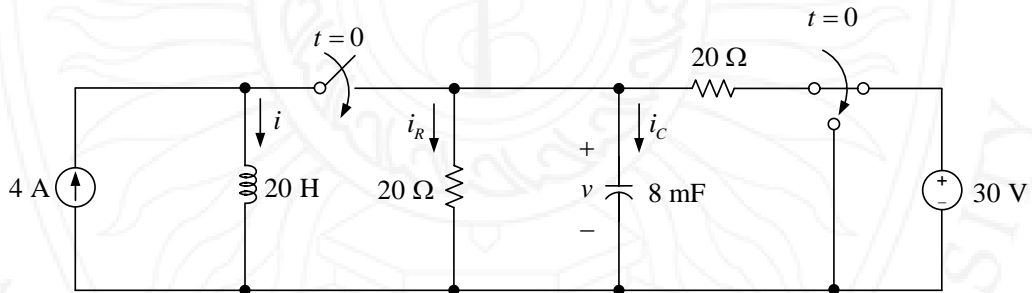
วิธีทำ

รูปสัญญาณของแหล่งกำเนิดแรงดัน $30u(-t)$ V แสดงในรูปที่ 8.72



รูปที่ 8.72 รูปสัญญาณของแหล่งกำเนิดแรงดัน $30u(-t)$ V

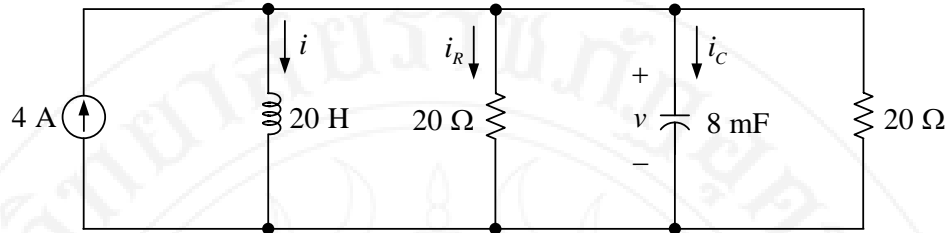
เมื่อพิจารณาจากรูปสัญญาณรูปที่ 8.72 แสดงว่า แหล่งกำเนิดเชื่อมต่อกับวงจรเฉพาะเวลา $t < 0$ s ดังนั้น ทอพอโลยีของวงจรที่เขียนแทนการเชื่อมต่อแหล่งกำเนิดแรงดัน $30u(-t)$ V ด้วยสวิตช์ แสดงในรูปที่ 8.73



รูปที่ 8.73 ทอพอโลยีวงจรควบคุมด้วยสวิตช์

ที่เวลา $t > 0$ s ทอพอโลยีของวงจรแสดงในรูปที่ 8.74 ความต้านทานสมมูลแบบขนานมีค่าเท่ากับ

$$R_{eq} = \frac{20 \times 20}{20 + 20} = 10 \Omega \tag{8.312}$$

รูปที่ 8.74 ทอพอโลยีวงจรที่เวลา $t > 0$ s

คำนวณหา α และ ω_0 จะได้

$$\alpha = \frac{1}{2R_{eq}C} = \frac{1}{2(10)(8 \times 10^{-3})} = 6.25 \quad (8.313)$$

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{LC}} = \sqrt{\frac{1}{20 \times 8 \times 10^{-3}}} = 2.5 \quad (8.314)$$

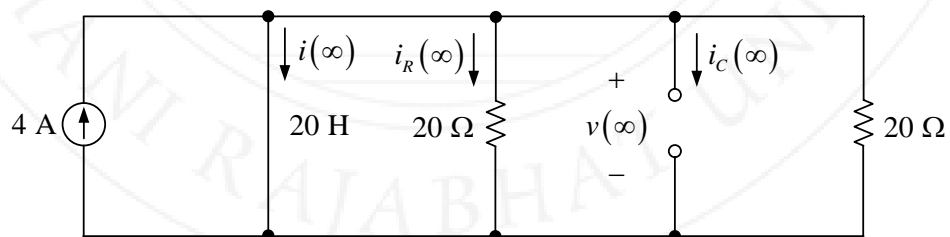
เมื่อพิจารณาผลลัพธ์จากสมการที่ (8.313) และสมการที่ (8.314) จะเห็นว่า $\alpha > \omega_0$ แสดงว่าวงจรอยู่ในสถานะหน่วงเกิน คำนวณหา λ_1 และ λ_2 ได้ผลลัพธ์ดังนี้

$$\lambda_1 = -\alpha + \sqrt{\alpha^2 - \omega_0^2} = -6.25 + \sqrt{6.25^2 - 2.5^2} = -0.5218 \quad (8.315)$$

$$\lambda_2 = -\alpha - \sqrt{\alpha^2 - \omega_0^2} = -6.25 - \sqrt{6.25^2 - 2.5^2} = -11.9782 \quad (8.316)$$

เนื่องจากที่เวลา $t = \infty$ s ตัวเหนี่ยวนำลัดวงจร และตัวเก็บประจุเปิดวงจร ทอพอโลยีของวงจรจึงมีลักษณะดังแสดงในรูปที่ 8.75 จากวงจรจะได้ว่า

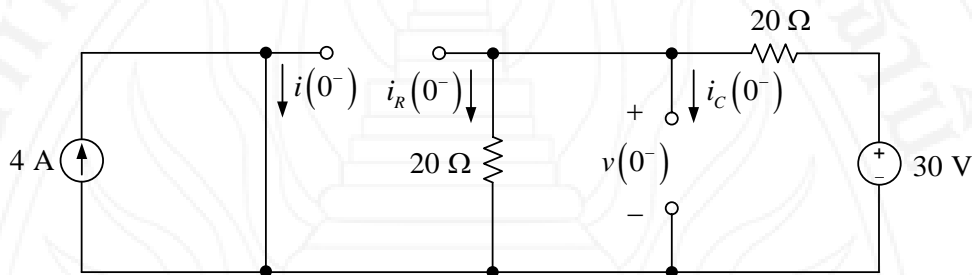
$$i(\infty) = 4 \text{ A} \quad (8.317)$$

รูปที่ 8.75 ทอพอโลยีของวงจรที่เวลา $t = \infty$ s

ผลตอบสนองสมบูรณ์ของกระแสตัวเหนี่ยวนำคือ

$$i(t) = i(\infty) + Ae^{\lambda_1 t} + Be^{\lambda_2 t} = 4 + Ae^{-0.5218t} + Be^{-11.9782t} \text{ A} \quad (8.318)$$

ที่เวลา $t = 0^-$ s เหนี่ยวนำอยู่ในสถานะลัดวงจร และตัวเก็บประจุอยู่ในสถานะเปิดวงจร ดังแสดงในรูปที่ 8.76



รูปที่ 8.76 ทอพอโลยีของวงจรที่เวลา $t = 0^-$ s

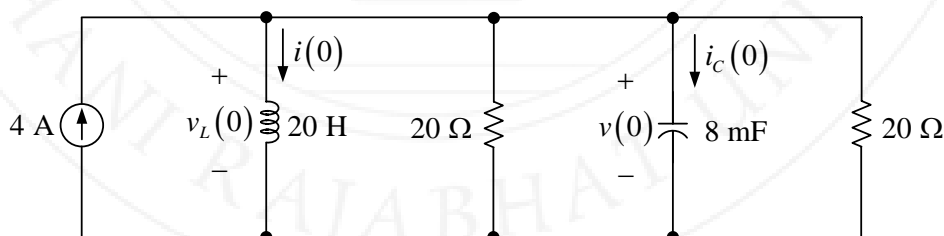
พิจารณาวงจรในรูปที่ 8.76 เนื่องจากกระแสของตัวเหนี่ยวนำไม่สามารถเปลี่ยนแปลงค่าได้โดยฉับพลัน ดังนั้น กระแส $i(0)$ มีค่าเท่ากับ

$$i(0) = i(0^-) = 4 \text{ A} \quad (8.319)$$

พิจารณาวงจรในรูปที่ 8.76 จากหลักการของวงจรแบ่งแรงดัน และเนื่องจากแรงดันของตัวเก็บประจุไม่สามารถเปลี่ยนแปลงค่าได้โดยฉับพลัน ดังนั้น กระแส $v(0)$ มีค่าเท่ากับ

$$v(0) = v(0^-) = \frac{20 \Omega}{20 \Omega + 20 \Omega} \times 30 \text{ V} = 15 \text{ V} \quad (8.320)$$

ที่เวลา $t = 0$ s ทอพอโลยีของวงจรแสดงในรูปที่ 8.77



รูปที่ 8.77 ทอพอโลยีของวงจรที่เวลา $t = 0$ s

พิจารณาวงจรในรูปที่ 8.77 แรงดัน $v_L(0)$ มีค่าเท่ากับ

$$v_L(0) = v(0) = 15 \text{ V} \quad (8.321)$$

จากสมการที่ (8.318) อนุพันธ์ $\left. \frac{di(t)}{dt} \right|_{t=0}$ มีค่าเท่ากับ

$$\begin{aligned} \left. \frac{dv(t)}{dt} \right|_{t=0} &= \left. \frac{d}{dt} (4 + Ae^{-0.5218t} + Be^{-11.9782t}) \right|_{t=0} \\ &= -0.5218Ae^{-0.5218t} - 11.9782Be^{-11.9782t} \Big|_{t=0} \\ &= -0.5218Ae^{-0.5218 \times 0} - 11.9782Be^{-11.9782 \times 0} \\ &= -0.5218A(1) - 11.9782B(1) \\ &= -0.5218A - 11.9782B \end{aligned} \quad (8.322)$$

แทนค่า $\left. \frac{di(t)}{dt} \right|_{t=0} = \frac{v_L(0)}{L}$ จะได้

$$\left. \frac{di(t)}{dt} \right|_{t=0} = \frac{v_L(0)}{L} = \frac{15}{20} = 0.75 \text{ A/s} \quad (8.323)$$

เนื่องจากสมการที่ (8.322) เท่ากับสมการที่ (8.323) ดังนั้น

$$-0.5218A - 11.9782B = 0.75 \quad (8.324)$$

แทนค่า $t = 0 \text{ s}$ และ $i(0)$ ในสมการที่ (8.318) จะได้

$$\begin{aligned} 4 + Ae^{-0.5218 \times 0} + Be^{-11.9782 \times 0} &= 4 \\ A(1) + B(1) &= 4 - 4 \\ A + B &= 0 \\ B &= -A \end{aligned} \quad (8.325)$$

แทนค่า B ในสมการที่ (8.324) จะได้

$$\begin{aligned} -0.5218A - 11.9782(-A) &= 0.75 \\ 11.4564A &= 0.75 \\ A &= \frac{0.75}{11.4564} \\ &= 0.0655 \end{aligned} \quad (8.326)$$

แทนค่า A ในสมการที่ (8.325) จะได้

$$B = -0.0655 \quad (8.327)$$

แทนค่า A และ B ในสมการที่ (8.237) จะได้ผลเฉลยสมบูรณ์ของแรงดันตกคร่อมตัวเก็บประจุดังนี้

$$i(t) = 4 + 0.0655(e^{-0.5218t} - e^{-11.9782t}) \text{ A} \quad \text{ตอบ}$$

แรงดันตกคร่อมตัวเหนี่ยวนำมีค่าเท่ากับ

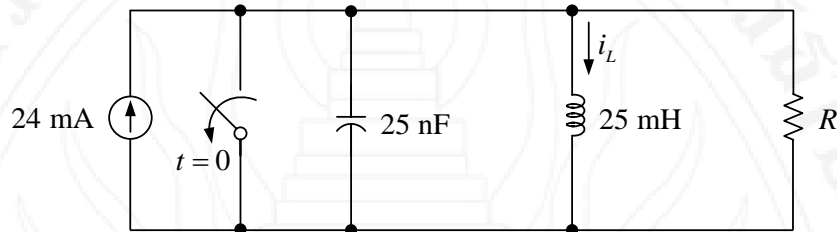
$$v_L(t) = L \frac{di}{dt} = 20 \frac{di}{dt} \quad (8.328)$$

จากวงจรในรูปที่ 8.74 แรงดันตกคร่อมตัวเหนี่ยวนำ ตัวต้านทาน และตัวเก็บประจุ มีค่าเท่ากัน จากกฎของโอห์ม กระแส $i_R(t)$ จึงมีค่าเท่ากับ

$$\begin{aligned} i_R(t) &= \frac{v_L(t)}{20 \Omega} \\ &= \frac{20 \frac{di}{dt}}{20} \\ &= \frac{di}{dt} \\ &= \frac{d}{dt} \{ 4 + 0.0655(e^{-0.5218t} - e^{-11.9782t}) \} \\ &= 0.0655(-0.5218)e^{-0.5218t} - 0.0655(-11.9782)e^{-11.9782t} \\ &= -0.0342e^{-0.5218t} + 0.7842e^{-11.9782t} \text{ V} \end{aligned} \quad \text{ตอบ}$$

ตัวอย่างที่ 8.17

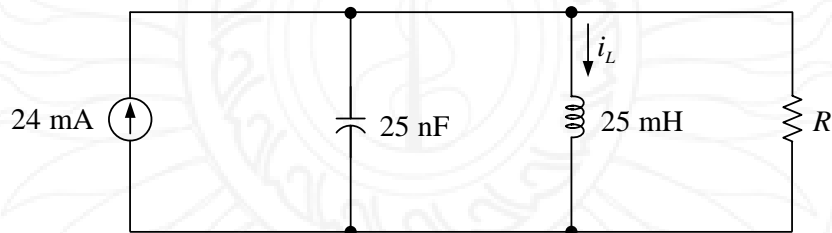
จากวงจรในรูปที่ 8.71 จงวิเคราะห์หา $i_L(t)$ สำหรับเวลา $t > 0$ s เมื่อกำหนดให้
 (ก) $R = 400 \Omega$ (ข) $R = 625 \Omega$ (ค) $R = 500 \Omega$



รูปที่ 8.78 วงจรสำหรับตัวอย่างที่ 8.16 (Nilsson & Riedel, 2011)

วิธีทำ

ที่เวลา $t > 0$ s ทอพอโลยีของวงจรแสดงในรูปที่ 8.79

รูปที่ 8.79 ทอพอโลยีวงจรที่เวลา $t > 0$ s

คำนวณหา α สำหรับตัวต้านทานทั้ง 3 กรณีได้ ดังแสดงในตารางที่ 8.1

ตารางที่ 8.1 ค่า α สำหรับตัวต้านทาน 3 กรณี

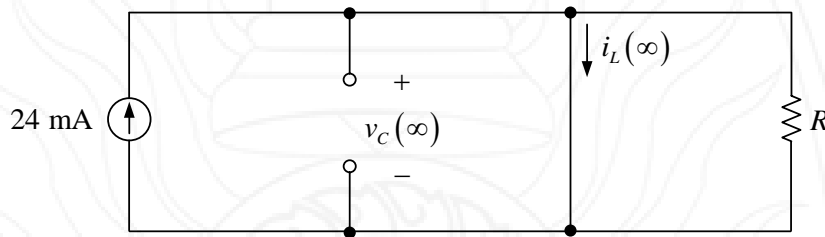
R	$\alpha = \frac{1}{2RC}$
400 Ω	50,000
625 Ω	32,000
500 Ω	40,000

คำนวณหา ω_0 จะได้

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{LC}} = \sqrt{\frac{1}{25 \times 10^{-3} \times 25 \times 10^{-9}}} = 40,000 \quad (8.329)$$

เนื่องจากที่เวลา $t = \infty$ s ตัวเหนี่ยวนำลัดวงจร และตัวเก็บประจุเปิดวงจร ทอพอโลยีของวงจรจึงมีลักษณะดังแสดงในรูปที่ 8.80 จากวงจรจะได้ว่า

$$i(\infty) = 24 \text{ mA} \quad (8.330)$$



รูปที่ 8.80 ทอพอโลยีของวงจรที่เวลา $t = \infty$ s

สำหรับกรณี $R = 400 \Omega$ คำนวณหา λ_1 และ λ_2 ได้ผลลัพธ์ดังนี้

$$\lambda_1 = -\alpha + \sqrt{\alpha^2 - \omega_0^2} = -50,000 + \sqrt{50,000^2 - 40,000^2} = -20,000 \quad (8.331)$$

$$\lambda_2 = -\alpha - \sqrt{\alpha^2 - \omega_0^2} = -50,000 - \sqrt{50,000^2 - 40,000^2} = -80,000 \quad (8.332)$$

สำหรับกรณี $R = 625 \Omega$ คำนวณหา ω_d ได้ผลลัพธ์ดังนี้

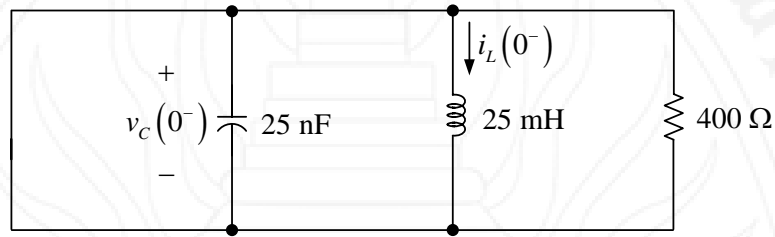
$$\omega_d = \sqrt{\omega_0^2 - \alpha^2} = \sqrt{40,000^2 - 32,000^2} = 24,000 \quad (8.333)$$

ผลเฉลยสมบูรณของกระแสสำหรับตัวต้านทานทั้ง 3 ค่า แสดงในตารางที่ 8.2 ที่เวลา $t = 0^-$ s ไม่มีแหล่งกำเนิดเชื่อมต่อกับวงจร อีกทั้งกระแสของตัวเหนี่ยวนำ และแรงดันของตัวเก็บประจุไม่สามารถเปลี่ยนแปลงค่าได้โดยฉับพลัน ดังนั้น

$$\begin{aligned} i_L(0) &= i_L(0^-) = 0 \text{ A} \\ v_C(0) &= v_C(0^-) = 0 \text{ V} \end{aligned} \quad (8.334)$$

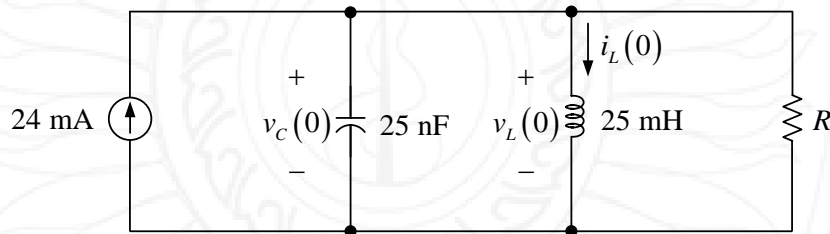
ตารางที่ 8.2 ผลเฉลยสมบูรณ์ของกระแสสำหรับตัวต้านทาน 3 กรณี

R	สถานะของวงจร	$i_L(t)$
400 Ω	หน่วงเกิน	$i_L(t) = 24 \times 10^{-3} + Ae^{-20,000t} + Be^{-80,000t}$
625 Ω	หน่วงขาด	$i_L(t) = 24 \times 10^{-3} + (A \cos 24,000t + B \sin 24,000t)e^{-32,000t}$
500 Ω	หน่วงวิกฤต	$i_L(t) = 24 \times 10^{-3} + (A + Bt)e^{-40,000t}$



รูปที่ 8.81 ทอพอโลยีของวงจรที่เวลา $t = 0^-$ s

ที่เวลา $t = 0$ s ทอพอโลยีของวงจรแสดงในรูปที่ 8.82



รูปที่ 8.82 ทอพอโลยีของวงจรที่เวลา $t = 0$ s

พิจารณาวงจรในรูปที่ 8.82 แรงดัน $v_L(0)$ มีค่าเท่ากับ

$$v_L(0) = v_C(0) = 0 \text{ V} \tag{8.335}$$

อนุพันธ์ $\left. \frac{di(t)}{dt} \right|_{t=0}$ สำหรับกระแสในแต่ละสถานะ แสดงในตารางที่ 8.3 แทนค่า $\left. \frac{di(t)}{dt} \right|_{t=0} = \frac{v_L(0)}{L}$ จะได้

$$\left. \frac{di(t)}{dt} \right|_{t=0} = \frac{v_L(0)}{L} = \frac{0}{25 \times 10^{-3}} = 0 \text{ A/s} \tag{8.336}$$

ตารางที่ 8.3 นิพจน์ $\left. \frac{di_L(t)}{dt} \right|_{t=0}$ สำหรับตัวต้านทาน 3 กรณี

R	สถานะของวงจร	$\left. \frac{di_L(t)}{dt} \right _{t=0}$
400 Ω	หน่วงเกิน	$-20,000A - 80,000B$
625 Ω	หน่วงขาด	$-40,000A + 24,000B$
500 Ω	หน่วงวิกฤต	$-40,000A + B$

เนื่องจากสมการที่ (8.323) เท่ากับพจน์ในสมการด้านซ้ายมือสุดของตารางที่ 8.3 ดังนั้น สามารถเขียนสมการ 2 ตัวแปรสำหรับตัวต้านทานแต่ละค่า ได้ดังตารางที่ 8.4

ตารางที่ 8.4 สมการ $\left. \frac{di_L(t)}{dt} \right|_{t=0} = \frac{v_L(0)}{L}$ สำหรับตัวต้านทาน 3 กรณี

R	สถานะของวงจร	$\left. \frac{di_L(t)}{dt} \right _{t=0}$
400 Ω	หน่วงเกิน	$-20,000A - 80,000B = 0$
625 Ω	หน่วงขาด	$-32,000A + 24,000B = 0$
500 Ω	หน่วงวิกฤต	$-40,000A + B = 0$

แทนค่า $t = 0$ s และ $i_L(0)$ ในสมการผลตอบแทนของกระแสเหนี่ยวนำ ดังแสดงในตารางที่ 8.5

ตารางที่ 8.5 สมการ $i_L(t)|_{t=0} = i_L(0)$ สำหรับตัวต้านทาน 3 กรณี

R	สถานะของวงจร	$i_L(t)$
400 Ω	หน่วงเกิน	$A + B = -24 \times 10^{-3}$
625 Ω	หน่วงขาด	$A = -24 \times 10^{-3}$
500 Ω	หน่วงวิกฤต	$A = -24 \times 10^{-3}$

กรณีที่ 1: $R = 400 \Omega$

จากตารางที่ 8.4 และตารางที่ 8.5 สามารถเขียนสมการหลายชั้นในรูปแบบของเมทริกซ์ได้ดังนี้

$$\begin{bmatrix} -20,000 & -80,000 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A \\ B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ -24 \times 10^{-3} \end{bmatrix} \quad (8.337)$$

จากหลักเกณฑ์คราเมอร์ จะได้ว่า

$$A = \frac{\begin{vmatrix} 0 & -80,000 \\ -24 \times 10^{-3} & 1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} -20,000 & -80,000 \\ 1 & 1 \end{vmatrix}} = -0.032 \quad (8.338)$$

$$B = \frac{\begin{vmatrix} -20,000 & 0 \\ 1 & -24 \times 10^{-3} \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} -20,000 & -80,000 \\ 1 & 1 \end{vmatrix}} = 0.008 \quad (8.339)$$

ดังนั้น ผลเฉลยที่สมบูรณ์ของกระแสตัวเหนี่ยวนำคือ

$$i_L(t) = 24 + 32e^{-20,000t} + 8e^{-80,000t} \text{ mA} \quad \text{ตอบ}$$

กรณีที่ 2: $R = 625 \Omega$

จากตารางที่ 8.5 แทนค่า $A = -24 \times 10^{-3}$ ในตารางที่ 8.4 จะได้

$$\begin{aligned} -32,000(-24 \times 10^{-3}) + 24,000B &= 0 \\ B &= \frac{32,000(-24 \times 10^{-3})}{24,000} \\ &= -0.032 \end{aligned} \quad (8.340)$$

ดังนั้น ผลเฉลยที่สมบูรณ์ของกระแสตัวเหนี่ยวนำคือ

$$i_L(t) = 24 - (24 \cos 24,000t + 32 \sin 24,000t)e^{-32,000t} \text{ mA} \quad \text{ตอบ}$$

กรณีที่ 3: $R = 500 \Omega$

จากตารางที่ 8.5 แทนค่า $A = -24 \times 10^{-3}$ ในตารางที่ 8.4 จะได้

$$\begin{aligned} -40,000(-24 \times 10^{-3}) + B &= 0 \\ B &= -960 \end{aligned} \quad (8.341)$$

ดังนั้น ผลเฉลยที่สมบูรณ์ของกระแสตัวเหนี่ยวนำคือ

$$i_L(t) = 24 \times 10^{-3} - (24 + 96,000t)e^{-40,000t} \text{ mA}$$

ตอบ

8.7 บทสรุป

- (1) ค่าเริ่มต้นคือ ค่าของพารามิเตอร์ที่เวลา $t = 0$ s
- (2) ค่าสุดท้ายคือ ค่าของพารามิเตอร์ที่เวลา $t = \infty$ s
- (3) สมการลักษณะเฉพาะวงจรรอนุกรม RLC คือ

$$\lambda^2 + \frac{R}{L}\lambda + \frac{1}{LC} = 0$$

รากของสมการลักษณะเฉพาะ λ_1 และ λ_2 มีชื่อเรียกว่า ความถี่ธรรมชาติ มีค่าดังสมการต่อไปนี้

$$\lambda_1 = -\alpha + \sqrt{\alpha^2 - \omega_0^2}$$

$$\lambda_2 = -\alpha - \sqrt{\alpha^2 - \omega_0^2}$$

เมื่อกำหนดให้

$$\alpha = \frac{R}{2L} = \text{ตัวประกอบการหน่วง}$$

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{LC}} = \text{ความถี่เรโซแนนซ์}$$

ผลเฉลยของกระแส i สามารถเกิดสถานะของรูปสัญญาณได้ 3 กรณี ดังต่อไปนี้

กรณีที่ 1 ค่า λ_1 และ λ_2 เป็นจำนวนจริงที่ไม่เท่ากัน แสดงว่า $\alpha > \omega_0$ วงจรอยู่ในสถานะหน่วงเกิน ผลเฉลยของกระแสคือ

$$i_L(t) = Ae^{\lambda_1 t} + Be^{\lambda_2 t}$$

อนุพันธ์ของกระแสคือ

$$\frac{di_L}{dt} = A\lambda_1 e^{\lambda_1 t} + B\lambda_2 e^{\lambda_2 t}$$

กรณีที่ 2 ค่า λ_1 และ λ_2 เป็นจำนวนจริงเท่ากัน ($\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda$) แสดงว่า $\alpha = \omega_0$ วงจรอยู่ในสถานะหน่วงวิกฤต ผลเฉลยของกระแสคือ

$$i_L(t) = (A + Bt)e^{-\alpha t}$$

อนุพันธ์ของกระแสคือ

$$\frac{di_L}{dt} = -\alpha A e^{-\alpha t} - B \{ \alpha t e^{-\alpha t} - e^{-\alpha t} \}$$

กรณีที่ 3 ค่า λ_1 และ λ_2 เป็นจำนวนเชิงซ้อนสังยุค ($\lambda_{1,2} = -\alpha \pm j\omega_d$) แสดงว่า $\alpha < \omega_0$ กระแสของวงจรอยู่ในสถานะหน่วงขาด ผลเฉลยของกระแสคือ

$$i_L(t) = e^{-\alpha t} \{ A \cos(\omega_d t) + B \sin(\omega_d t) \}$$

เมื่อ

$$\omega_d = \sqrt{\omega_0^2 - \alpha^2}$$

อนุพันธ์ของกระแสคือ

$$\frac{di_L}{dt} = A e^{-\alpha t} \{ -\omega_d \sin(\omega_d t) - \alpha \cos(\omega_d t) \} + B e^{-\alpha t} \{ \omega_d \cos(\omega_d t) - \alpha \sin(\omega_d t) \}$$

(4) ขั้นตอนการวิเคราะห์ห้วงจรอนุกรม RLC ไม่มีแหล่งกำเนิด

- 1) คำนวณหา α และ ω_0 โดยใช้ทอพอโลยีของวงจรที่เวลา $t > 0$ s
- 2) เปรียบเทียบค่า α และ ω_0

2.1.1) หาก $\alpha > \omega_0$ แสดงว่าผลเฉลยของกระแสอยู่ในรูปแบบสถานะหน่วงเกิน

2.1.2) หาก $\alpha = \omega_0$ แสดงว่าผลเฉลยของกระแสอยู่ในรูปแบบสถานะหน่วงเกิน

2.1.3) หาก $\alpha < \omega_0$ แสดงว่าผลเฉลยของกระแสอยู่ในรูปแบบสถานะหน่วงเกิน

- 3) วิเคราะห์ห้วงจรหาค่า $i_L(0)$ จากทอพอโลยีของวงจรที่เวลา $t = 0^-$ s และวิเคราะห์

วงจรหาค่า $\frac{di_L(0)}{dt}$ จากทอพอโลยีของวงจรที่เวลา $t = 0$ s เพื่อคำนวณหาค่าคงตัว A และ B

จากสมการต่อไปนี้

$$\begin{aligned} i_L(t) \Big|_{t=0} &= i_L(0) \\ \frac{di_L(t)}{dt} \Big|_{t=0} &= \frac{di_L(0)}{dt} = \frac{v_L(0)}{L} \end{aligned}$$

(5) สมการลักษณะเฉพาะของวงจรมานาน RLC คือ

$$\lambda^2 + \frac{1}{2RC} \lambda + \frac{1}{LC} = 0$$

รากของสมการลักษณะเฉพาะ λ_1 และ λ_2 มีชื่อเรียกว่า ความถี่ธรรมชาติ มีค่าดังสมการต่อไปนี้

$$\lambda_1 = -\alpha + \sqrt{\alpha^2 - \omega_0^2}$$

$$\lambda_2 = -\alpha - \sqrt{\alpha^2 - \omega_0^2}$$

เมื่อกำหนดให้

$$\alpha = \frac{1}{2RC} = \text{ตัวประกอบการหน่วง}$$

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{LC}} = \text{ความถี่เรโซแนนซ์}$$

ผลเฉลยของแรงดัน v สามารถเกิดสถานะของรูปสัญญาณได้ 3 กรณี ดังต่อไปนี้

กรณีที่ 1 ค่า λ_1 และ λ_2 เป็นจำนวนจริงที่ไม่เท่ากัน แสดงว่า $\alpha > \omega_0$ วงจรอยู่ในสถานะหน่วงเกิน ผลเฉลยของแรงดันคือ

$$v_C(t) = Ae^{\lambda_1 t} + Be^{\lambda_2 t}$$

อนุพันธ์ของแรงดันคือ

$$\frac{dv_C}{dt} = A\lambda_1 e^{\lambda_1 t} + B\lambda_2 e^{\lambda_2 t}$$

กรณีที่ 2 ค่า λ_1 และ λ_2 เป็นจำนวนจริงเท่ากัน ($\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda$) แสดงว่า $\alpha = \omega_0$ วงจรอยู่ในสถานะหน่วงวิกฤต ผลเฉลยของแรงดันคือ

$$v_C(t) = (A + Bt)e^{-\alpha t}$$

อนุพันธ์ของแรงดันคือ

$$\frac{dv_C}{dt} = -\alpha A e^{-\alpha t} - B \{ \alpha t e^{-\alpha t} - e^{-\alpha t} \}$$

กรณีที่ 3 ค่า λ_1 และ λ_2 เป็นจำนวนเชิงซ้อนสังยุค ($\lambda_{1,2} = -\alpha \pm j\omega_d$) แสดงว่า $\alpha < \omega_0$ แรงดันของวงจรอยู่ในสถานะหน่วงขาด ผลเฉลยของแรงดันคือ

$$v_C(t) = e^{-\alpha t} \{ A \cos(\omega_d t) + B \sin(\omega_d t) \}$$

เมื่อ

$$\omega_d = \sqrt{\omega_0^2 - \alpha^2}$$

อนุพันธ์ของแรงดันคือ

$$\frac{dv_C}{dt} = Ae^{-\alpha t} \{-\omega_d \sin(\omega_d t) - \alpha \cos(\omega_d t)\} + Be^{-\alpha t} \{\omega_d \cos(\omega_d t) - \alpha \sin(\omega_d t)\}$$

(6) ขั้นตอนการวิเคราะห์ห้วงจรขนาน RLC ไม่มีแหล่งกำเนิด

1) คำนวณหา α และ ω_0 โดยใช้ทอพอโลยีของวงจรที่เวลา $t > 0$ s

2) เปรียบเทียบค่า α และ ω_0

2.1.1) หาก $\alpha > \omega_0$ แสดงว่าผลเฉลยของแรงดันอยู่ในรูปแบบสถานะหน่วงเกิน

2.1.2) หาก $\alpha = \omega_0$ แสดงว่าผลเฉลยของแรงดันอยู่ในรูปแบบสถานะหน่วงเกิน

2.1.3) หาก $\alpha < \omega_0$ แสดงว่าผลเฉลยของแรงดันอยู่ในรูปแบบสถานะหน่วงเกิน

3) วิเคราะห์ห้วงจรหาค่า $v_C(0)$ จากทอพอโลยีของวงจรที่เวลา $t = 0^-$ s และ

วิเคราะห์ห้วงจรหาค่า $\frac{dv_C(0)}{dt}$ จากทอพอโลยีของวงจรที่เวลา $t = 0$ s เพื่อคำนวณหาค่าคงตัว A และ B จากสมการต่อไปนี้

$$v_C(t)|_{t=0} = v_C(0)$$

$$\left. \frac{dv_C(t)}{dt} \right|_{t=0} = \frac{dv_C(0)}{dt} = \frac{i_C(0)}{C}$$

(7) ขั้นตอนวิเคราะห์หาผลตอบสนองสมบูรณของวงจรอนุกรม RLC

7.1) วิเคราะห์หาผลตอบสนองในสถานะชั่วคราว ($x'(t)$) ซึ่งมีผลเฉลยแตกต่างกันสำหรับวงจรในสถานะหน่วงเกิน หน่วงวิกฤต และหน่วงขาด พารามิเตอร์ที่ใช้จำแนกสถานะของวงจรคือ

$$\alpha = \frac{R}{2L}, \quad \omega_0 = \sqrt{\frac{1}{LC}}$$

7.2) วิเคราะห์หาผลตอบสนองในสถานะอยู่ตัว ($x^{ss}(t)$) จากทอพอโลยีของวงจรที่เวลา $t = \infty$ s

$$x^{ss}(t) = x(\infty)$$

7.3) ผลตอบสนองสมบูรณของวงจรอนุกรม RLC คือ $x(t)$ คำนวณหาได้จากสมการ

$$x(t) = x(\infty) + x'(t)$$

(8) ขั้นตอนวิเคราะห์หาผลตอบสนองสมบูรณ์ของวงจรขนาน RLC

8.1) วิเคราะห์หาผลตอบสนองในสถานะชั่วคราว ($x'(t)$) ซึ่งมีผลเฉลยแตกต่างกันสำหรับวงจรในสถานะหน่วงเกิน หน่วงวิกฤต และหน่วงขาด พารามิเตอร์ที่ใช้จำแนกสถานะของวงจรคือ

$$\alpha = \frac{1}{2RC}, \quad \omega_0 = \sqrt{\frac{1}{LC}}$$

8.2) วิเคราะห์หาผลตอบสนองในสถานะอยู่ตัว ($x^{ss}(t)$) จากทอพอโลยีของวงจรที่เวลา $t = \infty$ s

$$x^{ss}(t) = x(\infty)$$

8.3) ผลตอบสนองสมบูรณ์ของวงจรขนาน RLC คือ $x(t)$ คำนวณหาได้จากสมการ

$$x(t) = x(\infty) + x'(t)$$

8.8 แบบฝึกหัด

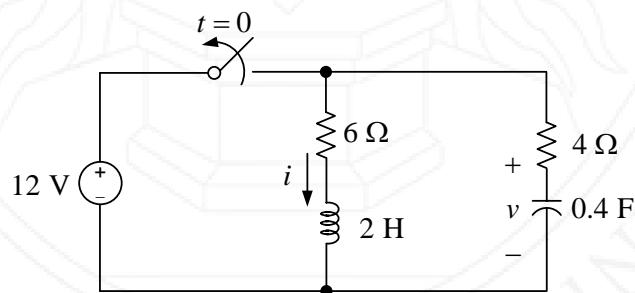
8.8.1 การหาค่าเริ่มต้นและค่าสุดท้าย

(1) จากวงจรในรูปที่ 8.83 จงคำนวณหา

(ก) $v(0)$ และ $i(0)$

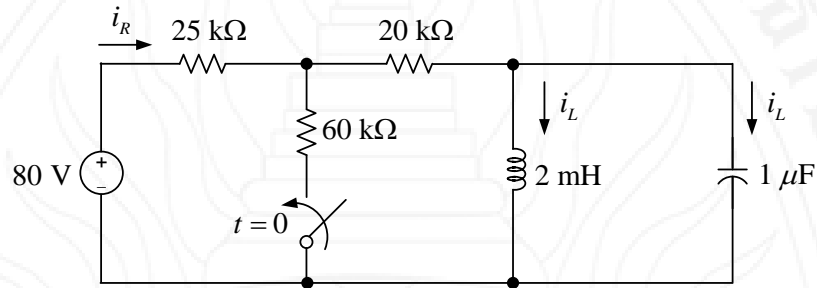
(ข) $\frac{dv(0)}{dt}$ และ $\frac{di(0)}{dt}$

(ค) $v(\infty)$ และ $i(\infty)$



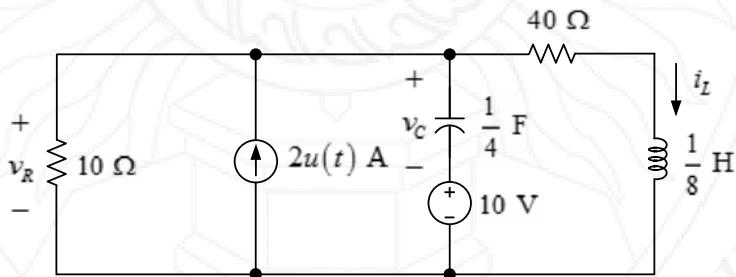
รูปที่ 8.83 วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (1) (Alexander & Sadiku, 2004)

- (2) จากวงจรในรูปที่ 8.84 จงคำนวณหา
 (ก) $i_L(0)$ $i_C(0)$ และ $i_R(0)$
 (ข) $\frac{di_L(0)}{dt}$ $\frac{di_C(0)}{dt}$ และ $\frac{di_R(0)}{dt}$
 (ค) $i_L(\infty)$ $i_C(\infty)$ และ $i_R(\infty)$



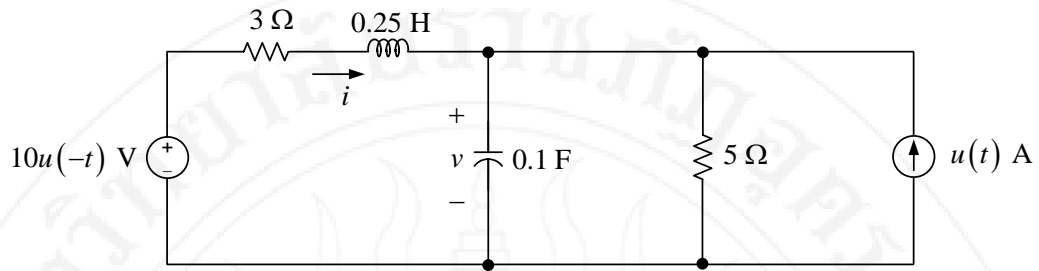
รูปที่ 8.84 วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (2) (Alexander & Sadiku, 2004)

- (3) จากวงจรในรูปที่ 8.85 จงคำนวณหา
 (ก) $i_L(0)$ $v_C(0)$ และ $v_R(0)$
 (ข) $\frac{di_L(0)}{dt}$ $\frac{dv_C(0)}{dt}$ และ $\frac{dv_R(0)}{dt}$
 (ค) $i_L(\infty)$ $i_C(\infty)$ และ $v_R(\infty)$



รูปที่ 8.85 วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (3) (Alexander & Sadiku, 2009)

- (4) จากวงจรในรูปที่ 8.86 จงคำนวณหา
 (ก) $i_L(0)$ และ $v_C(0)$
 (ข) $\frac{dv(0)}{dt}$ และ $\frac{di(0)}{dt}$
 (ค) $v(\infty)$ และ $i(\infty)$



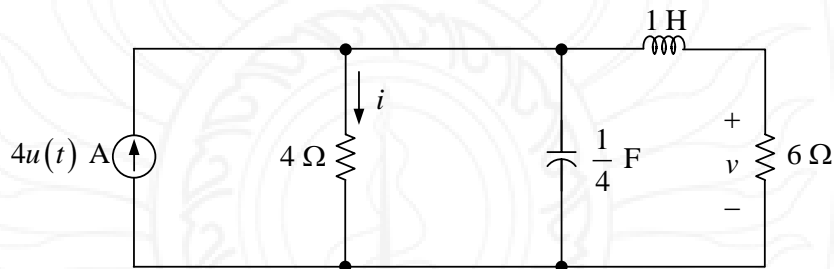
รูปที่ 8.86 วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (4) (Alexander & Sadiku, 2009)

(5) จากวงจรในรูปที่ 8.87 จงคำนวณหา

(ก) $i(0)$ และ $v(0)$

(ข) $\frac{di(0)}{dt}$ และ $\frac{dv(0)}{dt}$

(ค) $i(\infty)$ และ $v(\infty)$



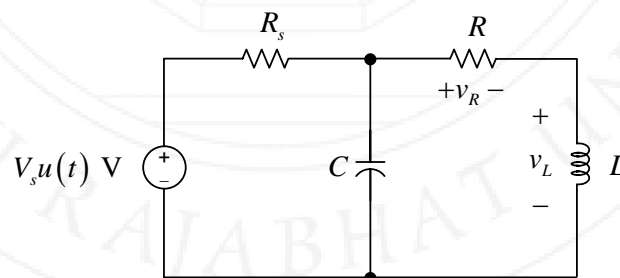
รูปที่ 8.87 วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (5) (Alexander & Sadiku, 2009)

(6) จากวงจรในรูปที่ 8.87 จงคำนวณหา

(ก) $v_R(0)$ และ $v_L(0)$

(ข) $\frac{dv_R(0)}{dt}$ และ $\frac{dv_L(0)}{dt}$

(ค) $v_R(\infty)$ และ $v_L(\infty)$



รูปที่ 8.88 วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (6) (Alexander & Sadiku, 2009)

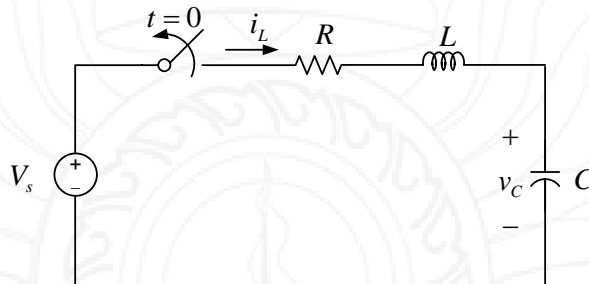
8.8.2 วงจรอนุกรมอาร์แอลซีไม่มีแหล่งกำเนิด

(7) กำหนดให้สมการเชิงอนุพันธ์ของวงจรอนุกรม RLC ไม่มีแหล่งกำเนิดคือ

$$\frac{d^2v}{dt^2} + 4\frac{dv}{dt} + 4v = 0$$

เงื่อนไขค่าเริ่มต้นของวงจรคือ $v(0) = 1$ และ $\frac{dv(0)}{dt} = 1$ จงคำนวณหาสมการสมการลักษณะเฉพาะ และแรงดัน $v(t)$ สำหรับเวลา $t > 0$ s

(8) จากวงจรในรูปที่ 8.89 กำหนดให้ $V_s = 12$ V, $R = 5$ Ω , $C = 50$ mF และ $L = 0.2$ H จงวิเคราะห์หา $i_L(t)$

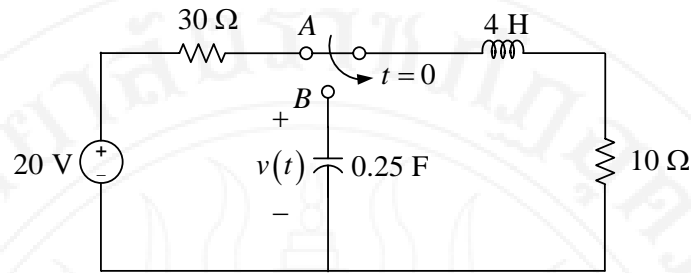


รูปที่ 8.89 วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (7) (Franco, 1995)

(9) จากวงจรในรูปที่ 8.89 กำหนดให้ $V_s = 12$ V, $R = 1$ Ω , $C = 50$ mF และ $L = 0.2$ H จงวิเคราะห์หา $i_L(t)$

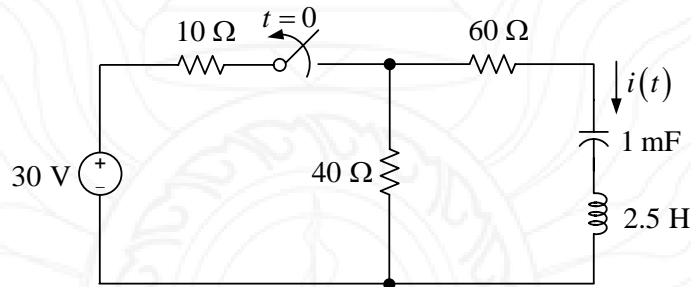
(10) จากวงจรในรูปที่ 8.89 จงคำนวณหาค่า R ที่ส่งผลให้ผลตอบสนอง $i_L(t)$ อยู่ในสถานะหน่วงวิกฤต

(11) จากวงจรในรูปที่ 8.90 กำหนดให้สวิตช์อยู่ที่ตำแหน่ง A ด้วยระยะเวลาที่นานมาก แต่เปลี่ยนไปเชื่อมต่อกับตำแหน่ง B ทันทีที่เวลา $t = 0$ s จงวิเคราะห์หา $v(t)$ สำหรับเวลา $t > 0$ s



รูปที่ 8.90 วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (11) (Alexander & Sadiku, 2009)

(12) จากวงจรในรูปที่ 8.91 จงวิเคราะห์หา $i(t)$ สำหรับเวลา $t > 0$ s

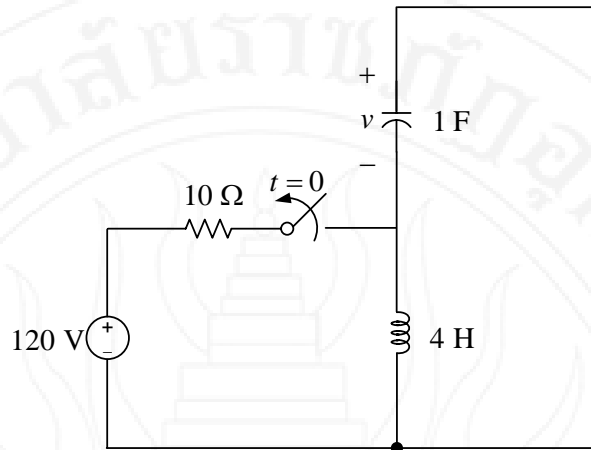


รูปที่ 8.91 วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (12) (Alexander & Sadiku, 2004)

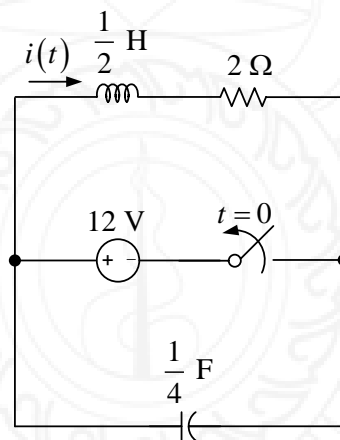
(13) จากวงจรในรูปที่ 8.91 กำหนดให้สวิตช์อยู่ในสถานะปิด ผ่านมาด้วยระยะเวลาที่นานมาก แต่เปลี่ยนเป็นสถานะเปิดทันทีที่เวลา $t = 0$ s จงเขียนสมการเชิงอนุพันธ์อันดับสองของวงจรอนุกรม LC และวิเคราะห์หา $v(t)$ สำหรับเวลา $t > 0$ s

(14) จากวงจรในรูปที่ 8.93 กำหนดให้สวิตช์อยู่ในสถานะปิด ผ่านมาด้วยระยะเวลาที่นานมาก แต่เปลี่ยนเป็นสถานะเปิดทันทีที่เวลา $t = 0$ s จงวิเคราะห์หา $i(t)$ สำหรับเวลา $t > 0$ s

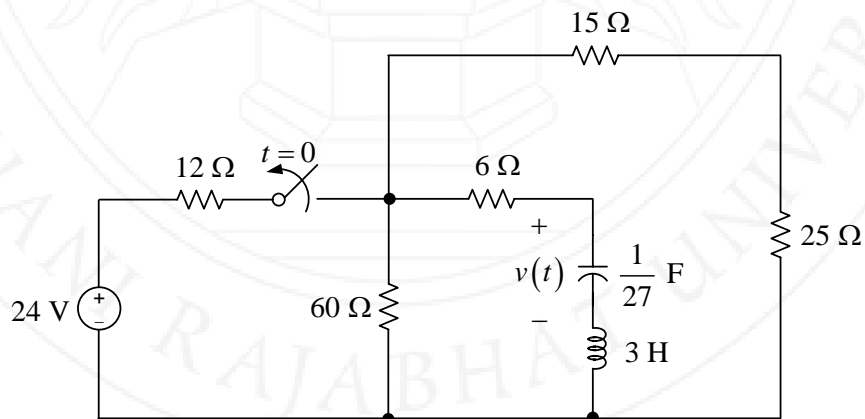
(15) จากวงจรในรูปที่ 8.94 จงวิเคราะห์หา $i(t)$ สำหรับเวลา $t > 0$ s



รูปที่ 8.92 วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (13) (Alexander & Sadiku, 2004)



รูปที่ 8.93 วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (14) (Alexander & Sadiku, 2004)



รูปที่ 8.94 วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (15) (Alexander & Sadiku, 2004)

8.8.3 วงจรขนานอาร์แอลซีไม่มีแหล่งกำเนิด

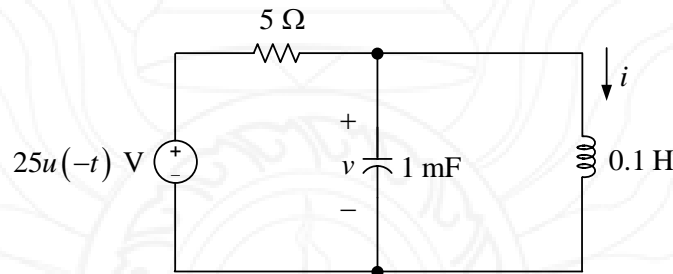
(16) กำหนดให้แรงดันตกคร่อมตัวเหนี่ยวนำ และกระแสไหลผ่านตัวเก็บประจุ มีสมการดังต่อไปนี้

$$v_L(t) = 4e^{-20t} \cos 50t - 10e^{-20t} \sin 50t \text{ V}$$

$$i_C(t) = -6.5e^{-20t} \cos 50t \text{ mA}$$

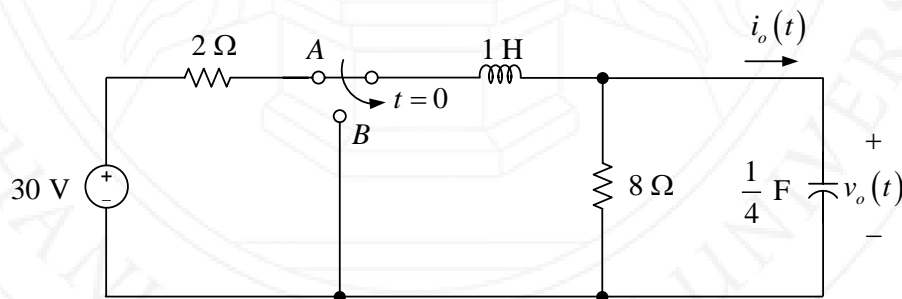
จงคำนวณหาค่า RLC ของวงจร

(17) จากวงจรในรูปที่ 8.95 จงวิเคราะห์หา $i(t)$ สำหรับเวลา $t > 0$ s



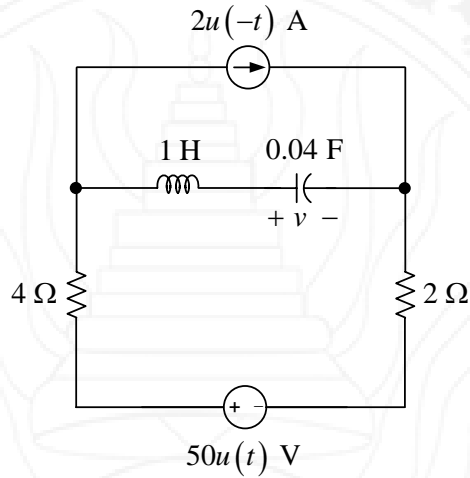
รูปที่ 8.95 วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (17) (Alexander & Sadiku, 2004)

(18) จากวงจรในรูปที่ 8.96 กำหนดให้สวิตช์อยู่ที่ตำแหน่ง A ผ่านมาด้วยระยะเวลาที่นานมาก แต่เปลี่ยนไปเชื่อมต่อกับตำแหน่ง B ทันทีที่เวลา $t = 0$ s จงวิเคราะห์หา $i_o(t)$ สำหรับเวลา $t > 0$ s

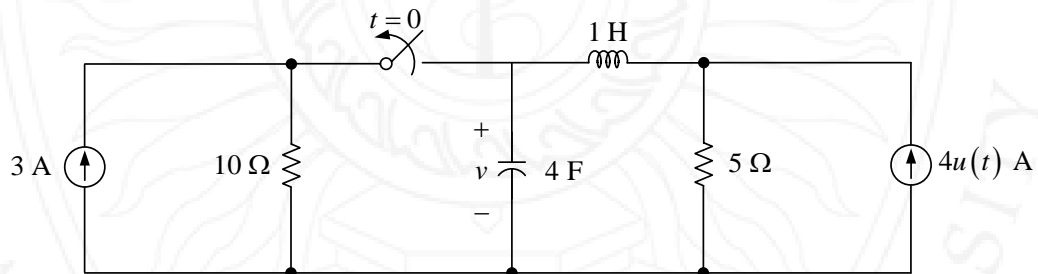


รูปที่ 8.96 วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (18) (Alexander & Sadiku, 2004)

8.8.4 การตอบสนองต่อฟังก์ชันขั้นบันไดของวงจรมอดาร์แอลซี

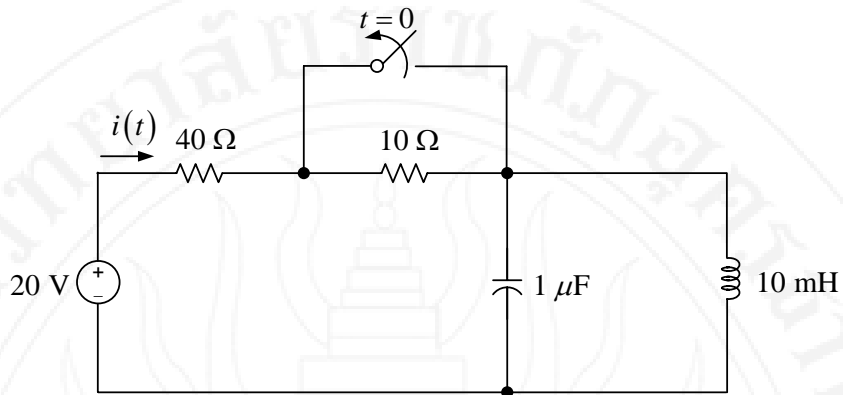
(19) จากวงจรในรูปที่ 8.97 จงวิเคราะห์หา $v(t)$ สำหรับเวลา $t > 0$ s

รูปที่ 8.97 วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (19) (Alexander & Sadiku, 2004)

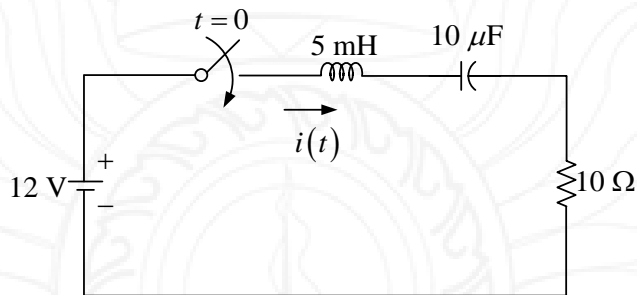
(20) จากวงจรในรูปที่ 8.98 จงวิเคราะห์หา $v(t)$ สำหรับเวลา $t > 0$ s

รูปที่ 8.98 วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (20) (Alexander & Sadiku, 2004)

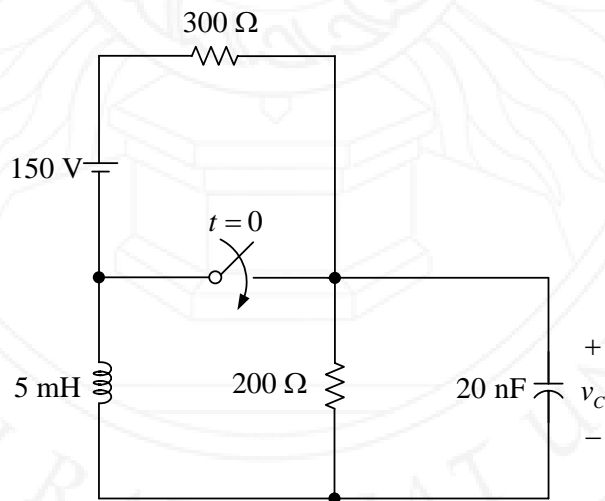
(21) จากวงจรในรูปที่ 8.99 จงวิเคราะห์หา $i(t)$ สำหรับเวลา $t > 0$ s(22) จากวงจรในรูปที่ 8.100 จงวิเคราะห์หา $i(t)$ สำหรับเวลา $t > 0$ s(23) จากวงจรในรูปที่ 8.101 จงวิเคราะห์หา $v_C(t)$ สำหรับเวลา $t > 0$ s



รูปที่ 8.99 วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (21) (Franco, 1995)

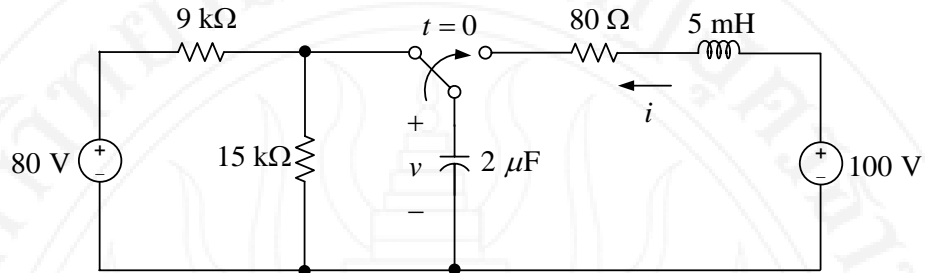


รูปที่ 8.100 วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (21) (Rizzoni & Hartley, 2000)



รูปที่ 8.101 วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (22) (Hayt, Kemmerly, & Durbin, 2007)

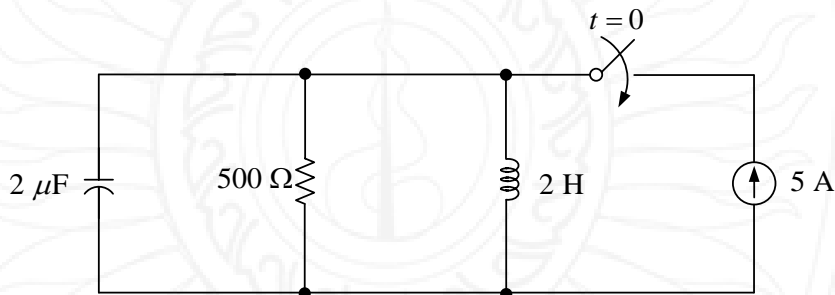
(24) จากวงจรในรูปที่ 8.102 จงวิเคราะห์หาค่า $v_C(t)$ สำหรับเวลา $t > 0$ s



รูปที่ 8.102 วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (24) (Nilsson & Riedel, 2008)

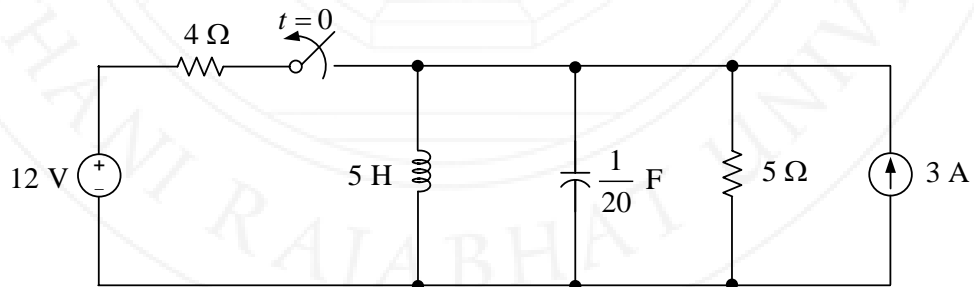
8.8.5 การตอบสนองต่อฟังก์ชันขั้นบันไดของวงจรขนานอาร์แอลซี

(25) จากวงจรในรูปที่ 8.103 จงวิเคราะห์หาค่า $i_C(t)$ $i_R(t)$ และ $i_L(t)$ สำหรับเวลา $t > 0$ s



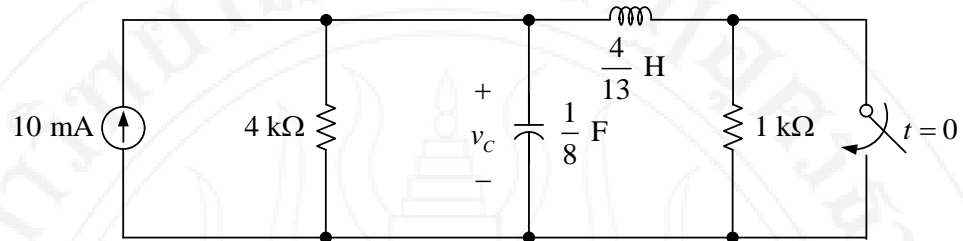
รูปที่ 8.103 วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (25) (Rizzoni & Hartley, 2000)

(26) จากวงจรในรูปที่ 8.104 จงวิเคราะห์หาค่า $i(t)$ สำหรับเวลา $t > 0$ s



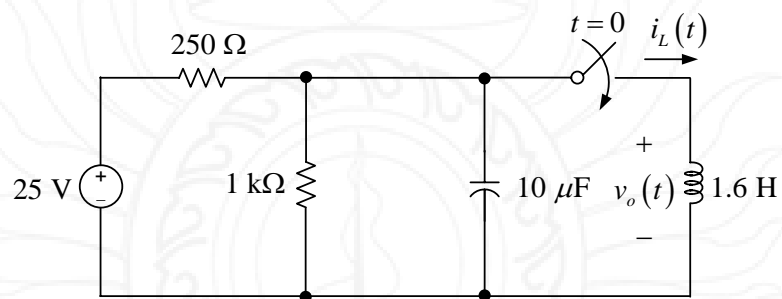
รูปที่ 8.104 วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (26) (Alexander & Sadiku, 2004)

(27) จากวงจรในรูปที่ 8.105 จงวิเคราะห์หา $v_c(t)$ สำหรับเวลา $t > 0$ s



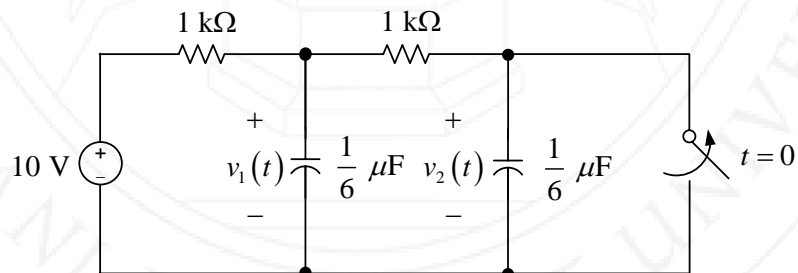
รูปที่ 8.105 วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (27) (Hayt, Kemmerly, & Durbin, 2007)

(28) จากวงจรในรูปที่ 8.106 จงวิเคราะห์หา $i_L(t)$ และ $v_o(t)$ สำหรับเวลา $t > 0$ s



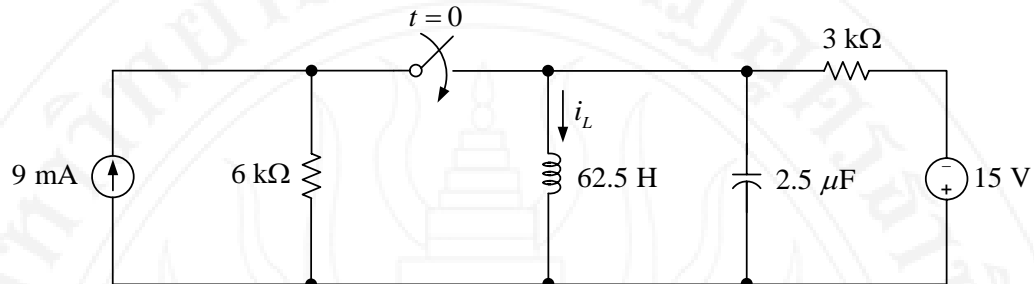
รูปที่ 8.106 วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (28) (Nilsson & Riedel, 2008)

(29) จากวงจรในรูปที่ 8.107 จงวิเคราะห์หา $v_1(t)$ และ $v_2(t)$ สำหรับเวลา $t > 0$ s



รูปที่ 8.107 วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (29) (Dorf & Svoboda, 2010)

(30) จากวงจรในรูปที่ 8.108 จงวิเคราะห์หาค่า $i_L(t)$ สำหรับเวลา $t > 0$ s



รูปที่ 8.108 วงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (30) (Nilsson & Riedel, 2011)

8.9 เอกสารอ้างอิง

- Alexander, C. K., & Sadiku, M. N. O. (2004). *Fundamentals of electric circuits* (2nd ed.). Boston: McGraw-Hill.
- Alexander, C. K., & Sadiku, M. N. O. (2009). *Fundamentals of electric circuits* (4 ed.). New York: McGraw-Hill.
- Franco, S. (1995). *Electric Circuits Fundamentals*. Florida: Saunders College Publishing.
- Hayt, W. H., Jr., Kemmerly, J. E., Jr., & Durbin, S. M. (2007). *Engineering Circuit Analysis* (7 ed.). New York: McGraw-Hill.
- Nilsson, J. W., & Riedel, S. A. (2011). *Electric Circuits* (9 ed.). Upper Saddle River, N.J.: Prentice Hall.
- Rizzoni, G., & Hartley, T. T. (2000). *Principles and applications of electrical engineering* (Vol. 3). New York: McGraw Hill.

แผนบริหารการสอนประจำบทที่ 9 การวิเคราะห์ไขว้ช้อยต์ในสถานะอยู่ตัว

หัวข้อเนื้อหา

- 1) บทนำ
- 2) เฟเซอร์และองค์ประกอบวงจร
- 3) อิมพีแดนซ์สมมูล
- 4) การวิเคราะห์แบบโนด
- 5) การวิเคราะห์แบบเมช
- 6) ทฤษฎีบทเทเวนินและนอร์ตัน
- 7) บทสรุป
- 8) เอกสารอ้างอิง

วัตถุประสงค์เชิงพฤติกรรม

- 1) อธิบายสมการและขั้นตอนการแปลงกระแสและแรงดันไขว้ช้อยต์ให้เป็นเฟเซอร์ได้
- 2) อธิบายสมการและขั้นตอนการแปลงองค์ประกอบวงจรในโดเมนเวลาให้เป็นค่าในโดเมนความถี่ได้
- 3) อธิบายสมการและขั้นตอนการหาอิมพีแดนซ์สมมูลสำหรับการต่อแบบอนุกรมและขนานและการแปลงอิมพีแดนซ์แบบวาย-เดลต้าได้
- 4) อธิบายขั้นตอนการวิเคราะห์วงจรในสถานะอยู่ตัวด้วยเทคนิคการวิเคราะห์แบบโนดและเมชได้
- 5) อธิบายขั้นตอนการวิเคราะห์หาวงจรสมมูลเทเวนินและนอร์ตันของวงจรในสถานะอยู่ตัวได้

วิธีสอนและกิจกรรม

1) แนะนำเข้าสู่บทเรียน อธิบายเกี่ยวกับไขว้ช้อยต์ เฟเซอร์ องค์ประกอบวงจร และอิมพีแดนซ์ ด้วยการอธิบายบนกระดานหน้าชั้นเรียน ประกอบกับการนำเสนอด้วยแผ่นภาพเลื่อน แผ่นใส รูปภาพ แผนภูมิ หรือวีดิทัศน์ พร้อมทั้งแสดงตัวอย่างวิธีคิดหรือขั้นตอนการคำนวณบนหน้ากระดาน หรือจอภาพหน้าชั้นเรียน

2) แนะนำเข้าสู่บทเรียน อธิบายเกี่ยวกับการแปลงกระแสและแรงดันไขว้ช้อยต์เป็นเฟเซอร์และการแปลงองค์ประกอบของวงจรเป็นอิมพีแดนซ์ ด้วยการอธิบายบนกระดานหน้าชั้นเรียน ประกอบกับการนำเสนอด้วยแผ่นภาพเลื่อน แผ่นใส รูปภาพ แผนภูมิ หรือวีดิทัศน์ พร้อมทั้งแสดง

ตัวอย่างวิธีคิดหรือขั้นตอนการคำนวณบนหน้ากระดาน หรือจอภาพหน้าชั้นเรียน

3) แนะนำเข้าสู่บทเรียน อธิบายเกี่ยวกับการวิเคราะห์หาอิมพีแดนซ์สมมูลสำหรับการต่อแบบขนานและอนุกรม พร้อมทั้งแปลงการเชื่อมต่ออิมพีแดนซ์จากวงเป็นเดลต้า ด้วยการอธิบายบนกระดานหน้าชั้นเรียน ประกอบกับการนำเสนอด้วยแผ่นภาพเลื่อน แผ่นใส รูปภาพ แผนภูมิ หรือวีดิทัศน์ พร้อมทั้งแสดงตัวอย่างวิธีคิดหรือขั้นตอนการคำนวณบนหน้ากระดาน หรือจอภาพหน้าชั้นเรียน

4) แนะนำเข้าสู่บทเรียน อธิบายเกี่ยวกับการวิเคราะห์วงจรในสถานะอยู่ตัวด้วยเทคนิคการวิเคราะห์แบบโนดและเมช ด้วยการอธิบายบนกระดานหน้าชั้นเรียน ประกอบกับการนำเสนอด้วยแผ่นภาพเลื่อน แผ่นใส รูปภาพ แผนภูมิ หรือวีดิทัศน์ พร้อมทั้งแสดงตัวอย่างวิธีคิดหรือขั้นตอนการคำนวณบนหน้ากระดาน หรือจอภาพหน้าชั้นเรียน

5) แนะนำเข้าสู่บทเรียน อธิบายเกี่ยวกับการวิเคราะห์หาวงจรสมมูลเทเวนินและนอร์ตัน ด้วยการอธิบายบนกระดานหน้าชั้นเรียน ประกอบกับการนำเสนอด้วยแผ่นภาพเลื่อน แผ่นใส รูปภาพ แผนภูมิ หรือวีดิทัศน์ พร้อมทั้งแสดงตัวอย่างวิธีคิดหรือขั้นตอนการคำนวณบนหน้ากระดาน หรือจอภาพหน้าชั้นเรียน

6) แบ่งนักศึกษาออกเป็น 5 กลุ่ม มอบหมายให้แต่ละกลุ่มศึกษาอุปกรณ์ วีดิทัศน์ รูปภาพ บทนิยาม และสมการ พร้อมทั้งแลกเปลี่ยนความคิดเห็น อภิปราย หรือร่วมมือกันคำนวณปริมาณทางไฟฟ้าด้วยขั้นตอนที่เหมาะสม แต่งตั้งตัวแทนกลุ่มนำเสนอผลการศึกษาดูด้วยวาจา และตอบข้อซักถามของเพื่อนร่วมห้องหน้าชั้นเรียน

7) เปิดโอกาสให้นักศึกษาร่วมอภิปรายเนื้อหา ผลการคิด หรือการคำนวณ สอบถามข้อสงสัย พร้อมทั้งตอบข้อซักถามและสรุปผลโดยอาจารย์ผู้สอน

8) คัดเลือกโจทย์ปัญหาที่เหมาะสม มอบหมายให้นักศึกษาไปฝึกหัดแก้ปัญหาโจทย์นอกห้องเรียน และส่งรายงานผลการศึกษาหรือคำนวณแก่อาจารย์ผู้สอนในการเรียนครั้งถัดไป

สื่อการเรียนการสอน

- 1) เอกสารประกอบการสอน
- 2) ตำราภาษาไทยและภาษาอังกฤษ
- 3) โปรแกรม MATLAB PSIM หรือ Proteus
- 4) คอมพิวเตอร์

การวัดผลและการประเมินผล

การวัดผล

- 1) จากการเข้าเรียนตรงต่อเวลา
- 2) จากการสังเกตการเข้าร่วมกิจกรรมกลุ่ม
- 3) จากการถาม-ตอบ
- 4) จากผลการทำแบบฝึกหัดท้ายบท หรือโจทย์ปัญหาที่ได้รับมอบหมาย

การประเมินผล

- 1) ทำกิจกรรมกลุ่มเสร็จตามเวลาที่กำหนด

2) ทำแบบฝึกหัดท้ายบท หรือโจทย์ปัญหาที่ได้รับมอบหมายด้วยตนเอง และมีความถูกต้องไม่น้อยกว่า 80%



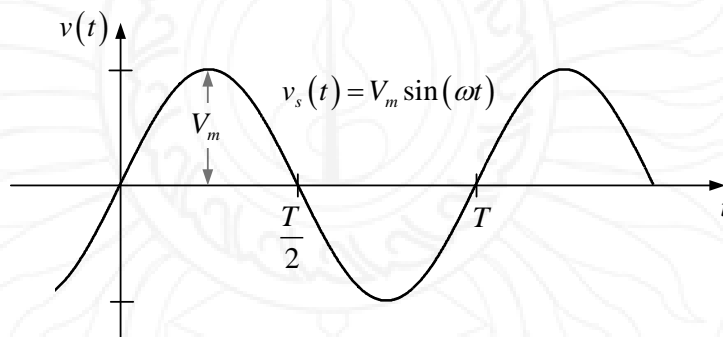
บทที่ 9 การวิเคราะห์ไอซุชอยต์ในสถานะอยู่ตัว

9.1 บทนำ

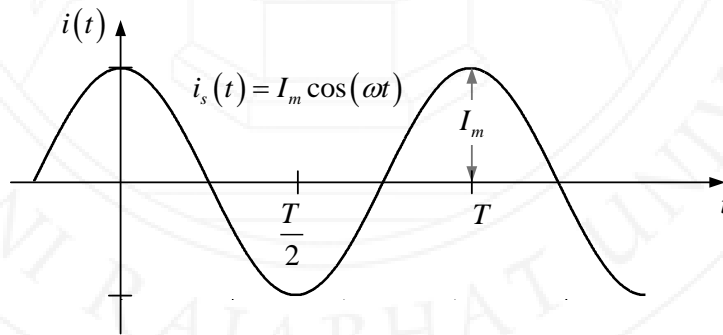
เนื้อหาในบทนี้กล่าวถึงการวิเคราะห์วงจรไอซุชอยต์หรือวงจรกระแสสลับในสถานะอยู่ตัว องค์ประกอบของวงจรประกอบไปด้วย แหล่งกำเนิดกระแสและแหล่งกำเนิดแรงดันที่เป็นไอซุชอยต์ ตัวต้านทาน ตัวเหนี่ยวนำ และตัวเก็บประจุ แบบจำลองของพารามิเตอร์ในวงจร ถูกแปลงจากค่าในโดเมนเวลาไปอยู่ในโดเมนความถี่ เพื่อหลีกเลี่ยงความยุ่งยากอันเนื่องมาจากการหาผลเฉลยของสมการเชิงอนุพันธ์ แหล่งกำเนิดที่เป็นฟังก์ชันไซน์หรือโคไซน์ เรียกว่า ไอซุชอยต์ มีรายละเอียดดังนี้ (Alexander & Sadiku, 2009)

ไอซุชอยต์ คือ สัญญาณที่มีรูปร่างเป็นฟังก์ชันไซน์หรือโคไซน์

ตัวอย่างของไอซุชอยต์แสดงในรูปที่ 9.1



(ก) สัญญาณแรงดัน



(ข) สัญญาณกระแส

รูปที่ 9.1 ไอซุชอยต์

เมื่อพิจารณารูปสัญญาณในรูปที่ 9.1 จะพบว่า

- $v_s(t)$ ในรูปที่ 9.1-(ก) มีแอมพลิจูดเท่ากับ 0 V ที่เวลา 0 วินาที และมีแอมพลิจูดเท่ากับ 0 V อีกครั้งที่เวลาเท่ากับ T
- $i_s(t)$ ในรูปที่ 9.1-(ข) มีแอมพลิจูดเท่ากับ I_m ที่เวลา 0 วินาที และมีแอมพลิจูดเท่ากับ I_m อีกครั้งที่เวลาเท่ากับ T

ระยะเวลา T มีชื่อเรียกว่า คาบ สมการของ $v_s(t)$ และ $i_s(t)$ ที่เกี่ยวข้องกับ T คือ

$$\begin{aligned} v_s(t) &= v_s(t+T) \\ i_s(t) &= i_s(t+T) \end{aligned} \quad (9.1)$$

ฟังก์ชัน $v_s(t)$ และ $i_s(t)$ มีชื่อเรียกเฉพาะว่า ฟังก์ชันเป็นคาบ มีบทนิยามดังนี้

ฟังก์ชันเป็นคาบ คือ ฟังก์ชันที่มีค่าสอดคล้องกับสมการ $f(t) = f(t+nT)$ สำหรับทุกค่าของ t และจำนวนเต็ม n

พิจารณาสัญญาณซายด์ที่อยู่ในรูปของฟังก์ชันไซน์ดังสมการที่ (9.2)

$$v(t) = V_m \sin(\omega t + \theta) \quad (9.2)$$

เมื่อ	V_m	คือ	แอมพลิจูด
	ω	คือ	ความถี่เชิงมุม (เรเดียน/วินาที, rad/s)
	ωt	คือ	อาร์กิวเมนต์ของสัญญาณซายด์
	θ	คือ	เฟส อาจเป็นมุมในหน่วยเรเดียน (rad) หรือองศา ($^\circ$) หากไม่ระบุเครื่องหมาย “ $^\circ$ ” จะเข้าใจกันโดยทั่วไปว่ามีหน่วยเป็น rad

สมการแสดงความสัมพันธ์ระหว่าง คาบ ความถี่เชิงมุม และความถี่วัฏจักรคือ

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{2\pi f} = \frac{1}{f} \quad (9.3)$$

เมื่อ f คือ ความถี่วัฏจักร (เฮิร์ตซ์, Hz) โดยทั่วไปนิยมเรียกสั้น ๆ ว่า ความถี่

การเขียนสมการสัญญาณ ต้องอยู่ในรูปของฟังก์ชันไซน์หรือโคไซน์ การเปลี่ยนรูปฟังก์ชันระหว่างไซน์หรือโคไซน์โดยใช้เอกลักษณ์ของตรีโกณมิติ จะมีประโยชน์เป็นอย่างมากต่อการวิเคราะห์สัญญาณหรือการวิเคราะห์วงจรกระแสสลับในสถานะอยู่ตัว เอกลักษณ์ที่ควรจดจำให้ได้ และต้องประยุกต์ใช้อย่างสม่ำเสมอคือ

$$\sin(A \pm B) = \sin A \cos B \pm \cos A \sin B \quad (9.4)$$

$$\cos(A \pm B) = \cos A \cos B \mp \sin A \sin B \quad (9.5)$$

หากกำหนดให้ $B = 90^\circ$ จากเอกลักษณ์ตรีโกณมิติในสมการที่ (9.4) และสมการที่ (9.5) จะได้ว่า

$$\begin{aligned} \sin(A \pm 90^\circ) &= \sin A \cos 90^\circ \pm \cos A \sin 90^\circ \\ &= \sin A(0) \pm \cos A(1) \\ &= \pm \cos A \end{aligned} \quad (9.6)$$

$$\begin{aligned} \cos(A \pm 90^\circ) &= \cos A \cos 90^\circ \mp \sin A \sin 90^\circ \\ &= \cos A(0) \mp \sin A(1) \\ &= \mp \sin A \end{aligned} \quad (9.7)$$

หากกำหนดให้ $B = 180^\circ$ จากเอกลักษณ์ตรีโกณมิติในสมการที่ (9.4) และสมการที่ (9.5) จะได้ว่า

$$\begin{aligned} \sin(A \pm 180^\circ) &= \sin A \cos 180^\circ \pm \cos A \sin 180^\circ \\ &= \sin A(-1) \pm \cos A(0) \\ &= -\sin A \end{aligned} \quad (9.8)$$

$$\begin{aligned} \cos(A \pm 180^\circ) &= \cos A \cos 180^\circ \mp \sin A \sin 180^\circ \\ &= \cos A(-1) \mp \sin A(0) \\ &= -\cos A \end{aligned} \quad (9.9)$$

จากสมการที่ (9.6) - (9.9) จะได้ว่า

$$\sin(\omega t \pm 90^\circ) = \pm \cos \omega t \quad (9.10)$$

$$\cos(\omega t \pm 90^\circ) = \mp \sin \omega t \quad (9.11)$$

$$\sin(\omega t \pm 180^\circ) = -\sin \omega t \quad (9.12)$$

$$\cos(\omega t \pm 180^\circ) = -\cos \omega t \quad (9.13)$$

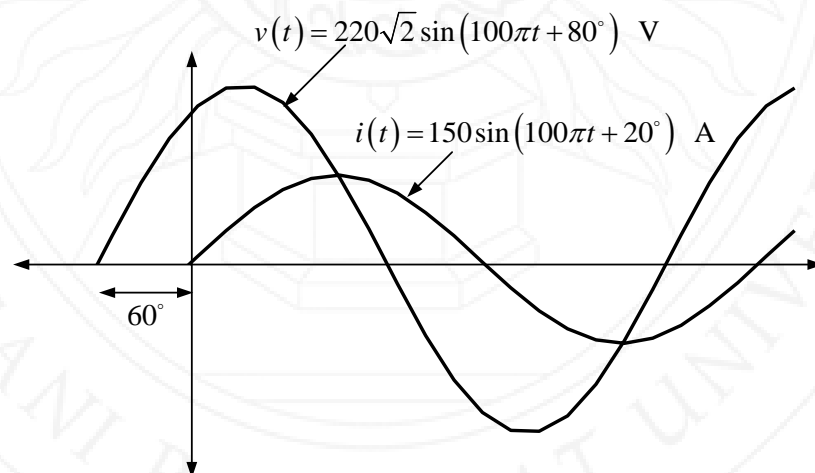
พารามิเตอร์สำคัญที่นอกเหนือไปจากกระแสและแรงดัน สำหรับการวิเคราะห์วงจรกระแสสลับในสถานะอยู่ตัวคือ การหาความต่างเฟสของกระแสหรือแรงดัน ตัวอย่างความสำคัญของความต่างเฟส เช่น สามารถนำไปวิเคราะห์หาค่ากำลังไฟฟ้าในวงจรกระแสสลับ การวิเคราะห์เพื่อระบุปัญหาและแก้ปัญหาในวงจรไฟฟ้า เป็นต้น

พิจารณาฟังก์ชันกระแสและแรงดันดังต่อไปนี้

$$v(t) = 220\sqrt{2} \sin(100\pi t + 80^\circ) \text{ V} \quad (9.14)$$

$$i(t) = 150 \sin(100\pi t + 20^\circ) \text{ A} \quad (9.15)$$

จากสมการที่ (9.14) และสมการที่ (9.15) จะเห็นว่า เฟสของ $v(t)$ เท่ากับ 80° และเฟสของ $i(t)$ เท่ากับ 20° ความแตกต่างเฟส $v(t)$ เทียบกับ $i(t)$ คือ $80^\circ - 20^\circ = 60^\circ$ จากผลต่างค่าบวกนี้ สามารถสรุปได้ว่า $v(t)$ มีเฟสนำหน้า $i(t)$ เท่ากับ 60° หรืออาจสรุปได้อีกนัยหนึ่งว่า $i(t)$ มีเฟสตามหลัง $v(t)$ เท่ากับ 60° รูปสัญญาณของ $v(t)$ และ $i(t)$ สำหรับกรณีนี้แสดงในรูปที่ 9.2 จากการพิจารณาที่แกน t ด้านซ้ายสุดจะเห็นว่า $v(t)$ มีค่าเท่ากับ 0 V ก่อนหน้าที่ $i(t)$ จะมีค่าเท่ากับ 0 A



รูปที่ 9.2 $v(t)$ มีมุมเฟสนำหน้า $i(t)$ เท่ากับ 60°

ตัวอย่างที่ 9.1

จงระบุแอมพลิจูด อาร์กิวเมนต์ ความถี่เชิงมุม คาบ ความถี่ และเฟส ของแรงดันไขนูชอยต์
 $v(t) = 100 \cos(200t - 120^\circ)$ V

วิธีทำ

$$\text{แอมพลิจูด} = 100 \text{ V}$$

$$\text{อาร์กิวเมนต์} = 200t$$

$$\text{ความถี่เชิงมุม } (\omega) = 200 \text{ rad}$$

$$\text{คาบ } (T) = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{200} = 31.4 \text{ ms}$$

$$\text{ความถี่ } (f) = \frac{1}{T} = \frac{1}{31.4 \times 10^{-3}} = 31.85 \text{ Hz}$$

ตอบ

ตัวอย่างที่ 9.2

จงหาความแตกต่างของสัญญาณต่อไปนี้ พร้อมทั้งระบุด้วยว่า สัญญาณใดมีเฟสนำหน้าหรือตามหลัง

$$(ก) v_1(t) = 5 \cos(25t + \pi) \text{ V และ } v_2(t) = 5 \sin\left(25t + \frac{\pi}{4}\right) \text{ V}$$

$$(ข) i(t) = 10 \sin(500t + 45^\circ) \text{ A และ } v(t) = 400 \cos(500t - 8^\circ) \text{ V}$$

$$(ค) v(t) = 400 \cos(120\pi - 25^\circ) \text{ V และ } i(t) = 10 \cos(120t - 22^\circ) \text{ A}$$

วิธีทำ

(ก) ก่อนที่จะเปรียบเทียบเฟส ต้องเปลี่ยนฟังก์ชันของไขนูชอยต์ให้เหมือนกันเสียก่อน จากคุณสมบัติของตรีโกณมิติในสมการที่ (9.11) จะได้ว่า

$$v_2(t) = 5 \sin\left(25t + \frac{\pi}{4}\right) = 5 \cos\left(25t + \frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{2}\right) = 5 \cos\left(25t - \frac{\pi}{4}\right) \text{ V} \quad (9.16)$$

$v_1(t)$ มีเฟสแตกต่างจาก $v_2(t)$ เท่ากับ $\pi - \left(-\frac{\pi}{4}\right) = \pi + \frac{\pi}{4} = \frac{4\pi}{4} + \frac{\pi}{4} = \frac{5\pi}{4}$ rad ผลต่างของ

เฟสเป็นบวก แสดงว่า $v_1(t)$ มีเฟสนำหน้า $v_2(t)$ เท่ากับ $\frac{5\pi}{4}$ rad

ตอบ

(ข) จากเอกลักษณ์ของตรีโกณมิติในสมการที่ (9.10) จะได้ว่า

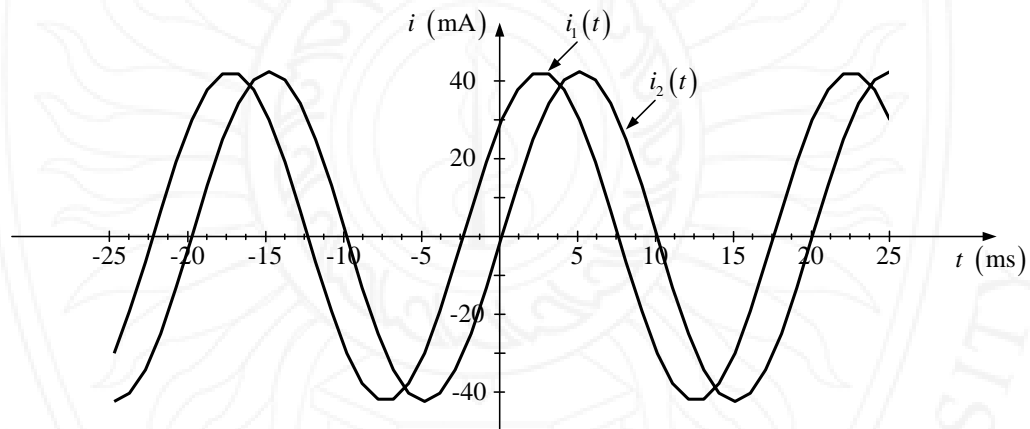
$$v(t) = 400 \cos(500t - 8^\circ) = 400 \sin(500t - 8^\circ + 90^\circ) = 400 \sin(500t + 82^\circ) \text{ V} \quad (9.17)$$

$i(t)$ มีเฟสแตกต่างจาก $v(t)$ เท่ากับ $45^\circ - 82^\circ = -37^\circ$ ผลต่างของเฟสเป็นลบ แสดงว่า $i(t)$ มีเฟสตามหลัง $v(t)$ เท่ากับ 37° ตอบ

(ค) ความแตกต่างเฟสของ $v(t)$ เทียบกับ $i(t)$ มีค่าเท่ากับ $-25^\circ - (-22^\circ) = -3^\circ$ ผลต่างของเฟสเป็นลบ แสดงว่า $v(t)$ มีเฟสตามหลัง $i(t)$ เท่ากับ 3° ตอบ

ตัวอย่างที่ 9.3

จงหาความแตกต่างเฟสของรูปสัญญาณโซ่ขอยต์ในรูปที่ 9.3 พร้อมทั้งระบุด้วยว่า สัญญาณใดมีเฟสนำหน้า หรือล้าหลัง ด้วยค่ามุมกี่องศา

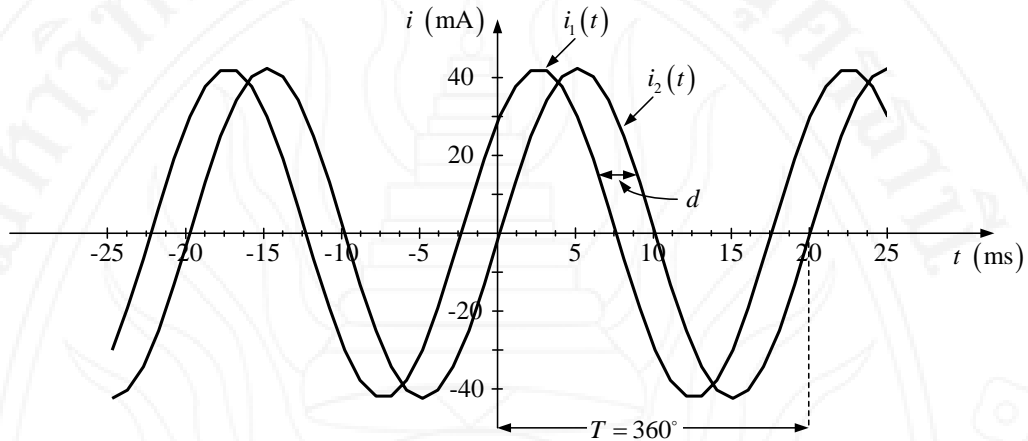


รูปที่ 9.3 รูปสัญญาณสำหรับตัวอย่างที่ 9.3

วิธีทำ

เมื่อพิจารณาจากรูปที่ 9.3 ที่เวลา $t = 0$ s สัญญาณ $i_2(t)$ มีค่าเท่ากับ 0 mA ในขณะที่สัญญาณ $i_1(t)$ ผ่านศูนย์มาแล้วและกำลังเพิ่มค่าขึ้นเป็นค่าบวก แสดงว่าสัญญาณ $i_1(t)$ เคลื่อนที่เร็วกว่า $i_2(t)$ ดังนั้น $i_1(t)$ มีเฟสนำหน้า $i_2(t)$ ด้วยระยะห่างเท่ากับ d ดังแสดงในรูปที่ 9.4 เนื่องจากหนึ่งคาบของสัญญาณมีความกว้างเท่ากับ $T = 360^\circ$ คิดเป็นค่าเวลาเท่ากับ 20 ms มีช่องสเกลเล็ก

ทั้งหมด 16 ช่อง ดังนั้น 1 ช่อง แทนด้วยค่าเวลาเท่ากับ $(20 \text{ ms}/16 \text{ ช่อง}) = 1.25 \text{ ms/ช่อง}$ แทนด้วยค่ามุมเท่ากับ $\frac{360^\circ}{16} = 22.5^\circ / \text{ช่อง}$



รูปที่ 9.4 การกำหนดระยะห่างระหว่างสัญญาณ

เมื่อพิจารณารูปที่ 9.4 ระยะ d จึงสมมูลกับมุมเท่ากับ $2 \times 22.5^\circ = 45^\circ$ ดังนั้น $i_1(t)$ มีเฟสนำหน้า $i_2(t)$ ด้วยมุมเท่ากับ 45° ตอบ

9.2 เฟเซอร์และองค์ประกอบวงจร

ไซนูซอยด์เป็นสัญญาณที่อยู่ในรูปแบบของฟังก์ชันไซน์หรือโคไซน์ รายละเอียดที่ระบุในฟังก์ชันประกอบไปด้วย แอมพลิจูด อาร์กิวเมนต์ ความถี่เชิงมุม และเฟส เมื่อแปลงเป็นเฟเซอร์ จะระบุเฉพาะแอมพลิจูดและเฟสเท่านั้น นิยามของเฟเซอร์คือ

เฟเซอร์ คือ จำนวนเชิงซ้อนที่แสดงแอมพลิจูดและเฟสของไซนูซอยด์

เมื่อเฟเซอร์เป็นจำนวนเชิงซ้อน จึงสามารถเขียนแสดงได้ 3 รูปแบบเหมือนจำนวนเชิงซ้อนทั่วไป ดังสมการที่ (9.18) - (9.20)

$$\mathbf{z} = a + jb = \text{รูปแบบเชิงตั้งฉาก} \tag{9.18}$$

$$\mathbf{z} = z \angle \theta = \text{รูปแบบเชิงขั้ว} \tag{9.19}$$

$$\mathbf{z} = ze^{j\theta} = \text{รูปแบบเลขชี้กำลัง} \tag{9.20}$$

เมื่อ	z	คือ	จำนวนเชิงซ้อน
	a	คือ	ส่วนจริง
	b	คือ	ส่วนจินตภาพ
	z	คือ	ขนาด
	θ	คือ	เฟส
	j	คือ	$\sqrt{-1}$

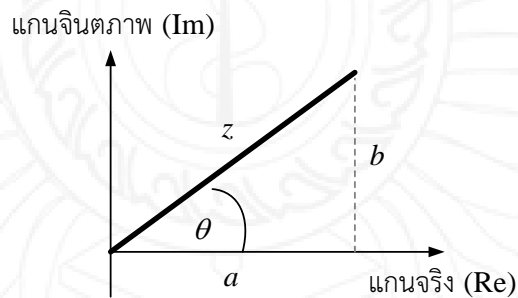
สมการคำนวณขนาดของเฟเซอร์คือ

$$z = \sqrt{a^2 + b^2} \quad (9.21)$$

สมการคำนวณเฟสของเฟเซอร์คือ

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{b}{a}\right) \quad (9.22)$$

การแสดงเฟเซอร์ด้วยแผนภาพเฟเซอร์ แสดงในรูปที่ 9.5



รูปที่ 9.5 แผนภาพเฟเซอร์

จากแผนภาพเฟเซอร์ในรูปที่ 9.5 Im เป็นสัญลักษณ์โดยย่อของ แกนจินตภาพ (Imaginary axis) และ Re เป็นสัญลักษณ์โดยย่อของแกนจริง (Real axis) จากแผนภาพจะได้ว่า

$$a = z \cos \theta \quad (9.23)$$

$$b = z \sin \theta \quad (9.24)$$

คุณสมบัติที่สำคัญของ j ที่ต้องจดจำให้ได้คือ

$$\begin{aligned} j^2 &= j \times j = \sqrt{-1} \times \sqrt{-1} = -1 \\ j^3 &= j(j^2) = j(-1) = -j \\ \frac{1}{j} &= \frac{1}{j} \times \frac{j}{j} = \frac{j}{j^2} = \frac{j}{-1} = -j \end{aligned} \tag{9.25}$$

สมการที่ใช้แปลงจากฟังก์ชันอนุชอยต์เป็นเฟเซอร์คือ

$$z \cos(\omega t + \theta) \Leftrightarrow z \angle \theta \tag{9.26}$$

เมื่อพิจารณาสมการที่ (9.26) สามารถสรุปได้ว่า หากฟังก์ชันอนุชอยต์ไม่ใช่โคไซน์ ต้องแปลงให้เป็นฟังก์ชันโคไซน์เสียก่อน โดยใช้เอกลักษณ์ตรีโกณมิติในสมการที่ (9.10) - (9.11) การดำเนินการของจำนวนเชิงซ้อน 2 จำนวนในสมการที่ (9.27) แสดงในตารางที่ 9.1

$$\begin{aligned} \mathbf{z}_1 &= a + jb = z_1 \angle \theta \\ \mathbf{z}_2 &= c + jd = z_2 \angle \phi \end{aligned} \tag{9.27}$$

ตารางที่ 9.1 การดำเนินการของจำนวนเชิงซ้อน

การดำเนินการ	ผลลัพธ์
การบวก	$\mathbf{z}_1 + \mathbf{z}_2 = (a + jb) + (c + jd) = (a + c) + j(b + d)$
การลบ	$\mathbf{z}_1 - \mathbf{z}_2 = (a + jb) - (c + jd) = (a - c) + j(b - d)$
การคูณ	$\mathbf{z}_1 \cdot \mathbf{z}_2 = z_1 \cdot z_2 \angle (\theta + \phi) = (ac - bd) + j(ad + bc)$
การหาร	$\frac{\mathbf{z}_1}{\mathbf{z}_2} = \frac{z_1}{z_2} \angle (\theta - \phi) = \frac{(ac + bd) + j(bc - ad)}{c^2 + d^2}$
ส่วนกลับ	$\frac{1}{\mathbf{z}_1} = z_1 \angle -\theta$
รากที่สอง	$\sqrt{\mathbf{z}_1} = \sqrt{z_1} \angle \frac{\theta}{2}$
จำนวนเชิงซ้อนสังยุค	$\mathbf{z}_1^* = a - jb = z_1 \angle -\theta$

จากตารางที่ 9.1 สามารถสรุปได้ว่า หากต้องการคำนวณการบวกหรือลบเฟเซอร์ ต้องดำเนินการด้วยรูปแบบเชิงตั้งฉาก ในขณะที่การคูณหรือหารเฟเซอร์ สามารถคำนวณได้ทั้งในรูปแบบเชิงขั้ว และรูปแบบเชิงตั้งฉาก

ตัวอย่างที่ 9.4

จงเปลี่ยนสัญญาณต่อไปนี้ให้เป็นเฟเซอร์

- | | |
|---|---|
| 1) $v_s(t) = \frac{1}{\sqrt{2}} \sin(1000t - 45^\circ) \text{ V}$ | 7) $i_3^k(t) = 3.54 \sin(60t - 89^\circ) \text{ A}$ |
| 2) $i(t) = 1.90 \cos(10t + 27^\circ) \text{ A}$ | 8) $v(t) = 100 \sin(\omega t - \pi) \text{ V}$ |
| 3) $v(t) = 100 \cos(300t - 56^\circ) \text{ V}$ | 9) $i_s(t) = 5 \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{4}\right) \text{ A}$ |
| 4) $v_2(t) = 123 \sin(100\pi t + 77^\circ) \text{ V}$ | 10) $v_s(t) = 33 \cos(200t + 1.54) \text{ V}$ |
| 5) $v(t) = 220\sqrt{2} \cos(100\pi t) \text{ V}$ | 11) $v_{ss}^k(t) = 89 \sin(10\omega_0 t - 3) \text{ V}$ |
| 6) $v(t) = 30 \cos\sqrt{20\pi t + 30^\circ} \text{ V}$ | 12) $i(t) = 45 \cos(5\omega_0 t + 4) \text{ A}$ |

วิธีทำ

- 1) จากสมการ
- $\cos(\omega t - 90^\circ) = \sin(\omega t)$
- จะได้ว่า

$$v_s(t) = \frac{1}{\sqrt{2}} \sin(1000t - 45^\circ) = \frac{1}{\sqrt{2}} \cos(1000t - 45^\circ - 90^\circ) = \frac{1}{\sqrt{2}} \cos(1000t - 135^\circ)$$

จากความสัมพันธ์ $z \cos(\omega t + \theta) \Leftrightarrow z \angle \theta$ จะได้ว่า

$$v_s(t) = \frac{1}{\sqrt{2}} \cos(1000t - 135^\circ) \Leftrightarrow \mathbf{V}_s = \frac{1}{\sqrt{2}} \angle -135^\circ \text{ V} \quad \text{ตอบ}$$

- 2) จากความสัมพันธ์
- $z \cos(\omega t + \theta) \Leftrightarrow z \angle \theta$
- จะได้ว่า

$$i(t) = 1.90 \cos(10t + 27^\circ) \Leftrightarrow \mathbf{I} = 1.90 \angle 27^\circ \text{ A} \quad \text{ตอบ}$$

- 3) จากความสัมพันธ์
- $z \cos(\omega t + \theta) \Leftrightarrow z \angle \theta$
- จะได้ว่า

$$v(t) = 100 \cos(300t - 56^\circ) \Leftrightarrow \mathbf{V} = 100 \angle -56^\circ \text{ V} \quad \text{ตอบ}$$

- 4) จากสมการ
- $\cos(\omega t - 90^\circ) = \sin(\omega t)$
- จะได้ว่า

$$v_2(t) = 123 \sin(100\pi t + 77^\circ) = 123 \cos(100\pi t + 77^\circ - 90^\circ) = 123 \cos(100\pi t - 13^\circ)$$

จากความสัมพันธ์ $z \cos(\omega t + \theta) \Leftrightarrow z \angle \theta$ จะได้ว่า

$$v_2(t) = 123 \cos(100\pi t - 13^\circ) \Leftrightarrow \mathbf{V}_2 = 123 \angle -13^\circ \text{ V} \quad \text{ตอบ}$$

5) จากความสัมพันธ์ $z \cos(\omega t + \theta) \Leftrightarrow z \angle \theta$ จะได้ว่า

$$v(t) = 220 \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{}} \cos(100\pi t) = 220 \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{}} \cos(100\pi t + 0^\circ) \Leftrightarrow \mathbf{V} = 220 \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{}} \angle 0^\circ \text{ V} \quad \text{ตอบ}$$

6) จากความสัมพันธ์ $z \cos(\omega t + \theta) \Leftrightarrow z \angle \theta$ จะได้ว่า

$$v(t) = 30 \cos(20\pi t + 30^\circ) \Leftrightarrow \mathbf{V} = 30 \angle 30^\circ \text{ V} \quad \text{ตอบ}$$

7) จากสมการ $\cos(\omega t - 90^\circ) = \sin(\omega t)$ จะได้ว่า

$$i_3^k(t) = 3.54 \sin(60t - 89^\circ) = 3.54 \sin(60t - 89^\circ - 90^\circ) = 3.54 \sin(60t - 179^\circ)$$

จากความสัมพันธ์ $z \cos(\omega t + \theta) \Leftrightarrow z \angle \theta$ จะได้ว่า

$$i_3^k(t) = 3.54 \sin(60t - 179^\circ) \Leftrightarrow \mathbf{I}_3^k = 3.54 \angle -179^\circ \text{ A} \quad \text{ตอบ}$$

8) จากสมการ $\cos(\omega t - 90^\circ) = \sin(\omega t)$ จะได้ว่า

$$\begin{aligned} v(t) &= 100 \sin(\omega t - \pi) \\ &= 100 \sin(\omega t - 180^\circ) \\ &= 100 \cos(\omega t - 180^\circ - 90^\circ) \\ &= 100 \cos(\omega t - 270^\circ) \end{aligned}$$

จากความสัมพันธ์ $z \cos(\omega t + \theta) \Leftrightarrow z \angle \theta$ จะได้ว่า

$$v(t) = 100 \cos(\omega t - 270^\circ) \Leftrightarrow \mathbf{V} = 100 \angle -270^\circ \text{ V} \quad \text{ตอบ}$$

9) จากสมการ $\cos(\omega t - 90^\circ) = \sin(\omega t)$ จะได้ว่า

$$\begin{aligned} i_s(t) &= 5 \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{4}\right) \\ &= 5 \sin\left(\omega t - \frac{180^\circ}{4}\right) \\ &= 5 \cos\left(\omega t - \frac{180^\circ}{4} - 90^\circ\right) \\ &= 5 \cos(\omega t - 45^\circ) \end{aligned}$$

จากความสัมพันธ์ $z \cos(\omega t + \theta) \Leftrightarrow z \angle \theta$ จะได้ว่า

$$i_s(t) = 5 \cos(\omega t - 45^\circ) \Leftrightarrow \mathbf{I}_s = 5 \angle -45^\circ \text{ A}$$

ตอบ

10) เปลี่ยนมุมเฟสจากหน่วยเรเดียนเป็นองศา ดังนี้

$$v_s(t) = 33 \cos(200t + 1.54) = 33 \cos\left(200t + 1.54 \times \frac{180^\circ}{\pi}\right) = 33 \cos(200t + 88.24^\circ)$$

จากความสัมพันธ์ $z \cos(\omega t + \theta) \Leftrightarrow z \angle \theta$ จะได้ว่า

$$v_s(t) = 33 \cos(200t + 88.24^\circ) \Leftrightarrow \mathbf{V}_s = 33 \angle 88.24^\circ \text{ V}$$

ตอบ

11) เปลี่ยนมุมเฟสจากหน่วยเรเดียนเป็นองศา ดังนี้

$$v_{ss}^k(t) = 89 \sin(10\omega_0 t - 3) = 89 \sin\left(10\omega_0 t - 3 \times \frac{180^\circ}{\pi}\right) = 89 \sin(10\omega_0 t - 171.89^\circ)$$

จากสมการ $\cos(\omega t - 90^\circ) = \sin(\omega t)$ จะได้ว่า

$$\begin{aligned} v_{ss}^k(t) &= 89 \sin(10\omega_0 t - 171.89^\circ) \\ &= 89 \cos(10\omega_0 t - 171.89^\circ - 90^\circ) \\ &= 89 \cos(10\omega_0 t - 261.89^\circ) \end{aligned}$$

จากความสัมพันธ์ $z \cos(\omega t + \theta) \Leftrightarrow z \angle \theta$ จะได้ว่า

$$v_{ss}^k(t) = 89 \cos(10\omega_0 t - 261.89^\circ) \Leftrightarrow \mathbf{V}_{ss}^k = 89 \angle -261.89^\circ \text{ V} \quad \text{ตอบ}$$

12) เปลี่ยนมุมเฟสจากหน่วยเรเดียนเป็นองศา ดังนี้

$$i(t) = 45 \cos(5\omega_0 t + 4) = 45 \cos\left(5\omega_0 t + 4 \times \frac{180^\circ}{\pi}\right) = 45 \cos(5\omega_0 t + 229.18^\circ) \text{ A}$$

จากความสัมพันธ์ $z \cos(\omega t + \theta) \Leftrightarrow z \angle \theta$ จะได้ว่า

$$i(t) = 45 \cos(5\omega_0 t + 229.18^\circ) \Leftrightarrow \mathbf{I} = 45 \angle 229.18^\circ \text{ A} \quad \text{ตอบ}$$

ตัวอย่างที่ 9.5

กำหนดให้

$$v_1(t) = 100 \cos(100\pi t + 10^\circ) \text{ V}$$

$$v_2(t) = 90 \cos(100\pi t - 5^\circ) \text{ V}$$

$$i(t) = 5 \cos(100\pi t - 12^\circ) \text{ A}$$

$$\mathbf{Z} = 3 + j2 \ \Omega$$

จงคำนวณหาผลลัพธ์ในรูปของเฟเซอร์ สำหรับปริมาณต่อไปนี้

- | | |
|----------------------------------|--------------------------------------|
| 1) $\mathbf{V}_1 + \mathbf{V}_2$ | 4) $\mathbf{I}^2 \mathbf{Z}$ |
| 2) $\mathbf{V}_1 - \mathbf{V}_2$ | 5) $\frac{\mathbf{V}_1}{\mathbf{I}}$ |
| 3) $\mathbf{V}_1 \mathbf{I}^*$ | 6) $\frac{V_1^2}{\mathbf{Z}^*}$ |

วิธีทำ

เปลี่ยนพารามิเตอร์ในโดเมนเวลาเป็นเฟเซอร์ดังนี้

$$v_1(t) = 100 \cos(100\pi t + 10^\circ) \text{ V} \Leftrightarrow \mathbf{V}_1 = 100 \angle 10^\circ \text{ V} \quad (9.28)$$

$$v_2(t) = 90 \cos(100\pi t - 5^\circ) \text{ V} \Leftrightarrow \mathbf{V}_2 = 90 \angle -5^\circ \text{ V} \quad (9.29)$$

$$i(t) = 5 \cos(100\pi t - 12^\circ) \text{ A} \Leftrightarrow \mathbf{I} = 5 \angle -12^\circ \text{ A} \quad (9.30)$$

เปลี่ยนพารามิเตอร์ในรูปแบบเชิงขั้วเป็นรูปแบบเชิงตั้งฉาก และเปลี่ยนรูปแบบเชิงตั้งฉากเป็นเชิงขั้ว โดยใช้เครื่องคิดเลข ได้ผลลัพธ์ดังนี้

$$\begin{aligned} \mathbf{V}_1 &= 98.48 + j17.37 \text{ V} \\ \mathbf{V}_2 &= 89.66 - j7.84 \text{ V} \\ \mathbf{I} &= 4.89 - j1.04 \text{ A} \\ \mathbf{Z} &= 3.61 \angle 33.69^\circ \Omega \end{aligned} \quad (9.31)$$

การคำนวณหาผลบวกและผลลบจะใช้รูปแบบเชิงตั้งฉาก ส่วนการคำนวณหาผลคูณและผลหารใช้รูปแบบเชิงขั้ว ดังรายละเอียดต่อไปนี้

$$\begin{aligned} 1) \quad \mathbf{V}_1 + \mathbf{V}_2 &= (98.48 + j17.37) + (89.66 - j7.84) \\ &= (98.48 + 89.66) + j(17.37 - 7.84) \\ &= 188.14 + j9.53 \text{ V} \end{aligned} \quad \text{ตอบ}$$

$$\begin{aligned} 2) \quad \mathbf{V}_1 - \mathbf{V}_2 &= (98.48 + j17.37) - (89.66 - j7.84) \\ &= (98.48 - 89.66) + j\{17.37 - (-7.84)\} \\ &= 8.82 + j25.21 \text{ V} \end{aligned} \quad \text{ตอบ}$$

$$3) \quad \mathbf{V}_1 \mathbf{I}^* = (100 \angle 10^\circ)(5 \angle 12^\circ) = (100)(5) \angle (10^\circ + 12^\circ) = 500 \angle 22^\circ \text{ V} \quad \text{ตอบ}$$

$$4) \quad I^2 \mathbf{Z} = (5^2)(3.61 \angle 33.69^\circ) = (5^2)(3.61) \angle 33.69^\circ = 90.14 \angle 33.69^\circ \text{ VA} \quad \text{ตอบ}$$

$$5) \quad \frac{\mathbf{V}_1}{\mathbf{I}} = \frac{100 \angle 10^\circ}{5 \angle -12^\circ} = \frac{100}{5} \angle \{10^\circ - (-12^\circ)\} = 20 \angle 22^\circ \Omega \quad \text{ตอบ}$$

6)

$$\begin{aligned} \frac{V_1^2}{Z} &= \frac{100^2}{3.61 \angle 33.69^\circ} \\ &= \frac{100^2 \angle 0^\circ}{3.61 \angle 33.69^\circ} \\ &= \frac{100^2}{3.69} \angle (0^\circ - 33.69^\circ) \\ &= 2.71 \angle -33.69^\circ \text{ VA} \end{aligned}$$

ตอบ

9.2.1 การแปลงรูปแบบจำนวนเชิงซ้อนด้วยเครื่องคิดเลข

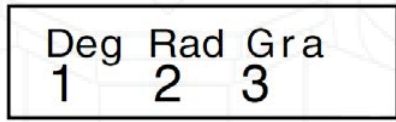
การแปลงจำนวนเชิงซ้อนระหว่างรูปแบบเชิงขั้วและเชิงตั้งฉาก อาจคำนวณโดยใช้สมการที่ (9.21) - (9.24) แต่วิธีการที่สะดวกมากกว่านั้นคือการใช้เครื่องคิดเลข เครื่องคิดเลขแต่ละยี่ห้อและรุ่น มีฟังก์ชันและวิธีการแปลงผันจำนวนเชิงซ้อนที่แตกต่างกัน สำหรับเครื่องคิดเลขยี่ห้อ CASIO รุ่น FX-350MS มีฟังก์ชันและขั้นตอนการใช้งาน ดังแสดงในตัวอย่างต่อไปนี้ (Casio Electronics Co. Ltd.)

ตัวอย่างที่ 9.6

จงใช้เครื่องคิดเลขยี่ห้อ CASIO รุ่น FX-350MS แปลงจำนวนเชิงซ้อน $Z = 2 \angle 60^\circ$ ให้อยู่ในรูปแบบเชิงตั้งฉาก

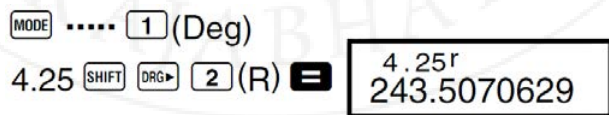
วิธีทำ

ก่อนคำนวณ ต้องปรับตั้งเครื่องคิดเลขเพื่อให้มั่นใจว่า กำลังทำงานในโหมดที่มุมมีหน่วยเป็น เรเดียน (RAD) หรือ องศา (DEG) โดยสามารถเปลี่ยนได้จากการกดปุ่ม **MODE** จะได้ผลลัพธ์ดังนี้



ความหมายของภาพนี้คือ กด 1 หากต้องการให้มุมมีหน่วยเป็นองศา และกด 2 สำหรับหน่วยเรเดียน

การแปลงผันค่ามุมจากหน่วยเรเดียนให้เป็นค่าในหน่วยองศา ก็สามารถแปลงได้โดยใช้เครื่องคิดเลขรุ่นนี้ สมมติว่าต้องการเปลี่ยน 4.25 เรเดียน เป็นค่ามุมในหน่วยองศา มีขั้นตอนและผลลัพธ์ดังนี้



เมื่อผ่านขั้นตอนการเปลี่ยนหน่วยของมุมเป็นองศาเรียบร้อยแล้ว กดปุ่มของเครื่องคิดเลขดังต่อไปนี้

กดปุ่ม SHIFT RecI 2 ' 60) = ได้ผลลัพธ์เท่ากับ $x = 1$

กดปุ่ม RCL F ได้ผลลัพธ์เท่ากับ $y = 1.732050808$

ดังนั้น จำนวนเชิงซ้อน $\mathbf{Z} = 2\angle 60^\circ$ ในรูปแบบเชิงตั้งฉากคือ $\mathbf{Z} = 1 + j1.732$ ตอบ

ตัวอย่างที่ 9.7

จงใช้เครื่องคิดเลขยี่ห้อ CASIO รุ่น FX-350MS แปลงจำนวนเชิงซ้อน $\mathbf{Z} = 1 + j\sqrt{3}$ ให้อยู่ในรูปแบบเชิงขั้ว และค่ามมมีหน่วยเป็น เรเดียน

วิธีทำ

กดปุ่ม Pol 1 ' $\sqrt{\quad}$ 3) = ได้ผลลัพธ์เท่ากับ $r = 2$

กดปุ่ม RCL F ได้ผลลัพธ์เท่ากับ $\theta = 1.047197551$

ดังนั้น เมื่อใช้เครื่องคิดเลขเปลี่ยนค่ามมจาก 1.047197551 เรเดียน เป็น 60° จะได้จำนวนเชิงซ้อน $\mathbf{Z} = 1 + j\sqrt{3}$ ในรูปแบบเชิงขั้วคือ $\mathbf{Z} = 2\angle 60^\circ$ ตอบ

9.2.2 องค์ประกอบวงจรในโดเมนความถี่

สมการแปลงจากฟังก์ชันในโดเมนเวลาเป็นเฟเซอร์สำหรับแรงดันและกระแสคือ

$$v(t) = V_m \cos(\omega t + \theta_v) \Leftrightarrow \mathbf{V} = V_m \angle \theta_v \quad (9.32)$$

$$i(t) = I_m \cos(\omega t + \theta_i) \Leftrightarrow \mathbf{I} = I_m \angle \theta_i \quad (9.33)$$

สมการแปลงจากโดเมนเวลาของอนุพันธ์และปริพันธ์คือ

$$\frac{di}{dt} \Leftrightarrow j\omega \mathbf{I} \quad (9.34)$$

$$\int v dt \Leftrightarrow \frac{\mathbf{V}}{j\omega} \quad (9.35)$$

เมื่อพิจารณาด้านซ้ายของสมการที่ (9.34) - (9.35) จะเห็นว่า ด้านซ้ายของสมการเป็นพจน์ในโดเมนเวลา ในขณะที่ด้านขวาเป็นพจน์โดเมนความถี่ ดังนั้น จึงเรียกการวิเคราะห์วงจรในสถานะอยู่ตัวด้วยเฟเซอร์ว่า เป็นการวิเคราะห์ในโดเมนความถี่ สมการคำนวณแรงดันตกคร่อมตัวต้านทานในโดเมนเวลา เมื่อเปรียบเทียบกับโดเมนความถี่คือ

$$v_R = Ri_R \Leftrightarrow \mathbf{V}_R = R\mathbf{I}_R \quad (9.36)$$

พจน์ R มีชื่อเรียกว่า ความต้านทาน มีชื่อเรียกเหมือนกันทั้งในโดเมนเวลาและโดเมนความถี่ เมื่ออ้างอิงจากสมการที่ (9.34) สมการแรงดันตกคร่อมตัวเหนี่ยวนำในโดเมนเวลา เมื่อเปรียบเทียบกับโดเมนความถี่คือ

$$v_L = L \frac{di_L}{dt} \Leftrightarrow \mathbf{V}_L = j\omega L \mathbf{I}_L = jX_L \mathbf{I}_L \quad (9.37)$$

พจน์ X_L มีชื่อเรียกว่า รีแอกแตนซ์ของตัวเหนี่ยวนำ หน่วยวัดคือ Ω สามารถเขียนให้อยู่ในรูปของสมการได้ดังนี้

$$X_L = \omega L \quad (9.38)$$

เมื่ออ้างอิงจากสมการที่ (9.35) แรงดันตกคร่อมตัวเก็บประจุในโดเมนเวลา เมื่อเปรียบเทียบกับโดเมนความถี่คือ

$$v_C = \frac{1}{C} \int i_C dt \Leftrightarrow \mathbf{V}_C = \frac{\mathbf{I}_C}{j\omega C} = \frac{-j\mathbf{I}_C}{\omega C} = -jX_C \mathbf{I}_C \quad (9.39)$$

พจน์ X_C มีชื่อเรียกว่า รีแอกแตนซ์ของตัวเก็บประจุ หน่วยวัดคือ Ω สามารถเขียนให้อยู่ในรูปของสมการได้ดังนี้

$$X_C = \frac{1}{\omega C} \quad (9.40)$$

สมการคำนวณตามกฎของโอห์มในโดเมนเวลาคือ $v = Ri$ แต่สมการในโดเมนความถี่คือ

$$\mathbf{V} = \mathbf{Z}\mathbf{I} \quad (9.41)$$

พารามิเตอร์ Z มีชื่อเรียกเฉพาะว่า อิมพีแดนซ์ หน่วยวัดคือ Ω องค์ประกอบของอิมพีแดนซ์สามารถเขียนให้อยู่ในรูปของส่วนจริงและส่วนจินตภาพได้ดังนี้

$$\mathbf{Z} = R + jX \quad (9.42)$$

เมื่อ Z คือ อิมพีแดนซ์ (Ω)
 R คือ ความต้านทาน (Ω)
 X คือ รีแอกแตนซ์ (Ω)

สมการคำนวณขนาดของอิมพีแดนซ์คือ

$$Z = \sqrt{R^2 + X^2} \quad (9.43)$$

สมการคำนวณมุมของอิมพีแดนซ์สำหรับการแสดงในรูปแบบเชิงขั้วคือ

$$\phi = \tan^{-1} \frac{X}{R} \quad (9.44)$$

ดังนั้น รูปแบบเชิงขั้วของอิมพีแดนซ์คือ

$$\mathbf{Z} = Z \angle \phi \quad (9.45)$$

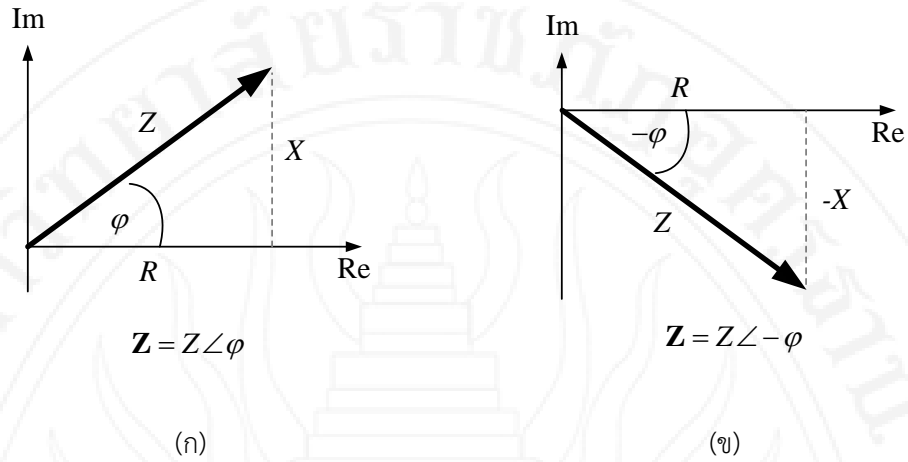
จากสมการที่ (9.42) หากความต้านทานหรือรีแอกแตนซ์ ค่าใดค่าหนึ่งมีค่าเป็นศูนย์ แสดงว่า

$$\mathbf{Z} = R \quad (9.46)$$

หรือ

$$\mathbf{Z} = jX \quad (9.47)$$

ดังนั้น สามารถเรียกความต้านทานหรือรีแอกแตนซ์ได้อีกชื่อหนึ่งว่า อิมพีแดนซ์ การแสดงอิมพีแดนซ์บนระนาบเชิงซ้อนกรณีรีแอกแตนซ์เป็นค่าบวก แสดงในรูปที่ 9.6-(ก) และสำหรับกรณีรีแอกแตนซ์เป็นค่าลบ แสดงในรูปที่ 9.6-(ข)



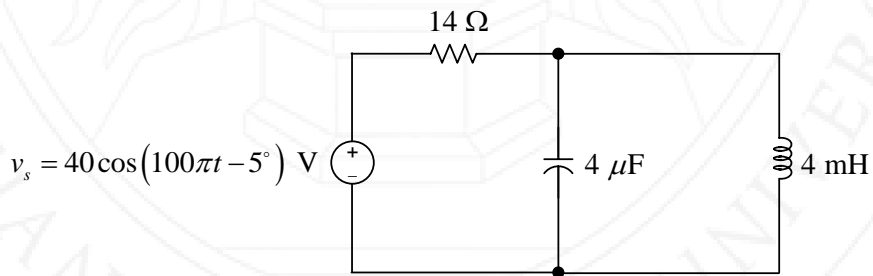
รูปที่ 9.6 การแสดงอิมพีแดนซ์บนระนาบเชิงซ้อน

ค่าส่วนกลับของอิมพีแดนซ์มีชื่อเรียกว่า แอดมิตแตนซ์ หน่วยวัดคือ ซีเมน (S) ดังแสดงในสมการที่ (9.48) พจน์ส่วนจริงของแอดมิตแตนซ์ G มีชื่อเรียกว่า ความนำ (S) และพจน์ส่วนจินตภาพของแอดมิตแตนซ์ B มีชื่อเรียกว่า ซัสเซปแตนซ์ (S)

$$Y = \frac{1}{Z} = G + jB \tag{9.48}$$

ตัวอย่างที่ 9.8

จงแปลงพารามิเตอร์ของวงจรในรูปที่ 9.7 ให้เป็นค่าในโดเมนความถี่ พร้อมทั้งแสดงเฟเซอร์และอิมพีแดนซ์บนระนาบเชิงซ้อน



รูปที่ 9.7 วงจรสำหรับตัวอย่างที่ 9.8

วิธีทำ

สำหรับแหล่งกำเนิดแรงดัน $v_s = 40 \cos(100\pi t - 5^\circ)$ V เฟเซอร์มีค่าเท่ากับ $\mathbf{V}_s = 40 \angle -5^\circ$ V

สำหรับตัวต้านทาน 14Ω อิมพีแดนซ์มีค่าเท่ากับ $\mathbf{Z}_1 = 14 \Omega$

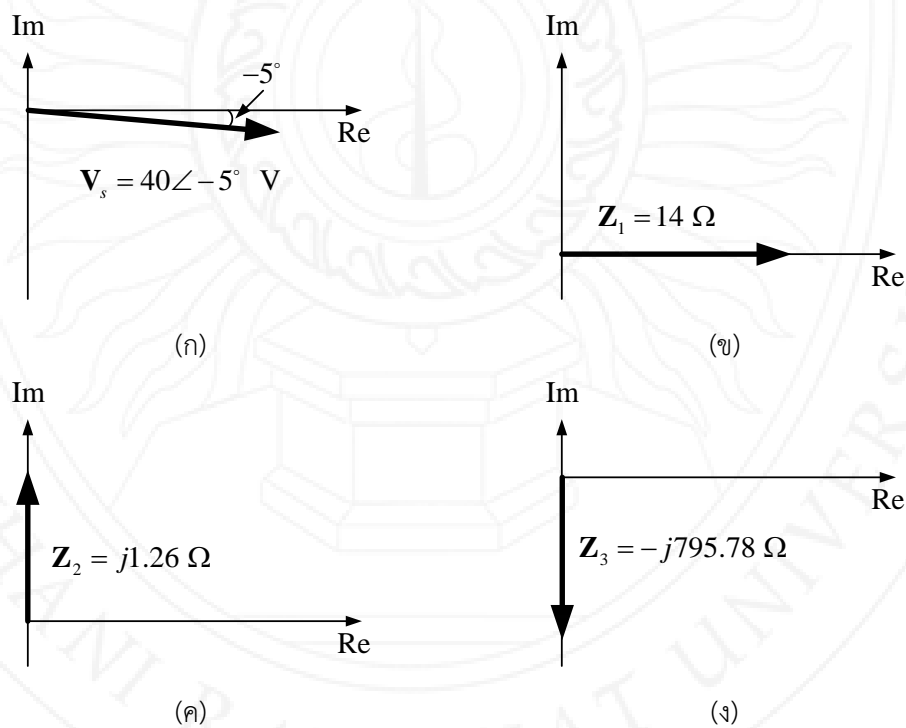
สำหรับตัวเหนี่ยวนำ 4 mH จากสมการที่ (9.37) - (9.38) อิมพีแดนซ์มีค่าเท่ากับ

$$\mathbf{Z}_2 = j\omega L = j(100\pi)(4 \times 10^{-3}) = j1.26 \Omega \quad (9.49)$$

สำหรับตัวเก็บประจุ $4 \mu\text{F}$ จากสมการที่ (9.39) - (9.40) อิมพีแดนซ์มีค่าเท่ากับ

$$\mathbf{Z}_3 = -\frac{j}{\omega C} = -\frac{j}{(100\pi)(4 \times 10^{-6})} = -j795.78 \Omega \quad (9.50)$$

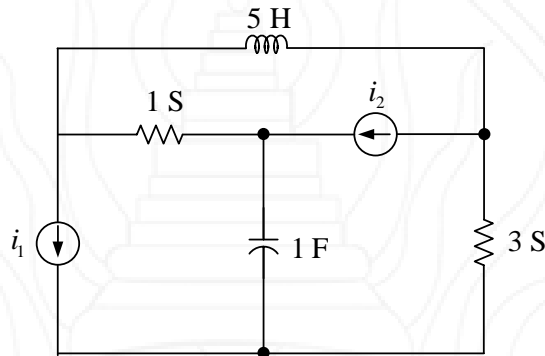
การแสดงผลเฟเซอร์และอิมพีแดนซ์บนระนาบเชิงซ้อน แสดงในรูปที่ 9.8



รูปที่ 9.8 การแสดงผลเฟเซอร์และอิมพีแดนซ์บนระนาบเชิงซ้อน

ตัวอย่างที่ 9.9

จงแปลงพารามิเตอร์วงจรในรูปที่ 9.9 ให้เป็นค่าในโดเมนความถี่ พร้อมทั้งแสดงเฟเซอร์และแอดมิตแตนซ์บนแผนภาพเชิงซ้อน กำหนดให้ $i_1 = 2 \sin(120\pi t)$ A และ $i_2 = 3 \cos(120\pi t)$ A



รูปที่ 9.9 วงจรสำหรับตัวอย่างที่ 9.9

สำหรับแหล่งกำเนิดกระแส $i_1 = 2 \sin(120\pi t) = 2 \cos(120\pi t - 90^\circ)$ A เฟเซอร์มีค่าเท่ากับ

$$\mathbf{I}_1 = 2 \angle -90^\circ \text{ A}$$

ตอบ

สำหรับแหล่งกำเนิดกระแส $i_2 = 3 \cos(120\pi t)$ A เฟเซอร์มีค่าเท่ากับ

$$\mathbf{I}_2 = 3 \angle 0^\circ \text{ A}$$

ตอบ

สำหรับตัวนำ 1 S แอดมิตแตนซ์มีค่าเท่ากับ $\mathbf{Y}_1 = 1 \text{ S}$

ตอบ

สำหรับตัวนำ 3 S แอดมิตแตนซ์มีค่าเท่ากับ $\mathbf{Y}_2 = 3 \text{ S}$

ตอบ

สำหรับตัวเหนี่ยวนำ 5 H จากสมการที่ (9.37) - (9.38) และสมการที่ (9.48) แอดมิตแตนซ์มีค่าเท่ากับ

$$\mathbf{Y}_3 = \frac{1}{j\omega L} = \frac{1}{j(120\pi)(5)} = -j530.52 \mu\text{S}$$

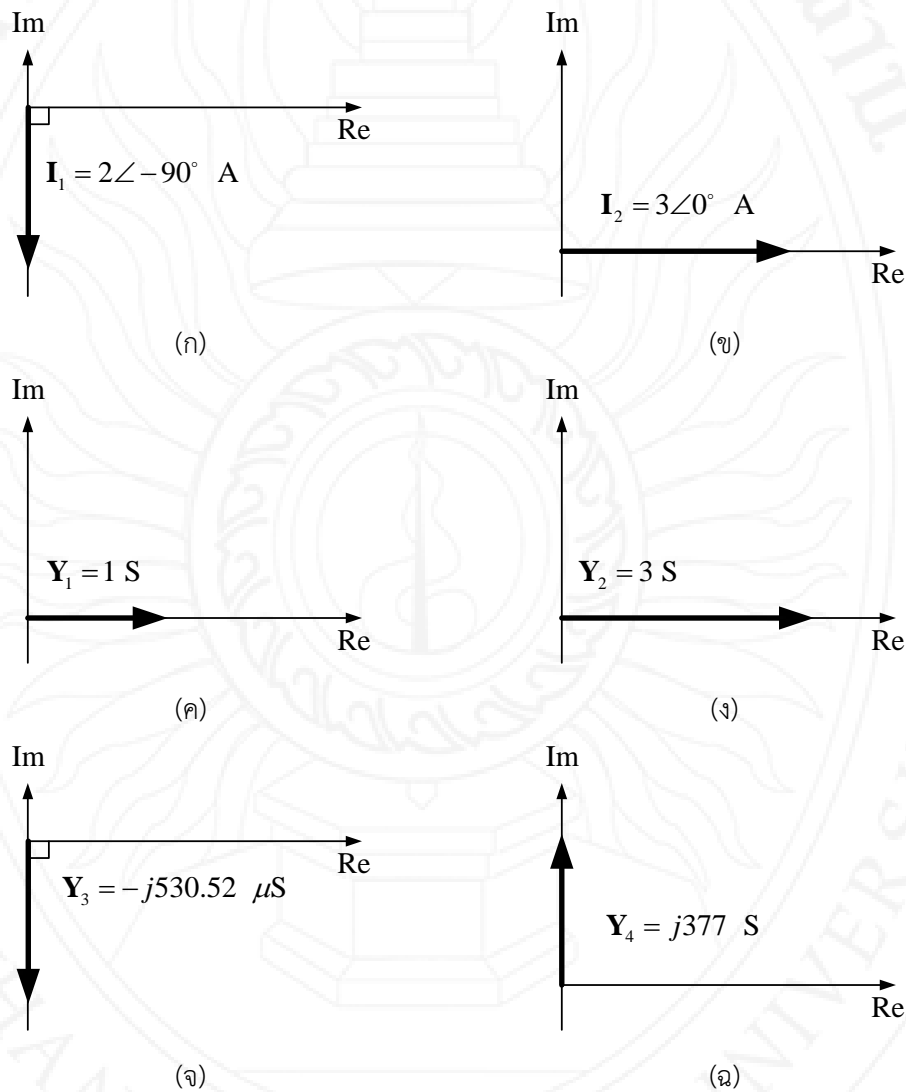
ตอบ

สำหรับตัวเก็บประจุ 1 F จากสมการที่ (9.39) - (9.40) และสมการที่ (9.48) แอดมิตแตนซ์มีค่าเท่ากับ

$$Y_4 = \frac{1}{-\frac{j}{\omega C}} = j\omega C = j(120\pi)(1) = j377 \text{ S}$$

ตอบ

การแสดงผลเฟเซอร์และแอดมิตแตนซ์บนระนาบเชิงซ้อน แสดงในรูปที่ 9.10

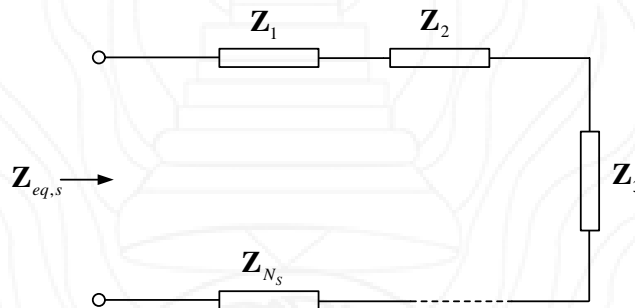


รูปที่ 9.10 การแสดงผลเฟเซอร์และแอดมิตแตนซ์บนระนาบเชิงซ้อน

9.3 อิมพีแดนซ์สมมูล

การคำนวณอิมพีแดนซ์สมมูลในวงจร มีหลักการและสมการคำนวณที่คล้ายคลึงกับตัวต้านทานทุกประการ กล่าวคือ อิมพีแดนซ์ที่ต่อกันแบบอนุกรมจำนวน N_s ตัว ดังแสดงในรูปที่ 9.11 ใช้สูตรคำนวณหาอิมพีแดนซ์สมมูลเหมือนกรณีวงจรตัวต้านทานอนุกรม ดังสมการที่ (9.51)

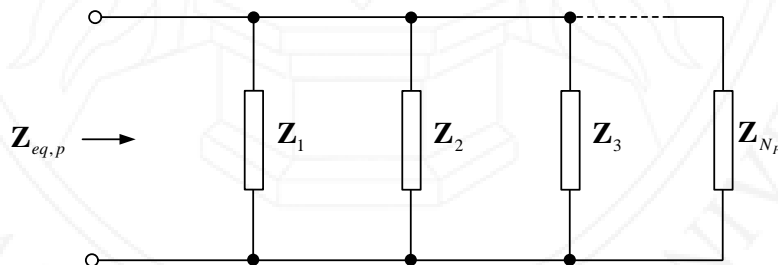
$$\mathbf{Z}_{eq,s} = \mathbf{Z}_1 + \mathbf{Z}_2 + \mathbf{Z}_3 + \dots + \mathbf{Z}_{N_s} \quad (9.51)$$



รูปที่ 9.11 อิมพีแดนซ์ต่อแบบอนุกรม

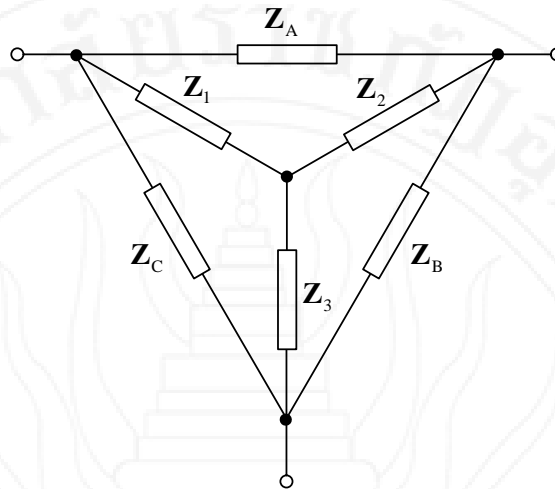
อิมพีแดนซ์ที่ต่อกันแบบขนานจำนวน N_p ตัว ดังแสดงในรูปที่ 9.12 ใช้สูตรคำนวณหาอิมพีแดนซ์สมมูลเหมือนกรณีวงจรตัวต้านทานขนาน ดังสมการที่ (9.52)

$$\mathbf{Z}_{eq,p} = \frac{1}{\frac{1}{\mathbf{Z}_1} + \frac{1}{\mathbf{Z}_2} + \frac{1}{\mathbf{Z}_3} + \dots + \frac{1}{\mathbf{Z}_{N_p}}} \quad (9.52)$$



รูปที่ 9.12 อิมพีแดนซ์ต่อแบบขนาน

อิมพีแดนซ์ที่ต่อกันแบบวายหรือเดลต้า ดังแสดงในรูปที่ 9.13 ใช้สูตรคำนวณการแปลงวาย-เดลต้าเหมือนกรณีวงจรตัวต้านทานทุกประการ ดังสมการที่ (9.53) - (9.54)



รูปที่ 9.13 อิมพีแดนซ์ต่อแบบวาย-เดลต้า

การแปลงวงจรอิมพีแดนซ์จากการต่อแบบเดลต้าเป็นการต่อแบบวาย ต้องประยุกต์ใช้สมการที่ (9.53)

การแปลงวงจรอิมพีแดนซ์จากการต่อแบบวายเป็นการต่อแบบเดลต้า ต้องประยุกต์ใช้สมการที่ (9.54)

$$\begin{aligned} Z_1 &= \frac{Z_A Z_C}{Z_A + Z_B + Z_C} \\ Z_2 &= \frac{Z_A Z_B}{Z_A + Z_B + Z_C} \\ Z_3 &= \frac{Z_B Z_C}{Z_A + Z_B + Z_C} \end{aligned} \quad (9.53)$$

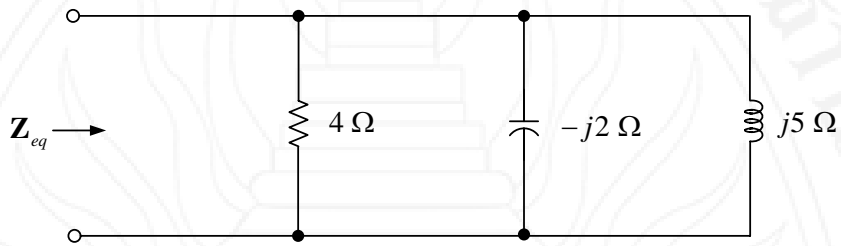
$$\begin{aligned} Z_A &= \frac{Z_1 Z_2 + Z_1 Z_3 + Z_2 Z_3}{Z_3} \\ Z_B &= \frac{Z_1 Z_2 + Z_1 Z_3 + Z_2 Z_3}{Z_1} \\ Z_C &= \frac{Z_1 Z_2 + Z_1 Z_3 + Z_2 Z_3}{Z_2} \end{aligned} \quad (9.54)$$

การคำนวณหาอิมพีแดนซ์สมมูล เป็นขั้นตอนที่สำคัญสำหรับการวิเคราะห์วงจร และเป็นวิธีการที่ง่ายกว่าการวิเคราะห์แบบโนดหรือเมช สิ่งที่จะต้องระลึกอยู่เสมอคือ กฎและหลักเกณฑ์ต่าง ๆ ที่ประยุกต์ใช้กับวงจรไฟฟ้ากระแสตรง เช่น กฎของโอห์ม กฎกระแสของเคอร์ชอฟฟ์ กฎแรงดันของเคอร์ชอฟฟ์ หลักการแบ่งแรงดัน หลักการแบ่งกระแส เป็นต้น สามารถนำมาประยุกต์ใช้ได้กับวงจรใน

โดเมนความถี่ทั้งหมด สิ่งที่แตกต่างกันคือ แรงดันและกระแสตรงเปลี่ยนเป็นเฟเซอร์ และความต้านทานเปลี่ยนเป็นอิมพีแดนซ์

ตัวอย่างที่ 9.10

จากวงจรในรูปที่ 9.14 จงคำนวณหาอิมพีแดนซ์สมมูล และแอดมิตแตนซ์สมมูล



รูปที่ 9.14 วงจรสำหรับตัวอย่างที่ 9.10 (Karris, 2009)

วิธีทำ

จากสมการคำนวณหาอิมพีแดนซ์สมมูลของการต่อแบบขนานในสมการที่ (9.52) จะได้อิมพีแดนซ์สมมูลมีค่าดังนี้

$$\begin{aligned}
 Z_{eq} &= \frac{1}{\frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_3} + \frac{1}{Z_4}} \\
 &= \frac{1}{\frac{1}{4} + \frac{1}{-j2} + \frac{1}{j5}} \\
 &= \frac{1}{0.25 + \frac{j}{2} + \left(\frac{-j}{5}\right)} \\
 &= \frac{1}{0.25 + j0.5 - j0.2} \\
 &= \frac{1 \angle 0^\circ}{0.559 \angle 63.44^\circ} \\
 &= \frac{1}{0.559} \angle (0^\circ - 63.44^\circ) \\
 &= 1.79 \angle -63.44^\circ
 \end{aligned}$$

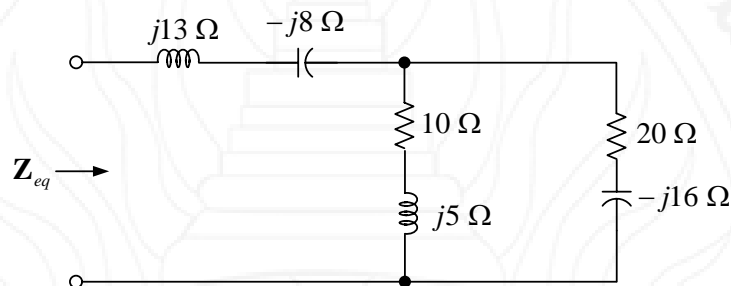
ตอบ

จากสมการที่ (9.48) แอดมิตแตนซ์สมมูลมีค่าเท่ากับ

$$\mathbf{Y}_{eq} = \frac{1}{\mathbf{Z}_{eq}} = \frac{1 \angle 0^\circ}{1.79 \angle -63.44^\circ} = \frac{1}{1.79} \angle \{0^\circ - (-63.44^\circ)\} = 558.7 \angle 63.44^\circ \text{ mS} \quad \text{ตอบ}$$

ตัวอย่างที่ 9.11

จากวงจรในรูปที่ 9.15 จงคำนวณหาอิมพีแดนซ์สมมูล และแอดมิตแตนซ์สมมูล



รูปที่ 9.15 วงจรสำหรับตัวอย่างที่ 9.11 (Karris, 2009)

วิธีทำ

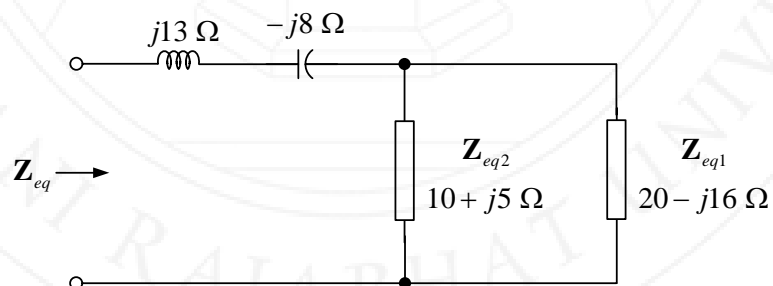
อิมพีแดนซ์ 20Ω อนุกรมกับ $-j16 \Omega$ จากสมการที่ (9.51) จะได้

$$\mathbf{Z}_{eq1} = \mathbf{Z}_1 + \mathbf{Z}_2 = 20 - j16 \Omega \quad (9.55)$$

อิมพีแดนซ์ 10Ω อนุกรมกับ $j5 \Omega$ จากสมการที่ (9.51) จะได้

$$\mathbf{Z}_{eq2} = \mathbf{Z}_1 + \mathbf{Z}_2 = 10 + j5 \Omega \quad (9.56)$$

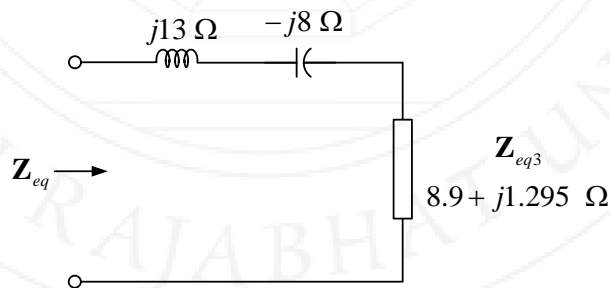
ทอพอโลยีของวงจรผลลัพธ์แสดงในรูปที่ 9.16



รูปที่ 9.16 วงจรผลลัพธ์หลังจากคำนวณ \mathbf{Z}_{eq1} และ \mathbf{Z}_{eq2}

อิมพีแดนซ์ Z_{eq1} ขนานกับ Z_{eq2} จากสมการที่ (9.52) จะได้อิมพีแดนซ์สมมูลมีค่าดังสมการที่ (9.57) ทอพอโลยีของวงจรหลังจากยุบรวม Z_{eq1} และ Z_{eq2} แสดงในรูปที่ 9.17

$$\begin{aligned}
 Z_{eq3} &= \frac{1}{\frac{1}{Z_{eq1}} + \frac{1}{Z_{eq2}}} \\
 &= \frac{1}{\frac{1}{20 - j16} + \frac{1}{10 + j5}} \\
 &= \frac{1}{\frac{1 \angle 0^\circ}{25.61 \angle -38.66^\circ} + \frac{1 \angle 0^\circ}{11.18 \angle 26.57^\circ}} \\
 &= \frac{1}{\frac{1}{25.61} \angle \{0^\circ - (-38.66^\circ)\} + \frac{1}{11.18} \angle \{0^\circ - 26.57^\circ\}} \\
 &= \frac{1}{0.0390 \angle 38.66^\circ + 0.0894 \angle -26.57^\circ} \\
 &= \frac{1}{(0.030 + j0.024) + (0.080 - j0.040)} \\
 &= \frac{1}{(0.030 + 0.080) + j(0.024 - 0.040)} \\
 &= \frac{1}{0.11 - j0.016} \\
 &= \frac{1 \angle 0^\circ}{0.111 \angle -8.276^\circ} \\
 &= \frac{1}{0.111} \angle \{0^\circ - (-8.276^\circ)\} \\
 &= 9 \angle 8.276^\circ \\
 &= 8.90 + j1.295 \Omega
 \end{aligned} \tag{9.57}$$



รูปที่ 9.17 วงจรผลลัพท์หลังจากยุบรวม Z_{eq1} และ Z_{eq2}

จากวงจรในรูปที่ 9.17 พบว่า Z_{eq3} อนุกรมกับ $j13 \Omega$ และ $-j8 \Omega$ จากสมการที่ (9.51) อิมพีแดนซ์สมมูลมีค่าเท่ากับ

$$Z_{eq} = (8.90 + j1.295) + j13 + (-j8) = 8.90 + j6.29 \Omega$$

ตอบ

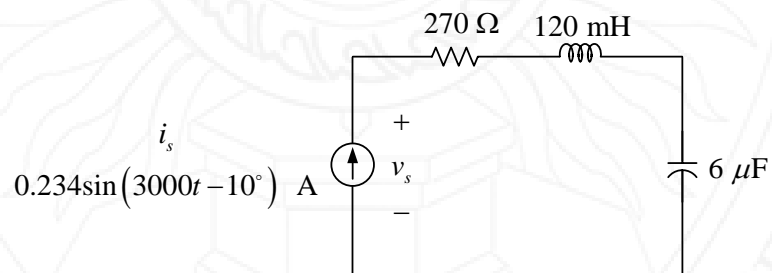
จากสมการที่ (9.48) แอดมิตแตนซ์สมมูลมีค่าเท่ากับ

$$\begin{aligned} Y_{eq} &= \frac{1}{Z_{eq}} \\ &= \frac{1}{8.90 + j6.29} \\ &= \frac{1 \angle 0^\circ}{10.90 \angle 35.25^\circ} \\ &= \frac{1}{10.90} \angle (0^\circ - 35.25^\circ) \\ &= 91.8 \angle -35.25^\circ \text{ mS} \\ &= 75 - j53 \text{ mS} \end{aligned}$$

ตอบ

ตัวอย่างที่ 9.12

จากวงจรในรูปที่ 9.18 จงวิเคราะห์หา $v_s(t)$



รูปที่ 9.18 วงจรสำหรับตัวอย่างที่ 9.12 (O'Malley, 1992)

วิธีทำ

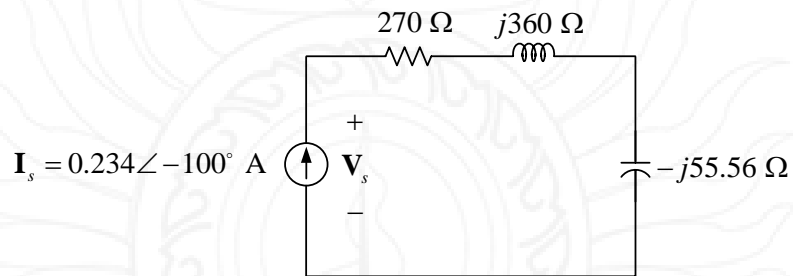
แปลงกระแสไซน์ซอซด์ $i_s(t) = 0.234 \sin(3000t - 10^\circ) \text{ A}$ เป็นเฟเซอร์จะได้

$$\begin{aligned}
 i_s(t) &= 0.234\sin(3000t - 10^\circ) \\
 &= 0.234\cos(3000t - 10^\circ - 90^\circ) \Leftrightarrow \mathbf{I}_s = 0.234\angle -100^\circ \text{ A} \\
 &= 0.234\cos(3000t - 100^\circ) \text{ A}
 \end{aligned}
 \tag{9.58}$$

แปลง 120 mH และ 6 μF เป็นอิมพีแดนซ์ตามลำดับ จะได้

$$\begin{aligned}
 \mathbf{Z}_1 &= j\omega L = j(3000)(120 \times 10^{-3}) = j360 \ \Omega \\
 \mathbf{Z}_2 &= -\frac{j}{\omega C} = -\frac{j}{(3000)(6 \times 10^{-6})} = -j55.56 \ \Omega
 \end{aligned}
 \tag{9.59}$$

ทอพอโลยีของวงจรในโดเมนความถี่แสดงในรูปที่ 9.19



รูปที่ 9.19 ทอพอโลยีของวงจรในโดเมนความถี่

อิมพีแดนซ์สมมูลของการต่อแบบอนุกรมมีค่าเท่ากับ

$$\mathbf{Z}_{eq} = 270 + j360 - j55.56 = 270 + j304.44 \ \Omega
 \tag{9.60}$$

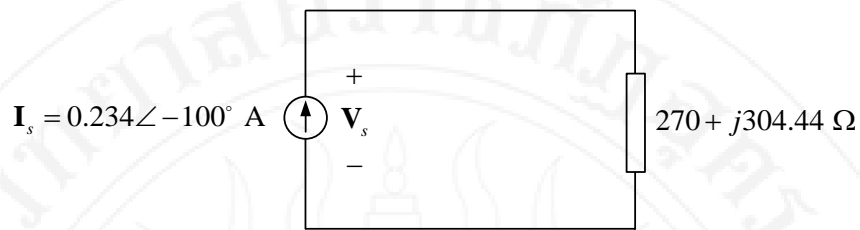
ทอพอโลยีของวงจรสมมูลแสดงในรูปที่ 9.20 จากกฎของโอห์ม แรงดัน \mathbf{V}_s มีค่าเท่ากับ

$$\begin{aligned}
 \mathbf{V}_s &= \mathbf{Z}_{eq} \mathbf{I}_s \\
 &= (270 + j304.44)(0.234\angle -100^\circ) \\
 &= (406.92\angle 48.43^\circ)(0.234\angle -100^\circ) \\
 &= (406.92)(0.234)\angle (48.43^\circ - 100^\circ) \\
 &= 95.22\angle -51.57^\circ \text{ V}
 \end{aligned}
 \tag{9.61}$$

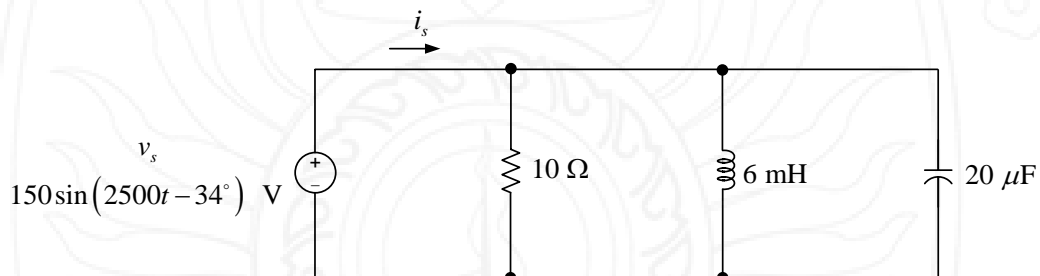
ดังนั้น

$$v_s(t) = 95.22\cos(3000t - 51.57^\circ) \text{ V}$$

ตอบ



รูปที่ 9.20 ทอพอโลยีของวงจรสมมูล

ตัวอย่างที่ 9.13จากวงจรในรูปที่ 9.21 จงวิเคราะห์หา $i_s(t)$ 

รูปที่ 9.21 วงจรสำหรับตัวอย่างที่ 9.13 (O'Malley, 1992)

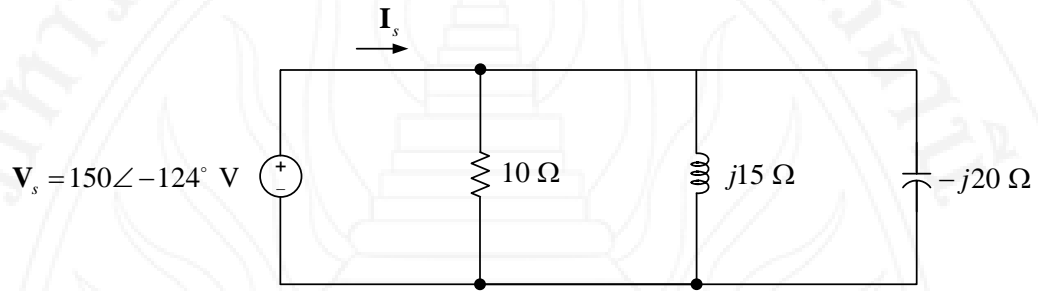
วิธีทำแปลงแรงดันไซน์ซอียด $v_s = 150 \sin(2500t - 34^\circ) \text{ V}$ เป็นเฟเซอร์จะได้

$$\begin{aligned}
 v_s &= 150 \sin(2500t - 34^\circ) \text{ V} \\
 &= 150 \cos(3000t - 34^\circ - 90^\circ) \Leftrightarrow \mathbf{V}_s = 150 \angle -124^\circ \text{ V} \\
 &= 150 \cos(3000t - 124^\circ) \text{ V}
 \end{aligned} \tag{9.62}$$

แปลง 6 mH และ $20 \mu\text{F}$ เป็นอิมพีแดนซ์ตามลำดับ จะได้

$$\begin{aligned} Z_1 &= j\omega L = j(2500)(6 \times 10^{-3}) = j15 \Omega \\ Z_2 &= -\frac{j}{\omega C} = -\frac{j}{(2500)(20 \times 10^{-6})} = -j20 \Omega \end{aligned} \tag{9.63}$$

ทอพอโลยีของวงจรในโดเมนความถี่แสดงในรูปที่ 9.22

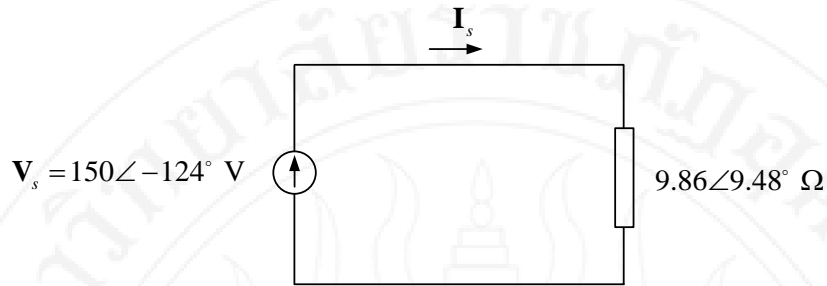


รูปที่ 9.22 ทอพอโลยีของวงจรในโดเมนความถี่

อิมพีแดนซ์สมมูลของการต่อแบบขนานมีค่าเท่ากับ

$$\begin{aligned} Z_{eq} &= \frac{1}{\frac{1}{10} + \frac{1}{j15} + \frac{1}{-j20}} \\ &= \frac{1}{\frac{1}{10} + \frac{-j}{15} + \frac{j}{20}} \\ &= \frac{1}{0.1 - j0.0667 + j0.05} \\ &= \frac{1 \angle 0^\circ}{0.1014 \angle -9.48^\circ} \\ &= \frac{1}{0.1014} \angle 0 - (-9.48^\circ) \\ &= 9.86 \angle 9.48^\circ \Omega \end{aligned} \tag{9.64}$$

ทอพอโลยีของวงจรสมมูลแสดงในรูปที่ 9.23



รูปที่ 9.23 ทอพอโลยีของวงจรสมมูล
จากกฎของโอห์ม กระแส I_s มีค่าเท่ากับ

$$\begin{aligned} I_s &= \frac{V_s}{Z_{eq}} \\ &= \frac{150\angle-124^\circ}{9.86\angle9.48^\circ} \\ &= \frac{150}{9.86} \angle(-124^\circ - 9.48^\circ) \\ &= 15.21\angle-133.48^\circ \text{ A} \end{aligned} \quad (9.65)$$

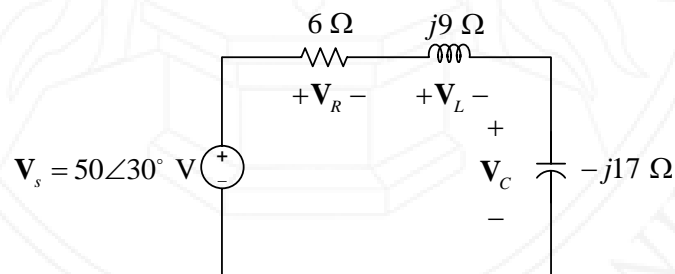
ดังนั้น

$$i_s(t) = 15.21 \cos(2500t - 133.48^\circ) \text{ A}$$

ตอบ

ตัวอย่างที่ 9.14

จากวงจรในรูปที่ 9.21 จงวิเคราะห์หา V_R V_L และ V_C



รูปที่ 9.24 วงจรสำหรับตัวอย่างที่ 9.14 (Boylestad, 2002)

วิธีทำ

จากหลักการวงจรแบ่งแรงดัน จะได้ว่า

$$\begin{aligned} \mathbf{V}_R &= \frac{6}{6 + j9 - j17} (50 \angle 30^\circ) \\ &= \frac{6 \angle 0^\circ}{10 \angle -53.13^\circ} (50 \angle 30^\circ) \\ &= \frac{(6)(50)}{10} \angle \{0^\circ + 30^\circ - (-53.13^\circ)\} \\ &= 30 \angle 83.13^\circ \text{ V} \end{aligned}$$

ตอบ

$$\begin{aligned} \mathbf{V}_L &= \frac{j9}{6 + j9 - j17} (50 \angle 30^\circ) \\ &= \frac{9 \angle 90^\circ}{10 \angle -53.13^\circ} (50 \angle 30^\circ) \\ &= \frac{(9)(50)}{10} \angle \{90^\circ + 30^\circ - (-53.13^\circ)\} \\ &= 45 \angle 173.13^\circ \text{ V} \end{aligned}$$

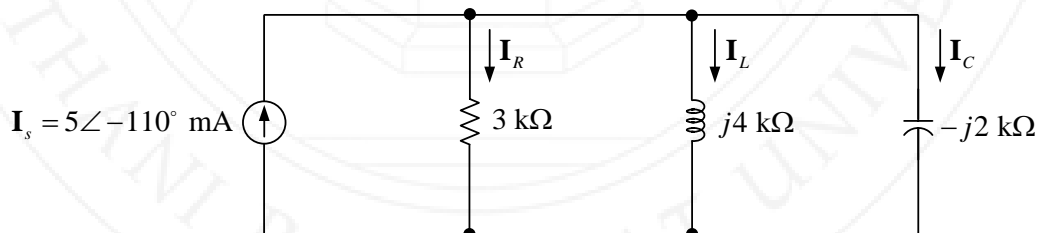
ตอบ

$$\begin{aligned} \mathbf{V}_C &= \frac{-j17}{6 + j9 - j17} (50 \angle 30^\circ) \\ &= \frac{17 \angle -90^\circ}{10 \angle -53.13^\circ} (50 \angle 30^\circ) \\ &= \frac{(17)(50)}{10} \angle \{-90^\circ + 30^\circ - (-53.13^\circ)\} \\ &= 85 \angle -6.87^\circ \text{ V} \end{aligned}$$

ตอบ

ตัวอย่างที่ 9.15

จากวงจรในรูปที่ 9.25 จงวิเคราะห์หา \mathbf{I}_R , \mathbf{I}_L และ \mathbf{I}_C



รูปที่ 9.25 วงจรสำหรับตัวอย่างที่ 9.15 (Boylestad, 2002)

วิธีทำ

อิมพีแดนซ์สมมูลของการต่อแบบขนานระหว่างคู่อิมพีแดนซ์ในวงจร มีค่าดังต่อไปนี้

$$\begin{aligned} \mathbf{Z}_{eq1} &= (3 \text{ k}\Omega) \parallel (j4 \text{ k}\Omega) = \frac{(3 \times 10^3)(j4 \times 10^3)}{3 \text{ k}\Omega + j4 \text{ k}\Omega} = \frac{j12 \times 10^6}{3 \times 10^3 + j4 \times 10^3} \\ &= \frac{j12 \times 10^3}{3 + j4} = \frac{12 \times 10^3 \angle 90^\circ}{5 \angle 53.13^\circ} = \frac{12 \times 10^3}{5} \angle (90^\circ + 53.13^\circ) \\ &= 2.4 \angle 143.13^\circ \text{ k}\Omega \end{aligned} \quad (9.66)$$

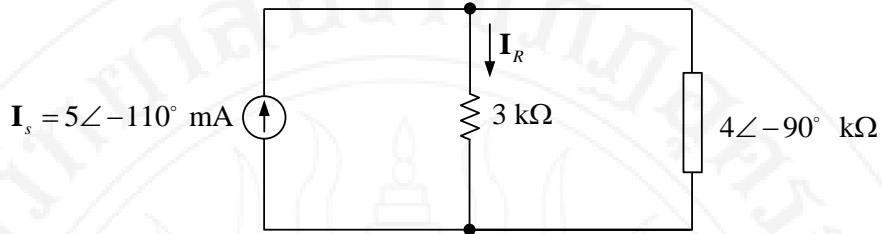
$$\begin{aligned} \mathbf{Z}_{eq2} &= (3 \text{ k}\Omega) \parallel (-j2 \text{ k}\Omega) = \frac{(3 \times 10^3)(-j2 \times 10^3)}{3 \text{ k}\Omega - j2 \text{ k}\Omega} = \frac{-j6 \times 10^6}{3 \times 10^3 - j2 \times 10^3} \\ &= \frac{-j6 \times 10^3}{3 - j2} = \frac{6 \times 10^3 \angle -90^\circ}{3.61 \angle -33.69^\circ} = \frac{6 \times 10^3}{3.61} \angle \{-90^\circ - (-33.69^\circ)\} \\ &= 1.66 \angle -56.31^\circ \text{ k}\Omega \end{aligned} \quad (9.67)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{Z}_{eq3} &= (j4 \text{ k}\Omega) \parallel (-j2 \text{ k}\Omega) = \frac{(j4 \times 10^3)(-j2 \times 10^3)}{j4 \text{ k}\Omega - j2 \text{ k}\Omega} = \frac{8 \times 10^6}{j4 \times 10^3 - j2 \times 10^3} \\ &= \frac{8 \times 10^3}{j4 - j2} = \frac{8 \times 10^3 \angle 0^\circ}{2 \angle 90^\circ} = \frac{8 \times 10^3}{2} \angle (0^\circ - 90^\circ) \\ &= 4 \angle -90^\circ \text{ k}\Omega \end{aligned} \quad (9.68)$$

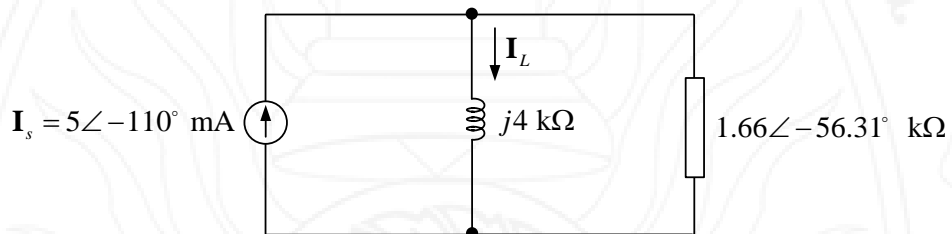
ทอพอโลยีของวงจรสำหรับคำนวณหากระแสไหลผ่านอิมพีแดนซ์ โดยใช้หลักการวงจรแบ่งกระแส สำหรับทั้ง 3 กรณี แสดงในรูปที่ 9.26 - รูปที่ 9.28 สำหรับกรณีของ \mathbf{I}_R มีค่าเท่ากับ

$$\begin{aligned} \mathbf{I}_R &= \frac{\mathbf{Z}_{eq3}}{3 \text{ k}\Omega + \mathbf{Z}_{eq3}} (5 \angle -110^\circ \text{ mA}) \\ &= \frac{(4 \times 10^3 \angle -90^\circ)(5 \times 10^{-3} \angle -110^\circ)}{3 \times 10^3 + 4 \times 10^3 \angle -90^\circ} \\ &= \frac{(4 \times 10^3)(5 \times 10^{-3}) \angle (-90^\circ - 110^\circ)}{3 \times 10^3 - j4 \times 10^3} \\ &= \frac{20 \angle -200^\circ}{5 \times 10^3 \angle -53.13^\circ} \\ &= \frac{20}{5 \times 10^3} \angle \{-200^\circ - (-53.13^\circ)\} \\ &= 4 \angle -146.87^\circ \text{ mA} \end{aligned}$$

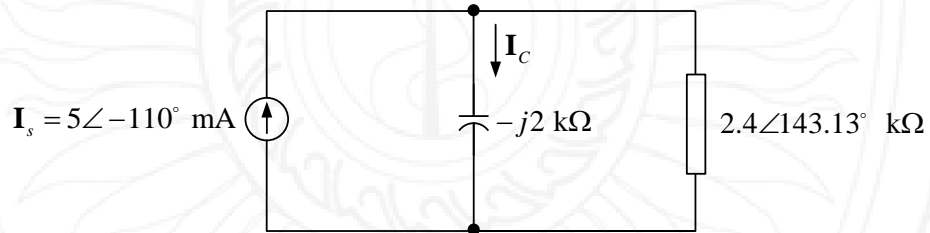
ตอบ



รูปที่ 9.26 วงจรสมมูลคำนวณหา I_R



รูปที่ 9.27 วงจรสมมูลคำนวณหา I_L



รูปที่ 9.28 วงจรสมมูลคำนวณหา I_C

สำหรับกรณีของ I_L มีค่าเท่ากับ

$$\begin{aligned}
 I_L &= \frac{\mathbf{Z}_{eq2}}{j4 \text{ k}\Omega + \mathbf{Z}_{eq2}} (5\angle -110^\circ \text{ mA}) = \frac{(1.66 \times 10^3 \angle -56.31^\circ)(5 \times 10^{-3} \angle -110^\circ)}{j4 \times 10^3 + 1.66 \times 10^3 \angle -56.31^\circ} \\
 &= \frac{(1.66 \times 10^3)(5 \times 10^{-3}) \angle (-56.31^\circ - 110^\circ)}{j4 \times 10^3 + 920.8 - j1.38 \times 10^3} = \frac{8.3 \angle -166.31^\circ}{2.78 \times 10^3 \angle 70.64^\circ} \\
 &= \frac{8.3}{2.78 \times 10^3} \angle (-166.31^\circ - 70.64^\circ) \\
 &= 2.99 \angle -236.95^\circ \text{ mA}
 \end{aligned}$$

ตอบ

สำหรับกรณีของ I_C มีค่าเท่ากับ

$$\begin{aligned} I_C &= \frac{\mathbf{Z}_{eq1}}{-j2 \text{ k}\Omega + \mathbf{Z}_{eq1}} (5 \angle -110^\circ \text{ mA}) = \frac{(2.4 \times 10^3 \angle 143.13^\circ)(5 \times 10^{-3} \angle -110^\circ)}{-j2 \times 10^3 + 2.4 \times 10^3 \angle 143.13^\circ} \\ &= \frac{(2.4 \times 10^3)(5 \times 10^{-3}) \angle (143.13^\circ - 110^\circ)}{-j2 \times 10^3 - 1.92 \times 10^3 + j1.44 \times 10^3} = \frac{12 \angle 33.13^\circ}{2 \times 10^3 \angle 196.26^\circ} \\ &= \frac{12}{2 \times 10^3} \angle (33.13^\circ - 196.26^\circ) \\ &= 6 \angle -163.13^\circ \text{ mA} \end{aligned}$$

ตอบ

9.4 การวิเคราะห์แบบโหนด

การวิเคราะห์แบบโหนดในวงจรไฟฟ้ากระแสสลับ มีความคล้ายคลึงกับขั้นตอนที่ใช้วิเคราะห์วงจรกระแสตรงทุกประการ มีขั้นตอนดังต่อไปนี้

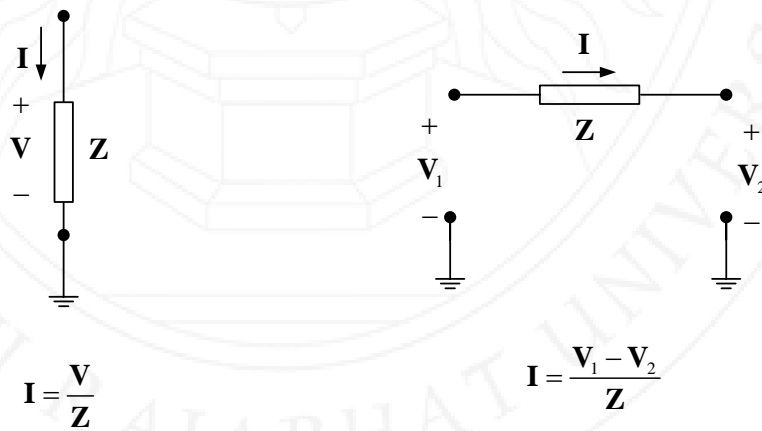
(1) กำหนดโหนดอ้างอิงให้มีค่าแรงดันเท่ากับศูนย์ ($V_o = 0$) โดยทั่วไป โหนดที่อยู่ด้านล่างสุดของวงจรจะถูกกำหนดให้เป็นโหนดอ้างอิง

(2) กำหนดชื่อโหนดทั้งหมดที่เหลือเป็น $V_1, V_2, V_3, \dots, V_{N-1}$ เมื่อ N คือจำนวนโหนดทั้งหมดของวงจร

(3) กำหนดกระแสในแต่ละกิ่งให้มีทิศทางตามต้องการ

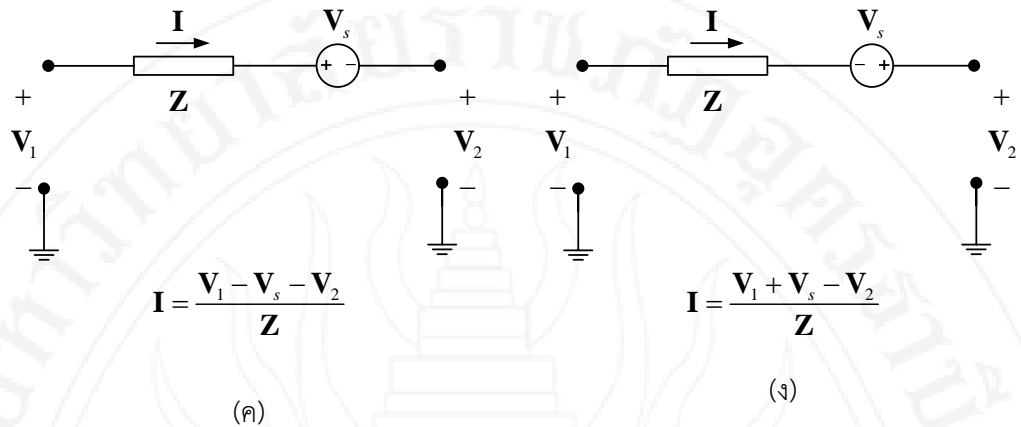
(4) เขียนสมการตามกฎกระแสของเคอร์ชอฟฟ์สำหรับทุกโหนด ยกเว้นโหนดอ้างอิง

(5) วิเคราะห์หากระแสสำหรับแต่ละกิ่งด้วยกฎของโอห์ม และกฎแรงดันของเคอร์ชอฟฟ์ แล้วนำพจน์ของกระแสเหล่านั้นไปแทนค่าในขั้นตอนที่ (4) ตัวอย่างสมการคำนวณหากระแสที่ไหลในกิ่ง แสดงในรูปที่ 9.29



(ก)

(ข)

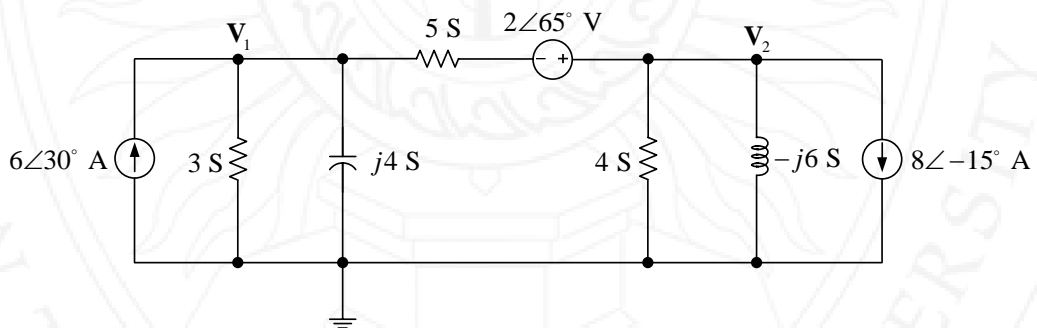


รูปที่ 9.29 การคำนวณกระแสไหลในกิ่ง

- (6) จัดพจน์สมการที่ได้จากขั้นตอนที่ (4) ให้อยู่ในรูปเมทริกซ์ และคำนวณหาผลเฉลยของสมการหลายชั้น ผลลัพธ์ที่ได้คือค่าแรงดันของทุกโหนด
- (7) นำค่าแรงดันที่ได้จากขั้นตอนที่ (6) ไปคำนวณหาค่าพารามิเตอร์ที่ต้องการทราบค่า

ตัวอย่างที่ 9.16

จากวงจรในรูปที่ 9.30 จงวิเคราะห์หา V_1 และ V_2



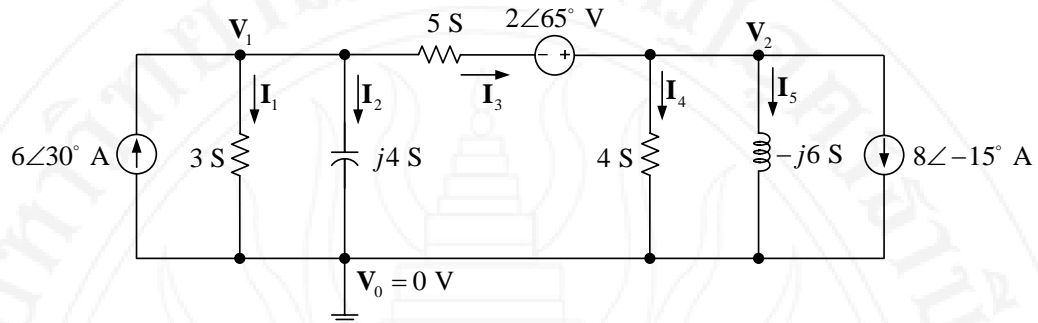
รูปที่ 9.30 วงจรสำหรับตัวอย่างที่ 9.16 (O'Malley, 1992)

วิธีทำ

เนื่องจากวงจรมีองค์ประกอบเป็นแอดมิตแตนซ์ จากกฎของโอห์ม ความสัมพันธ์ระหว่างเฟเซอร์ของแรงดัน กระแส และแอดมิตแตนซ์คือ

$$I = YV \tag{9.69}$$

กำหนดโนดอ้างอิงและกระแสกึ่ง ดังแสดงในรูปที่ 9.31

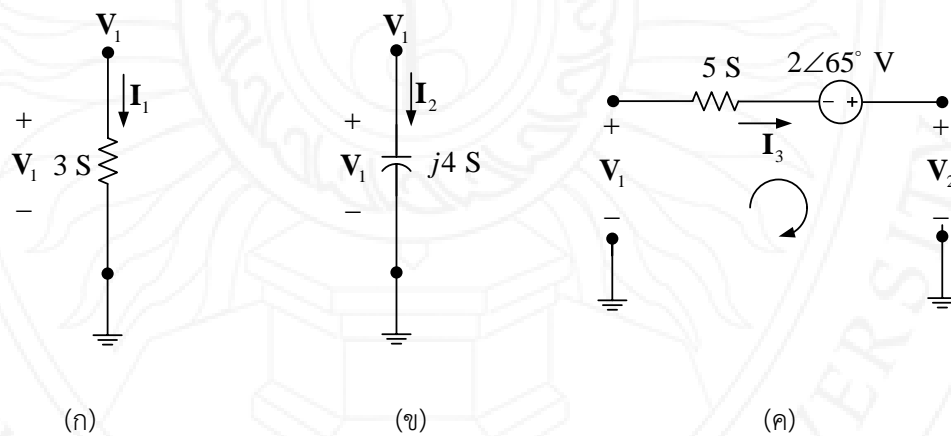


รูปที่ 9.31 กำหนดโนดอ้างอิงและกระแสกึ่ง

เขียนสมการตามกฎกระแสของเคอร์ชอฟฟ์สำหรับโนด V_1 จะได้ว่า

$$6\angle 30^\circ - I_1 - I_2 - I_3 = 0 \tag{9.70}$$

พิจารณาวงจรในรูปที่ 9.32



รูปที่ 9.32 วงจรสำหรับคำนวณหากระแส I_1 I_2 และ I_3

เมื่อประยุกต์ใช้กฎของโอห์ม และกฎแรงดันของเคอร์ชอฟฟ์ จะได้สมการคำนวณกระแส I_1 และ I_2 ดังนี้

$$\begin{aligned} I_1 &= YV_1 = (3 \text{ S})V_1 = 3V_1 \\ I_2 &= YV_1 = (j4 \text{ S})V_1 = j4V_1 \end{aligned} \tag{9.71}$$

ประยุกต์ใช้กฎแรงดันของเคอร์ชอฟฟ์กับวงจรในรูปที่ 9.32-(ค) จะได้

$$\begin{aligned}
 -\mathbf{V}_1 + \frac{\mathbf{I}_3}{\mathbf{Y}} - 2\angle 65^\circ + \mathbf{V}_2 &= 0 \\
 \frac{\mathbf{I}_3}{5} &= \mathbf{V}_1 - \mathbf{V}_2 + 2\angle 65^\circ \\
 \mathbf{I}_3 &= 5(\mathbf{V}_1 - \mathbf{V}_2 + 2\angle 65^\circ) \\
 &= 5\mathbf{V}_1 - 5\mathbf{V}_2 + 10\angle 65^\circ
 \end{aligned} \tag{9.72}$$

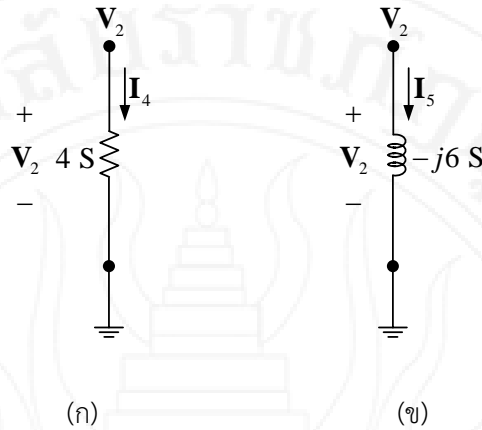
แทนค่าสมการที่ (9.71) - (9.72) ในสมการที่ (9.70) จะได้

$$\begin{aligned}
 6\angle 30^\circ - 3\mathbf{V}_1 - j4\mathbf{V}_1 - (5\mathbf{V}_1 - 5\mathbf{V}_2 + 10\angle 65^\circ) &= 0 \\
 -3\mathbf{V}_1 - j4\mathbf{V}_1 - 5\mathbf{V}_1 + 5\mathbf{V}_2 - 10\angle 65^\circ &= -6\angle 30^\circ \\
 3\mathbf{V}_1 + j4\mathbf{V}_1 + 5\mathbf{V}_1 - 5\mathbf{V}_2 + 10\angle 65^\circ &= 6\angle 30^\circ \\
 (3 + j4 + 5)\mathbf{V}_1 - 5\mathbf{V}_2 &= 6\angle 30^\circ - 10\angle 65^\circ \\
 (8 + j4)\mathbf{V}_1 - 5\mathbf{V}_2 &= 6\angle 30^\circ - 10\angle 65^\circ \\
 (8 + j4)\mathbf{V}_1 - 5\mathbf{V}_2 &= (5.20 + j3) - (4.23 + j9.06) \\
 (8 + j4)\mathbf{V}_1 - 5\mathbf{V}_2 &= (5.20 - 4.23) + j(3 - 9.06) \\
 (8 + j4)\mathbf{V}_1 - 5\mathbf{V}_2 &= 0.97 - j6.06
 \end{aligned} \tag{9.73}$$

เขียนสมการตามกฎกระแสของเคอร์ชอฟฟ์สำหรับโหนด \mathbf{V}_2 จะได้ว่า

$$\mathbf{I}_3 - \mathbf{I}_4 - \mathbf{I}_5 - 8\angle -15^\circ = 0 \tag{9.74}$$

พิจารณาวงจรในรูปที่ 9.33

รูปที่ 9.33 วงจรสำหรับคำนวณหากระแส I_4 และ I_5

เมื่อประยุกต์ใช้กฎของโอห์ม จะได้สมการคำนวณกระแส I_4 และ I_5 ดังนี้

$$\begin{aligned} I_4 &= \mathbf{YV}_2 = (4 \text{ S}) \mathbf{V}_2 = 4\mathbf{V}_2 \\ I_5 &= \mathbf{YV}_2 = (-j6 \text{ S}) \mathbf{V}_2 = -j6\mathbf{V}_2 \end{aligned} \quad (9.75)$$

แทนค่าสมการที่ (9.75) และ I_3 ในสมการที่ (9.74) จะได้

$$\begin{aligned} (5\mathbf{V}_1 - 5\mathbf{V}_2 + 10\angle 65^\circ) - 4\mathbf{V}_2 - (-j6\mathbf{V}_2) - 8\angle -15^\circ &= 0 \\ 5\mathbf{V}_1 + (-5 - 4 + j6)\mathbf{V}_2 &= 8\angle -15^\circ - 10\angle 65^\circ \\ 5\mathbf{V}_1 + (-9 + j6)\mathbf{V}_2 &= 8\angle -15^\circ - 10\angle 65^\circ \\ 5\mathbf{V}_1 + (-9 + j6)\mathbf{V}_2 &= 7.73 - j2.07 \\ &\quad - (4.23 + j9.06) \\ 5\mathbf{V}_1 + (-9 + j6)\mathbf{V}_2 &= (7.73 - 4.23) \\ &\quad + j(-2.07 - 9.06) \\ 5\mathbf{V}_1 + (-9 + j6)\mathbf{V}_2 &= 3.50 - j11.13 \end{aligned} \quad (9.76)$$

เขียนสมการที่ (9.73) และสมการที่ (9.76) ให้อยู่ในรูปของเมทริกซ์ จะได้

$$\begin{bmatrix} 8 + j4 & -5 \\ 5 & -9 + j6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{V}_1 \\ \mathbf{V}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.97 - j6.06 \\ 3.50 - j11.13 \end{bmatrix} \quad (9.77)$$

กำหนดให้

$$\begin{aligned}
 \Delta &= \begin{vmatrix} 8+j4 & -5 \\ 5 & -9+j6 \end{vmatrix} \\
 &= (8+j4)(-9+j6) - (5)(-5) \\
 &= (8.94\angle 26.57^\circ)(10.82\angle 146.31^\circ) + 25 \\
 &= (8.94)(10.82)\angle (26.57^\circ + 146.31^\circ) + 25 \\
 &= 96.73\angle 172.88^\circ + 25 \\
 &= -96.01 + j11.99 + 25 \\
 &= -71 + j11.99 \\
 &= 72\angle 170.41^\circ
 \end{aligned} \tag{9.78}$$

$$\begin{aligned}
 \Delta_1 &= \begin{vmatrix} 0.97 - j6.06 & -5 \\ 3.50 - j11.13 & -9 + j6 \end{vmatrix} \\
 &= (0.97 - j6.06)(-9 + j6) - (3.50 - j11.13)(-5) \\
 &= (6.14\angle -80.91^\circ)(10.82\angle 146.31^\circ) - (11.67\angle -72.54^\circ)(5\angle 180^\circ) \\
 &= (6.14)(10.82)\angle (-80.91^\circ + 146.31^\circ) \\
 &\quad - (11.67)(5)\angle (-72.54^\circ + 180^\circ) \\
 &= 66.44\angle 65.40^\circ - 58.35\angle 107.46^\circ \\
 &= 27.66 + j60.41 - (-17.51 + j55.66) \\
 &= (27.66 + 17.51) + j(60.41 - 55.66) \\
 &= 45.17 + j4.75 \\
 &= 45.42\angle 6^\circ
 \end{aligned} \tag{9.79}$$

$$\begin{aligned}
 \Delta_2 &= \begin{vmatrix} 8+j4 & 0.97 - j6.06 \\ 5 & 3.50 - j11.13 \end{vmatrix} \\
 &= (8+j4)(3.50 - j11.13) - 5(0.97 - j6.06) \\
 &= (8.94\angle 26.57^\circ)(11.67\angle -72.54^\circ) - 5(6.14\angle -80.91^\circ) \\
 &= (8.94)(11.67)\angle (26.57^\circ - 72.54^\circ) - 30.7\angle -80.91^\circ \\
 &= 104.33\angle -45.97^\circ - 30.7\angle -80.91^\circ \\
 &= 72.51 - j75.01 - (4.85 - j30.32) \\
 &= (72.51 - 4.85) + j(-75.01 + 30.32) \\
 &= 67.66 - j44.69 \\
 &= 81.09\angle -33.45^\circ
 \end{aligned} \tag{9.80}$$

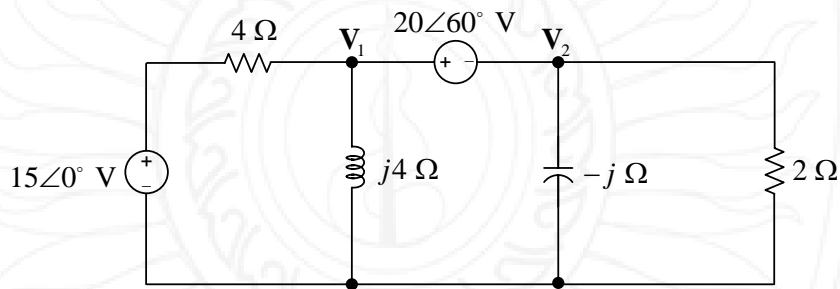
ดังนั้น V_1 มีค่าเท่ากับ

$$V_1 = \frac{\Delta_1}{\Delta} = \frac{45.42 \angle 6^\circ}{72 \angle 170.41^\circ} = \frac{45.42}{72} \angle (6^\circ - 170.41^\circ) = 630.8 \angle -164.41^\circ \text{ mV} \quad \text{ตอบ}$$

$$V_2 = \frac{\Delta_2}{\Delta} = \frac{81.09 \angle -33.45^\circ}{72 \angle 170.41^\circ} = \frac{81.09}{72} \angle (-33.45^\circ - 170.41^\circ) = 1.13 \angle -203.86^\circ \text{ V} \quad \text{ตอบ}$$

ตัวอย่างที่ 9.17

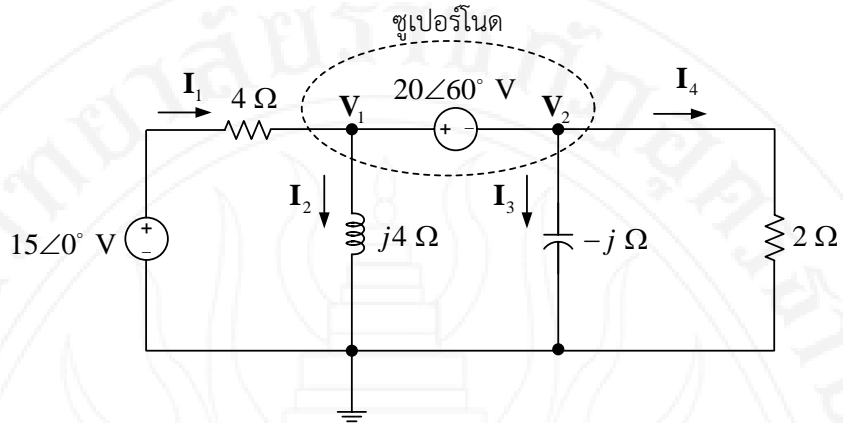
จากวงจรในรูปที่ 9.34 จงวิเคราะห์หา V_1 และ V_2



รูปที่ 9.34 วงจรสำหรับตัวอย่างที่ 9.17 (Alexander & Sadiku, 2004)

วิธีทำ

กำหนดโนดอ้างอิงและกระแสที่ไหลในแต่ละกิ่ง เนื่องจากระหว่างโนด V_1 และ V_2 มีแหล่งกำเนิดแรงดัน $20 \angle 60^\circ \text{ V}$ แสดงว่าสามารถรวมเป็นซูเปอร์โนดได้ ดังแสดงในรูปที่ 9.35



รูปที่ 9.35 การกำหนดกระแสสำหรับซูเปอร์โนด

เขียนสมการตามกฎกระแสของเคอร์ชอฟฟ์สำหรับซูเปอร์โนด V_1 & V_2 จะได้ว่า

$$I_1 - I_2 - I_3 - I_4 = 0 \tag{9.81}$$

เมื่อเปรียบเทียบวงจรกับรูปที่ 9.29 จะได้สมการคำนวณกระแส I_1 I_2 I_3 และ I_4 ดังนี้

$$\begin{aligned} I_1 &= \frac{15\angle 0^\circ - V_1}{4} \\ I_2 &= \frac{V_1}{j4} \\ I_3 &= \frac{V_2}{-j} \\ I_4 &= \frac{V_2}{2} \end{aligned} \tag{9.82}$$

แทนค่าสมการที่ (9.82) ในสมการที่ (9.81) จะได้

$$\begin{aligned} \frac{15\angle 0^\circ - \mathbf{V}_1}{4} - \frac{\mathbf{V}_1}{j4} - \frac{\mathbf{V}_2}{-j} - \frac{\mathbf{V}_2}{2} &= 0 \\ -0.25\mathbf{V}_1 - \frac{(-j)\mathbf{V}_1}{4} - j\mathbf{V}_2 - 0.5\mathbf{V}_2 &= 0 \\ -0.25\mathbf{V}_1 + j0.25\mathbf{V}_1 - j\mathbf{V}_2 - 0.5\mathbf{V}_2 &= -3.75\angle 0^\circ \\ (-0.25 + j0.25)\mathbf{V}_1 + (-0.5 - j)\mathbf{V}_2 &= -3.75\angle 0^\circ \\ (-25 + j25)\mathbf{V}_1 + (-50 - j100)\mathbf{V}_2 &= -375\angle 0^\circ \end{aligned} \quad (9.83)$$

เขียนสมการตามกฎแรงดันของเคอร์ชอฟฟ์สำหรับชูปเปอร์โนด \mathbf{V}_1 & \mathbf{V}_2 จะได้ว่า

$$\begin{aligned} -\mathbf{V}_1 + 20\angle 60^\circ + \mathbf{V}_2 &= 0 \\ -\mathbf{V}_1 + \mathbf{V}_2 &= -20\angle 60^\circ \end{aligned} \quad (9.84)$$

เขียนสมการที่ (9.83) และสมการที่ (9.84) ให้อยู่ในรูปของเมทริกซ์ จะได้

$$\begin{bmatrix} -25 + j25 & -50 - j100 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{V}_1 \\ \mathbf{V}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -375\angle 0^\circ \\ -20\angle 60^\circ \end{bmatrix} \quad (9.85)$$

กำหนดให้

$$\begin{aligned} \Delta &= \begin{vmatrix} -25 + j25 & -50 - j100 \\ -1 & 1 \end{vmatrix} \\ &= (-25 + j25)(1) - (-1)(-50 - j100) \\ &= (-25 - 50) + j(25 - 100) \\ &= -75 - j75 \\ &= 106.07\angle 225^\circ \\ \Delta_1 &= \begin{vmatrix} -375\angle 0^\circ & -50 - j100 \\ -20\angle 60^\circ & 1 \end{vmatrix} \\ &= (-375\angle 0^\circ)(1) - (-20\angle 60^\circ)(-50 - j100) \\ &= -375 - (-20\angle 60^\circ)(111.80\angle 243.43^\circ) \\ &= -375 - (-20)(111.80)\angle (60^\circ + 243.43^\circ) \\ &= -375 + 2236\angle 303.43^\circ \\ &= -375 + 1231.85 - j1866.08 \\ &= 856.85 - j1866.08 \\ &= 2053.4\angle -65.34^\circ \end{aligned} \quad (9.86)$$

(9.87)

$$\begin{aligned}
 \Delta_2 &= \begin{vmatrix} -25 + j25 & -375 \angle 0^\circ \\ -1 & -20 \angle 60^\circ \end{vmatrix} \\
 &= (-25 + j25)(-20 \angle 60^\circ) - (-1)(-375 \angle 0^\circ) \\
 &= (35.3 \angle 135^\circ)(-20 \angle 60^\circ) - 375 \\
 &= (35.3)(-20) \angle (135^\circ + 60^\circ) - 375 \\
 &= -706 \angle 195^\circ - 375 \\
 &= 681.94 + j182.7 - 375 \\
 &= 306.94 + j182.7 \\
 &= 357.20 \angle 30.76^\circ \tag{9.88}
 \end{aligned}$$

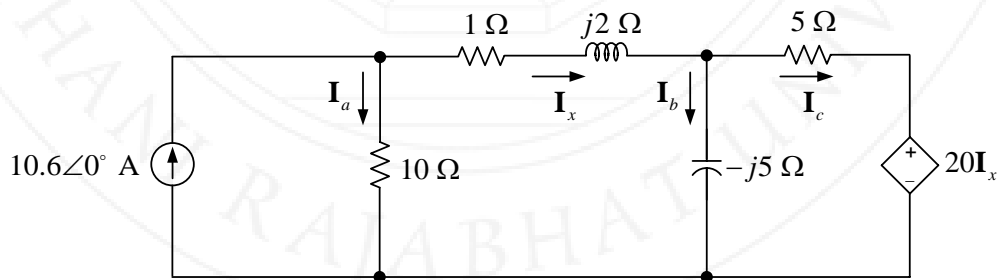
ดังนั้น V_1 มีค่าเท่ากับ

$$V_1 = \frac{\Delta_1}{\Delta} = \frac{2053.4 \angle -65.34^\circ}{106.07 \angle 225^\circ} = \frac{2053.4}{106.07} \angle (-65.34^\circ - 225^\circ) = 19.36 \angle -290.34^\circ \text{ V} \quad \text{ตอบ}$$

$$V_2 = \frac{\Delta_2}{\Delta} = \frac{357.20 \angle 30.76^\circ}{106.07 \angle 225^\circ} = \frac{357.20}{106.07} \angle (30.76^\circ - 225^\circ) = 3.37 \angle -194.24^\circ \text{ V} \quad \text{ตอบ}$$

ตัวอย่างที่ 9.18

จากวงจรในรูปที่ 9.36 จงวิเคราะห์หา I_a , I_b , และ I_c ด้วยเทคนิคการวิเคราะห์แบบโนด

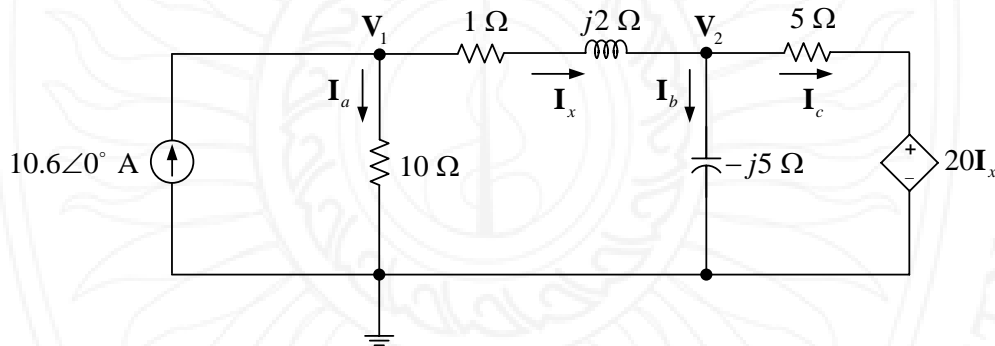


รูปที่ 9.36 วงจรสำหรับตัวอย่างที่ 9.18 (Nilsson & Riedel, 2008)

วิธีทำ

กำหนดโหนดอ้างอิง โหนด \mathbf{V}_1 และ \mathbf{V}_2 ดังแสดงในรูปที่ 9.37 สมการตามกฎกระแสของเคอร์ชอฟฟ์สำหรับโหนด \mathbf{V}_1 คือ

$$\begin{aligned}
 10.6\angle 0^\circ - \mathbf{I}_a - \mathbf{I}_x &= 0 \\
 -\frac{\mathbf{V}_1}{10} - \left(\frac{\mathbf{V}_1 - \mathbf{V}_2}{1 + j2} \right) &= -10.6\angle 0^\circ \\
 -0.1\mathbf{V}_1 - \left(\frac{\mathbf{V}_1 - \mathbf{V}_2}{2.24\angle 63.44^\circ} \right) &= -10.6\angle 0^\circ \\
 -0.1\mathbf{V}_1 - \frac{1}{2.24}\angle -63.44^\circ (\mathbf{V}_1 - \mathbf{V}_2) &= -10.6\angle 0^\circ \\
 -0.1\mathbf{V}_1 - 0.4464\angle -63.44^\circ (\mathbf{V}_1 - \mathbf{V}_2) &= -10.6\angle 0^\circ \\
 -0.1\mathbf{V}_1 + (-0.2 + j0.4)(\mathbf{V}_1 - \mathbf{V}_2) &= -10.6\angle 0^\circ \\
 -0.1\mathbf{V}_1 + (-0.2 + j0.4)\mathbf{V}_1 - (-0.2 + j0.4)\mathbf{V}_2 &= -10.6\angle 0^\circ \\
 (-0.3 + j0.4)\mathbf{V}_1 + (0.2 - j0.4)\mathbf{V}_2 &= -10.6
 \end{aligned} \tag{9.89}$$



รูปที่ 9.37 การกำหนดชื่อโหนด

สมการตามกฎกระแสของเคอร์ชอฟฟ์สำหรับโหนด \mathbf{V}_2 คือ

$$\begin{aligned}
 \mathbf{I}_x - \mathbf{I}_b - \mathbf{I}_c &= 0 \\
 \frac{\mathbf{V}_1 - \mathbf{V}_2}{1 + j2} - \frac{\mathbf{V}_2}{-j5} - \left(\frac{\mathbf{V}_2 - 20\mathbf{I}_x}{5} \right) &= 0 \\
 \frac{\mathbf{V}_1 - \mathbf{V}_2}{2.24\angle 63.44^\circ} - j0.2\mathbf{V}_2 - 0.2(\mathbf{V}_2 - 20\mathbf{I}_x) &= 0 \\
 \left(\frac{1}{2.24}\angle -63.44^\circ \right) (\mathbf{V}_1 - \mathbf{V}_2) - (0.2 + j0.2)\mathbf{V}_2 + 4\mathbf{I}_x &= 0 \\
 (0.2 - j0.4)(\mathbf{V}_1 - \mathbf{V}_2) - (0.2 + j0.2)\mathbf{V}_2 + 4\mathbf{I}_x &= 0
 \end{aligned} \tag{9.90}$$

แทน $\mathbf{I}_x = (0.2 - j0.4)(\mathbf{V}_1 - \mathbf{V}_2)$ ในสมการที่ (9.90) จะได้

$$\begin{aligned}(0.2 - j0.4)(\mathbf{V}_1 - \mathbf{V}_2) - (0.2 + j0.2)\mathbf{V}_2 + 4(0.2 - j0.4)(\mathbf{V}_1 - \mathbf{V}_2) &= 0 \\ -(0.2 + j0.2)\mathbf{V}_2 + 5(0.2 - j0.4)(\mathbf{V}_1 - \mathbf{V}_2) &= 0 \\ -(0.2 + j0.2)\mathbf{V}_2 + (1 - j2)(\mathbf{V}_1 - \mathbf{V}_2) &= 0 \\ (1 - j2)\mathbf{V}_1 + (-1.2 + j1.8)\mathbf{V}_2 &= 0\end{aligned}\quad (9.91)$$

เขียนสมการที่ (9.89) และสมการที่ (9.91) ให้อยู่ในรูปของเมทริกซ์ จะได้

$$\begin{bmatrix} -0.3 + j0.4 & 0.2 - j0.4 \\ 1 - j2 & -1.2 + j1.8 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{V}_1 \\ \mathbf{V}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -10.6 \\ 0 \end{bmatrix}\quad (9.92)$$

กำหนดให้

$$\begin{aligned}\Delta &= \begin{vmatrix} -0.3 + j0.4 & 0.2 - j0.4 \\ 1 - j2 & -1.2 + j1.8 \end{vmatrix} \\ &= \begin{vmatrix} 0.5 \angle 126.87^\circ & 0.447 \angle -63.44^\circ \\ 2.236 \angle -63.44^\circ & 2.163 \angle 123.69^\circ \end{vmatrix} \\ &= (0.5 \angle 126.87^\circ)(2.163 \angle 123.69^\circ) - (2.236 \angle -63.44^\circ)(0.447 \angle -63.44^\circ) \\ &= (0.5)(2.163) \angle (126.87^\circ + 123.69^\circ) - (2.236)(0.447) \angle (-63.44^\circ - 63.44^\circ) \\ &= 1.082 \angle 250.56^\circ - 1 \angle -126.88^\circ \\ &= -0.36 - j1.02 + 0.6 + j0.8 \\ &= (-0.36 + 0.6) + j(0.8 - 1.02) \\ &= 0.24 - j0.22 \\ &= 0.326 \angle -42.51^\circ\end{aligned}\quad (9.93)$$

$$\begin{aligned}\Delta_1 &= \begin{vmatrix} -10.6 & 0.2 - j0.4 \\ 0 & -1.2 + j1.8 \end{vmatrix} \\ &= (-10.6)(-1.2 + j1.8) \\ &= 12.72 - j19.08 \\ &= 22.93 \angle -56.31^\circ\end{aligned}\quad (9.94)$$

$$\begin{aligned}\Delta_2 &= \begin{vmatrix} -0.3 + j0.4 & -10.6 \\ 1 - j2 & 0 \end{vmatrix} \\ &= 0 - (1 - j2)(-10.6) \\ &= 10.6 - j21.2 \\ &= 23.70 \angle -63.44^\circ\end{aligned}\quad (9.95)$$

ดังนั้น V_1 มีค่าเท่ากับ

$$\begin{aligned} V_1 &= \frac{\Delta_1}{\Delta} = \frac{22.93 \angle -56.31^\circ}{0.326 \angle -42.51^\circ} = \frac{22.93}{0.326} \angle \{-56.31^\circ - (-42.51^\circ)\} \\ &= 70.34 \angle -13.80^\circ \text{ V} \end{aligned} \quad (9.96)$$

$$\begin{aligned} V_2 &= \frac{\Delta_2}{\Delta} = \frac{23.70 \angle -63.44^\circ}{0.326 \angle -42.51^\circ} = \frac{23.70}{0.326} \angle \{-63.44^\circ - (-42.51^\circ)\} \\ &= 72.70 \angle -20.93^\circ \text{ V} \end{aligned} \quad (9.97)$$

จากวงจรในรูปที่ 9.37 กระแส I_x มีค่าเท่ากับ

$$\begin{aligned} I_x &= \frac{V_1 - V_2}{1 + j2} \\ &= \frac{70.34 \angle -13.80^\circ - 72.70 \angle -20.93^\circ}{2.236 \angle 63.44^\circ} \\ &= \frac{(68.31 - j16.78) + (-67.90 + j25.97)}{2.236 \angle 63.44^\circ} \\ &= \frac{(68.31 - 67.90) + j(-16.78 + 25.97)}{2.236 \angle 63.44^\circ} \\ &= \frac{0.41 + j9.19}{2.236 \angle 63.44^\circ} \\ &= \frac{9.2 \angle 87.45^\circ}{2.236 \angle 63.44^\circ} \\ &= \frac{9.2}{2.236} \angle (87.45^\circ - 63.44^\circ) \\ &= 4.11 \angle 24^\circ \text{ A} \end{aligned} \quad (9.98)$$

กระแสที่ไหลในแต่ละกิ่งมีค่าเท่ากับ

$$I_a = \frac{V_1}{10} = \frac{70.34 \angle -13.80^\circ}{10} = 7.034 \angle -13.80^\circ \text{ A} \quad \text{ตอบ}$$

$$\begin{aligned}
 \mathbf{I}_b &= \frac{\mathbf{V}_2 - 20\mathbf{I}_x}{5} \\
 &= \frac{72.70\angle -20.93^\circ - 20(4.11\angle 24^\circ)}{5} \\
 &= 14.54\angle -20.93^\circ - 16.44\angle 24^\circ \\
 &= (13.58 - j5.19) - (15.02 + j6.69) \\
 &= (13.58 - 15.02) + j(-5.19 - 6.69) \\
 &= -1.44 - j11.88 \text{ A} \\
 &= 11.97\angle 263.09^\circ \text{ A}
 \end{aligned}$$

ตอบ

$$\begin{aligned}
 \mathbf{I}_c &= \frac{\mathbf{V}_2}{-j5} \\
 &= \frac{72.70\angle -20.93^\circ}{-j5} \\
 &= \frac{72.70\angle -20.93^\circ}{5\angle -90^\circ} \\
 &= \frac{72.70}{5} \angle \{-20.93^\circ - (-90^\circ)\} \\
 &= 14.54\angle 69.07^\circ \text{ A}
 \end{aligned}$$

ตอบ

9.5 การวิเคราะห์แบบเมฆ

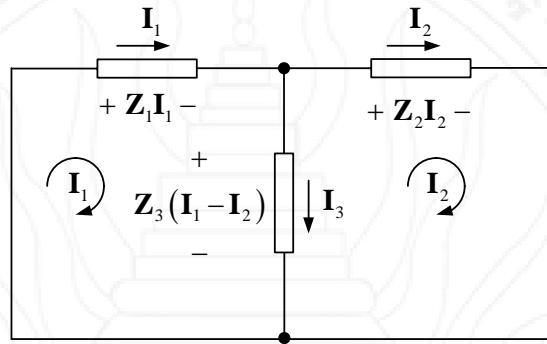
การวิเคราะห์แบบเมฆสำหรับวงจรไฟฟ้ากระแสสลับ เหมือนกับกรณีของวงจรไฟฟ้ากระแสตรงทุกประการ มีขั้นตอนดังต่อไปนี้

(1) กำหนดกระแสเมฆสำหรับแต่ละเมฆ เพื่อความสะดวกสำหรับการวิเคราะห์ ควรกำหนดการวนรอบกระแสเมฆในทิศทางเดียวกัน ดังแสดงในรูปที่ 9.38-(ก) การกำหนดทิศทางการไหลของกระแสเมฆที่ต่างกันได้สามารถทำได้ หากเป็นกรณีพิเศษที่มีเงื่อนไขบังคับ หรือช่วยให้การวิเคราะห์ห้วงจรมีความง่ายมากขึ้น ดังแสดงในรูปที่ 9.38-(ข) สำหรับวงจรที่มีจำนวนเมฆทั้งสิ้นเท่ากับ M กระแสเมฆจะประกอบไปด้วย \mathbf{I}_1 \mathbf{I}_2 \mathbf{I}_3 จนถึง \mathbf{I}_M

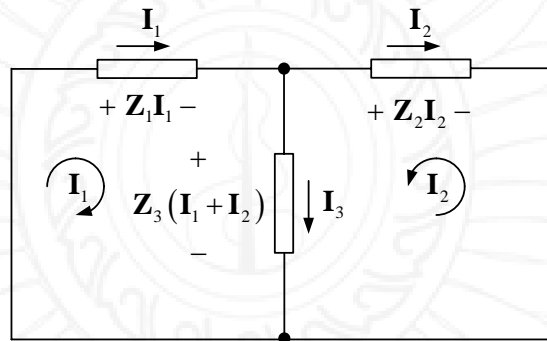
(2) เขียนแรงดันตกคร่อมองค์ประกอบในวงจร โดยพิจารณาจากขั้วของแหล่งกำเนิดแรงดัน และใช้กฎของโอห์มกรณีที่ต้องประกอบเป็นอิมพีแดนซ์ กรณีที่อิมพีแดนซ์มีกระแสไหลผ่านมากกว่า 1 ค่า ต้องวิเคราะห์หาแรงดันตกคร่อม โดยแยกพิจารณาออกเป็น 2 กรณี ดังนี้

(ก) หากทิศทางการไหลของกระแสทั้งหมดที่ไหลผ่านอิมพีแดนซ์มีทิศทางตรงกันข้าม แรงดันตกคร่อมอิมพีแดนซ์มีค่าเท่ากับ ผลคูณระหว่างอิมพีแดนซ์ กับผลลัพธ์ที่ได้จากกระแสเมฆที่กำลังพิจารณาลบด้วยกระแสของเมฆอื่น ดังแสดงในรูปที่ 9.38-(ก)

(ข) หากทิศทางกระแสของกระแสทั้งหมดที่ไหลผ่านอิมพีแดนซ์มีทิศทางเดียวกัน แรงดันตกคร่อมอิมพีแดนซ์มีค่าเท่ากับ ผลคูณระหว่างอิมพีแดนซ์ และผลรวมกระแสเมฆทั้งหมดที่ไหลผ่านอิมพีแดนซ์ ดังแสดงในรูปที่ 9.38-(ข)



(ก) กระแสเมฆมีทิศทางเดียวกัน



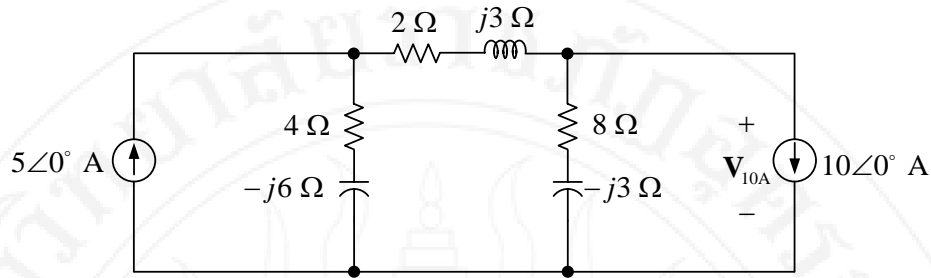
(ข) กระแสเมฆมีทิศทางตรงกันข้าม

รูปที่ 9.38 การกำหนดกระแสเมฆและสมการคำนวณแรงดันตกคร่อมอิมพีแดนซ์

- (3) เขียนสมการตามกฎแรงดันของเคอร์ชอฟฟ์สำหรับแต่ละเมฆ
- (4) จัดพจน์สมการให้อยู่ในรูปเมทริกซ์ และคำนวณหาผลเฉลยสำหรับกระแสด้วยวิธีการทางเมทริกซ์

ตัวอย่างที่ 9.19

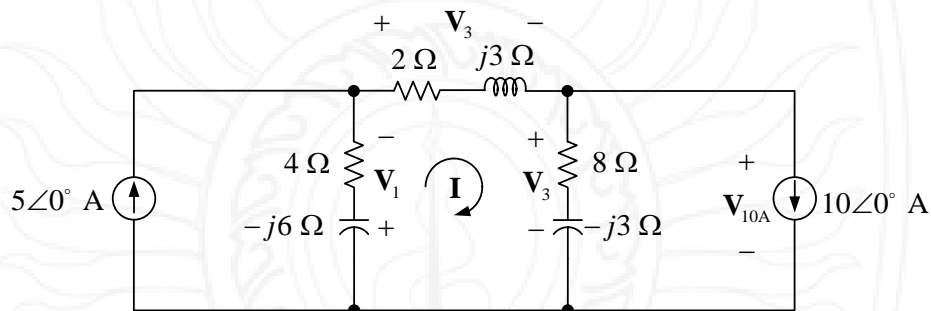
จากวงจรในรูปที่ 9.39 จงวิเคราะห์หาแรงดัน V_{10A}



รูปที่ 9.39 วงจรสำหรับตัวอย่างที่ 9.19 (Karris, 2009)

วิธีทำ

เนื่องจากเมื่อด้านซ้ายและด้านขวาทราบค่ากระแสแล้ว ดังนั้น จึงกำหนดกระแสเฉพาะเมฆกลาง ดังแสดงในรูปที่ 9.40



รูปที่ 9.40 การกำหนดกระแสเมฆและแรงดันตกคร่อม

เมื่อพิจารณาอิมพีแดนซ์อนุกรม $4 - j6 \Omega$ พบว่า มีกระแสไหลผ่าน 2 ตัว คือ $5\angle 0^\circ \text{ A}$ และ \mathbf{I} และมีทิศทางตรงกันข้าม เนื่องจากขณะนี้กำลังพิจารณาเมฆของกระแส \mathbf{I} ดังนั้น แรงดันตกคร่อมอิมพีแดนซ์ $4 - j6 \Omega$ คือ

$$\mathbf{V}_1 = (4 - j6)(\mathbf{I} - 5\angle 0^\circ) = (4 - j6)\mathbf{I} - 20 + j30 \tag{9.99}$$

เมื่อพิจารณาอิมพีแดนซ์อนุกรม $2 + j3 \Omega$ พบว่า มีกระแสไหลผ่าน 1 ตัว \mathbf{I} ดังนั้น แรงดันตกคร่อมอิมพีแดนซ์ $2 + j3 \Omega$ คือ

$$\mathbf{V}_2 = (2 + j3)\mathbf{I} \tag{9.100}$$

เมื่อพิจารณาอิมพีแดนซ์อนุกรม $8 - j3 \Omega$ พบว่า มีกระแสไหลผ่าน 2 ตัว คือ $10\angle 0^\circ \text{ A}$ และ \mathbf{I} และมีทิศทางตรงกันข้าม เนื่องจากขณะนี้กำลังพิจารณาเมฆของกระแส \mathbf{I} ดังนั้น แรงดันตกคร่อมอิมพีแดนซ์ $8 - j3 \Omega$ คือ

$$\mathbf{V}_3 = (8 - j3)(\mathbf{I} - 10\angle 0^\circ) = (8 - j3)\mathbf{I} - 80 + j30 \quad (9.101)$$

นำสมการแรงดันตกคร่อมอิมพีแดนซ์ทั้งหมด มาเขียนสมการตามกฎแรงดันของเคอร์ชอฟฟ์สำหรับเมฆ \mathbf{I} จะได้ว่า

$$\begin{aligned} \mathbf{V}_1 + \mathbf{V}_2 + \mathbf{V}_3 &= 0 \\ \{(4 - j6)\mathbf{I} - 20 + j30\} + (2 + j3)\mathbf{I} + \{(8 - j3)\mathbf{I} - 80 + j30\} &= 0 \\ (4 - j6)\mathbf{I} - 20 + j30 + (2 + j3)\mathbf{I} + (8 - j3)\mathbf{I} - 80 + j30 &= 0 \\ (4 - j6)\mathbf{I} + (2 + j3)\mathbf{I} + (8 - j3)\mathbf{I} - 60 &= 0 \\ \{(4 - j6) + (2 + j3) + (8 - j3)\}\mathbf{I} &= 100 - j60 \\ (14 - j6)\mathbf{I} &= 100 - j60 \\ \mathbf{I} &= \frac{100 - j60}{14 - j6} \\ &= \frac{116.62\angle -30.96^\circ}{15.23\angle -23.20^\circ} \\ &= 7.66\angle -7.76^\circ \text{ A} \quad (9.102) \end{aligned}$$

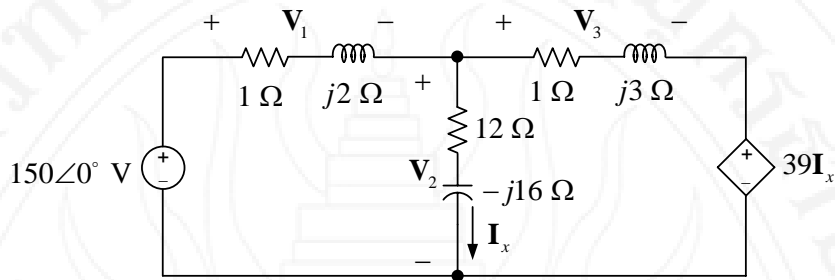
จากวงจรในรูปที่ 9.40 พบว่า แรงดันตกคร่อมแหล่งกำเนิดกระแส $10\angle 0^\circ \text{ A}$ มีค่าเท่ากับแรงดันตกคร่อม $8 - j3 \Omega$ ดังนั้น $\mathbf{V}_{10\text{A}}$ มีค่าเท่ากับ

$$\begin{aligned} \mathbf{V}_{10\text{A}} &= \mathbf{V}_3 \\ &= (8 - j3)(7.66\angle -7.76^\circ) - 80 + j30 \\ &= (8.54\angle -20.57^\circ)(7.66\angle -7.76^\circ) - 80 + j30 \\ &= (8.54)(7.66)\angle (-20.57^\circ - 7.76^\circ) - 80 + j30 \\ &= 65.42\angle -28.33^\circ - 80 + j30 \\ &= 57.59 - j31.05 - 80 + j30 \\ &= (57.59 - 80) + j(30 - 31.05) \\ &= -22.41 - j1.05 \\ &= 22.44\angle 182.68^\circ \text{ A} \end{aligned}$$

ตอบ

ตัวอย่างที่ 9.20

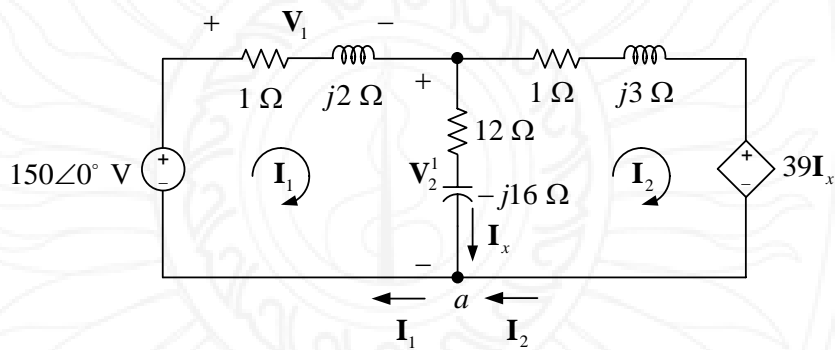
จากวงจรในรูปที่ 9.41 จงวิเคราะห์หาแรงดัน V_1 V_2 และ V_3



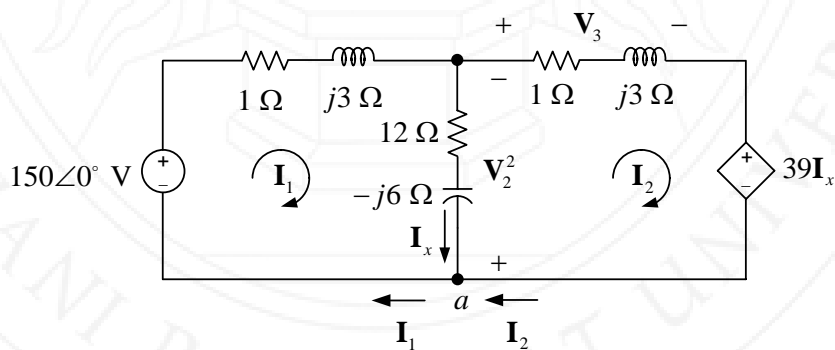
รูปที่ 9.41 วงจรสำหรับตัวอย่างที่ 9.20 (Nilsson & Riedel, 2011)

วิธีทำ

กำหนดกระแสเฉพาะเมช ดังแสดงในรูปที่ 9.42



(ก) พิจารณาเมช I_1



(ข) พิจารณาเมช I_2

รูปที่ 9.42 การกำหนดกระแสเมช

พิจารณาเมช \mathbf{I}_1 ในรูปที่ 9.42-(ก) อิมพีแดนซ์อนุกรม $1 + j3 \Omega$ ด้านซ้ายของวงจรมีกระแสไหลผ่าน 1 ตัวคือ \mathbf{I}_1 ดังนั้น แรงดันตกคร่อมอิมพีแดนซ์ $1 + j3 \Omega$ คือ

$$\mathbf{V}_1 = (1 + j2)\mathbf{I}_1 \quad (9.103)$$

อิมพีแดนซ์อนุกรม $12 - j6 \Omega$ มีกระแสไหลผ่าน 2 ตัว คือ \mathbf{I}_1 และ \mathbf{I}_2 และมีทิศทางตรงกันข้าม เนื่องจากขณะนี้กำลังพิจารณาเมชของกระแส \mathbf{I}_1 ดังนั้น แรงดันตกคร่อมอิมพีแดนซ์ $12 - j6 \Omega$ คือ

$$\mathbf{V}_2^1 = (12 - j16)(\mathbf{I}_1 - \mathbf{I}_2) = (12 - j16)\mathbf{I}_1 - (12 - j16)\mathbf{I}_2 \quad (9.104)$$

นำสมการแรงดันตกคร่อมอิมพีแดนซ์ของเมช \mathbf{I}_1 ทั้งหมด มาเขียนสมการตามกฎแรงดันของเคอร์ชอฟฟ์ จะได้ว่า

$$\begin{aligned} -150\angle 0^\circ + \mathbf{V}_1 + \mathbf{V}_2^1 &= 0 \\ (1 + j2)\mathbf{I}_1 + (12 - j16)\mathbf{I}_1 - (12 - j16)\mathbf{I}_2 &= 150\angle 0^\circ \\ (1 + j2 + 12 - j16)\mathbf{I}_1 - (12 - j16)\mathbf{I}_2 &= 150\angle 0^\circ \\ (13 - j14)\mathbf{I}_1 + (-12 + j16)\mathbf{I}_2 &= 150\angle 0^\circ \end{aligned} \quad (9.105)$$

พิจารณาเมช \mathbf{I}_2 ในรูปที่ 9.42-(ข) อิมพีแดนซ์อนุกรม $12 - j16 \Omega$ มีกระแสไหลผ่าน 2 ตัว คือ \mathbf{I}_1 และ \mathbf{I}_2 และมีทิศทางตรงกันข้าม เนื่องจากขณะนี้กำลังพิจารณาเมชของกระแส \mathbf{I}_2 ดังนั้น แรงดันตกคร่อมอิมพีแดนซ์ $12 - j16 \Omega$ คือ

$$\mathbf{V}_2^2 = (12 - j16)(\mathbf{I}_2 - \mathbf{I}_1) = -(12 - j16)\mathbf{I}_1 + (12 - j16)\mathbf{I}_2 \quad (9.106)$$

อิมพีแดนซ์อนุกรม $1 + j3 \Omega$ ด้านขวาของวงจรมีกระแสไหลผ่าน 1 ตัวคือ \mathbf{I}_2 ดังนั้น แรงดันตกคร่อมอิมพีแดนซ์ $1 + j3 \Omega$ คือ

$$\mathbf{V}_3 = (1 + j3)\mathbf{I}_2 \quad (9.107)$$

นำสมการแรงดันตกคร่อมอิมพีแดนซ์ของเมช \mathbf{I}_2 ทั้งหมด มาเขียนสมการตามกฎแรงดันของเคอร์ชอฟฟ์ จะได้ว่า

$$\mathbf{V}_2^2 + \mathbf{V}_3 + 39\mathbf{I}_2 = 0 \quad (9.108)$$

เมื่อพิจารณาโนด a ในวงจรในรูปที่ 9.42 พบว่า

$$\mathbf{I}_x = \mathbf{I}_1 - \mathbf{I}_2 \quad (9.109)$$

แทนค่า \mathbf{I}_x , \mathbf{V}_2^2 และ \mathbf{V}_3 ในสมการที่ (9.108) จะได้

$$\begin{aligned}\mathbf{V}_2^2 + \mathbf{V}_3 + 39\mathbf{I}_x &= 0 \\ -(12 - j16)\mathbf{I}_1 + (12 - j16)\mathbf{I}_2 + (1 + j3)\mathbf{I}_2 + 39(\mathbf{I}_1 - \mathbf{I}_2) &= 0 \\ (-12 + j16)\mathbf{I}_1 + (13 - j13)\mathbf{I}_2 + 39\mathbf{I}_1 - 39\mathbf{I}_2 &= 0 \\ (27 + j16)\mathbf{I}_1 + (-26 - j13)\mathbf{I}_2 &= 0\end{aligned}\quad (9.110)$$

เขียนสมการที่ (9.105) และ (9.110) ให้อยู่ในรูปของเมทริกซ์ จะได้

$$\begin{bmatrix} 13 - j14 & -12 + j16 \\ 27 + j16 & -26 - j13 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I}_1 \\ \mathbf{I}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 150\angle 0^\circ \\ 0 \end{bmatrix}\quad (9.111)$$

กำหนดให้

$$\begin{aligned}\Delta &= \begin{vmatrix} 13 - j14 & -12 + j16 \\ 27 + j16 & -26 - j13 \end{vmatrix} \\ &= (13 - j14)(-26 - j13) - (27 + j16)(-12 + j16) \\ &= (19.11\angle -47.12^\circ)(29.07\angle -153.44^\circ) - (31.38\angle 30.65^\circ)(20\angle 126.87^\circ) \\ &= (19.11)(29.07)\angle(-47.12^\circ - 153.44^\circ) - (31.38)(20)\angle(30.65^\circ + 126.87^\circ) \\ &= 555.53\angle -200.56^\circ - 627.6\angle 157.52^\circ \\ &= -520.15 + j195.10 + 579.91 - j239.97 \\ &= (-520.15 + 579.91) + j(195.10 - 239.97) \\ &= 59.76 - j44.87 \\ &= 74.73\angle -36.90^\circ\end{aligned}\quad (9.112)$$

$$\begin{aligned}\Delta_1 &= \begin{vmatrix} 150\angle 0^\circ & -12 + j16 \\ 0 & -26 - j13 \end{vmatrix} \\ &= 150(-26 - j13) - 0 \\ &= -3900 - j1950 \\ &= 4360.33\angle -153.43^\circ\end{aligned}\quad (9.113)$$

$$\begin{aligned}\Delta_2 &= \begin{vmatrix} 13 - j14 & 150\angle 0^\circ \\ 27 + j16 & 0 \end{vmatrix} \\ &= -(27 + j16)(150\angle 0^\circ) \\ &= -4050 - j2400 \\ &= 4707.71\angle -149.35^\circ\end{aligned}\quad (9.114)$$

ดังนั้น \mathbf{I}_1 และ \mathbf{I}_2 มีค่าเท่ากับ

$$\begin{aligned}\mathbf{I}_1 &= \frac{\Delta_1}{\Delta} = \frac{4360.33 \angle -153.43^\circ}{74.73 \angle -36.90^\circ} = \frac{4360.33}{74.73} \angle \{-153.43^\circ - (-36.90^\circ)\} \\ &= 58.35 \angle -116.53^\circ \text{ A}\end{aligned}\quad (9.115)$$

$$\begin{aligned}\mathbf{I}_2 &= \frac{\Delta_2}{\Delta} = \frac{4707.71 \angle -149.35^\circ}{74.73 \angle -36.90^\circ} = \frac{4707.71}{74.73} \angle \{-149.35^\circ - (-36.90^\circ)\} \\ &= 63 \angle -112.45^\circ \text{ A}\end{aligned}\quad (9.116)$$

จากสมการที่ (9.103) แรงดัน \mathbf{V}_1 จึงมีค่าเท่ากับ

$$\begin{aligned}\mathbf{V}_1 &= (1 + j2)\mathbf{I}_1 \\ &= (2.24 \angle 63.44^\circ)(58.35 \angle -116.53^\circ) \\ &= (2.24)(58.35) \angle (63.44^\circ - 116.53^\circ) \\ &= 130.70 \angle -53.09^\circ \text{ V}\end{aligned}$$

ตอบ

จากสมการที่ (9.109) แรงดัน \mathbf{I}_x มีค่าเท่ากับ

$$\begin{aligned}\mathbf{I}_x &= \mathbf{I}_1 - \mathbf{I}_2 = 58.35 \angle -116.53^\circ - 63 \angle -112.45^\circ \\ &= (-26.06 - j52.21) + (24.06 + j58.23) = -2 + j6.02 \\ &= 6.34 \angle 108.38^\circ \text{ A}\end{aligned}\quad (9.117)$$

จากกฎของโอห์ม \mathbf{V}_2 มีค่าเท่ากับ

$$\begin{aligned}\mathbf{V}_2 &= (12 - j16)\mathbf{I}_x \\ &= (20 \angle -53.13^\circ)(6.34 \angle 108.38^\circ) \\ &= (20)(6.34) \angle (-53.13^\circ + 108.38^\circ) \\ &= 126.8 \angle 55.25^\circ \text{ V}\end{aligned}$$

ตอบ

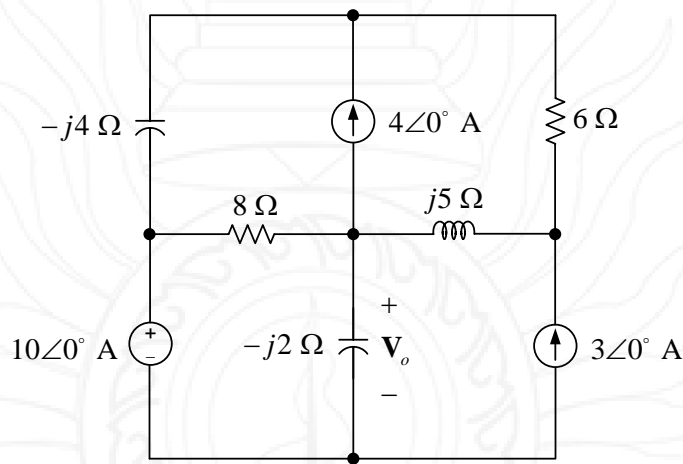
จากสมการที่ (9.107) แรงดัน \mathbf{V}_3 จึงมีค่าเท่ากับ

$$\begin{aligned} \mathbf{V}_3 &= (1 + j3)\mathbf{I}_2 \\ &= (3.16\angle 71.57^\circ)(63\angle -112.45^\circ) \\ &= (3.16)(63)\angle (71.57^\circ - 112.45^\circ) \\ &= 199.08\angle -40.88^\circ \text{ V} \end{aligned}$$

ตอบ

ตัวอย่างที่ 9.21

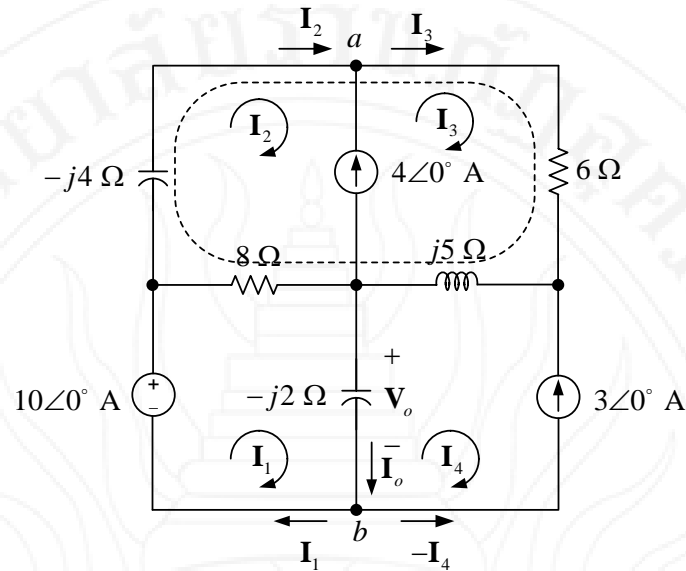
จากวงจรในรูปที่ 9.43 จงวิเคราะห์หาแรงดัน \mathbf{V}_o



รูปที่ 9.43 วงจรสำหรับตัวอย่างที่ 9.21 (Alexander & Sadiku, 2009)

วิธีทำ

เมื่อพิจารณาด้านบนสุดของวงจรในรูปที่ 9.43 พบว่า มีแหล่งกำเนิดกระแส $4\angle 0^\circ \text{ A}$ คั่นกลางระหว่างเมชด้านซ้ายและด้านขวา ดังนั้น สองเมชนี้สามารถรวมกันเป็นซูเปอร์เมช และเขียนกระแสเมชได้ดังวงจรในรูปที่ 9.44



รูปที่ 9.44 การกำหนดกระแสเมช

พิจารณาเมช \mathbf{I}_4 ซึ่งมีแหล่งกำเนิดกระแส $3\angle 0^\circ$ A ดังนั้น

$$\mathbf{I}_4 = -3\angle 0^\circ \text{ A} \quad (9.118)$$

พิจารณาเมช \mathbf{I}_1 สมการตามกฎแรงดันของเคอร์ชอฟฟ์คือ

$$\begin{aligned} -10\angle 0^\circ + (8 - j2)\mathbf{I}_1 - 8\mathbf{I}_2 - (-j2)\mathbf{I}_4 &= 0 \\ (8 - j2)\mathbf{I}_1 - 8\mathbf{I}_2 + j2\mathbf{I}_4 &= 10\angle 0^\circ \\ (8 - j2)\mathbf{I}_1 - 8\mathbf{I}_2 + j2(-3\angle 0^\circ) &= 10\angle 0^\circ \\ (8 - j2)\mathbf{I}_1 - 8\mathbf{I}_2 - j6 &= 10\angle 0^\circ \\ (8 - j2)\mathbf{I}_1 - 8\mathbf{I}_2 &= 10 + j6 \end{aligned} \quad (9.119)$$

พิจารณาเมช \mathbf{I}_2 & \mathbf{I}_3 สมการตามกฎแรงดันของเคอร์ชอฟฟ์คือ

$$\begin{aligned} -8\mathbf{I}_1 + (8 - j4)\mathbf{I}_2 + (6 + j5)\mathbf{I}_3 - (j5)\mathbf{I}_4 &= 0 \\ -8\mathbf{I}_1 + (8 - j4)\mathbf{I}_2 + (6 + j5)\mathbf{I}_3 - j5\mathbf{I}_4 &= 0 \\ -8\mathbf{I}_1 + (8 - j4)\mathbf{I}_2 + (6 + j5)\mathbf{I}_3 - j5(-3\angle 0^\circ) &= 0 \\ -8\mathbf{I}_1 + (8 - j4)\mathbf{I}_2 + (6 + j5)\mathbf{I}_3 &= -j15 \end{aligned} \quad (9.120)$$

พิจารณาที่โหนด a ความสัมพันธ์ระหว่างกระแส \mathbf{I}_2 \mathbf{I}_3 และ $4\angle 0^\circ$ ตามกฎกระแสของเคอร์ชอฟฟ์คือ

$$\mathbf{I}_2 - \mathbf{I}_3 + 4\angle 0^\circ = 0$$

$$\mathbf{I}_2 - \mathbf{I}_3 = -4\angle 0^\circ \quad (9.121)$$

เขียนสมการที่ (9.119) - (9.121) ให้อยู่ในรูปของเมทริกซ์ จะได้

$$\begin{bmatrix} 8-j2 & -8 & 0 \\ -8 & 8-j4 & 6+j5 \\ 0 & 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I}_1 \\ \mathbf{I}_2 \\ \mathbf{I}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10+j6 \\ -j15 \\ -4\angle 0^\circ \end{bmatrix} \quad (9.122)$$

กำหนดให้

$$\begin{aligned} \Delta &= \begin{vmatrix} 8-j2 & -8 & 0 \\ -8 & 8-j4 & 6+j5 \\ 0 & 1 & -1 \end{vmatrix} \\ &= (8-j2)(8-j4)(-1) + 0 + 0 - 0 - (1)(6+j5)(8-j2) - (-1)(-8)(-8) \\ &= -(8.25\angle -14.04^\circ)(8.94\angle -26.57^\circ) - (7.81\angle 39.81^\circ)(8.25\angle -14.04^\circ) + 64 \\ &= -(8.25)(8.94)\angle(-14.04^\circ - 26.57^\circ) - (7.81)(8.25)\angle(39.81^\circ - 14.04^\circ) + 64 \\ &= -73.76\angle -40.61^\circ - 64.43\angle 25.77^\circ + 64 \\ &= -56 + j48.01 - 58.02 - j28.01 + 64 \\ &= 53.87\angle 158.21^\circ \end{aligned} \quad (9.123)$$

$$\begin{aligned} \Delta_1 &= \begin{vmatrix} 10+j6 & -8 & 0 \\ -j15 & 8-j4 & 6+j5 \\ -4\angle 0^\circ & 1 & -1 \end{vmatrix} \\ &= (10+j6)(8-j4)(-1) + (-8)(6+j5)(-4\angle 0^\circ) + 0 \\ &\quad - 0 - (1)(6+j5)(10+j6) - (-1)(-8)(-j15) \\ &= -(11.66\angle 30.96^\circ)(8.94\angle -26.57^\circ) + (32)(7.81\angle 39.81^\circ) \\ &\quad - (7.81\angle 39.81^\circ)(11.66\angle 30.96^\circ) + j120 \\ &= -(11.66)(8.94)\angle(30.96^\circ - 26.57^\circ) - 249.92\angle 39.81^\circ \\ &\quad - (7.81)(11.66)\angle(39.81^\circ + 30.96^\circ) + j120 \\ &= -104.24\angle 4.39^\circ + 249.92\angle 39.81^\circ - 91.07\angle 70.77^\circ + j120 \\ &= -103.93 - j7.98 + 191.98 + j160.01 - 30 - j86 + j120 \\ &= 194.88\angle 72.67^\circ \end{aligned} \quad (9.124)$$

ดังนั้น I_1 มีค่าเท่ากับ

$$\begin{aligned} I_1 &= \frac{\Delta_1}{\Delta} \\ &= \frac{194.88 \angle 72.67^\circ}{53.87 \angle 158.21^\circ} \\ &= \frac{194.88}{53.87} \angle \{72.67^\circ - 158.21^\circ\} \\ &= 3.61 \angle -85.54^\circ \text{ A} \end{aligned} \quad (9.125)$$

จากโหนด b ในรูปที่ 9.43 กระแส I_o มีค่าเท่ากับ

$$I_o = I_1 - I_4 = 3.61 \angle -85.54^\circ + 3 \angle 0^\circ = 0.28 - j3.60 + 3 = 4.87 \angle -47.66^\circ \text{ A} \quad (9.126)$$

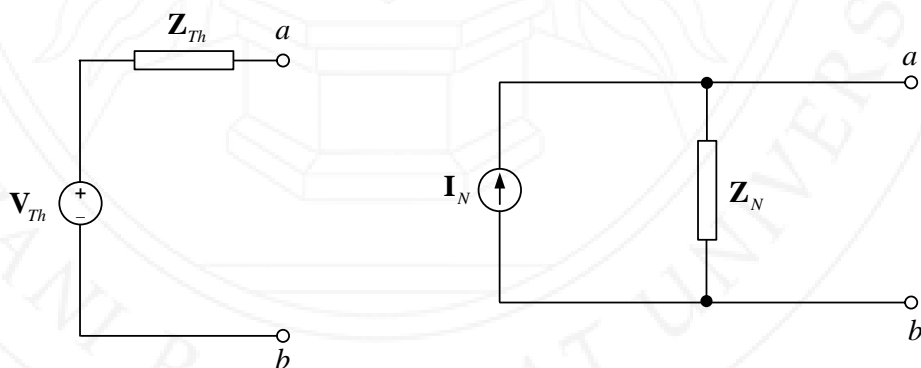
ดังนั้น V_o มีค่าเท่ากับ

$$\begin{aligned} V_o &= (-j2)I_o \\ &= (2 \angle -90^\circ)(4.87 \angle -47.66^\circ) \\ &= (2)(4.87) \angle (-90^\circ - 47.66^\circ) \\ &= 9.74 \angle -137.66^\circ \text{ V} \end{aligned}$$

ตอบ

9.6 ทฤษฎีบทเทเวนินและนอร์ตัน

ทฤษฎีบทเทเวนินและนอร์ตัน สำหรับวงจรไฟฟ้ากระแสสลับ เหมือนกับวงจรไฟฟ้ากระแสตรงทุกประการ วงจรสมมูลเทเวนิน และวงจรสมมูลนอร์ตัน แสดงในรูปที่ 9.45-(ก) และรูปที่ 9.45-(ข) ตามลำดับ



(ก) วงจรสมมูลเทเวนิน

(ข) วงจรสมมูลนอร์ตัน

รูปที่ 9.45

ความสัมพันธ์ระหว่างค่าพารามิเตอร์ของวงจรสมมูลเทเวนิน และวงจรสมมูลนอร์ตัน แสดงในสมการที่ (9.127) - (9.128)

$$\mathbf{I}_N = \frac{\mathbf{V}_{Th}}{\mathbf{Z}_{Th}} \quad (9.127)$$

$$\mathbf{Z}_N = \mathbf{Z}_{Th} \quad (9.128)$$

ขั้นตอนการวิเคราะห์หาวงจรสมมูลเทเวนิน มีรายละเอียดดังต่อไปนี้

(1) เปิดวงจรระหว่างขั้วที่ต้องการทราบวงจรสมมูล ลัดวงจรแหล่งกำเนิดแรงดันอิสระ และเปิดวงจรแหล่งกำเนิดกระแสอิสระ ทุกตัวในวงจร

(2) วิเคราะห์หาอิมพีแดนซ์สมมูลระหว่างขั้วที่ต้องการทราบวงจรสมมูล กรณีที่วงจรมีแหล่งกำเนิดไม่อิสระ ให้เพิ่มแหล่งกำเนิดแรงดัน 1 V หรือแหล่งกำเนิดกระแส 1 A ระหว่างขั้วที่ต้องการทราบวงจรสมมูล วิเคราะห์วงจรเพื่อคำนวณหากระแสที่ไหลผ่าน หรือแรงดันที่ตกคร่อมแหล่งกำเนิดที่ต่อเพิ่มเข้าไป คำนวณหาอิมพีแดนซ์สมมูลจากสมการที่ (9.127) หรือสมการที่ (9.128)

$$\mathbf{Z}_{Th} = \frac{\mathbf{V}_s}{1 \text{ A}} \quad (9.129)$$

$$\mathbf{Z}_{Th} = \frac{1 \text{ V}}{\mathbf{I}_s} \quad (9.130)$$

เมื่อ \mathbf{V}_s คือ แรงดันตกคร่อมแหล่งกำเนิดกระแส 1 A
 \mathbf{I}_s คือ กระแสไหลผ่านแหล่งกำเนิดแรงดัน 1 V

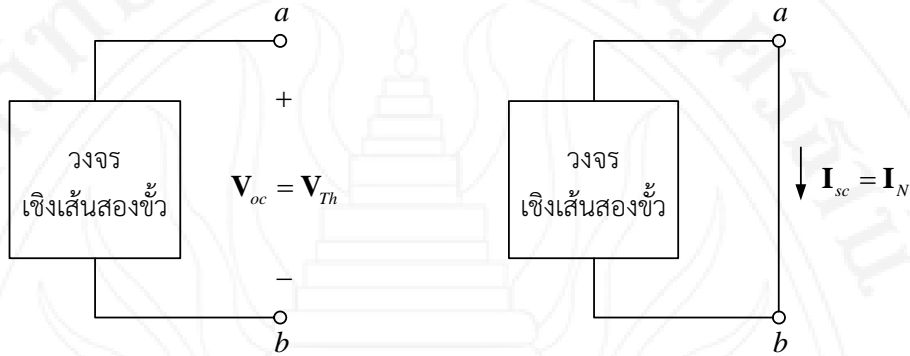
(3) คำนวณหาแรงดันตกคร่อมระหว่างขั้วที่ต้องการทราบวงจรสมมูล ผลลัพธ์ที่ได้คือแรงดันสมมูลเทเวนิน \mathbf{V}_{Th} ดังแสดงในรูปที่ 9.46

สำหรับขั้นตอนการวิเคราะห์หาวงจรสมมูลนอร์ตัน มีรายละเอียดดังต่อไปนี้

(1) เปิดวงจรระหว่างขั้วที่ต้องการทราบวงจรสมมูล ลัดวงจรแหล่งกำเนิดแรงดันอิสระ และเปิดวงจรแหล่งกำเนิดกระแสอิสระ ทุกตัวในวงจร

(2) วิเคราะห์หาอิมพีแดนซ์สมมูลระหว่างขั้วที่ต้องการทราบวงจรสมมูล กรณีที่วงจรมีแหล่งกำเนิดไม่อิสระ ให้เพิ่มแหล่งกำเนิดแรงดัน 1 V หรือแหล่งกำเนิดกระแส 1 A ระหว่างขั้วที่ต้องการทราบวงจรสมมูล วิเคราะห์วงจรเพื่อคำนวณหากระแสที่ไหลผ่าน หรือแรงดันที่ตกคร่อมแหล่งกำเนิดที่ต่อเพิ่มเข้าไป คำนวณหาอิมพีแดนซ์สมมูลจากสมการที่ (9.129) หรือสมการที่ (9.130)

(3) ลัทธิวงจรระหว่างขั้วที่ต้องการทราบวงจรสมมูล คำนวณหากระแสไหลผ่านขั้วดังกล่าวนี้ ผลลัพธ์ที่ได้คือกระแสสมมูลนอร์ตัน I_N



(ก) วงจรสมมูลเทเวนิน

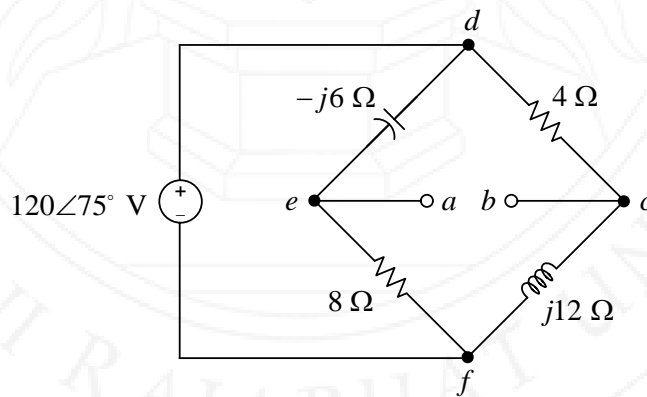
(ข) วงจรสมมูลนอร์ตัน

รูปที่ 9.46

การเพิ่มแหล่งกำเนิดแรงดัน 1 V หรือแหล่งกำเนิดกระแส 1 A ระหว่างขั้วที่ต้องการทราบวงจรสมมูล ในวงจรที่มีแหล่งกำเนิดไม่อิสระ หลักเกณฑ์ที่ควรจะใช้ในการเลือกที่จะเชื่อมต่อแหล่งกำเนิดชนิดใดคือ แหล่งกำเนิดชนิดใดที่ส่งผลให้การวิเคราะห์ห้วงจรมีความง่ายมากกว่า

ตัวอย่างที่ 9.22

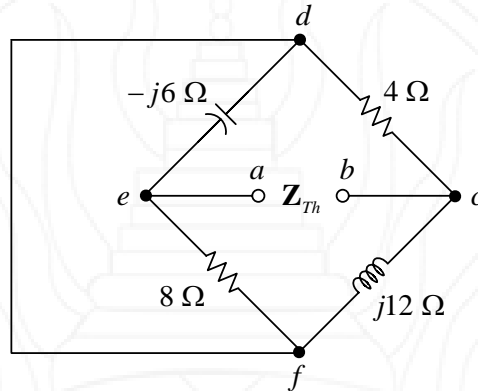
จากวงจรในรูปที่ 9.47 จงวิเคราะห์หาวงจรสมมูลเทเวนินระหว่างขั้ว $a-b$



รูปที่ 9.47 วงจรสำหรับตัวอย่างที่ 9.22 (Alexander & Sadiku, 2009)

วิธีทำ

ลัดวงจรแหล่งกำเนิดแรงดัน $120\angle 75^\circ$ V ได้วงจรผลลัพธ์ดังแสดงในรูปที่ 9.48



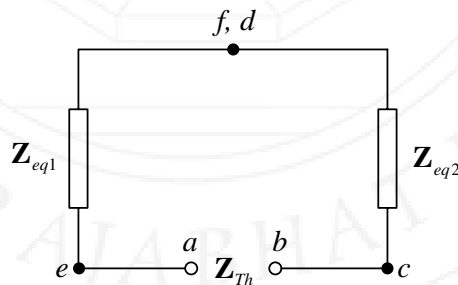
รูปที่ 9.48 ทอพอโลยีของวงจรเมื่อลัดวงจรแหล่งกำเนิดแรงดัน $120\angle 75^\circ$ V

จากวงจรจะเห็นว่า $-j6 \Omega$ ขนานกับ 8Ω และ 4Ω ขนานกับ $j12 \Omega$ อิมพีแดนซ์สมมูลจึงมีค่าเท่ากับ

$$\begin{aligned} \mathbf{Z}_{eq1} &= \frac{(-j6)(8)}{-j6+8} = \frac{-j48}{8-j6} = \frac{48\angle -90^\circ}{10\angle -36.87^\circ} \\ &= 2.88 - j3.84 \Omega \end{aligned} \tag{9.131}$$

$$\begin{aligned} \mathbf{Z}_{eq2} &= \frac{(4)(j12)}{4+j12} = \frac{j48}{4+j12} = \frac{48\angle 90^\circ}{12.65\angle 71.57^\circ} \\ &= 3.60 + j1.2 \Omega \end{aligned} \tag{9.132}$$

ทอพอโลยีของวงจรหลังจากคำนวณ \mathbf{Z}_{eq1} และ \mathbf{Z}_{eq2} คือ



รูปที่ 9.49 ทอพอโลยีของวงจรหลังจากคำนวณ \mathbf{Z}_{eq1} และ \mathbf{Z}_{eq2}

จากวงจรในรูปที่ 9.49 จะได้ว่า

$$\mathbf{Z}_{Th} = \mathbf{Z}_{eq1} + \mathbf{Z}_{eq2} = (2.88 - j3.84) + (2.88 - j3.84) = 6.48 - j2.64 \Omega \quad \text{ตอบ}$$

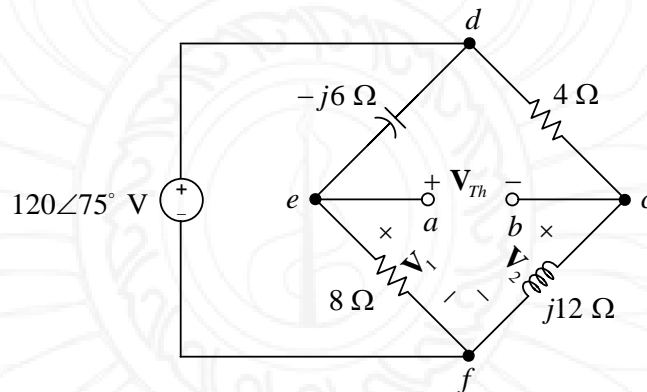
คำนวณหาแรงดันสมมูลเทเวนินโดยใช้วงจรในรูปที่ 9.50 จากหลักการวงจรแบ่งแรงดันจะได้ว่า

$$\mathbf{V}_1 = \left(\frac{8}{-j6 + 8} \right) (120 \angle 75^\circ) = \frac{960 \angle 75^\circ}{10 \angle -36.87^\circ} = -35.76 + j89.09 \text{ V} \quad (9.133)$$

$$\mathbf{V}_2 = \left(\frac{j12}{4 + j12} \right) (120 \angle 75^\circ) = \frac{(12 \angle 90^\circ)(120 \angle 75^\circ)}{12.65 \angle 71.57^\circ} = -6.81 + j113.63 \text{ V} \quad (9.134)$$

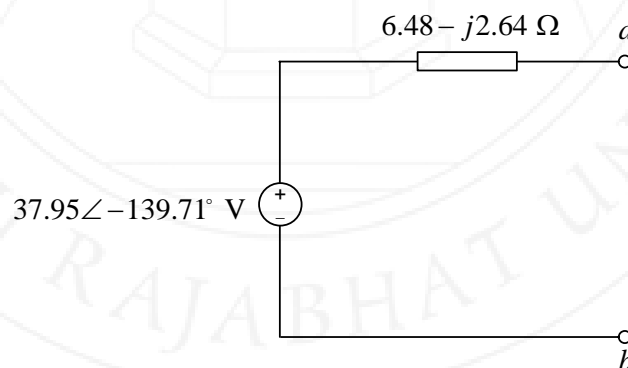
จากกฎแรงดันของเคอร์ชอฟฟ์จะได้ว่า

$$\mathbf{V}_{Th} = \mathbf{V}_1 - \mathbf{V}_2 = (-35.76 + j89.09) - (-6.81 + j113.63) = 37.95 \angle -139.71^\circ \text{ V} \quad \text{ตอบ}$$



รูปที่ 9.50 วงจรคำนวณหาแรงดันสมมูลเทเวนิน

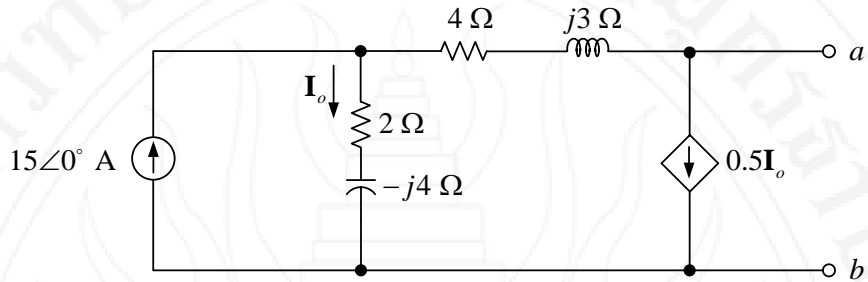
วงจรสมมูลเทเวนินระหว่างขั้ว $a-b$ แสดงในรูปที่ 9.51



รูปที่ 9.51 วงจรสมมูลเทเวนินสำหรับตัวอย่างที่ 9.22

ตัวอย่างที่ 9.23

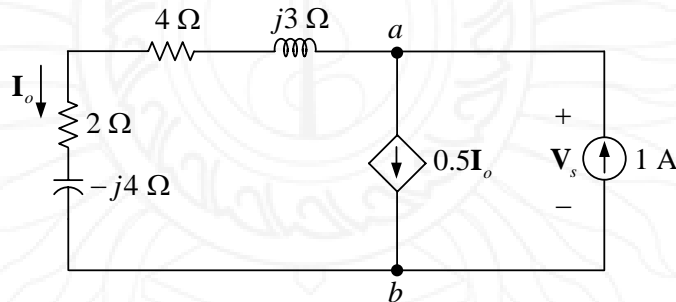
จากวงจรในรูปที่ 9.52 จงวิเคราะห์หากระแสรวมมูลเทเวนินระหว่างขั้ว $a-b$



รูปที่ 9.52 วงจรสำหรับตัวอย่างที่ 9.23 (Alexander & Sadiku, 2009)

วิธีทำ

เนื่องจากวงจรมีแหล่งกำเนิดกระแสไม่อิสระ $0.5I_o$ จึงวิเคราะห์หาอิมพีแดนซ์สมมูลเทเวนินด้วยการเปิดวงจรแหล่งกำเนิดกระแส $15\angle 0^\circ$ A และเพิ่มแหล่งกำเนิดกระแส 1 A ระหว่างขั้ว $a-b$ ดังวงจรในรูปที่ 9.53



รูปที่ 9.53 วงจรสำหรับคำนวณหาอิมพีแดนซ์สมมูลเทเวนิน

จากสมการตามกฎกระแสของเคอร์ชอฟฟ์ที่โหนด a จะได้ว่า

$$1 - I_o - 0.5I_o = 0$$

$$-1.5I_o = -1$$

$$I_o = 666.67 \text{ mA}$$

(9.135)

แรงดัน V_s คือแรงดันตกคร่อมระหว่างโนด $a-b$ ดังนั้น จึงมีค่าเท่ากับ

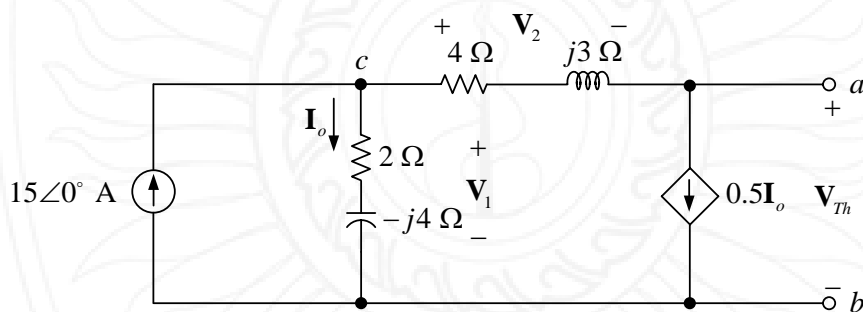
$$V_s = (j3 + 4 + 2 - j4)I_o = (6.08 \angle -9.46^\circ)(666.67 \times 10^{-3}) = 4.05 \angle -9.46^\circ \text{ V} \quad (9.136)$$

จากสมการที่ (9.129) อิมพีแดนซ์สมมูลเทเวนิน Z_{Th} มีค่าเท่ากับ

$$Z_{Th} = \frac{4.05 \angle -9.46^\circ}{1 \text{ A}} = 4.05 \angle -9.46^\circ \Omega \quad \text{ตอบ}$$

คำนวณหาแรงดันสมมูลเทเวนินโดยใช้วงจรดั้งเดิมในรูปที่ 9.54 จากสมการตามกฎกระแสของเคอร์ชอฟฟ์ที่โนด c จะได้ว่า

$$\begin{aligned} 15 \angle 0^\circ - I_o - 0.5I_o &= 0 \\ -1.5I_o &= -15 \angle 0^\circ \\ I_o &= 10 \angle 0^\circ \text{ A} \end{aligned} \quad (9.137)$$



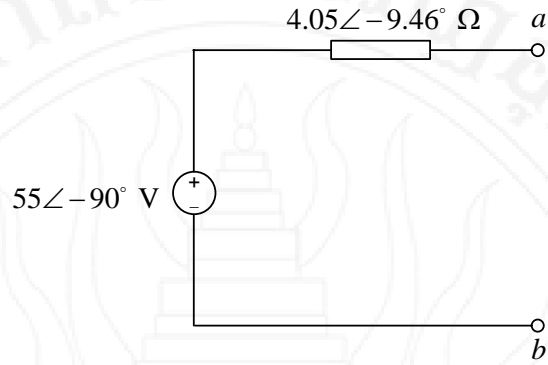
รูปที่ 9.54 วงจรสำหรับคำนวณหาแรงดันสมมูลเทเวนิน

พิจารณาแรงดันตกคร่อมองค์ประกอบวงจรในรูปที่ 9.54 จากกฎแรงดันของเคอร์ชอฟฟ์ จะได้ว่า

$$\begin{aligned} -V_1 + V_2 + V_{Th} &= 0 \\ V_{Th} &= V_1 - V_2 \\ &= (2 - j4)I_o - (4 + j3)(0.5I_o) \\ &= -j5.5I_o \\ &= -j5.5(10 \angle 0^\circ) \\ &= -j55 \\ &= 55 \angle -90^\circ \text{ V} \end{aligned}$$

ตอบ

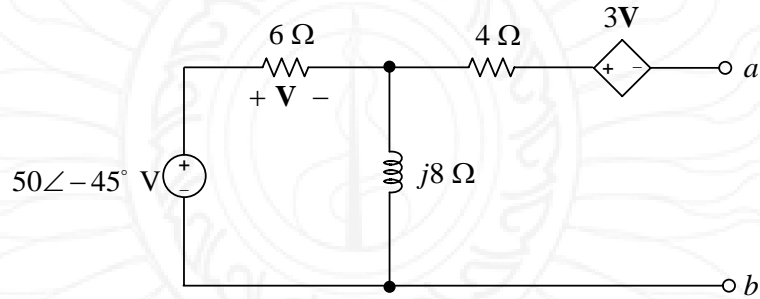
วงจรสมมูลเทเวนินระหว่างขั้ว $a-b$ แสดงในรูปที่ 9.55



รูปที่ 9.55 วงจรสมมูลเทเวนินสำหรับตัวอย่างที่ 9.22

ตัวอย่างที่ 9.24

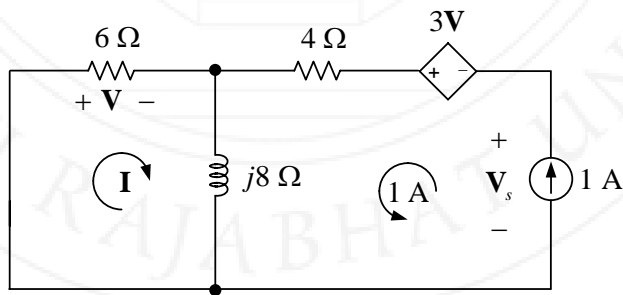
จากวงจรในรูปที่ 9.52 จงวิเคราะห์หาวงจรสมมูลนอร์ตันระหว่างขั้ว $a-b$



รูปที่ 9.56 วงจรสำหรับตัวอย่างที่ 9.26 (O'Malley, 1992)

วิธีทำ

ลัดวงจรแหล่งกำเนิดแรงดัน $50\angle-45^\circ$ V และเพิ่มแหล่งกำเนิดกระแส 1 A ระหว่างขั้ว $a-b$ จะได้วงจรที่มีทอพอโลยีดังแสดงในรูปที่ 9.57



รูปที่ 9.57 วงจรสำหรับวิเคราะห์หาอิมพีแดนซ์สมมูลนอร์ตัน

จากสมการตามกฎแรงดันของเคอร์ชอฟฟ์สำหรับเมช **I** จะได้ว่า

$$\begin{aligned}(6 + j8)\mathbf{I} + j8(1) &= 0 \\ \mathbf{I} &= \frac{-j8}{6 + j8} \\ &= \frac{8\angle -90^\circ}{10\angle 53.13^\circ} \\ &= 0.8\angle -143.13^\circ \text{ A}\end{aligned}\quad (9.138)$$

แรงดัน **V** มีค่าเท่ากับ

$$\mathbf{V} = 6\mathbf{I} = 6(0.8\angle -143.13^\circ) = 4.8\angle -143.13^\circ \text{ V} \quad (9.139)$$

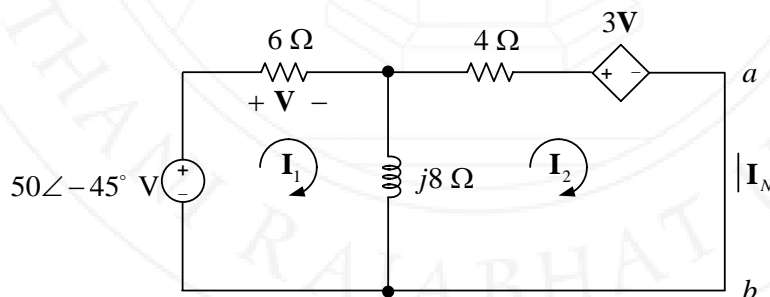
พิจารณาวงจรในรูปที่ 9.57 และจากกฎแรงดันของเคอร์ชอฟฟ์ จะได้ว่า

$$\begin{aligned}\mathbf{V}_s &= -3(4.8\angle -143.13^\circ) + (4 + j8)(1) + (j8)(0.8\angle -143.13^\circ) \\ &= 11.52 + j8.64 + 4 + j8 + 8\angle 90^\circ(0.8\angle -143.13^\circ) \\ &= 15.52 + j16.64 + 3.84 - j5.12 \\ &= 22.53\angle 30.75^\circ \text{ V}\end{aligned}\quad (9.140)$$

จากสมการที่ (9.129) อิมพีแดนซ์สมมูลนอร์ตัน **Z_N** มีค่าเท่ากับ

$$\mathbf{Z}_N = \frac{22.53\angle 30.75^\circ \text{ V}}{1 \text{ A}} = 22.53\angle 30.75^\circ \Omega \quad \text{ตอบ}$$

ลัดวงจรระหว่างขั้ว *a-b* เพื่อคำนวณหากระแสที่จุดลัดวงจร หรือกระแสสมมูลนอร์ตัน ทอพอโลยีของวงจรแสดงในรูปที่ 9.58



รูปที่ 9.58 วงจรสำหรับวิเคราะห์หากระแสสมมูลนอร์ตัน

สมการตามกฎแรงดันของเคอร์ชอฟฟ์สำหรับเมช \mathbf{I}_1 คือ

$$\begin{aligned} -50\angle -45^\circ + (6 + j8)\mathbf{I}_1 - j8\mathbf{I}_2 &= 0 \\ (6 + j8)\mathbf{I}_1 - j8\mathbf{I}_2 &= 50\angle -45^\circ \\ (3 + j4)\mathbf{I}_1 - j4\mathbf{I}_2 &= 25\angle -45^\circ \end{aligned} \quad (9.141)$$

สมการตามกฎแรงดันของเคอร์ชอฟฟ์สำหรับเมช \mathbf{I}_2 คือ

$$\begin{aligned} 3\mathbf{V} + (4 + j8)\mathbf{I}_2 - j8\mathbf{I}_1 &= 0 \\ 3(6\mathbf{I}_1) + (4 + j8)\mathbf{I}_2 - j8\mathbf{I}_1 &= 0 \\ (18 - j8)\mathbf{I}_1 + (4 + j8)\mathbf{I}_2 &= 0 \\ (9 - j4)\mathbf{I}_1 + (2 + j4)\mathbf{I}_2 &= 0 \end{aligned} \quad (9.142)$$

เขียนสมการที่ (9.141) - (9.142) ให้อยู่ในรูปเมทริกซ์ จะได้

$$\begin{bmatrix} 3 + j4 & -j4 \\ 9 - j4 & 2 + j4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I}_1 \\ \mathbf{I}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 25\angle -45^\circ \\ 0 \end{bmatrix} \quad (9.143)$$

กำหนดให้

$$\begin{aligned} \Delta &= \begin{vmatrix} 3 + j4 & -j4 \\ 9 - j4 & 2 + j4 \end{vmatrix} \\ &= (3 + j4)(2 + j4) - (9 - j4)(-j4) \\ &= (5\angle 53.13^\circ)(4.47\angle 63.43^\circ) - (9.85\angle -23.96^\circ)(4\angle -90^\circ) \\ &= -9.99 + j19.99 + 16 + j36 \\ &= 56.31\angle 83.87^\circ \end{aligned} \quad (9.144)$$

$$\begin{aligned} \Delta_2 &= \begin{vmatrix} 3 + j4 & 25\angle -45^\circ \\ 9 - j4 & 0 \end{vmatrix} \\ &= 0 - (9 - j4)(25\angle -45^\circ) \\ &= (9.85\angle 156.04^\circ)(25\angle -45^\circ) \\ &= 246.25\angle 111.04^\circ \end{aligned} \quad (9.145)$$

กระแส I_2 มีค่าเท่ากับ

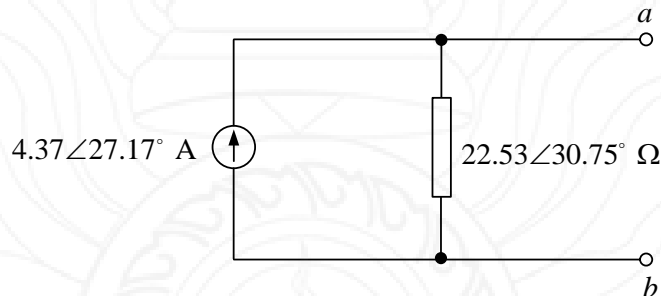
$$I_2 = \frac{\Delta_2}{\Delta} = \frac{246.25 \angle 111.04^\circ}{56.31 \angle 83.87^\circ} = 4.37 \angle 27.17^\circ \text{ A} \quad (9.146)$$

พิจารณาวงจรในรูปที่ 9.58 เนื่องจากกระแสสมมูลเทเวนิน I_N เท่ากับ I_2 ดังนั้น

$$I_N = 4.37 \angle 27.17^\circ \text{ A}$$

ตอบ

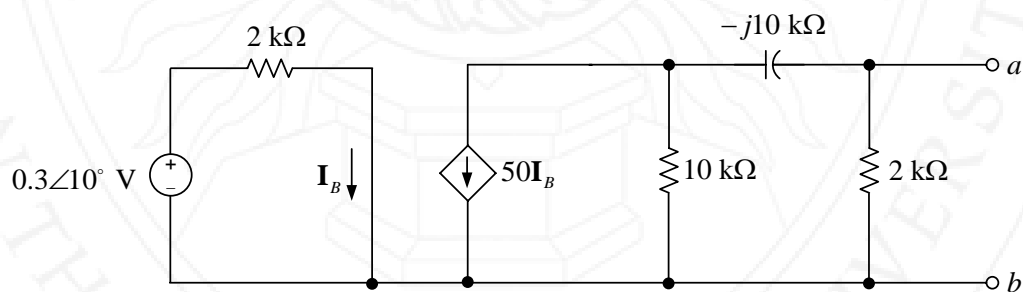
วงจรสมมูลนอร์ตันแสดงในรูปที่ 9.59



รูปที่ 9.59 วงจรสมมูลนอร์ตันสำหรับตัวอย่างที่ 9.22

ตัวอย่างที่ 9.25

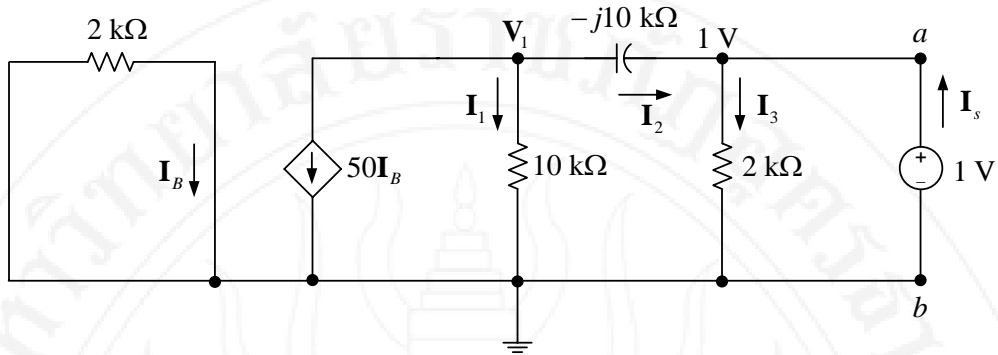
จากวงจรในรูปที่ 9.60 จงวิเคราะห์หาวงจรสมมูลนอร์ตันระหว่างขั้ว $a-b$



รูปที่ 9.60 วงจรสำหรับตัวอย่างที่ 9.25 (O'Malley, 1992)

วิธีทำ

ลัดวงจรแหล่งกำเนิดแรงดัน $0.3 \angle 10^\circ \text{ V}$ และเพิ่มแหล่งกำเนิดแรงดัน 1 V ระหว่างขั้ว $a-b$ จะได้วงจรที่มีทอพอโลยีดังแสดงในรูปที่ 9.61



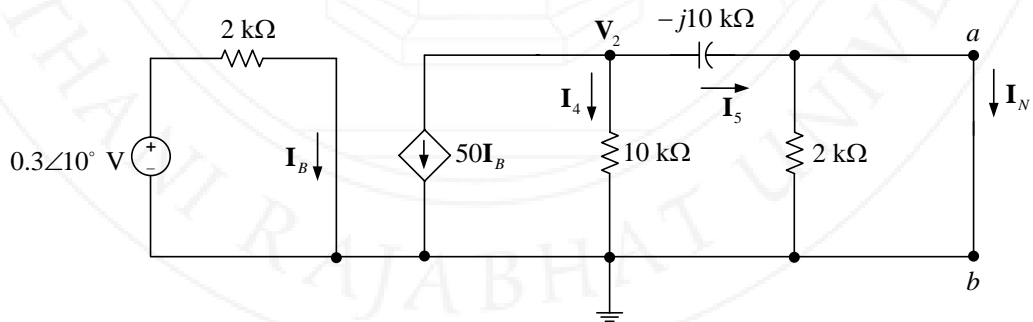
รูปที่ 9.61 วงจรสำหรับวิเคราะห์หาอิมพีแดนซ์สมมูลนอร์ตัน

จากสมการตามกฎกระแสของเคอร์ชอฟฟ์สำหรับโหนด V_1 จะได้ว่า

$$-50I_B - I_1 - I_2 = 0 \tag{9.147}$$

เนื่องจากเมชด้านซ้ายสุดของวงจรถูกลัดวงจรแหล่งกำเนิด ดังนั้น $I_B = 0$ A สมการที่ (9.147) จึงเปลี่ยนรูปเป็นสมการที่ (9.148)

$$\begin{aligned} 0 + I_1 + I_2 &= 0 \\ \frac{V_1}{10 \times 10^3} + \frac{V_1 - 1 \text{ V}}{-j10 \times 10^3} &= 0 \\ V_1 + j(V_1 - 1) &= 0 \\ (1 + j)V_1 - j &= 0 \\ V_1 &= \frac{j}{1 + j} \\ &= \frac{1 \angle 90^\circ}{1.41 \angle 45^\circ} \\ &= 0.707 \angle 45^\circ \text{ V} \end{aligned} \tag{9.148}$$



รูปที่ 9.62 วงจรสำหรับวิเคราะห์หากระแสสมมูลนอร์ตัน

พิจารณาที่โหนด 1 V ในวงจรรูปที่ 9.61 สมการตามกฎกระแสของเคอร์ชอฟฟ์คือ

$$\begin{aligned}
 \mathbf{I}_2 - \mathbf{I}_3 + \mathbf{I}_s &= 0 \\
 \frac{\mathbf{V}_1 - 1 \text{ V}}{-j10 \times 10^3} - \frac{1 \text{ V}}{2 \times 10^3} + \mathbf{I}_s &= 0 \\
 \frac{0.707 \angle 45^\circ - 1}{-j10 \times 10^3} - \frac{1}{2 \times 10^3} + \mathbf{I}_s &= 0 \\
 0.707 \angle 45^\circ - 1 + j5 - j10 \times 10^3 \mathbf{I}_s &= 0 \\
 j10 \times 10^3 \mathbf{I}_s &= 0.707 \angle 45^\circ - 1 + j5 \\
 \mathbf{I}_s &= \frac{0.707 \angle 45^\circ - 1 + j5}{j10 \times 10^3} \\
 &= \frac{0.5 + j0.5 - 1 + j5}{10 \times 10^3 \angle 90^\circ} \\
 &= \frac{5.52 \angle 95.19^\circ}{10 \times 10^3 \angle 90^\circ} \\
 &= 552 \angle 5.19^\circ \mu\text{A}
 \end{aligned} \tag{9.149}$$

จากสมการที่ (9.130) อิมพีแดนซ์สมมูลนอร์ตัน \mathbf{Z}_N มีค่าเท่ากับ

$$\mathbf{Z}_N = \frac{1 \text{ V}}{552 \angle 5.19^\circ \times 10^{-6}} = 1.81 \angle -5.19^\circ \text{ k}\Omega \quad \text{ตอบ}$$

ลัดวงจรระหว่างขั้ว $a-b$ เพื่อคำนวณหากระแสที่จุดลัดวงจร หรือกระแสสมมูลนอร์ตัน ทอพอโลยีของวงจรแสดงในรูปที่ 9.62 จากกฎของโอห์ม \mathbf{I}_B มีค่าเท่ากับ

$$\mathbf{I}_B = \frac{0.3 \angle 10^\circ}{2 \times 10^3} = 150 \angle 10^\circ \mu\text{A} \tag{9.150}$$

เนื่องจากขั้ว $a-b$ ถูกลัดวงจร ดังนั้น $2 \text{ k}\Omega$ จึงหายไปจากวงจร คงเหลือเพียง $10 \text{ k}\Omega$ และ $-j10 \text{ k}\Omega$ จากหลักการวงจรแบ่งกระแส \mathbf{I}_s มีค่าเท่ากับ

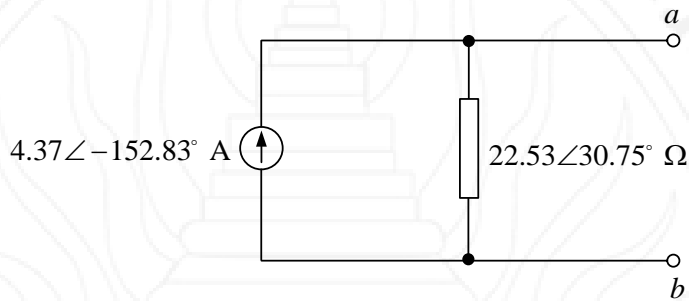
$$\begin{aligned}
 \mathbf{I}_s &= \frac{10 \times 10^3}{10 \times 10^3 - j10 \times 10^3} (-50 \mathbf{I}_B) \\
 &= \frac{10}{10 - j10} (-50 \times 150 \angle 10^\circ \times 10^{-6}) \\
 &= \frac{(10)(-150 \angle 10^\circ \times 10^{-6})}{14.14 \angle -45^\circ} \\
 &= -5.30 \angle 55^\circ \text{ mA}
 \end{aligned} \tag{9.151}$$

เนื่องจาก I_N มีทิศทางเดียวกันกับ I_5 ดังนั้น กระแสสมมูล Norton I_N มีค่าเท่ากับ

$$I_N = I_5 = -5.30 \angle 55^\circ \text{ mA}$$

ตอบ

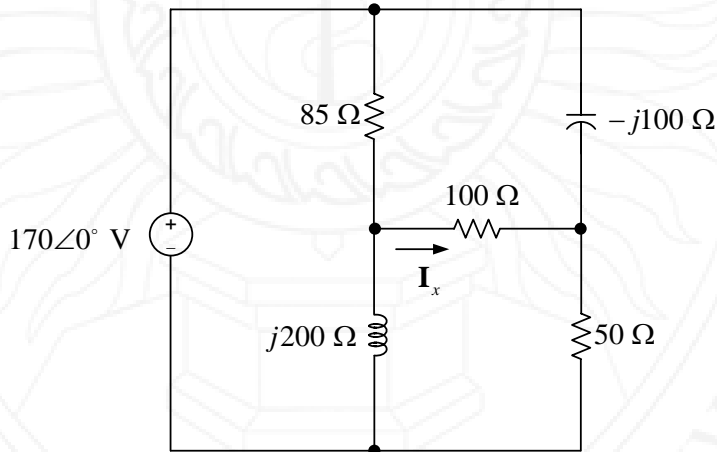
วงจรสมมูล Norton แสดงในรูปที่ 9.63



รูปที่ 9.63 วงจรสมมูล Norton สำหรับตัวอย่างที่ 9.22

ตัวอย่างที่ 9.26

จากวงจรในรูปที่ 9.52 จงวิเคราะห์หาค่ากระแสโดยใช้ทฤษฎีบท Norton

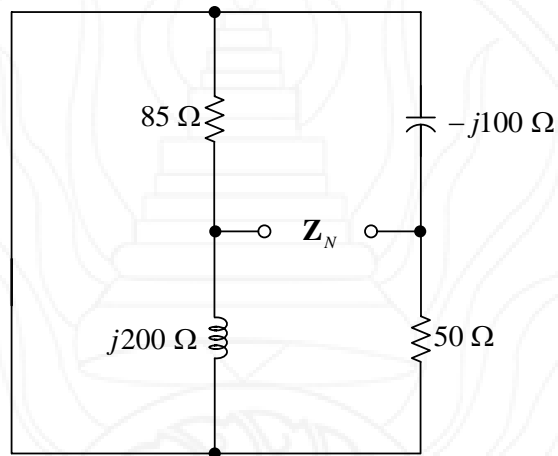


รูปที่ 9.64 วงจรสำหรับตัวอย่างที่ 9.26 (Karris, 2009)

วิธีทำ

ลัดวงจรแหล่งกำเนิดแรงดัน $170 \angle 0^\circ \text{ V}$ และเปิดวงจรที่ 100Ω ได้วงจรผลลัพธ์ดังรูปที่ 9.65 จากวงจรจะเห็นว่า 85Ω ขนานกับ $j200 \Omega$ และ $-j100 \Omega$ ขนานกับ 50Ω อิมพีแดนซ์สมมูลจึงมีค่าเท่ากับ

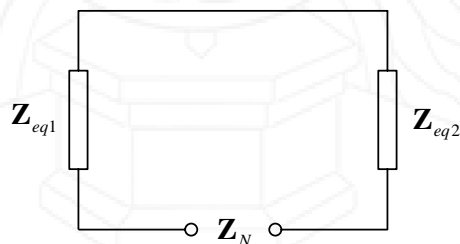
$$\begin{aligned} \mathbf{Z}_{eq1} &= \frac{(85)(j200)}{85 + j200} = \frac{j17000}{85 + j200} = \frac{17000 \angle 90^\circ}{217.31 \angle 66.97^\circ} \\ &= 72 + j30.60 \, \Omega \end{aligned} \quad (9.152)$$



รูปที่ 9.65 วงจรสำหรับคำนวณหาอิมพีแดนซ์สมมูลนอร์ตัน

$$\begin{aligned} \mathbf{Z}_{eq2} &= \frac{(50)(-j100)}{50 - j100} = \frac{-j5000}{50 - j100} = \frac{5000 \angle -90^\circ}{111.80 \angle -63.44^\circ} \\ &= 40 - j20 \, \Omega \end{aligned} \quad (9.153)$$

ทอพอโลยีของวงจรหลังจากคำนวณ \mathbf{Z}_{eq1} และ \mathbf{Z}_{eq2} คือ

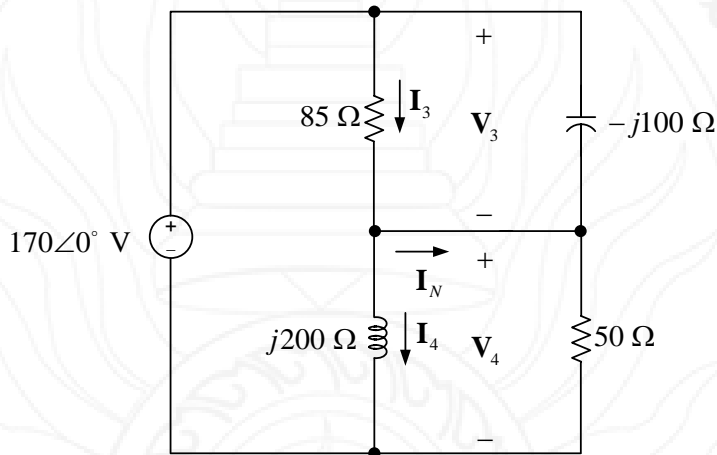
รูปที่ 9.66 ทอพอโลยีของวงจรหลังจากคำนวณ \mathbf{Z}_{eq1} และ \mathbf{Z}_{eq2}

จากวงจรในรูปที่ 9.66 จะได้ว่า

$$\mathbf{Z}_N = \mathbf{Z}_{eq1} + \mathbf{Z}_{eq2} = 72 + j30.60 + 40 - j20 = 112 + j10.6 \, \Omega = 112.5 \angle 5.4^\circ \, \Omega \quad (9.154)$$

ลัดวงจร 100Ω และวิเคราะห์หา I_N ดังแสดงในรูปที่ 9.67 จากวงจรจะเห็นว่า 85Ω ขนานกับ $-j100 \Omega$ และ $j200 \Omega$ ขนานกับ 50Ω อิมพีแดนซ์สมมูลจึงมีค่าเท่ากับ

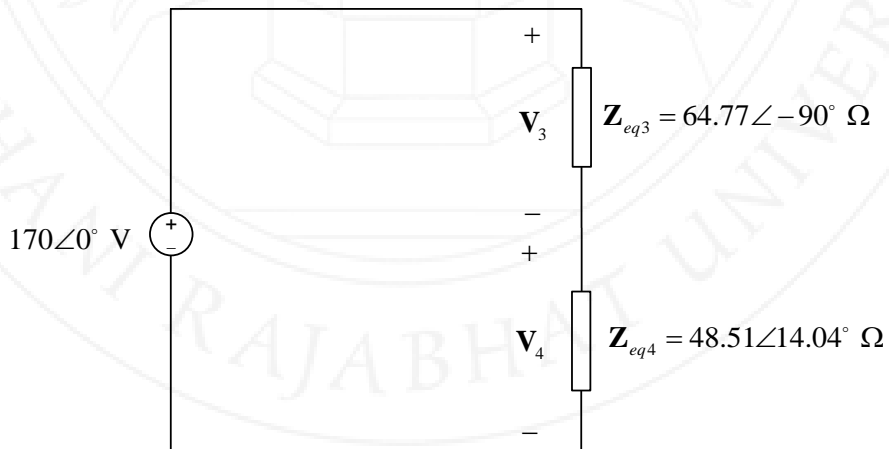
$$\begin{aligned} Z_{eq3} &= \frac{(85)(-j100)}{85 - j100} = \frac{-j8500}{85 - j100} = \frac{8500 \angle -90^\circ}{131.24 \angle -49.64^\circ} \\ &= 64.77 \angle -90^\circ \Omega \end{aligned} \tag{9.155}$$



รูปที่ 9.67 วงจรสำหรับคำนวณหากระแสสมมูลนอร์ตัน

$$\begin{aligned} Z_{eq4} &= \frac{(50)(j200)}{50 + j200} = \frac{j10000}{50 + j200} = \frac{10000 \angle 90^\circ}{206.16 \angle 75.96^\circ} \\ &= 48.51 \angle 14.04^\circ \Omega \end{aligned} \tag{9.156}$$

ทอพอโลยีของวงจรหลังจากคำนวณ Z_{eq3} และ Z_{eq4} แสดงในรูปที่ 9.68



รูปที่ 9.68 ทอพอโลยีของวงจรหลังจากคำนวณ Z_{eq3} และ Z_{eq4}

พิจารณาวงจรใน

รูปที่ 9.68 จากหลักการวงจรแบ่งแรงดันจะได้ว่า

$$\begin{aligned} \mathbf{V}_3 &= \left(\frac{64.77 \angle -90^\circ}{64.77 \angle -90^\circ + 48.51 \angle 14.04^\circ} \right) (170) = 100.35 - j42.55 \\ &= 109 \angle -22.98^\circ \text{ V} \end{aligned} \quad (9.157)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{V}_4 &= 170 \angle 0^\circ - \mathbf{V}_3 = 170 \angle 0^\circ - (100.35 - j42.55) = 69.65 + j42.55 \\ &= 81.62 \angle 31.42^\circ \text{ V} \end{aligned} \quad (9.158)$$

พิจารณาวงจรในรูปที่ 9.67 กระแส \mathbf{I}_3 และ \mathbf{I}_4 มีค่าเท่ากับ

$$\mathbf{I}_3 = \frac{\mathbf{V}_3}{85} = \frac{109 \angle -22.98^\circ}{85} = 1.18 - j0.5 \text{ A} \quad (9.159)$$

$$\mathbf{I}_4 = \frac{\mathbf{V}_4}{j200} = \frac{81.62 \angle 31.42^\circ}{200 \angle 90^\circ} = 0.213 - j0.348 \text{ A} \quad (9.160)$$

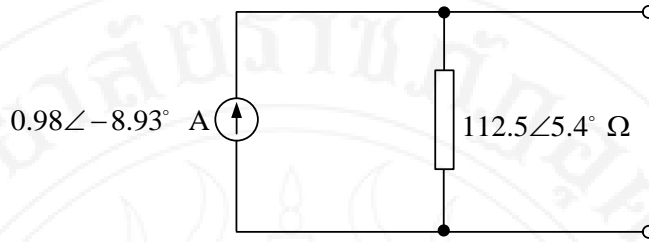
กระแสสมมูลนอร์ตัน \mathbf{I}_N มีค่าเท่ากับ

$$\mathbf{I}_N = \mathbf{I}_3 - \mathbf{I}_4 = (1.18 - j0.5) - (0.213 - j0.348) = 0.98 \angle -8.93^\circ \text{ A} \quad (9.161)$$

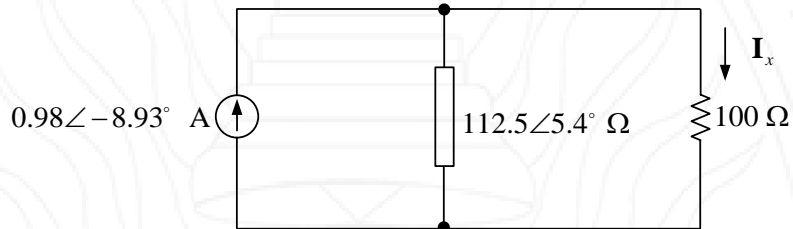
วงจรสมมูลนอร์ตันแสดงในรูปที่ 9.69-(ก) เมื่อเชื่อมต่อตัวต้านทาน 100Ω เข้ากับวงจรสมมูลนอร์ตัน จะได้วงจรที่มีทอพอโลยีดังแสดงในรูปที่ 9.69-(ข) จากหลักการวงจรแบ่งกระแส \mathbf{I}_x มีค่าเท่ากับ

$$\begin{aligned} \mathbf{I}_x &= \left(\frac{112.5 \angle 5.4^\circ}{100 + 112.5 \angle 5.4^\circ} \right) (0.98 \angle -8.93^\circ \text{ A}) \\ &= \frac{(112.5)(0.98) \angle (5.4^\circ - 8.93^\circ)}{100 + 112.5 + j10.59} \\ &= \frac{110.25 \angle -3.53^\circ}{212.76 \angle 2.85^\circ} \\ &= 518.19 \angle -6.38^\circ \text{ mA} \end{aligned}$$

ตอบ



(ก) วงจรสมมูลนอร์ตันสำหรับตัวอย่างที่ 9.26



(ข) วงจรสมมูลนอร์ตันเชื่อมต่อกับตัวต้านทาน 100 Ω

รูปที่ 9.69

9.7 บทสรุป

- (1) โซ่ขอยต์ คือ สัญญาณที่มีรูปร่างเป็นฟังก์ชันไซน์หรือโคไซน์
- (2) ฟังก์ชันเป็นคาบ คือ ฟังก์ชันที่มีค่าสอดคล้องกับสมการ $f(t) = f(t + nT)$ สำหรับทุกค่าของ t และจำนวนเต็ม n
- (3) เฟเซอร์ คือ จำนวนเชิงซ้อนที่แสดงแอมพลิจูดและเฟสของโซ่ขอยต์

$$\mathbf{z} = a + jb = \text{รูปแบบเชิงตั้งฉาก}$$

$$\mathbf{z} = z \angle \theta = \text{รูปแบบเชิงขั้ว}$$

$$\mathbf{z} = ze^{j\theta} = \text{รูปแบบเลขชี้กำลัง}$$

สมการคำนวณขนาดของเฟเซอร์

$$z = \sqrt{a^2 + b^2}$$

สมการคำนวณเฟสของเฟเซอร์

$$\theta = \tan^{-1} \left(\frac{b}{a} \right)$$

สมการคำนวณส่วนจริงและส่วนจินตภาพของเฟเซอร์

$$a = z \cos \theta$$

$$b = z \sin \theta$$

สมการที่ใช้แปลงจากฟังก์ชันไซน์ขอยต์เป็นเฟเซอร์

$$z \cos(\omega t + \theta) \Leftrightarrow z \angle \theta$$

(4) รูปแบบเชิงตั้งฉากของอิมพีแดนซ์

$$\mathbf{Z} = R + jX_L \text{ หรือ } \mathbf{Z} = R - jX_C$$

รูปแบบเชิงขั้วของอิมพีแดนซ์

$$\mathbf{Z} = Z \angle \varphi$$

ส่วนจริงของอิมพีแดนซ์คือความต้านทาน ส่วนจินตภาพของอิมพีแดนซ์คือรีแอกแตนซ์ รีแอกแตนซ์ของตัวเหนี่ยวนำ คำนวณหาได้จากสมการ

$$jX_L = j\omega L$$

รีแอกแตนซ์ของตัวเหนี่ยวนำ คำนวณหาได้จากสมการ

$$-jX_C = -\frac{j}{\omega C}$$

(5) ค่าส่วนกลับของอิมพีแดนซ์มีชื่อเรียกว่า แอดมิตแตนซ์ (\mathbf{Y}) พจน์ส่วนจริงของแอดมิตแตนซ์ (G) มีชื่อเรียกว่า ความนำ และพจน์ส่วนจินตภาพของแอดมิตแตนซ์ (B) มีชื่อเรียกว่า ซีเซปแตนซ์

$$\mathbf{Y} = \frac{1}{\mathbf{Z}} = G + jB$$

- (6) สูตรคำนวณหาอิมพีแดนซ์สมมูลแบบอนุกรม

$$\mathbf{Z}_{eq,s} = \mathbf{Z}_1 + \mathbf{Z}_2 + \mathbf{Z}_3 + \dots + \mathbf{Z}_{N_s}$$

- (7) สูตรคำนวณหาอิมพีแดนซ์สมมูลแบบขนาน

$$\mathbf{Z}_{eq,p} = \frac{1}{\frac{1}{\mathbf{Z}_1} + \frac{1}{\mathbf{Z}_1} + \frac{1}{\mathbf{Z}_1} + \dots + \frac{1}{\mathbf{Z}_{N_p}}}$$

- (8) สูตรการแปลงค่าอิมพีแดนซ์ที่ต่อแบบเดลต้าเป็นการต่อแบบวาย

$$\mathbf{Z}_1 = \frac{\mathbf{Z}_A \mathbf{Z}_C}{\mathbf{Z}_A + \mathbf{Z}_B + \mathbf{Z}_C}$$

$$\mathbf{Z}_2 = \frac{\mathbf{Z}_A \mathbf{Z}_B}{\mathbf{Z}_A + \mathbf{Z}_B + \mathbf{Z}_C}$$

$$\mathbf{Z}_3 = \frac{\mathbf{Z}_B \mathbf{Z}_C}{\mathbf{Z}_A + \mathbf{Z}_B + \mathbf{Z}_C}$$

- (9) สูตรการแปลงค่าอิมพีแดนซ์ที่ต่อแบบวายเป็นการต่อแบบเดลต้า

$$\mathbf{Z}_A = \frac{\mathbf{Z}_1 \mathbf{Z}_2 + \mathbf{Z}_1 \mathbf{Z}_3 + \mathbf{Z}_2 \mathbf{Z}_3}{\mathbf{Z}_3}$$

$$\mathbf{Z}_B = \frac{\mathbf{Z}_1 \mathbf{Z}_2 + \mathbf{Z}_1 \mathbf{Z}_3 + \mathbf{Z}_2 \mathbf{Z}_3}{\mathbf{Z}_1}$$

$$\mathbf{Z}_C = \frac{\mathbf{Z}_1 \mathbf{Z}_2 + \mathbf{Z}_1 \mathbf{Z}_3 + \mathbf{Z}_2 \mathbf{Z}_3}{\mathbf{Z}_2}$$

- (10) การวิเคราะห์วงจรไฟฟ้ากระแสสลับในสถานะอยู่ตัวด้วยเทคนิคการวิเคราะห์แบบโนด การวิเคราะห์แบบเมช ทฤษฎีบทเวเนินและนอร์ตัน มีรายละเอียดและขั้นตอนเหมือนกับที่ประยุกต์ใช้ในวงจรไฟฟ้ากระแสตรงทุกประการ สิ่งที่แตกต่างกันคือ การคำนวณในวงจรไฟฟ้ากระแสตรงจะเป็นการดำเนินการที่เกี่ยวข้องกับจำนวนจริง ในขณะที่การวิเคราะห์วงจรไฟฟ้ากระแสสลับในสถานะอยู่ตัว เป็นการดำเนินการที่เกี่ยวข้องกับจำนวนเชิงซ้อน

9.8 แบบฝึกหัด

9.8.1 เฟเซอร์และองค์ประกอบวงจร

(1) จงเปลี่ยนฟังก์ชันโซ่ขอยดต่อไปนี้ให้เป็นเฟเซอร์

ก. $v = 50 \sin(300t - 40^\circ) \text{ V}$

ข. $i = 9 \sin(900t + 20^\circ) \text{ mA}$

ค. $v = 25.7 \cos(550t - 12^\circ) \text{ V}$

ง. $i = 50 \cos(278t + 45^\circ) \text{ A}$

จ. $i = 4 \sin(\omega t - 20^\circ) + 1.2 \cos(\omega t + 5^\circ) \text{ kA}$

ฉ. $4 \sin(40t - 17^\circ) + 9 \sin(40t + 34^\circ) - 4 \cos(40t - 5^\circ) + 3 \cos(40t)$

(2) จงเปลี่ยนเฟเซอร์ต่อไปนี้ให้เป็นฟังก์ชันโซ่ขอยด กำหนดให้ค่าเชิงมุมมีค่าเท่ากับ $\omega = 100\pi \text{ rad.s}^{-1}$

ก. $\mathbf{V} = 6 + j9 \text{ V}$

ข. $\mathbf{I} = 1.2 \text{ mA}$

ค. $\mathbf{I} = -j34 \text{ kA}$

ง. $\mathbf{V} = -45 - j3 \text{ kV}$

จ. $\mathbf{V} = 120 - j200 \text{ V}$

ฉ. $\mathbf{V} = -23 + j \text{ V}$

ช. $\mathbf{I} = 33 \angle -9^\circ \text{ A}$

ซ. $\mathbf{I} = 45 \angle 54^\circ \mu\text{A}$

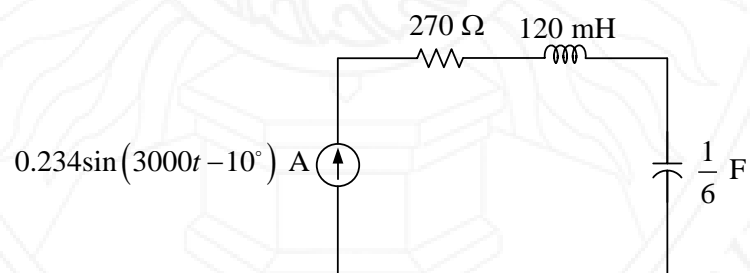
ฅ. $\mathbf{V} = -345 \text{ V}$

ญ. $\mathbf{V} = -20 - 345 \angle -90^\circ \text{ V}$

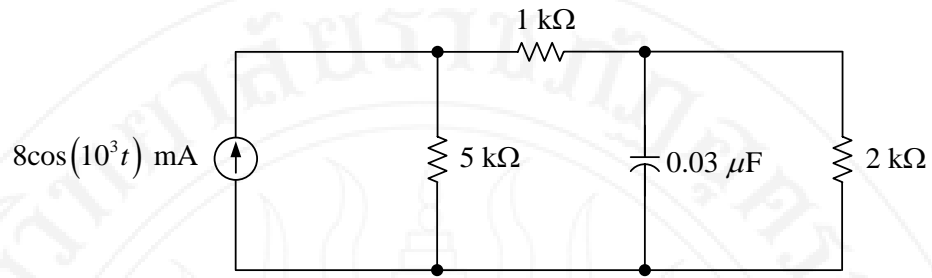
ฎ. $\mathbf{I} = 43 - 23 \angle -23^\circ \mu\text{A}$

ฏ. $\mathbf{I} = 30 + 12 \angle 17^\circ \text{ A}$

(3) จงเปลี่ยนพารามิเตอร์ของวงจรในรูปที่ 9.70 ให้เป็นค่าในโดเมนเวลา



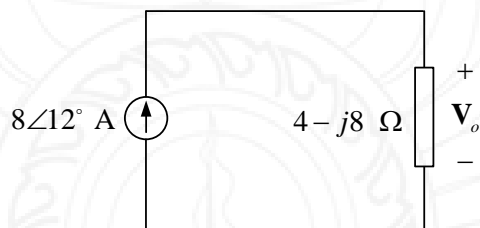
(ก) (O'Malley, 1992)



(ข) (Franco, 1995)

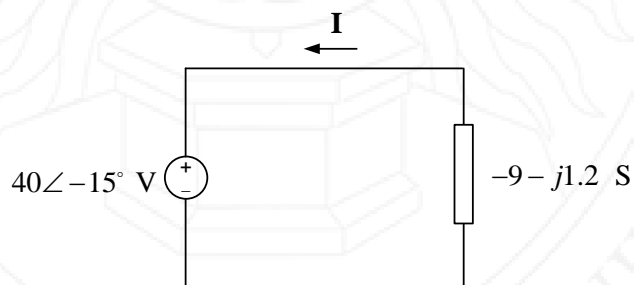
รูปที่ 9.70 วงจรวงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (3)

(4) จากวงจรในรูปที่ 9.71 จงใช้กฎของโอห์มวิเคราะห์หาแรงดัน V_o



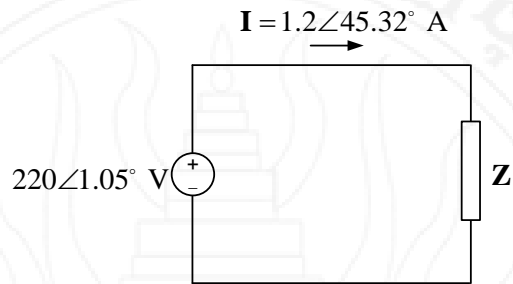
รูปที่ 9.71 วงจรวงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (4)

(5) จากวงจรในรูปที่ 9.72 จงใช้กฎของโอห์มวิเคราะห์หา

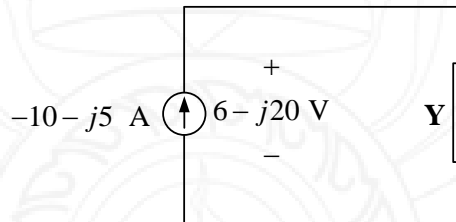


รูปที่ 9.72 วงจรวงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (5)

- (6) จากวงจรในรูปที่ 9.73 จงใช้กฎของโอห์มวิเคราะห์หาอิมพีแดนซ์ ความต้านทานรีแอกแตนซ์ แอดมิตแตนซ์ ความนำ และซัสเซปแตนซ์



(ก)

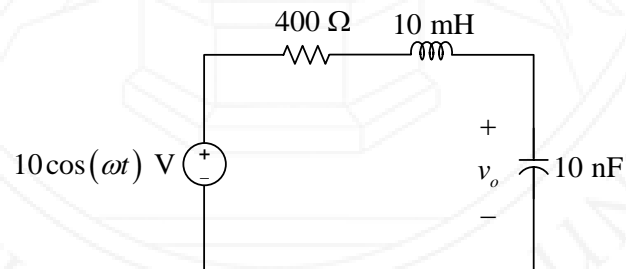


(ข)

รูปที่ 9.73 วงจรวงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (6)

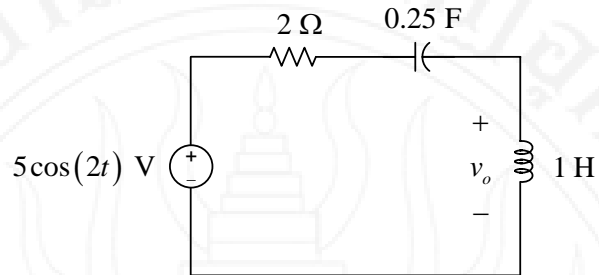
9.8.2 อิมพีแดนซ์สมมูล

- (7) จากวงจรในรูปที่ 9.74 จงวิเคราะห์หา v_o



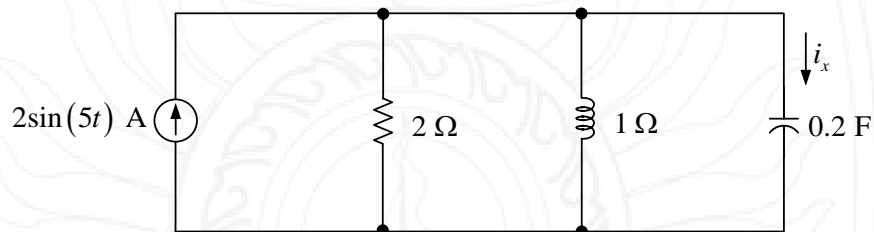
รูปที่ 9.74 วงจรวงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (7) (O'Malley, 1992)

(8) จากวงจรในรูปที่ 9.75 จงวิเคราะห์หา v_o



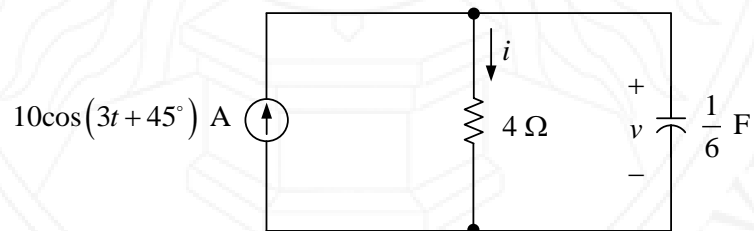
รูปที่ 9.75 วงจรวงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (8) (Alexander & Sadiku, 2004)

(9) จากวงจรในรูปที่ 9.76 จงวิเคราะห์หา i_x



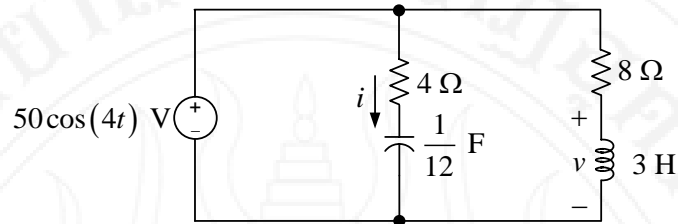
รูปที่ 9.76 วงจรวงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (9) (Alexander & Sadiku, 2004)

(10) จากวงจรในรูปที่ 9.77 จงวิเคราะห์หา v และ i



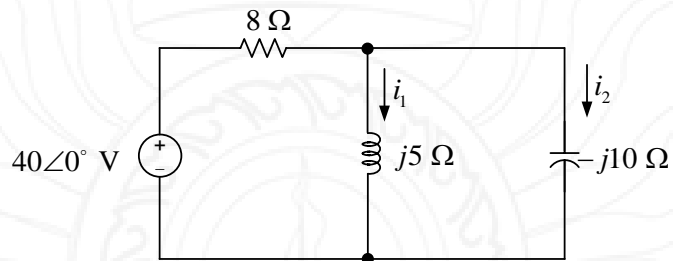
รูปที่ 9.77 วงจรวงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (10) (Alexander & Sadiku, 2004)

(11) จากวงจรในรูปที่ 9.78 จงวิเคราะห์หา v และ i



รูปที่ 9.78 วงจรวงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (11) (Alexander & Sadiku, 2004)

(12) จากวงจรในรูปที่ 9.79 จงใช้วิเคราะห์หา i_1 และ i_2



รูปที่ 9.79 วงจรวงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (12) (Alexander & Sadiku, 2004)

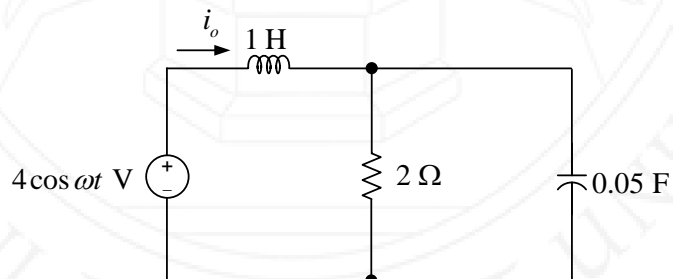
(13) จากวงจรในรูปที่ 9.80 จงใช้วิเคราะห์หา i_o เมื่อกำหนดให้

ก. $\omega = 1 \text{ rad.s}^{-1}$

ค. $\omega = 2,000 \text{ rad.s}^{-1}$

ข. $\omega = 5 \text{ rad.s}^{-1}$

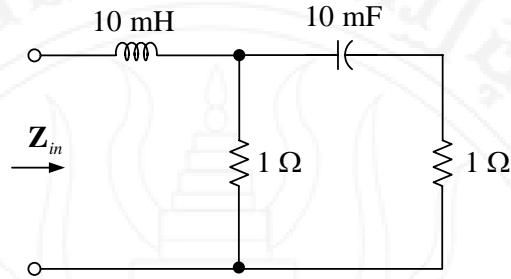
ง. $\omega = 2,000,000 \text{ rad.s}^{-1}$



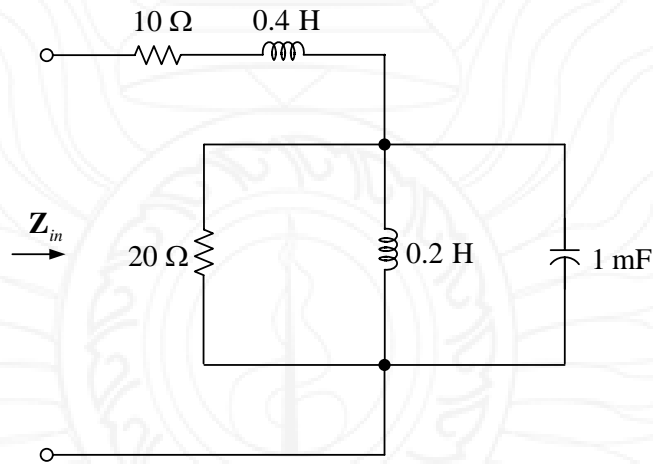
รูปที่ 9.80 วงจรวงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (13) (Alexander & Sadiku, 2004)

(14) จากวงจรในรูปที่ 9.81 กำหนดให้ $\omega = 100\pi \text{ rad.s}^{-1}$ จงคำนวณหาอิมพีแดนซ์

อินพุต Z_{in}



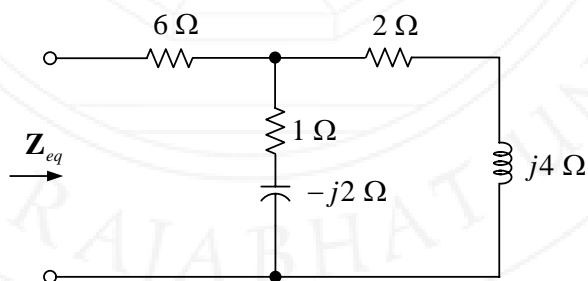
(ก)



(ข)

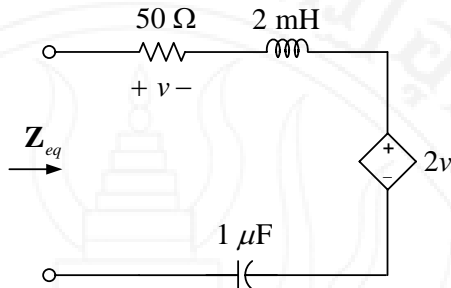
รูปที่ 9.81 วงจรวงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (14) (Alexander & Sadiku, 2004)

(15) จากวงจรในรูปที่ 9.82 จงคำนวณหาอิมพีแดนซ์สมมูล Z_{eq}



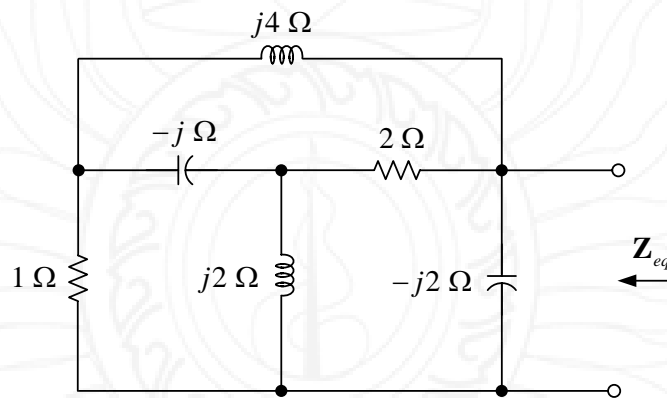
รูปที่ 9.82 วงจรวงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (15) (Alexander & Sadiku, 2004)

(16) จากวงจรในรูปที่ 9.83 กำหนดให้ $\omega = 10 \text{ krad}\cdot\text{s}^{-1}$ จงคำนวณหาอิมพีแดนซ์สมมูล Z_{eq}



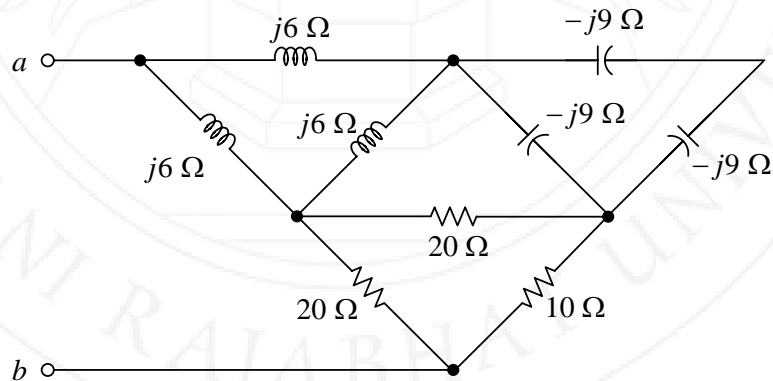
รูปที่ 9.83 วงจรวงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (16) (Alexander & Sadiku, 2004)

(17) จากวงจรในรูปที่ 9.84 จงคำนวณหาอิมพีแดนซ์สมมูล Z_{eq}



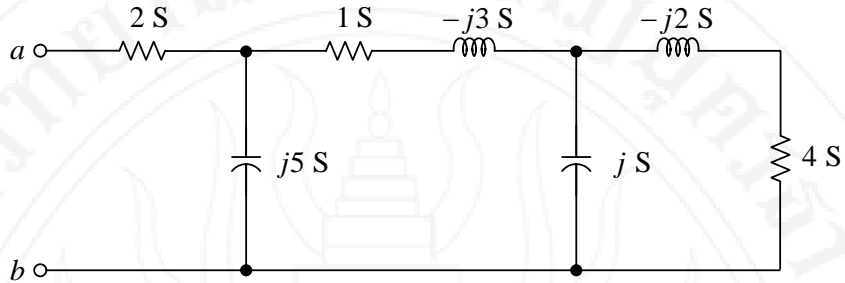
รูปที่ 9.84 วงจรวงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (17) (Alexander & Sadiku, 2004)

(18) จากวงจรในรูปที่ 9.85 จงคำนวณหาอิมพีแดนซ์สมมูลระหว่างขั้ว $a-b$



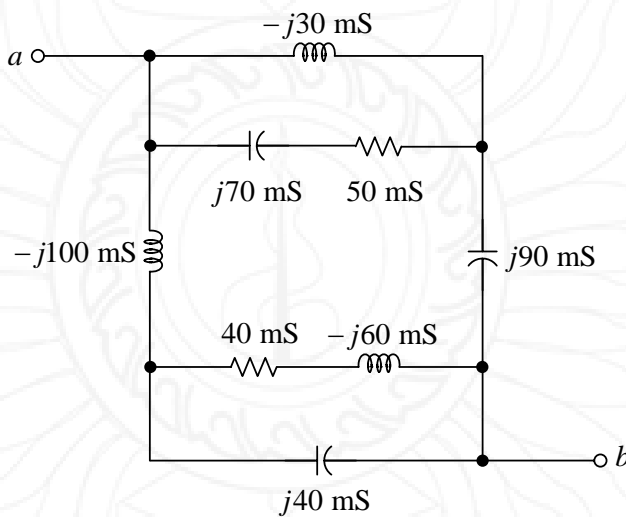
รูปที่ 9.85 วงจรวงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (18) (Alexander & Sadiku, 2004)

(19) จากวงจรในรูปที่ 9.86 จงคำนวณหาแอดมิตแตนซ์สมมูลระหว่างขั้ว $a-b$



รูปที่ 9.86 วงจรวงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (19) Alexander & Sadiku, 2004

(20) จากวงจรในรูปที่ 9.87 จงคำนวณหาแอดมิตแตนซ์สมมูลระหว่างขั้ว $a-b$



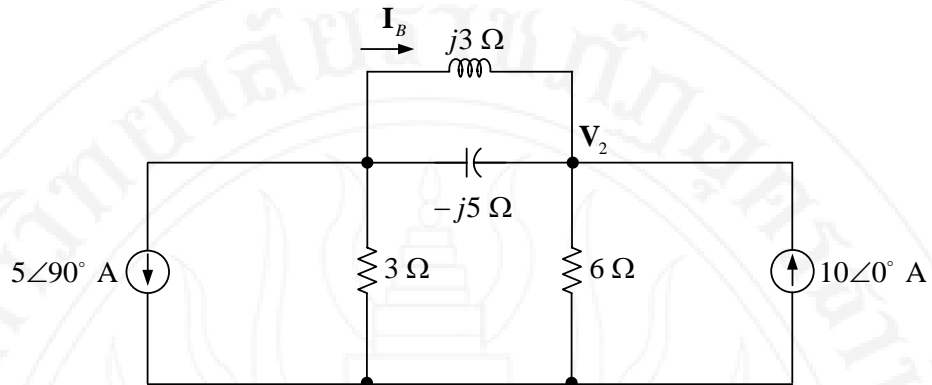
รูปที่ 9.87 วงจรวงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (20)

9.8.3 การวิเคราะห์แบบโนด

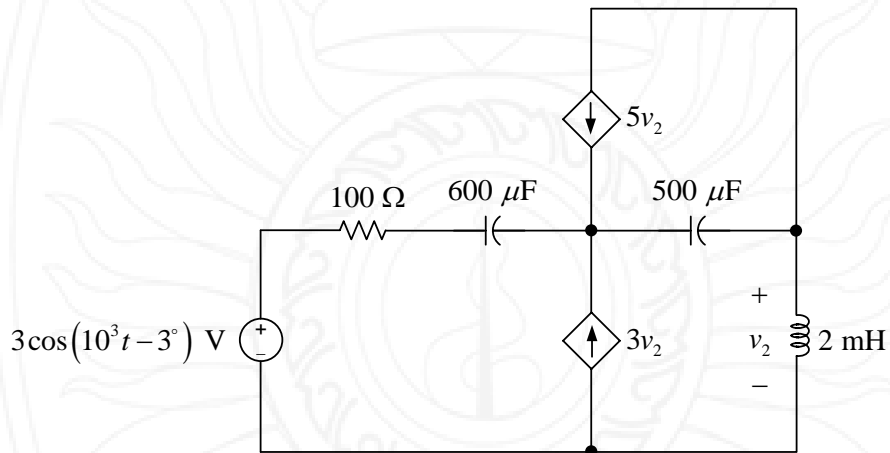
(21) จากวงจรในรูปที่ 9.88 จงใช้เทคนิคการวิเคราะห์แบบโนดคำนวณหา \mathbf{I}_B และ \mathbf{V}_2

(22) จากวงจรในรูปที่ 9.89 จงใช้เทคนิคการวิเคราะห์แบบโนดคำนวณหา v_2

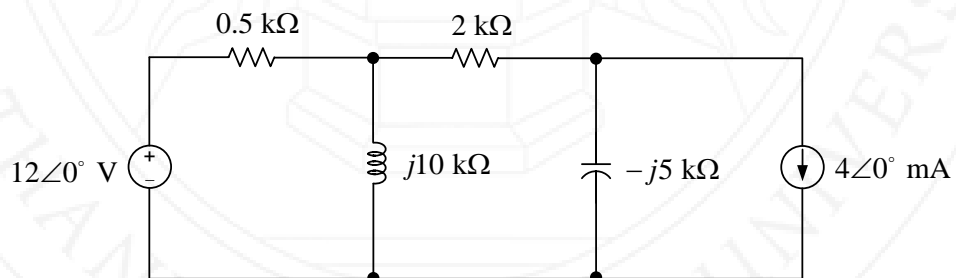
(23) จากวงจรในรูปที่ 9.95 จงใช้เทคนิคการวิเคราะห์แบบโนดคำนวณหาแรงดันตกคร่อมตัวเหนี่ยวนำ



รูปที่ 9.88 วงจรวงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (21) (Hayt, Kemmerly, & Durbin, 2007)

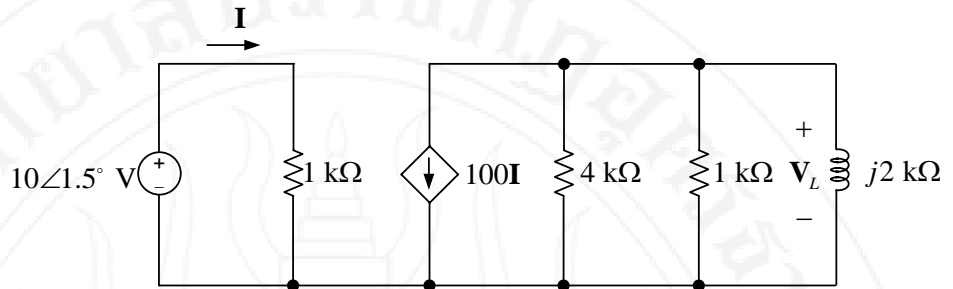


รูปที่ 9.89 วงจรวงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (22) (Hayt et al., 2007)



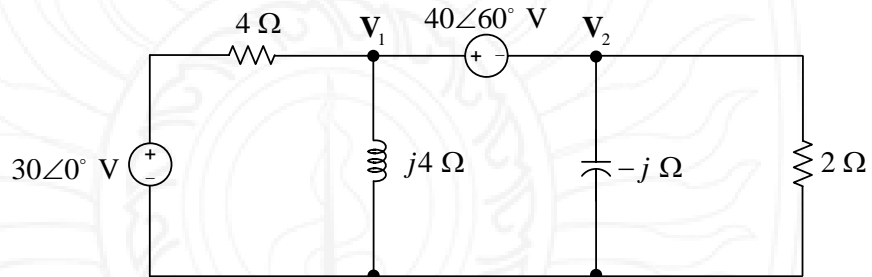
รูปที่ 9.90 วงจรวงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (23) (Boylestad, 2002)

(24) จากวงจรในรูปที่ 9.91 จงใช้เทคนิคการวิเคราะห์แบบโนดคำนวณหา V_L



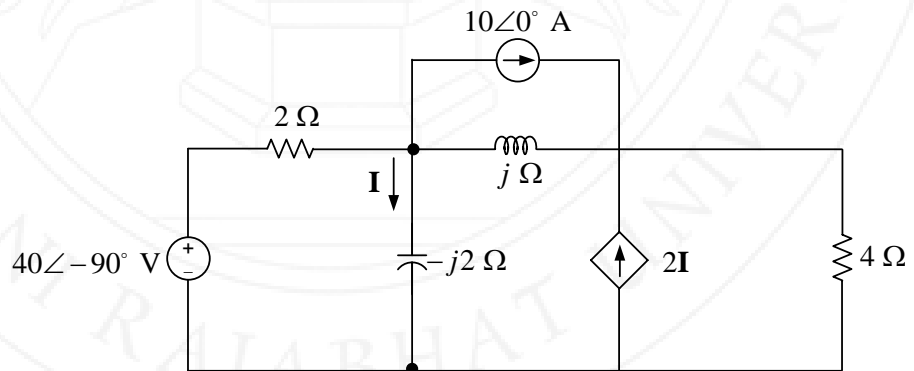
รูปที่ 9.91 วงจรวงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (24) (Boylestad, 2002)

(25) จากวงจรในรูปที่ 9.92 จงใช้เทคนิคการวิเคราะห์แบบโนดคำนวณหา V_1 และ V_2



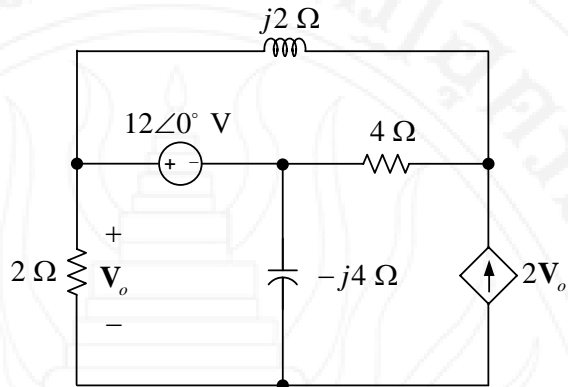
รูปที่ 9.92 วงจรวงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (25) (Alexander & Sadiku, 2009)

(26) จากวงจรในรูปที่ 9.93 จงใช้เทคนิคการวิเคราะห์แบบโนดคำนวณหา I



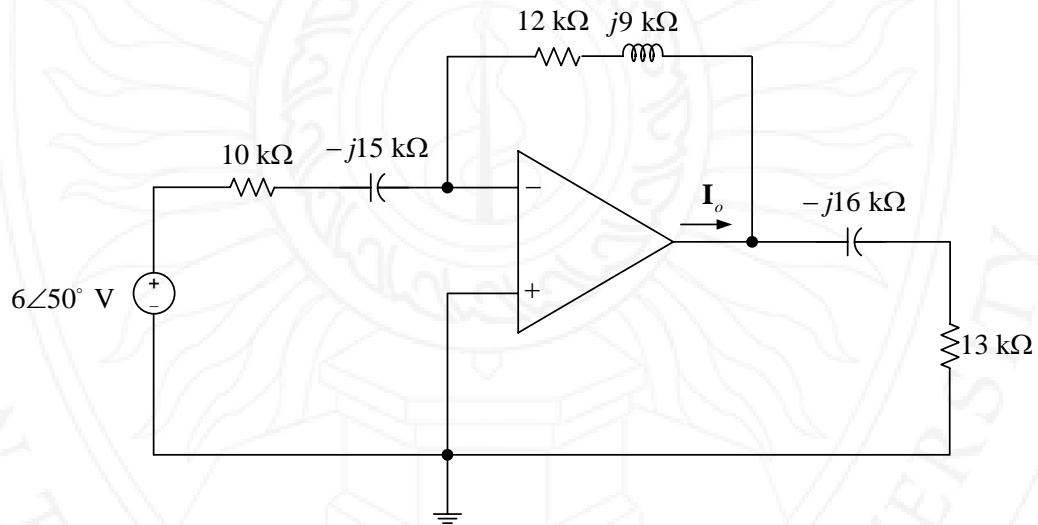
รูปที่ 9.93 วงจรวงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (26) (Alexander & Sadiku, 2009)

(27) จากวงจรในรูปที่ 9.94 จงใช้เทคนิคการวิเคราะห์แบบโนดคำนวณหา V_o



รูปที่ 9.94 วงจรวงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (27) (Alexander & Sadiku, 2009)

(28) จากวงจรในรูปที่ 9.95 จงใช้เทคนิคการวิเคราะห์แบบโนดคำนวณหา I_o

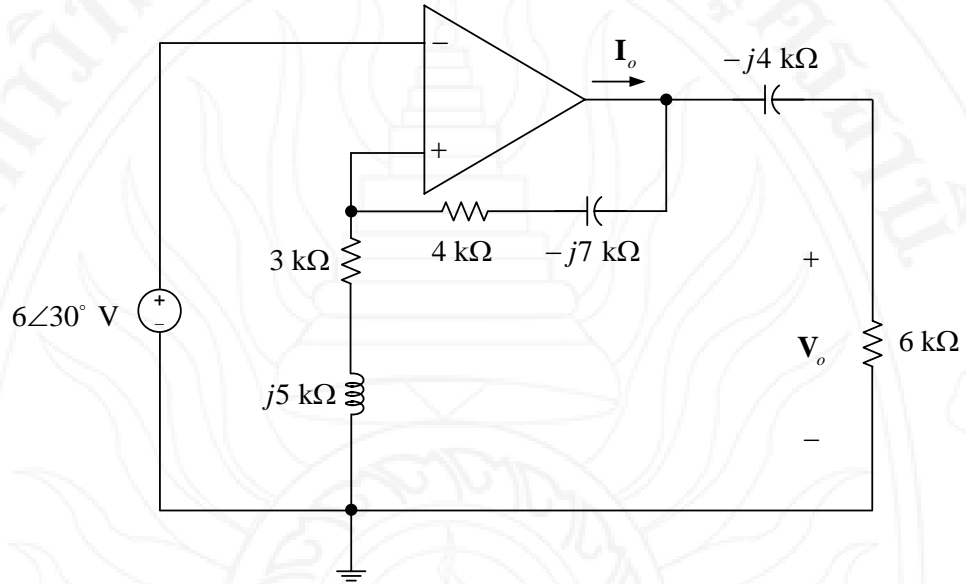


รูปที่ 9.95 วงจรวงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (28) (O'Malley, 1992)

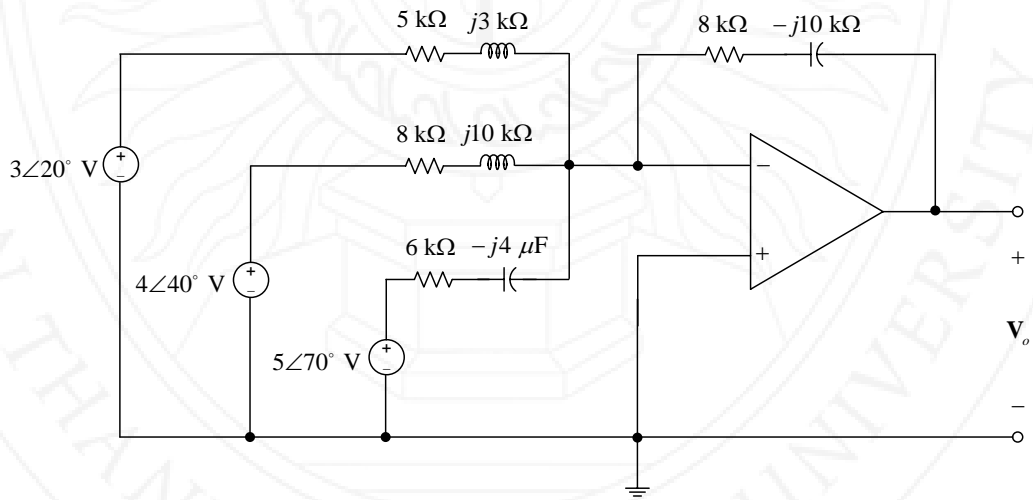
(29) จากวงจรในรูปที่ 9.96 จงใช้เทคนิคการวิเคราะห์แบบโนดคำนวณหา I_o และ V_o

(30) จากวงจรในรูปที่ 9.97 จงใช้เทคนิคการวิเคราะห์แบบโนดคำนวณหา V_o

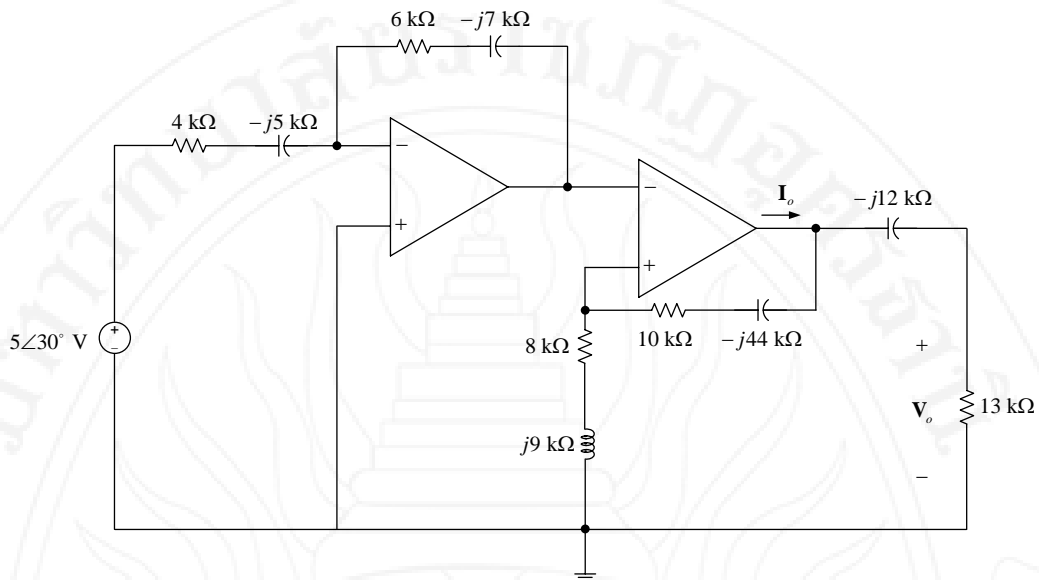
(31) จากวงจรในรูปที่ 9.98 จงใช้เทคนิคการวิเคราะห์แบบโนดคำนวณหา I_o และ V_o



รูปที่ 9.96 วงจรวงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (29) (O'Malley, 1992)

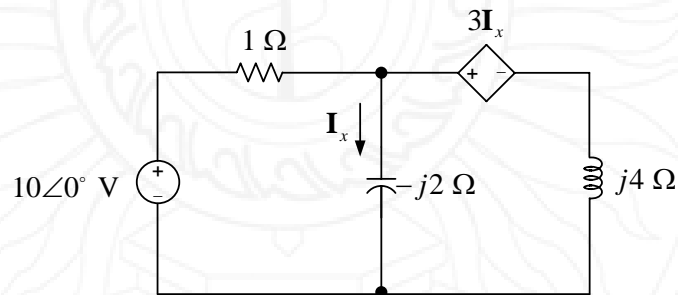


รูปที่ 9.97 วงจรวงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (30) (O'Malley, 1992)



รูปที่ 9.98 วงจรวงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (31) (O'Malley, 1992)

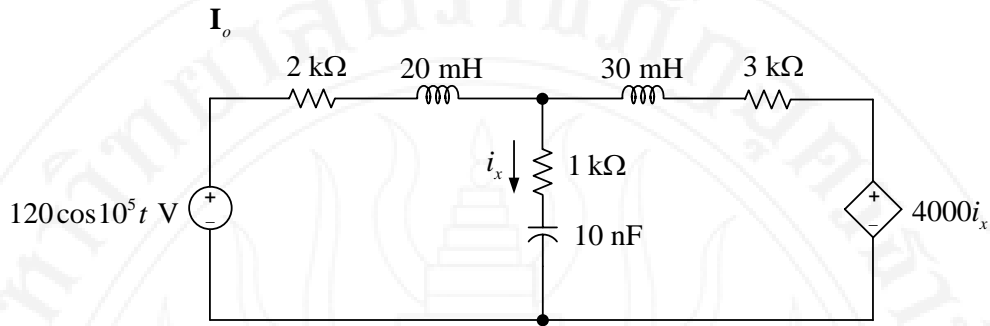
9.8.4 การวิเคราะห์แบบเมช

(32) จากวงจรในรูปที่ 9.99 จงใช้เทคนิคการวิเคราะห์แบบเมชคำนวณหา \mathbf{I}_x 

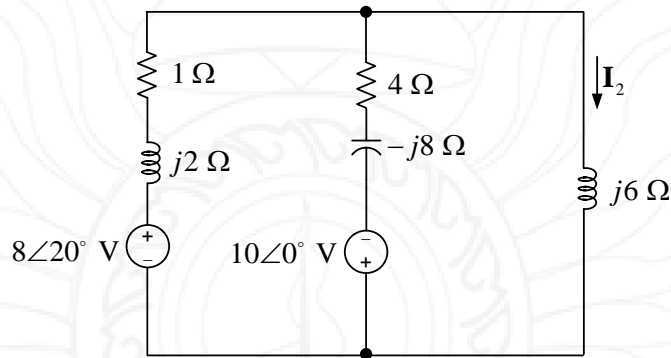
รูปที่ 9.99 วงจรวงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (32) (Franco, 1995)

(33) จากวงจรในรูปที่ 9.100 จงใช้เทคนิคการวิเคราะห์แบบเมชคำนวณหา i_x (34) จากวงจรในรูปที่ 9.101 จงใช้เทคนิคการวิเคราะห์แบบเมชคำนวณหา \mathbf{I}_2 (35) จากวงจรในรูปที่ 9.102 จงใช้เทคนิคการวิเคราะห์แบบซูเปอร์เมชคำนวณหา \mathbf{I}_o

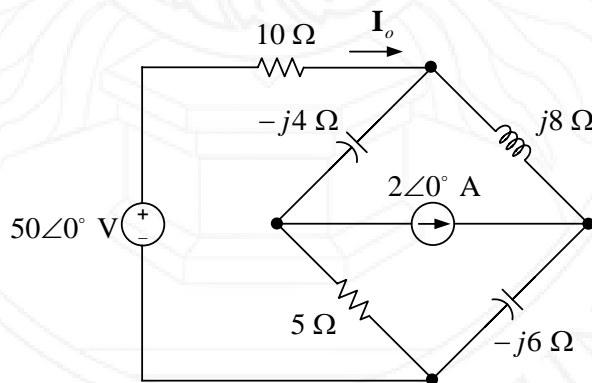
(36) จากวงจรในรูปที่ 9.103 รูปที่ 9.102 จงใช้เทคนิคการวิเคราะห์แบบเมชคำนวณหา



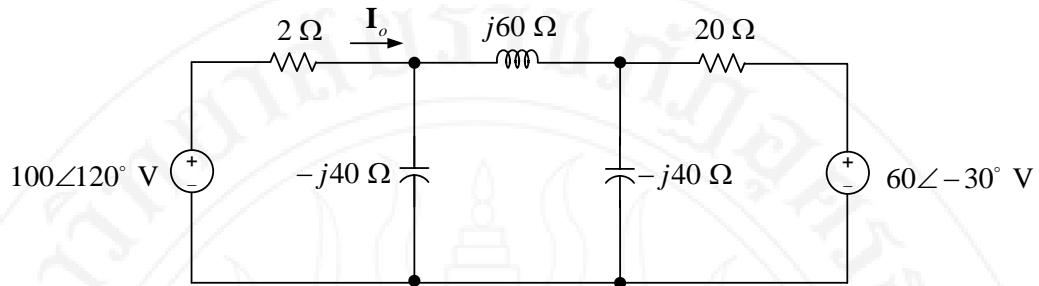
รูปที่ 9.100 วงจรวงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (33) (Franco, 1995)



รูปที่ 9.101 วงจรวงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (34) (Boylestad, 2002)

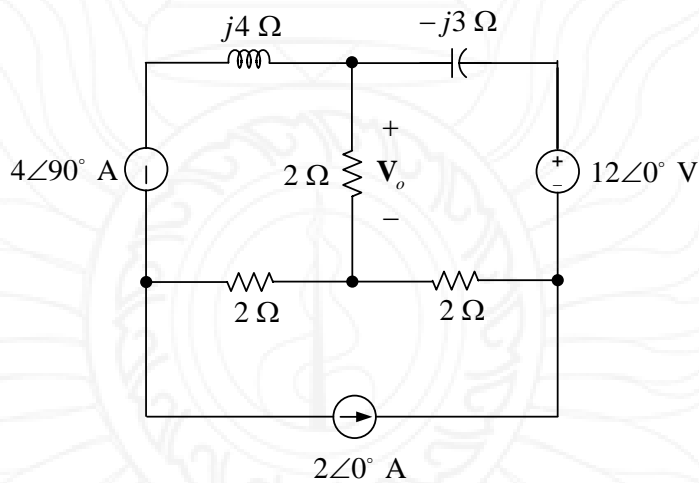


รูปที่ 9.102 วงจรวงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (35) (Alexander & Sadiku, 2004)



รูปที่ 9.103 วงจรวงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (36) (Alexander & Sadiku, 2004)

(37) จากวงจรในรูปที่ 9.104 จงใช้เทคนิคการวิเคราะห์แบบซูเปอร์เมชคำนวณหา V_o

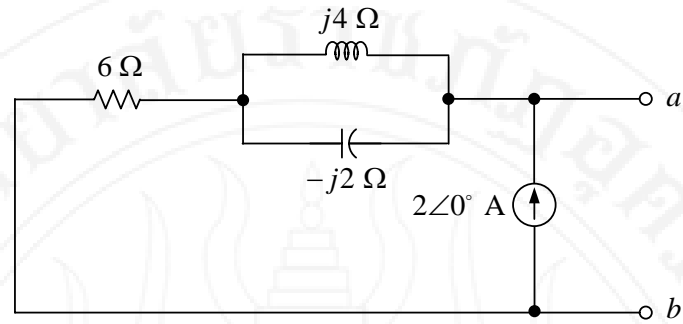


รูปที่ 9.104 วงจรวงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (37) (Alexander & Sadiku, 2004)

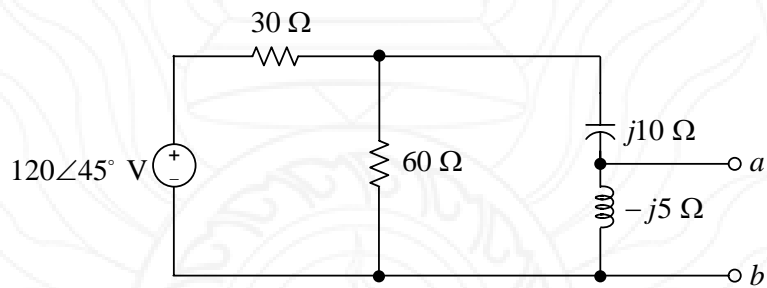
9.8.5 ทฤษฎีบทเทเวนินและนอร์ตัน

(38) จากวงจรในรูปที่ 9.105 จงวิเคราะห์หาวงจรสมมูลเทเวนินและนอร์ตันระหว่างขั้ว $a-b$

(39) จากวงจรในรูปที่ 9.106 จงวิเคราะห์หาวงจรสมมูลเทเวนินและนอร์ตันระหว่างขั้ว $a-b$ และ $c-d$

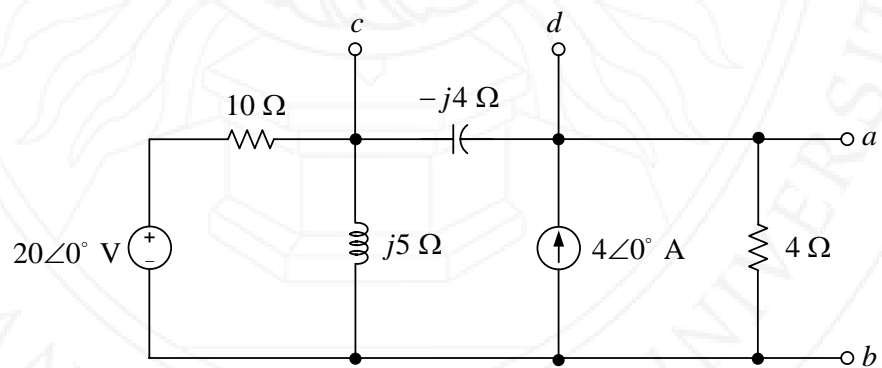


(ก)



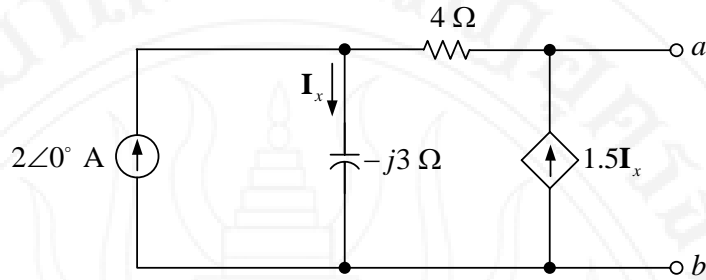
(ข)

รูปที่ 9.105 วงจรวงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (38) (Alexander & Sadiku, 2004)



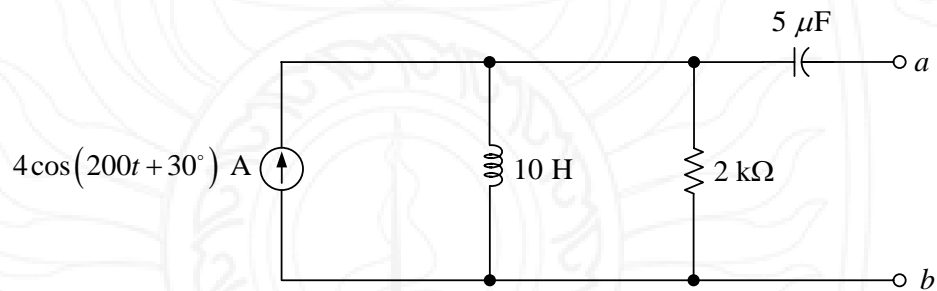
รูปที่ 9.106 วงจรวงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (39) (Alexander & Sadiku, 2004)

(40) จากวงจรในรูปที่ 9.107 จงคำนวณหาวงจรมูลเทเวนินและนอร์ตันระหว่างขั้ว $a-b$



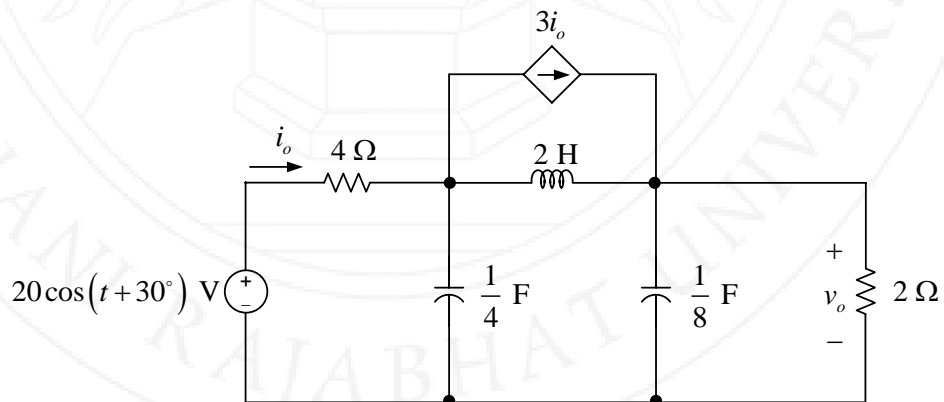
รูปที่ 9.107 วงจรวจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (40) (Alexander & Sadiku, 2009)

(41) จากวงจรในรูปที่ 9.108 จงคำนวณหาวงจรมูลเทเวนินและนอร์ตันระหว่างขั้ว $a-b$



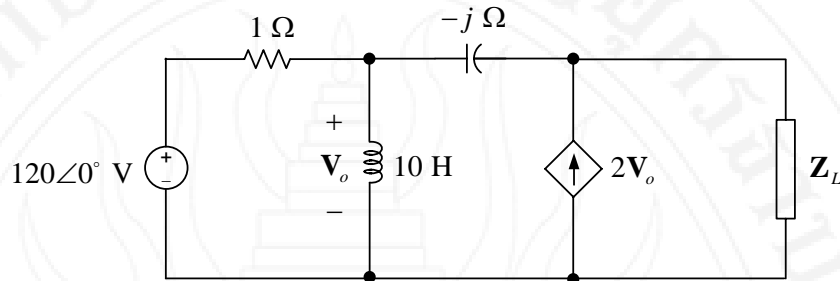
รูปที่ 9.108 วงจรวจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (41) (Alexander & Sadiku, 2009)

(42) จากวงจรในรูปที่ 9.109 จงประยุกต์ใช้ทฤษฎีบทนอร์ตันคำนวณหา i_o



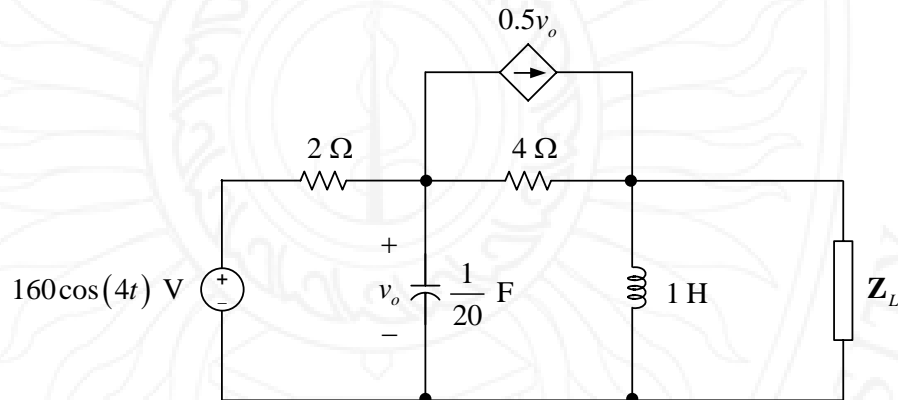
รูปที่ 9.109 วงจรวจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (42) (Alexander & Sadiku, 2009)

(43) จากวงจรในรูปที่ 9.110 อิมพีแดนซ์โหลด Z_L จะได้รับกำลังสูงสุดเมื่อ $Z_L = Z_{Th}^*$ (สังยุคเชิงซ้อนของ Z_{Th}) จงคำนวณหาค่าอิมพีแดนซ์โหลดดังกล่าวนี้



รูปที่ 9.110 วงจรวงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (43) (Alexander & Sadiku, 2009)

(44) จากวงจรในรูปที่ 9.111 อิมพีแดนซ์โหลด Z_L จะได้รับกำลังสูงสุดเมื่อ $Z_L = Z_{Th}^*$ (สังยุคเชิงซ้อนของ Z_{Th}) จงคำนวณหาค่าอิมพีแดนซ์โหลดดังกล่าวนี้



รูปที่ 9.111 วงจรวงจรสำหรับแบบฝึกหัดข้อ (44)

9.9 เอกสารอ้างอิง

- Alexander, C. K., & Sadiku, M. N. O. (2004). *Fundamentals of electric circuits* (2nd ed.). Boston: McGraw-Hill.
- Alexander, C. K., & Sadiku, M. N. O. (2009). *Fundamentals of electric circuits* (4 ed.). New York: McGraw-Hill.
- Boylestad, R. L. (2002). *Introductory Circuit Analysis* (10 ed.). Upper Saddle River, N.J.: Prentice Hall.

- Casio Electronics Co. Ltd. fx-82MS, fx-83MS, fx-85MS, fx-270MS, fx-300MS, fx-350MS User's Guide. from http://support.casio.com/pdf/004/GY300_Dtype_E.pdf
- Franco, S. (1995). *Electric Circuits Fundamentals*. Florida: Saunders College Publishing.
- Hayt, W. H., Jr., Kemmerly, J. E., Jr., & Durbin, S. M. (2007). *Engineering Circuit Analysis* (7 ed.). New York: McGraw-Hill.
- Karris, S. T. (2009). *Circuit Analysis I with MATLAB® Computing and Simulink® / SimPowerSystems® Modeling*. California: Orchard Publications.
- Nilsson, J. W., & Riedel, S. A. (2008). *Electric Circuits* (8 ed.). Upper Saddle River, NJ: Pearson Education, Inc.
- Nilsson, J. W., & Riedel, S. A. (2011). *Electric Circuits* (9 ed.). Upper Saddle River, N.J.: Prentice Hall.
- O'Malley, J. (1992). *Theory and problems of basic circuit analysis* (2 ed.). New York: McGraw-Hill.

แผนบริหารการสอนประจำบทที่ 10 วงจรเชื่อมต่อแม่เหล็กและหม้อแปลง

หัวข้อเนื้อหา

- 1) บทนำ
- 2) ความเหนี่ยวนำร่วม
- 3) การวิเคราะห์พลังงานในวงจรเชื่อมต่อ
- 4) หม้อแปลงเชิงเส้น
- 5) หม้อแปลงอุดมคติ
- 6) การประยุกต์ใช้งานหม้อแปลง
- 7) บทสรุป
- 8) เอกสารอ้างอิง

วัตถุประสงค์เชิงพฤติกรรม

- 1) อธิบายหลักการเกิดความเหนี่ยวนำร่วม ความเหนี่ยวนำตัวเอง พร้อมทั้งวิเคราะห์หากระแส แรงดัน และพลังงานในวงจรเชื่อมต่อได้
- 2) อธิบายสัญลักษณ์และลักษณะเฉพาะของหม้อแปลงเชิงเส้น หม้อแปลงอุดมคติ พร้อมทั้งวิเคราะห์วงจรที่มีหม้อแปลงอุดมคติเป็นองค์ประกอบได้
- 3) สามารถยกตัวอย่างการประยุกต์ใช้หม้อแปลงในวงจรอิเล็กทรอนิกส์และระบบไฟฟ้ากำลังได้

วิธีสอนและกิจกรรม

- 1) แนะนำเข้าสู่บทเรียน อธิบายเกี่ยวกับความเหนี่ยวนำร่วม ความเหนี่ยวนำตัวเอง พลังงานในวงจรเชื่อมต่อ สัญนิมคตท สัญลักษณ์ของหม้อแปลงเชิงเส้น และหม้อแปลงอุดมคติ ด้วยการอธิบายบนกระดานหน้าชั้นเรียน ประกอบกับการนำเสนอด้วยแผ่นภาพเลื่อน แผ่นใส รูปภาพ แผนภูมิ หรือวีดิทัศน์ พร้อมทั้งแสดงตัวอย่างวิธีคิดหรือขั้นตอนการคำนวณบนหน้ากระดาน หรือจอภาพหน้าชั้นเรียน
- 2) แบ่งนักศึกษาออกเป็น 5 กลุ่ม มอบหมายให้แต่ละกลุ่มศึกษาอุปกรณ์ วีดิทัศน์ รูปภาพ บทนิยาม และสมการ พร้อมทั้งแลกเปลี่ยนความคิดเห็น อภิปราย หรือร่วมมือกันคำนวณปริมาณทางไฟฟ้าด้วยขั้นตอนที่เหมาะสม แต่งตั้งตัวแทนกลุ่มนำเสนอผลการศึกษาด้วยวาจา และตอบข้อซักถามของเพื่อนร่วมห้องหน้าชั้นเรียน

3) เปิดโอกาสให้นักศึกษาร่วมอภิปรายเนื้อหา ผลการคิด หรือการคำนวณ สอบถามข้อสงสัย พร้อมทั้งตอบข้อซักถามและสรุปผลโดยอาจารย์ผู้สอน

4) คัดเลือกโจทย์ปัญหาที่เหมาะสม มอบหมายให้นักศึกษาไปฝึกหัดแก้โจทย์ปัญหาโจทย์นอกห้องเรียน และส่งรายงานผลการศึกษาหรือคำนวณแก่อาจารย์ผู้สอนในการเรียนครั้งถัดไป

สื่อการเรียนการสอน

- 1) เอกสารประกอบการสอน
- 2) ตำราภาษาไทยและภาษาอังกฤษ
- 3) โปรแกรม MATLAB PSIM หรือ Proteus
- 4) คอมพิวเตอร์

การวัดผลและการประเมินผล

การวัดผล

- 1) จากการเข้าเรียนตรงต่อเวลา
- 2) จากการสังเกตการเข้าร่วมกิจกรรมกลุ่ม
- 3) จากการถาม-ตอบ
- 4) จากผลการทำแบบฝึกหัดท้ายบท หรือโจทย์ปัญหาที่ได้รับมอบหมาย

การประเมินผล

- 1) ทำกิจกรรมกลุ่มเสร็จตามเวลาที่กำหนด
- 2) ทำแบบฝึกหัดท้ายบท หรือโจทย์ปัญหาที่ได้รับมอบหมายด้วยตนเอง และมีความถูกต้องไม่น้อยกว่า 80%

บทที่ 10

วงจรเชื่อมต่อทางแม่เหล็กและหม้อแปลง

10.1 บทนำ

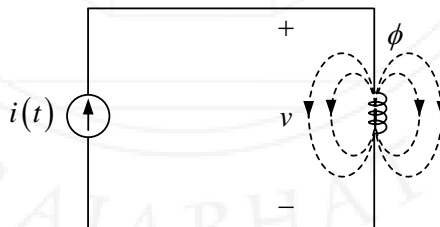
เนื้อหาในบทที่ 1-9 กล่าวถึงวงจรที่มีการเชื่อมต่อกันผ่านการไหลของกระแส วงจรที่อยู่ข้างเคียงกัน จะส่งผลกระทบระหว่างกันก็ต่อเมื่อ กระแสไฟฟ้าของแต่ละวงจรสามารถไหลถึงกันได้เท่านั้น กรณีที่วงจรของวงจรไม่มีกระแสไหลถึงกัน แต่สามารถส่งผลกระทบต่อองค์ประกอบในวงจรอื่นได้ โดยอาศัยสนามแม่เหล็กที่เกิดขึ้นในองค์ประกอบ การเชื่อมต่อที่มีลักษณะเฉพาะแบบนี้มีชื่อเรียกว่า การเชื่อมต่อทางแม่เหล็ก หม้อแปลงเป็นองค์ประกอบทางไฟฟ้าที่มีความสำคัญอย่างยิ่ง ทั้งต่อวงจรอิเล็กทรอนิกส์ และระบบไฟฟ้ากำลัง มีพื้นฐานทฤษฎีมาจากวงจรเชื่อมต่อทางแม่เหล็ก เพื่อลดความซับซ้อนของเนื้อหาและสมการที่เกี่ยวข้อง เนื้อหาที่กล่าวถึงในบทนี้จึงกำหนดให้เป็นทฤษฎีและสมการของจำลองแบบอุดมคติ ลักษณะการคำนวณในบทนี้ที่แตกต่างไปจากบทที่ 9 อย่างชัดเจนคือ การหารและคูณจำนวนเชิงซ้อนในรูปแบบเชิงตั้งฉาก เพื่อเป็นทางเลือกในการคำนวณสำหรับผู้ที่ไม่ต้องการคูณหรือหารจำนวนเชิงซ้อนในรูปแบบเชิงชี้

10.2 ความเหนี่ยวนำร่วม

พิจารณาตัวเหนี่ยวนำที่มีจำนวนรอบของขดลวดเท่ากับ N กระแสไหลผ่าน i และฟลักซ์แม่เหล็ก ϕ เกิดขึ้นรอบ ๆ ตัวเหนี่ยวนำ ดังแสดงในรูปที่ 10.1 แรงดันตกคร่อมตัวเหนี่ยวนำมีค่าดังสมการที่ (10.1)

$$v = N \frac{d\phi}{dt} \quad (10.1)$$

เมื่อ	N	คือ	จำนวนรอบของขดลวด
	ϕ	คือ	ฟลักซ์แม่เหล็ก (Wb, เวเบอร์)



รูปที่ 10.1 ฟลักซ์แม่เหล็กเกิดขึ้นรอบตัวเหนี่ยวนำที่มีกระแสไหลผ่าน (Alexander & Sadiku, 2009)

จากกฎลูกโซ่ของสมการเชิงอนุพันธ์ สามารถเขียนสมการที่ (10.1) ในรูปแบบใหม่ได้ดังนี้

$$v = N \frac{d\phi}{di} \frac{di}{dt} = L \frac{di}{dt} \quad (10.2)$$

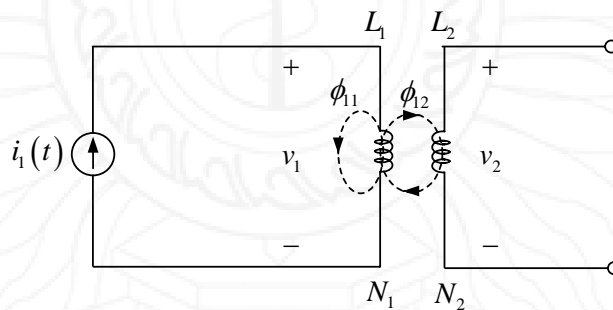
จากสมการที่ (10.2) แสดงว่าสมการคำนวณความเหนี่ยวนำของขดลวดคือ

$$L = N \frac{d\phi}{di} \quad (10.3)$$

ความเหนี่ยวนำในสมการที่ (10.3) มีชื่อเรียกว่า ความเหนี่ยวนำตัวเอง (Alexander & Sadiku, 2009)

พิจารณาขดลวดหรือตัวเหนี่ยวนำสองตัวที่อยู่ใกล้กัน ดังแสดงในรูปที่ 10.2 สมมติให้ตัวเหนี่ยวนำ 2 ไม่มีกระแสไหลผ่าน ฟลักซ์แม่เหล็กที่เกิดจากขดลวดที่ 1 มีองค์ประกอบสองส่วนคือ ฟลักซ์แม่เหล็กที่เชื่อมโยงขดลวดที่ 1 (ϕ_{11}) และฟลักซ์แม่เหล็กที่เชื่อมโยงขดลวดที่ 1 และ 2 (ϕ_{12}) ซึ่งสามารถเขียนเป็นนิพจน์ได้ดังสมการที่ (10.4)

$$\phi_1 = \phi_{11} + \phi_{12} \quad (10.4)$$



รูปที่ 10.2 ความเหนี่ยวนำร่วม M_{21} ของขดลวดที่ 2 เปรียบเทียบกับขดลวดที่ 1 (Alexander & Sadiku, 2009)

แม้ว่าขดลวดที่ 1 และขดลวดที่ 2 แยกจากกันในทางกายภาพ แต่มีการเชื่อมต่อกันทางแม่เหล็ก แรงดันเหนี่ยวนำที่ขดลวดที่ 1 ซึ่งเป็นผลมาจากฟลักซ์แม่เหล็ก ϕ_1 คือ

$$v_1 = N_1 \frac{d\phi_1}{dt} = N_1 \frac{d\phi_1}{di_1} \frac{di_1}{dt} = L_1 \frac{di_1}{dt} \quad (10.5)$$

แรงดันเหนี่ยวนำที่ขดลวดที่ 2 ซึ่งเป็นผลมาจากฟลักซ์แม่เหล็ก ϕ_2 คือ

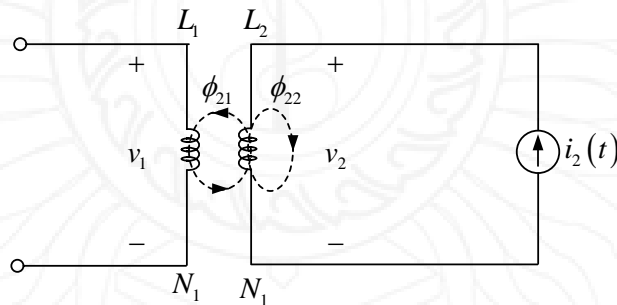
$$v_2 = N_2 \frac{d\phi_2}{dt} = N_2 \frac{d\phi_2}{di_1} \frac{di_1}{dt} = M_{21} \frac{di_1}{dt} \tag{10.6}$$

M_{21} มีชื่อเรียกว่า ความเหนี่ยวนำร่วม ของขดลวดที่ 2 อ้างอิงกับขดลวดที่ 1 แรงดันเปิดวงจรที่ขดลวดที่ 2 มีค่าดังสมการที่ (10.7)

$$v_2 = M_{21} \frac{di_1}{dt} \tag{10.7}$$

กำหนดให้ขดลวดที่ 2 มีกระแสไหลผ่าน ในขณะที่ขดลวดที่ 1 เปิดวงจร ดังแสดงในรูปที่ 10.3 ฟลักซ์แม่เหล็กที่เกิดจากขดลวดที่ 2 มีองค์ประกอบสองส่วนคือ ฟลักซ์แม่เหล็กที่เชื่อมโยงขดลวดที่ 2 (ϕ_{22}) และฟลักซ์แม่เหล็กที่เชื่อมโยงขดลวดที่ 2 และ 1 (ϕ_{21}) ซึ่งสามารถเขียนเป็นนิพจน์ได้ดังสมการที่ (10.8)

$$\phi_2 = \phi_{21} + \phi_{22} \tag{10.8}$$



รูปที่ 10.3 ความเหนี่ยวนำร่วม M_{12} ของขดลวดที่ 1 เปรียบเทียบกับขดลวดที่ 2 (Alexander & Sadiku, 2009)

แรงดันเหนี่ยวนำที่ขดลวดที่ 2 ซึ่งเป็นผลมาจากฟลักซ์แม่เหล็ก ϕ_2 คือ

$$v_2 = N_2 \frac{d\phi_2}{dt} = N_2 \frac{d\phi_2}{di_2} \frac{di_2}{dt} = L_2 \frac{di_2}{dt} \tag{10.9}$$

แรงดันเหนี่ยวนำที่ขดลวดที่ 1 ซึ่งเป็นผลมาจากฟลักซ์แม่เหล็ก ϕ_{21} คือ

$$v_1 = N_1 \frac{d\phi_{21}}{dt} = N_1 \frac{d\phi_{21}}{di_2} \frac{di_2}{dt} = M_{12} \frac{di_2}{dt} \quad (10.10)$$

M_{12} มีชื่อเรียกว่า ความเหนี่ยวนำร่วม ของขดลวดที่ 1 อ้างอิงกับขดลวดที่ 2 (Alexander & Sadiku, 2009) แรงดันเปิดวงจรที่ขดลวดที่ 1 มีค่าดังสมการที่ (10.11)

$$v_1 = M_{12} \frac{di_2}{dt} \quad (10.11)$$

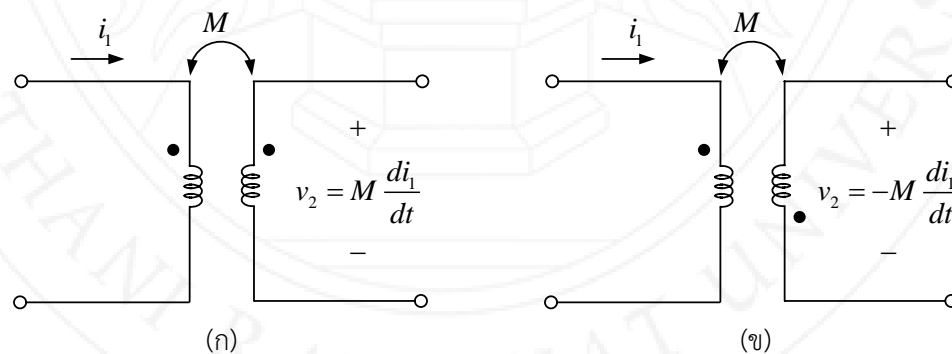
จากสมการที่กล่าวถึงข้างต้น สามารถสรุปบทนิยามสำหรับความเหนี่ยวนำร่วมได้ดังนี้ (Alexander & Sadiku, 2009)

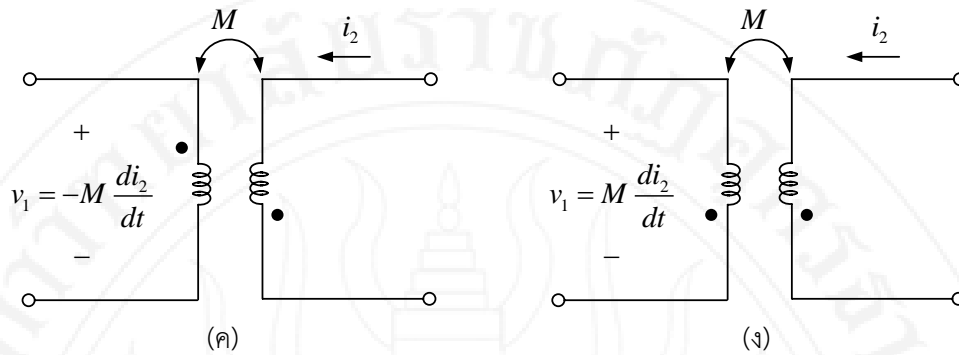
ความเหนี่ยวนำร่วม คือ ความสามารถของตัวเหนี่ยวนำในการเหนี่ยวนำให้เกิดแรงดันตกคร่อมตัวเหนี่ยวนำที่อยู่ใกล้เคียง มีหน่วยวัดเป็น เฮนรี่ (H)

เพื่อความสะดวกในการระบุรายละเอียดโครงสร้างของขดลวดและการวิเคราะห์วงจร จึงต้องมีการประยุกต์ใช้สัญลักษณ์คอต ซึ่งมียรายละเอียดดังนี้ (Alexander & Sadiku, 2009)

สัญลักษณ์คอต ระบุไว้ว่า ถ้ากระแสไหลเข้าคอตของขดลวดที่ 1 ขั้วบวกของแรงดันร่วมที่ตกคร่อมขดลวดที่ 2 จะอยู่ที่ตำแหน่งคอตของขดลวดที่ 2

การระบุขั้วของแรงดันโดยอ้างอิงตามสัญลักษณ์คอต แสดงในรูปที่ 10.4



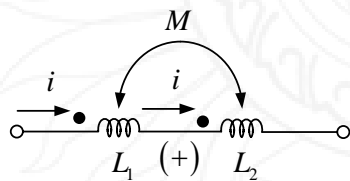


รูปที่ 10.4 การกำหนดขั้วแรงดันร่วมด้วยสัญญาณยืมคอต (Alexander & Sadiku, 2009)

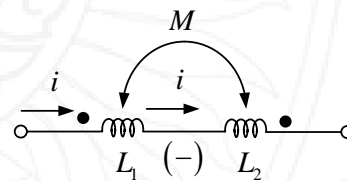
กำหนดให้ $M_{12} = M_{21} = M$ ความเหนี่ยวนำสมมูลของขดลวดเชื่อมต่ออนุกรมที่ต่อกันแบบเสริม ดังแสดงในรูปที่ 10.5-(ก) สามารถคำนวณหาได้จากสมการที่ (10.12) ในขณะที่ความเหนี่ยวนำสมมูลของขดลวดเชื่อมต่ออนุกรมที่ต่อกันแบบหักล้าง ดังแสดงในรูปที่ 10.5-(ข) สามารถคำนวณหาได้จากสมการที่ (10.13)

$$L_{eq} = L_1 + L_2 + 2M \tag{10.12}$$

$$L_{eq} = L_1 + L_2 - 2M \tag{10.13}$$



(ก) การต่อแบบเสริม



(ข) การต่อแบบหักล้าง

รูปที่ 10.5 การต่อขดลวดเชื่อมต่อแบบอนุกรม (Alexander & Sadiku, 2009)

พิจารณาวงจรที่มีขดลวดเชื่อมต่อในโดเมนดังแสดงในรูปที่ 10.6-(ก) และโดเมนความถี่ดังแสดงในรูปที่ 10.6-(ข) การวิเคราะห์ห้วงจรที่มีขดลวดเชื่อมต่อ แตกต่างจากขั้นตอนและวิธีการที่เคยกล่าวถึงในบทที่ 9 คือ ต้องพิจารณาวงจรประกอบที่เป็นความเหนี่ยวนำคู่ควบ ดังตัวอย่างต่อไปนี้

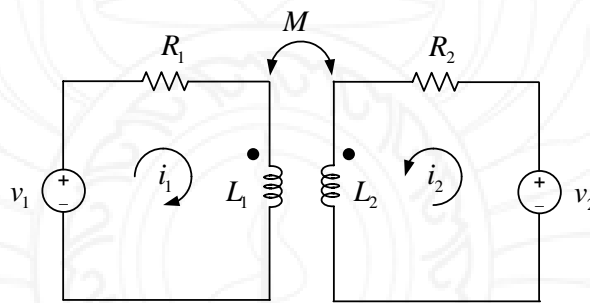
พิจารณารูปที่ 10.6-(ข) สมการตามกฎแรงดันของเคอร์ชอฟฟ์ในโดเมนเวลา สำหรับเมฆ i_1 และ i_2 ตามลำดับคือ

$$\begin{aligned} R_1 i_1 + L_1 \frac{di_1}{dt} + M \frac{di_2}{dt} &= v_1 \\ M \frac{di_1}{dt} + R_2 i_2 + L_2 \frac{di_2}{dt} &= v_2 \end{aligned} \quad (10.14)$$

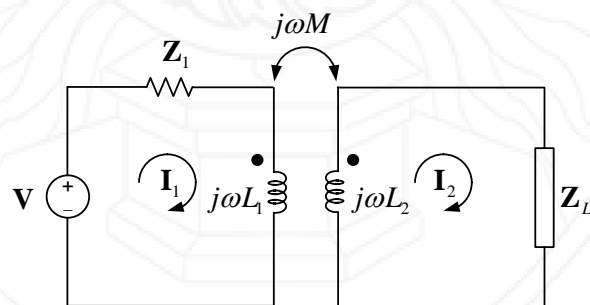
รูปแบบของสมการที่ (10.14) ในโดเมนความถี่คือ

$$\begin{aligned} (R_1 + j\omega L_1) \mathbf{I}_1 + j\omega M \mathbf{I}_2 &= \mathbf{V}_1 \\ j\omega M \mathbf{I}_1 + (R_2 + j\omega L_2) \mathbf{I}_2 &= \mathbf{V}_2 \end{aligned} \quad (10.15)$$

สมการที่ (10.15) สามารถนำไปวิเคราะห์หาผลเฉลยสำหรับ \mathbf{I}_1 และ \mathbf{I}_2 โดยใช้ระเบียบวิธีที่นิยมใช้กันโดยทั่วไป เช่น หลักเกณฑ์คราเมอร์ การกำจัดแบบเกาส์เซียน เป็นต้น



(ก) โดเมนเวลา

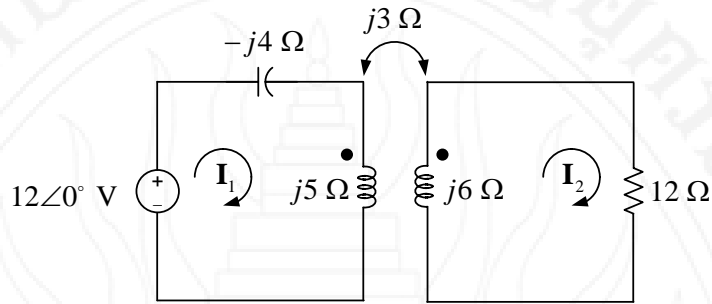


(ข) โดเมนความถี่

รูปที่ 10.6 วงจรที่มีขดลวดเชื่อมต่อ (Alexander & Sadiku, 2009)

ตัวอย่างที่ 10.1

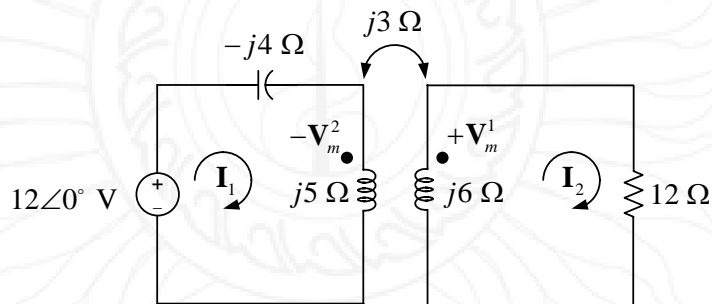
จากวงจรในรูปที่ 10.7 จงวิเคราะห์หาค่า I_1 และ I_2



รูปที่ 10.7 วงจรสำหรับตัวอย่างที่ 10.1 (Alexander & Sadiku, 2009)

วิธีทำ

เมื่ออ้างอิงกับสัญญาณตอท สามารถระบุแรงดันตกคร่อมอิมพีแดนซ์ร่วมได้ดังแสดงในรูปที่ 10.8 กำหนดให้ V_m^1 คือแรงดันร่วมเนื่องจาก I_1 และ V_m^2 คือแรงดันร่วมเนื่องจาก I_2



รูปที่ 10.8 การระบุขั้วแรงดันร่วมในวงจร

สมการตามกฎแรงดันของเคอร์ชอฟฟ์สำหรับเมฆ I_1 คือ

$$\begin{aligned} -12\angle 0^\circ + (j5 - j4)I_1 - V_m^2 &= 0 \\ jI_1 - j3I_2 &= 12\angle 0^\circ \end{aligned} \tag{10.16}$$

สมการตามกฎแรงดันของเคอร์ชอฟฟ์สำหรับเมช \mathbf{I}_2 คือ

$$\begin{aligned}(12 + j6)\mathbf{I}_2 - \mathbf{V}_m^1 &= 0 \\ -j3\mathbf{I}_1 + (12 + j6)\mathbf{I}_2 &= 0 \\ -j\mathbf{I}_1 + (4 + j2)\mathbf{I}_2 &= 0\end{aligned}\quad (10.17)$$

เขียนสมการที่ (10.16) - (10.17) ให้อยู่ในรูปของเมทริกซ์ จะได้

$$\begin{bmatrix} j & -j3 \\ -j & 4 + j2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I}_1 \\ \mathbf{I}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 12\angle 0^\circ \\ 0 \end{bmatrix}\quad (10.18)$$

กำหนดให้

$$\begin{aligned}\Delta &= \begin{vmatrix} j & -j3 \\ -j & 4 + j2 \end{vmatrix} \\ &= j(4 + j2) - (-j)(-j3) \\ &= (1\angle 90^\circ)(4.47\angle 26.57^\circ) - (1\angle -90^\circ)(3\angle -90^\circ) \\ &= 4.47\angle 116.57^\circ - 3\angle -180^\circ \\ &= -2 + j4 + 3 \\ &= 4.12\angle 75.96^\circ\end{aligned}\quad (10.19)$$

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} 12 & -j3 \\ 0 & 4 + j2 \end{vmatrix} = 12(4 + j2) = (12\angle 0^\circ)(4.47\angle 26.57^\circ) = 53.64\angle 26.57^\circ\quad (10.20)$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} j & 12 \\ -j & 0 \end{vmatrix} = -(-j)(12) = j12 = 12\angle 90^\circ\quad (10.21)$$

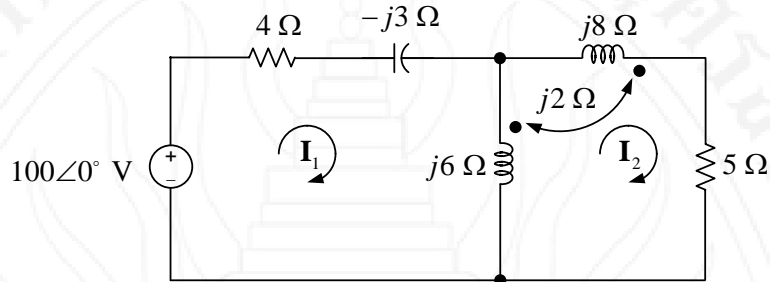
ผลเฉลยสำหรับ \mathbf{I}_1 และ \mathbf{I}_2 คือ

$$\mathbf{I}_1 = \frac{\Delta_1}{\Delta} = \frac{53.64\angle 26.57^\circ}{4.12\angle 75.96^\circ} = 13.02\angle -49.39^\circ \text{ A} \quad \text{ตอบ}$$

$$\mathbf{I}_2 = \frac{\Delta_2}{\Delta} = \frac{12\angle 90^\circ}{4.12\angle 75.96^\circ} = 2.91\angle 14.04^\circ \text{ A} \quad \text{ตอบ}$$

ตัวอย่างที่ 10.2

จากวงจรในรูปที่ 10.9 จงวิเคราะห์หาค่า I_1 และ I_2

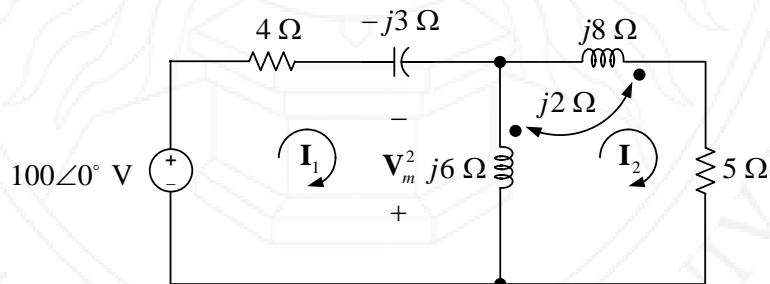


รูปที่ 10.9 วงจรสำหรับตัวอย่างที่ 10.2 (Alexander & Sadiku, 2009)

วิธีทำ

พิจารณาที่เมช I_1 เนื่องจาก I_2 ไหลออกจากตอของ $j8 \Omega$ ดังนั้น แรงดันร่วมอันเนื่องมาจาก I_2 จึงมีขั้ว - ที่ตอของ $j6 \Omega$ ดังแสดงในรูปที่ 10.10 สมการตามกฎแรงดันของเคอร์ชอฟฟ์สำหรับเมช I_1 คือ

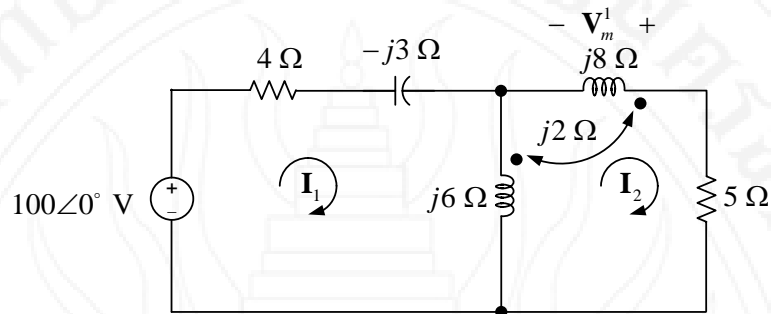
$$\begin{aligned} -100\angle 0^\circ + (4 - j3 + j6)I_1 - j6I_2 - V_m^2 &= 0 \\ (4 + j3)I_1 - j6I_2 - j2I_2 &= 100\angle 0^\circ \\ (4 + j3)I_1 - j8I_2 &= 100\angle 0^\circ \end{aligned} \tag{10.22}$$



รูปที่ 10.10 การระบุขั้วแรงดันร่วมในวงจรอันเนื่องมาจาก I_2

พิจารณาที่เมช I_2 เนื่องจาก I_1 ไหลเข้าตอของ $j6 \Omega$ ดังนั้น แรงดันร่วมอันเนื่องมาจาก I_1 จึงมีขั้ว + ที่ตอของ $j8 \Omega$ ดังแสดงในรูปที่ 10.11 เนื่องจากการวนรอบตามทิศทางกระแสเมช I_2 ส่งผลให้อิมพีแดนซ์เชื่อมต่อ $j6 \Omega$ และ $j8 \Omega$ ต่ออนุกรมแบบเสริม อิมพีแดนซ์สมมูลจึงมีค่าเท่ากับ

$$\mathbf{Z}_{eq} = \mathbf{Z}_1 + \mathbf{Z}_2 + 2\mathbf{Z}_m = j6 + j8 + 2(j2) = j18 \Omega \quad (10.23)$$



รูปที่ 10.11 การระบุชั่วแรงแรงดันร่วมในวงจรอันเนื่องมาจาก \mathbf{I}_1

ดังนั้น สมการตามกฎแรงดันของเคอร์ชอฟฟ์สำหรับเมช \mathbf{I}_2 คือ

$$\begin{aligned} -j6\mathbf{I}_1 + (\mathbf{Z}_{eq} + 5)\mathbf{I}_2 - \mathbf{V}_m^1 &= 0 \\ -j6\mathbf{I}_1 + (j18 + 5)\mathbf{I}_2 - j2\mathbf{I}_1 &= 0 \\ -j8\mathbf{I}_1 + (5 + j18)\mathbf{I}_2 &= 0 \end{aligned} \quad (10.24)$$

เขียนสมการที่ (10.22) - (10.24) ให้อยู่ในรูปของเมทริกซ์ จะได้

$$\begin{bmatrix} 4 + j3 & -j8 \\ -j8 & 5 + j18 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I}_1 \\ \mathbf{I}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 100\angle 0^\circ \\ 0 \end{bmatrix} \quad (10.25)$$

กำหนดให้

$$\begin{aligned} \Delta &= \begin{vmatrix} 4 + j3 & -j8 \\ -j8 & 5 + j18 \end{vmatrix} \\ &= (4 + j3)(5 + j18) - (-j8)(-j8) \\ &= (5\angle 36.87^\circ)(18.68\angle 74.48^\circ) - (8\angle -90^\circ)(8\angle -90^\circ) \\ &= -34 + j86.99 + 64 \\ &= 92\angle 70.97^\circ \end{aligned} \quad (10.26)$$

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} 100 & -j8 \\ 0 & 5 + j18 \end{vmatrix} = 100(5 + j18) = 500 + j1800 = 1868.2\angle 74.48^\circ \quad (10.27)$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} 4 + j3 & 100 \\ -j8 & 0 \end{vmatrix} = -(-j8)(100) = j800 = 800 \angle 90^\circ \quad (10.28)$$

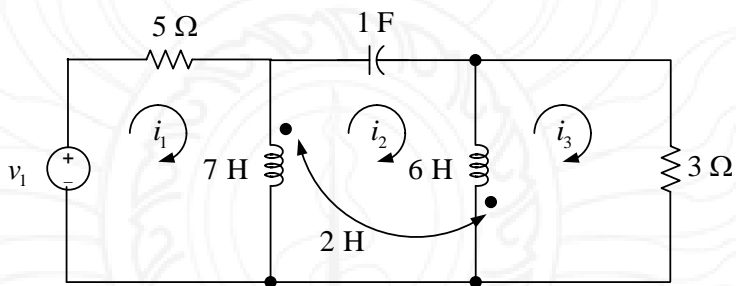
ผลเฉลยสำหรับ I_1 และ I_2 คือ

$$I_1 = \frac{\Delta_1}{\Delta} = \frac{1868.2 \angle 74.48^\circ}{92 \angle 70.97^\circ} = 20.31 \angle 3.51^\circ \text{ A} \quad \text{ตอบ}$$

$$I_2 = \frac{\Delta_2}{\Delta} = \frac{800 \angle 90^\circ}{92 \angle 70.97^\circ} = 8.70 \angle 19^\circ \text{ A} \quad \text{ตอบ}$$

ตัวอย่างที่ 10.3

จากวงจรในรูปที่ 10.9 จงวิเคราะห์หาสมการหลายชั้นของกระแสเมช

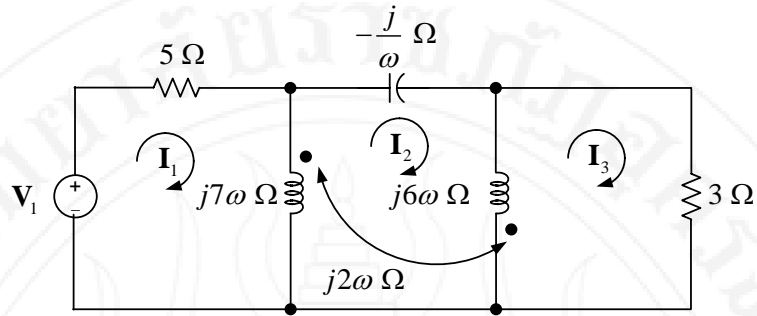


รูปที่ 10.12 วงจรสำหรับตัวอย่างที่ 10.2 (Hayt, Kemmerly, & Durbin, 2007)

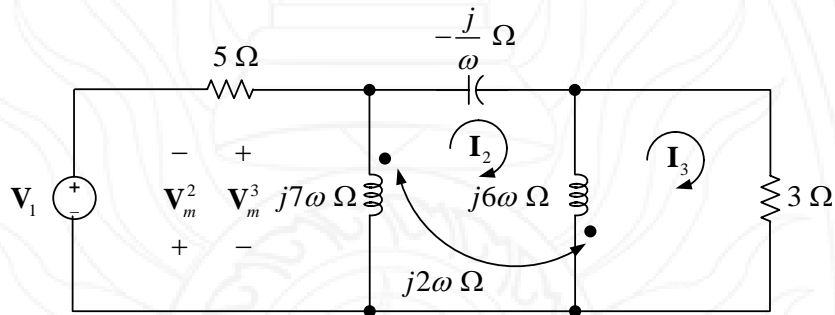
วิธีทำ

เปลี่ยนวงจรให้เป็นพารามิเตอร์ในโดเมนความถี่ ดังแสดงในรูปที่ 10.13 พิจารณารูปที่ 10.14 เนื่องจาก I_2 ไหลออกจากคอตของ $j6\omega \Omega$ ดังนั้น แรงดันร่วมอันเนื่องมาจาก I_2 จึงมีขั้ว - ที่คอตของ $j7\omega \Omega$ ในขณะที่ I_3 ไหลเข้าคอตของ $j6\omega \Omega$ ดังนั้น แรงดันร่วมอันเนื่องมาจาก I_3 จึงมีขั้ว + ที่คอตของ $j7\omega \Omega$ ดังนั้น สมการตามกฎแรงดันของเคอร์ชอฟฟ์สำหรับเมช I_1 คือ

$$\begin{aligned} -V_1 + (5 + j7\omega)I_1 - j7\omega I_2 - V_m^2 + V_m^3 &= 0 \\ (5 + j7\omega)I_1 - j7\omega I_2 - j2\omega I_2 + j2\omega I_3 &= V_1 \\ (5 + j7\omega)I_1 - j9\omega I_2 + j2\omega I_3 &= V_1 \end{aligned} \quad (10.29)$$



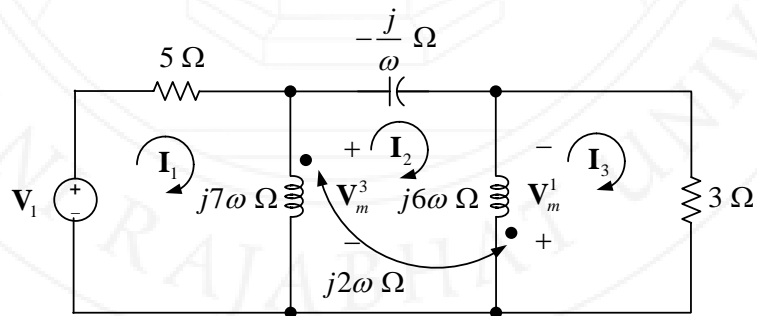
รูปที่ 10.13 วงจรในโดเมนความถี่



รูปที่ 10.14 การระบุชั่วแรงดันร่วมในวงจรอันเนื่องมาจาก I_2 และ I_3

พิจารณาวงจรในรูปที่ 10.15 ที่เมฆ I_2 เนื่องจาก I_1 ไหลเข้าต่อทของ $j7\omega \Omega$ ดังนั้น แรงดันร่วมอันเนื่องมาจาก I_1 จึงมีขั้ว + ที่ต่อทของ $j6\omega \Omega$ ในขณะที่ I_3 ไหลเข้าต่อทของ $j6\omega \Omega$ ดังนั้นแรงดันร่วมอันเนื่องมาจาก I_3 จึงมีขั้ว + ที่ต่อทของ $j7\omega \Omega$ และเนื่องจากการวนรอบตามทิศทางของกระแสเมฆ I_2 ส่งผลให้อิมพีแดนซ์เชื่อมต่อ $j7\omega \Omega$ และ $j6\omega \Omega$ ต่ออนุกรมแบบเสริมอิมพีแดนซ์สมมูลจึงมีค่าเท่ากับ

$$Z_{eq} = Z_1 + Z_2 + 2Z_m = j7\omega + j6\omega + 2(j2\omega) = j17\omega \Omega \quad (10.30)$$



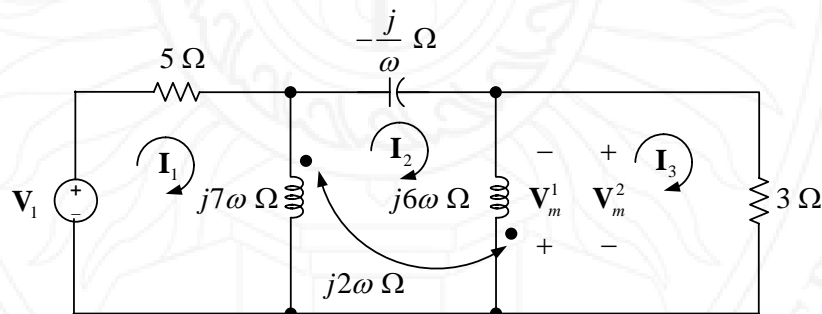
รูปที่ 10.15 การระบุชั่วแรงดันร่วมในวงจรอันเนื่องมาจาก I_1 และ I_3

ดังนั้น สมการตามกฎแรงดันของเคอร์ชอฟฟ์สำหรับเมช \mathbf{I}_2 คือ

$$\begin{aligned}
 -j7\omega\mathbf{I}_1 + \left(\mathbf{Z}_{eq} - \frac{j}{\omega}\right)\mathbf{I}_2 - j6\omega\mathbf{I}_3 - \mathbf{V}_m^1 - \mathbf{V}_m^3 &= 0 \\
 -j7\omega\mathbf{I}_1 + \left(j17\omega - \frac{j}{\omega}\right)\mathbf{I}_2 - j6\omega\mathbf{I}_3 - j2\omega\mathbf{I}_1 - j2\omega\mathbf{I}_3 &= 0 \\
 -j9\omega\mathbf{I}_1 + \left(j17\omega - \frac{j}{\omega}\right)\mathbf{I}_2 - j8\omega\mathbf{I}_3 &= 0 \\
 -j9\omega^2\mathbf{I}_1 + j(17\omega^2 - 1)\mathbf{I}_2 - j8\omega^2\mathbf{I}_3 &= 0
 \end{aligned} \tag{10.31}$$

พิจารณาวงจรในรูปที่ 10.16 ที่เมช \mathbf{I}_3 กระแส \mathbf{I}_1 ไหลเข้าตอของ $j7\omega \Omega$ ดังนั้น แรงดันร่วมอันเนื่องมาจาก \mathbf{I}_1 จึงมีขั้ว + ที่ตอของ $j6\omega \Omega$ ในขณะที่ \mathbf{I}_2 ไหลออกจากตอของ $j7\omega \Omega$ ดังนั้น แรงดันร่วมอันเนื่องมาจาก \mathbf{I}_2 จึงมีขั้ว - ที่ตอของ $j6\omega \Omega$ ดังนั้น สมการตามกฎแรงดันของเคอร์ชอฟฟ์สำหรับเมช \mathbf{I}_3 คือ

$$\begin{aligned}
 -j6\omega\mathbf{I}_2 + (j6\omega + 3)\mathbf{I}_3 + \mathbf{V}_m^1 - \mathbf{V}_m^2 &= 0 \\
 -j6\omega\mathbf{I}_2 + (3 + j6\omega)\mathbf{I}_3 + j2\omega\mathbf{I}_1 - j2\omega\mathbf{I}_2 &= 0 \\
 j2\omega\mathbf{I}_1 - j8\omega\mathbf{I}_2 + (3 + j6\omega)\mathbf{I}_3 &= 0
 \end{aligned} \tag{10.32}$$



รูปที่ 10.16 การระบุขั้วแรงดันร่วมในวงจรอันเนื่องมาจาก \mathbf{I}_1 และ \mathbf{I}_2

เขียนสมการที่ (10.29) สมการที่ (10.31) และสมการที่ (10.32) ให้อยู่ในรูปของเมทริกซ์ จะได้

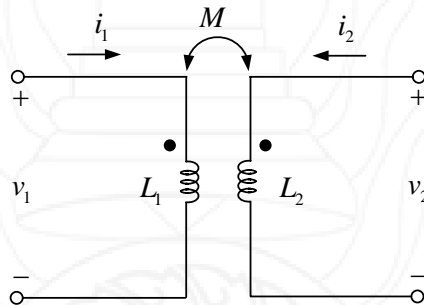
$$\begin{bmatrix} 5 + j7\omega & -j9\omega & j2\omega \\ -j9\omega^2 & j(17\omega^2 - 1) & -j8\omega^2 \\ j2\omega & -j8\omega & 3 + j6\omega \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I}_1 \\ \mathbf{I}_2 \\ \mathbf{I}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{V}_1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

ตอบ

10.3 การวิเคราะห์พลังงานในวงจรเชื่อมต่อ

พิจารณาวงจรเชื่อมต่อทางแม่เหล็กในรูปที่ 10.17 กำหนดให้สถานะเริ่มต้นของวงจรไม่ถูกจ่ายกระแส พลังงานเริ่มต้นจึงมีค่าเป็นศูนย์ กระแส i_2 มีค่าเท่ากับศูนย์ แต่กระแส i_1 ถูกปรับให้มีค่าเพิ่มขึ้นจากศูนย์จนถึงค่า I_1 สมการคำนวณกำลังที่ขดลวด 1 คือ

$$p_1 = i_1 v_1 = i_1 L_1 \frac{di_1}{dt} \quad (10.33)$$



รูปที่ 10.17 วงจรเชื่อมต่อทางแม่เหล็ก (Alexander & Sadiku, 2009)

สมการคำนวณพลังงานที่สะสมในขดลวด 1 สำหรับช่วงค่ากระแส $0 - I_1$ คือ

$$w_1 = \int p_1 dt = \int i_1 L_1 \frac{di_1}{dt} dt = L_1 \int_0^{I_1} i_1 di_1 = \frac{1}{2} L_1 I_1^2 \quad (10.34)$$

หากกำหนดให้กระแส $i_1 = I_1$ แต่กระแส i_2 ถูกปรับให้มีค่าเพิ่มขึ้นจากศูนย์จนถึงค่า I_2 แรงแดันร่วมที่ขดลวด 1 อันเนื่องมาจาก i_2 คือ $M_{12} \frac{di_2}{dt}$ ในขณะที่แรงแดันร่วมที่ขดลวด 2 มีค่าเท่ากับศูนย์ สมการคำนวณกำลังที่ขดลวด 2 คือ

$$p_2 = i_1 M_{12} \frac{di_2}{dt} + i_2 v_2 = I_1 M_{12} \frac{di_2}{dt} + i_2 L_2 \frac{di_2}{dt} \quad (10.35)$$

สมการคำนวณพลังงานที่สะสมในขดลวด 2 สำหรับช่วงค่ากระแส $0 - I_2$ คือ

$$w_2 = \int p_2 dt = I_1 M_{12} \int_0^{I_2} di_2 + L_2 \int_0^{I_2} i_2 di_2 = M_{12} I_1 I_2 + \frac{1}{2} L_2 I_2^2 \quad (10.36)$$

พลังงานสะสมรวมในขดลวด 1 และ 2 เมื่อขดลวดทั้งสองมีค่ากระแสคงที่คือ

$$w = w_1 + w_2 = \frac{1}{2}L_1I_1^2 + \frac{1}{2}L_2I_2^2 + M_{12}I_1I_2 \quad (10.37)$$

ในทางกลับกัน หากจ่ายกระแส i_2 จนถึงค่า I_2 ก่อน หลังจากนั้นจ่ายกระแส i_1 และเพิ่มค่าจนมีค่าคงที่เท่ากับ I_1 พลังงานสะสมรวมในขดลวด 1 และ 2 คือ

$$w = \frac{1}{2}L_1I_1^2 + \frac{1}{2}L_2I_2^2 + M_{21}I_1I_2 \quad (10.38)$$

เนื่องจากพลังงานในสมการที่ (10.37) และสมการที่ (10.38) ต้องมีค่าเท่ากัน ดังนั้น สามารถสรุปได้ว่า

$$M_{12} = M_{21} = M \quad (10.39)$$

หรือ

$$w = \frac{1}{2}L_1I_1^2 + \frac{1}{2}L_2I_2^2 + MI_1I_2 \quad (10.40)$$

การวิเคราะห์พลังงานในข้างต้น เป็นแบบจำลองสำหรับกรณีกรณีที่กระแสทั้งสองด้านของวงจรไหลเข้าดอท กรณีที่กระแส i_1 หรือ i_2 ค่าใดค่าหนึ่งไหลออกจากดอท จะส่งผลให้แรงดันรวมมีค่าเป็นลบ และสมการคำนวณพลังงานสะสมสำหรับกรณีนี้คือ

$$w = \frac{1}{2}L_1I_1^2 + \frac{1}{2}L_2I_2^2 - MI_1I_2 \quad (10.41)$$

เนื่องจากวงจรเชื่อมต่อทางแม่เหล็กเป็นวงจรพาสซีฟ ผลรวมของพลังงานจะต้องมีค่ามากกว่าหรือเท่ากับศูนย์ ดังนั้น

$$\begin{aligned} \frac{1}{2}L_1I_1^2 + \frac{1}{2}L_2I_2^2 - MI_1I_2 &\geq 0 \\ \frac{1}{2}(I_1\sqrt{L_1} - I_2\sqrt{L_2})^2 + I_1I_2(\sqrt{L_1L_2} - M) &\geq 0 \end{aligned} \quad (10.42)$$

ค่าผลลัพธ์จากการยกกำลังมีค่ามากกว่าหรือเท่ากับศูนย์เสมอ ส่งผลให้พจน์ด้านขวามือของสมการที่ (10.42) ต้องมีค่ามากกว่าหรือเท่ากับศูนย์ด้วย ดังนั้น สามารถเขียนได้ว่า

$$\begin{aligned}\sqrt{L_1 L_2} - M &\geq 0 \\ M &\leq \sqrt{L_1 L_2}\end{aligned}\quad (10.43)$$

จากสมการที่ (10.43) สามารถสรุปได้ว่า ความเหนี่ยวนำร่วมจะต้องมีค่าน้อยกว่าค่ามัชฌิมเรขาคณิตของความเหนี่ยวนำตัวเอง ซึ่งความสัมพันธ์ระหว่างความเหนี่ยวนำร่วมและความเหนี่ยวนำตัวเองสามารถเขียนให้อยู่ในรูปของค่าขีดจำกัดบนที่มีชื่อเรียกว่า สัมประสิทธิ์การเชื่อมต่อ (k) ดังสมการที่ (10.44)

$$k = \frac{M}{\sqrt{L_1 L_2}} \quad (10.44)$$

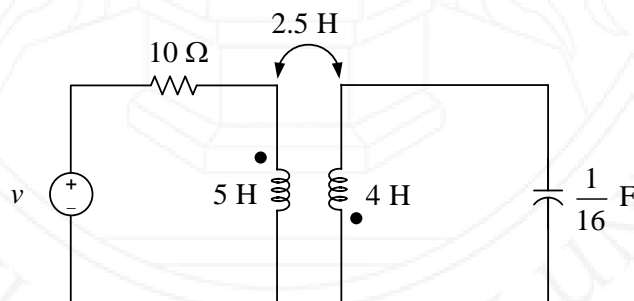
ความหมายและความสำคัญของสัมประสิทธิ์การเชื่อมต่อคือ (Alexander & Sadiku, 2009)

สัมประสิทธิ์การเชื่อมต่อ คือ ค่าที่ใช้วัดการเชื่อมต่อทางแม่เหล็กระหว่างขดลวดสองขด มีค่าอยู่ระหว่าง 0-1

เมื่อฟลักซ์ของขดลวดหนึ่งเชื่อมโยงไปสู่อีกขดลวดหนึ่งทั้งหมด ($k=1$) จะเรียกกรณีนี้ว่า การเชื่อมต่อแบบสมบูรณ์ แต่ถ้า $k < 0.5$ จะเรียกว่า การเชื่อมต่อแบบหลวม และถ้า $k > 0.5$ เรียกว่า การเชื่อมต่อแบบแน่น

ตัวอย่างที่ 10.4

จากวงจรในรูปที่ 10.18 จงคำนวณหาสัมประสิทธิ์การเชื่อมต่อ และพลังงานสะสมที่เวลา 1 s กำหนดให้ $v = 60 \cos(4t + 30^\circ)$ V



รูปที่ 10.18 วงจรสำหรับตัวอย่างที่ 10.4 (Alexander & Sadiku, 2009)

วิธีทำ

จากสมการที่ (10.44) สัมประสิทธิ์การเชื่อมต้อมีค่าเท่ากับ

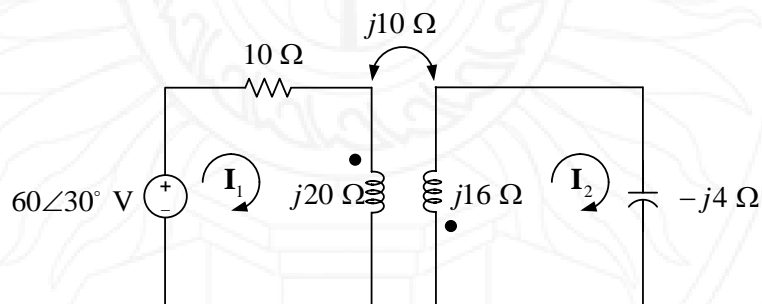
$$k = \frac{M}{\sqrt{L_1 L_2}} = \frac{2.5}{\sqrt{5 \times 4}} = 0.56$$

ตอบ

จะเห็นว่า $k > 0.5$ แสดงว่าเป็นการเชื่อมต่อแบบแน่น การคำนวณหาพลังงานสะสมในวงจร ต้องวิเคราะห์หากระแสที่ไหลในวงจรเสียก่อน เนื่องจากการวิเคราะห์จะดำเนินการในโดเมนความถี่ จึงต้องเปลี่ยนค่าพารามิเตอร์ทั้งหมดในวงจรเป็นค่าในโดเมนความถี่ ดังนี้

$$\begin{aligned} 60 \cos(4t + 30^\circ) &\Rightarrow 60 \angle 30^\circ, \omega = 4 \text{ rad.s}^{-1} \\ 5 \text{ H} &\Rightarrow j\omega L = j(4)(5) = j20 \Omega \\ 2.5 \text{ H} &\Rightarrow j\omega L = j(4)(2.5) = j10 \Omega \\ 4 \text{ H} &\Rightarrow j\omega L = j(4)(4) = j16 \Omega \\ \frac{1}{16} \text{ F} &\Rightarrow -\frac{j}{\omega C} = -\frac{j}{(4)\left(\frac{1}{16}\right)} = -j4 \Omega \end{aligned}$$

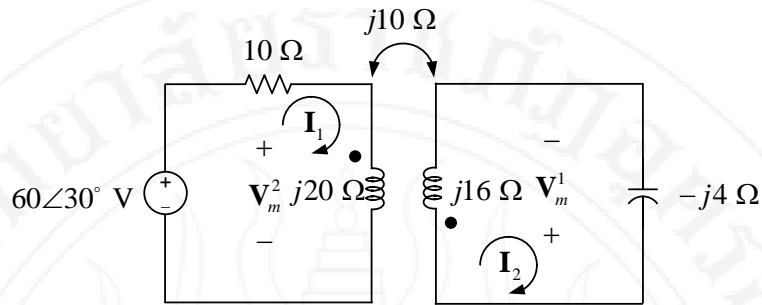
วงจรในโดเมนความถี่แสดงในรูปที่ 10.19



รูปที่ 10.19 วงจรในโดเมนความถี่

เนื่องจาก I_2 ไหลเข้าต่อของ $j16 \Omega$ แสดงว่าแรงดันร่วมมีขั้ว + ที่ต่อของ $j20 \Omega$ ดังแสดงในรูปที่ 10.20 สมการตามกฎแรงดันของเคอร์ชอฟฟ์สำหรับเมช I_1 คือ

$$\begin{aligned} -60 \angle 30^\circ + (10 + j20)I_1 + V_m^2 &= 0 \\ (10 + j20)I_1 + j10I_2 &= 60 \angle 30^\circ \\ (1 + j2)I_1 + jI_2 &= 6 \angle 30^\circ \end{aligned} \tag{10.45}$$

รูปที่ 10.20 การระบุชี้แรงดันร่วมอันเนื่องมาจาก I_1 และ I_2

เนื่องจาก I_1 ไหลเข้าต่อทของ $j20 \Omega$ แสดงว่าแรงดันร่วมมีขั้ว + ที่ต่อทของ $j16 \Omega$ ดังแสดงในรูปที่ 10.20 สมการตามกฎแรงดันของเคอร์ชอฟฟ์สำหรับเมช I_2 คือ

$$\begin{aligned}(j16 - j4)I_2 + V_m^1 &= 0 \\ j12I_2 + j10I_1 &= 0 \\ j5I_1 + j6I_2 &= 0\end{aligned}\tag{10.46}$$

เขียนสมการที่ (10.45) - (10.46) ให้อยู่ในรูปของเมทริกซ์ จะได้

$$\begin{bmatrix} 1 + j2 & j \\ j5 & j6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6\angle 30^\circ \\ 0 \end{bmatrix}\tag{10.47}$$

กำหนดให้

$$\begin{aligned}\Delta &= \begin{vmatrix} 1 + j2 & j \\ j5 & j6 \end{vmatrix} \\ &= (1 + j2)(j6) - (j5)(j) \\ &= (2.24\angle 63.44^\circ)(6\angle 90^\circ) - (5\angle 90^\circ)(1\angle 90^\circ) \\ &= 13.44\angle 153.44^\circ - 5\angle 180^\circ \\ &= -12.02 + j6 + 5 \\ &= 9.24\angle 139.48^\circ\end{aligned}\tag{10.48}$$

$$\begin{aligned}\Delta_1 &= \begin{vmatrix} 6\angle 30^\circ & j \\ 0 & j6 \end{vmatrix} \\ &= (6\angle 30^\circ)(j6) - (0)(j) \\ &= (6\angle 30^\circ)(6\angle 90^\circ) \\ &= 36\angle 120^\circ\end{aligned}\tag{10.49}$$

$$\begin{aligned}
 \Delta_2 &= \begin{vmatrix} 1+j2 & 6\angle 30^\circ \\ j5 & 0 \end{vmatrix} \\
 &= (1+j2)(0) - (j5)(6\angle 30^\circ) \\
 &= -(5\angle 90^\circ)(6\angle 30^\circ) \\
 &= -30\angle 120^\circ \\
 &= 30\angle (180^\circ + 120^\circ) \\
 &= 30\angle 300^\circ
 \end{aligned} \tag{10.50}$$

ดังนั้น

$$\mathbf{I}_1 = \frac{\Delta_1}{\Delta} = \frac{36\angle 120^\circ}{9.24\angle 139.48^\circ} = 3.90\angle -19.48^\circ \text{ A} \tag{10.51}$$

ค่าในโดเมนเวลาของ i_1 คือ

$$i_1 = 3.90 \cos(4t - 19.48^\circ) \text{ A} \tag{10.52}$$

และสำหรับ \mathbf{I}_2

$$\mathbf{I}_2 = \frac{\Delta_2}{\Delta} = \frac{30\angle 300^\circ}{9.24\angle 139.48^\circ} = 3.25\angle 160.52^\circ \text{ A} \tag{10.53}$$

ค่าในโดเมนเวลาของ i_2 คือ

$$i_2 = 3.25 \cos(4t + 160.52^\circ) \text{ A} \tag{10.54}$$

ที่เวลา $t = 1$ s อาร์กิวเมนต์ของกระแส i_1 และ i_2 ในหน่วยองศา มีค่าเท่ากับ

$$4t \Big|_{t=1} = 4(1) = 4 \text{ rad} = \frac{4 \times 180^\circ}{\pi} = 229.18^\circ \tag{10.55}$$

แทนค่าสมการที่ (10.54) ในสมการที่ (10.52) และสมการที่ (10.54) จะได้กระแส i_1 และ i_2 มีค่าเท่ากับ

$$\begin{aligned}
 i_1 &= 3.90 \cos(229.18^\circ - 19.48^\circ) = -3.388 \text{ A} \\
 i_2 &= 3.25 \cos(229.18^\circ + 160.52^\circ) = 2.823 \text{ A}
 \end{aligned} \tag{10.56}$$

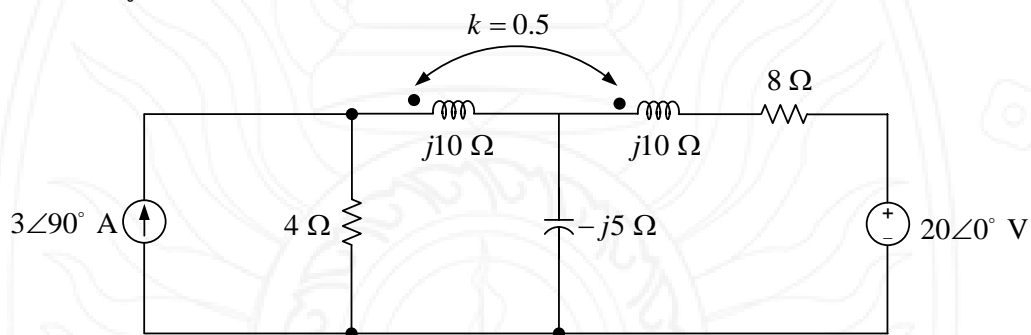
เนื่องจากกระแส i_1 และ i_2 ไหลเข้าดอทของขดลวด จึงคำนวณโดยใช้สมการที่ (10.38) ผลลัพธ์ที่ได้คือ

$$\begin{aligned} w &= \frac{1}{2}L_1I_1^2 + \frac{1}{2}L_2I_2^2 + M_{21}I_1I_2 \\ &= \frac{1}{2}(5)(-3.389)^2 + \frac{1}{2}(4)(2.824)^2 + (2.5)(-3.389)(2.824) \\ &= 20.73 \text{ J} \end{aligned}$$

ตอบ

ตัวอย่างที่ 10.5

จากวงจรในรูปที่ 10.21 จงคำนวณหาพลังงานสะสมที่เวลา 2 ms กำหนดให้ $\omega = 1000 \text{ rad.s}^{-1}$



รูปที่ 10.21 วงจรสำหรับตัวอย่างที่ 10.5

(ที่มา: http://highered.mcgraw-hill.com/sites/dl/free/0073380571/938341/Chapter_13_Magnetically_Coupled_Circuits.pdf, สืบค้นเมื่อ 12 ตุลาคม 2555)

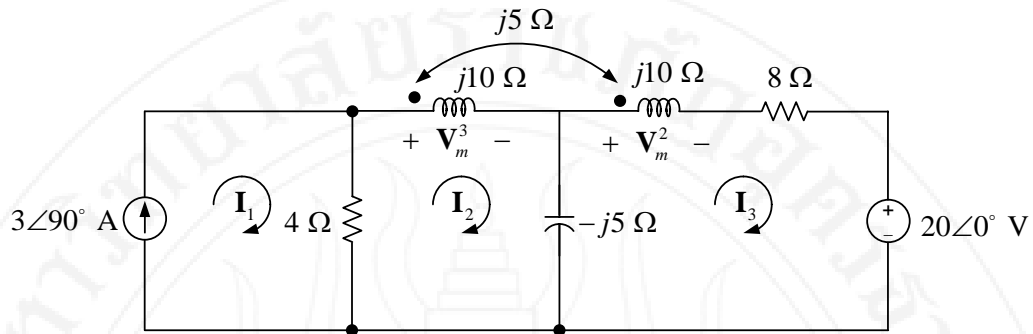
วิธีทำ

พิจารณาการกำหนดกระแสเมฆในรูปที่ 10.22 เมื่ออ้างอิงสัญญาณดอท กระแส I_3 ไหลเข้าดอทของ $j10 \Omega$ ด้านขวา ดังนั้นแรงดันร่วมที่ตกคร่อม $j10 \Omega$ ด้านซ้าย จึงมีขั้วบวกที่ตำแหน่งดอท ในขณะที่กระแส I_2 ไหลเข้าดอทของ $j10 \Omega$ ด้านซ้าย ดังนั้นแรงดันร่วมที่ตกคร่อม $j10 \Omega$ ด้านขวาจึงมีขั้วบวกที่ตำแหน่งดอท การระบุขั้วของแรงดันร่วมแสดงในรูปที่ 10.22 จากค่าอิมพีแดนซ์ตัวเอง $j10 \Omega = jX_L$ ความเหนี่ยวนำมีค่าเท่ากับ

$$L_1 = L_2 = \frac{X_L}{\omega} = \frac{10}{1000} = 10 \text{ mH} \quad (10.57)$$

จากสมการที่ (10.44) ความเหนี่ยวนำร่วมมีค่าเท่ากับ

$$M = k\sqrt{L_1L_2} = (0.5)\sqrt{(10 \times 10^{-3})(10 \times 10^{-3})} = 5 \text{ mH} \quad (10.58)$$



รูปที่ 10.22 การระบุแรงดันร่วมในวงจร

อิมพีแดนซ์ร่วมจึงมีค่าเท่ากับ

$$jX_m = j\omega M = j(1000)(5 \times 10^{-3}) = j5 \Omega \quad (10.59)$$

สมการตามกฎแรงดันของเคอร์ชอฟฟ์สำหรับเมช I_2 คือ

$$\begin{aligned} -4I_1 + (4 + j10 - j5)I_2 - (-j5)I_3 + V_m^3 &= 0 \\ -4I_1 + (4 + j5)I_2 + j5I_3 + j5I_3 &= 0 \\ -4I_1 + (4 + j5)I_2 + j10I_3 &= 0 \\ -4(3\angle 90^\circ) + (4 + j5)I_2 + j10I_3 &= 0 \\ (4 + j5)I_2 + j10I_3 &= 12\angle 90^\circ \end{aligned} \quad (10.60)$$

และสมการตามกฎแรงดันของเคอร์ชอฟฟ์สำหรับเมช I_3 คือ

$$\begin{aligned} -(-j5)I_2 + (-j5 + j10 + 8)I_3 + V_m^2 + 20\angle 0^\circ &= 0 \\ j5I_2 + (8 + j5)I_3 + j5I_2 &= -20\angle 0^\circ \\ j10I_2 + (8 + j5)I_3 &= -20\angle 0^\circ \end{aligned} \quad (10.61)$$

เขียนสมการที่ (10.60) - (10.61) ให้อยู่ในรูปของเมทริกซ์ จะได้

$$\begin{bmatrix} 4 + j5 & j10 \\ j10 & 8 + j5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_2 \\ I_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 12\angle 90^\circ \\ -20\angle 0^\circ \end{bmatrix} \quad (10.62)$$

กำหนดให้

$$\begin{aligned}
 \Delta &= \begin{vmatrix} 4 + j5 & j10 \\ j10 & 8 + j5 \end{vmatrix} \\
 &= (4 + j5)(8 + j5) - (j15)(j10) \\
 &= (6.40 \angle 51.34^\circ)(9.43 \angle 32^\circ) - (10 \angle 90^\circ)(10 \angle 90^\circ) \\
 &= 60.35 \angle 83.34^\circ - 100 \angle 180^\circ \\
 &= 7 + j59.94 + 100 \\
 &= 122.65 \angle 29.26^\circ
 \end{aligned} \tag{10.63}$$

$$\begin{aligned}
 \Delta_2 &= \begin{vmatrix} 12 \angle 90^\circ & j10 \\ -20 \angle 0^\circ & 8 + j5 \end{vmatrix} \\
 &= (12 \angle 90^\circ)(8 + j5) - (-20 \angle 0^\circ)(j10) \\
 &= (12 \angle 90^\circ)(9.43 \angle 32^\circ) + 200 \angle 90^\circ \\
 &= 113.16 \angle 122^\circ + j200 \\
 &= -59.97 + j95.97 + j200 \\
 &= 301.99 \angle 101.45^\circ
 \end{aligned} \tag{10.64}$$

$$\begin{aligned}
 \Delta_3 &= \begin{vmatrix} 4 + j5 & 12 \angle 90^\circ \\ j10 & -20 \angle 0^\circ \end{vmatrix} \\
 &= (4 + j5)(-20 \angle 0^\circ) - (j15)(12 \angle 90^\circ) \\
 &= (6.40 \angle 51.34^\circ)(-20 \angle 0^\circ) - (10 \angle 90^\circ)(12 \angle 90^\circ) \\
 &= -128 \angle 51.34^\circ - 120 \angle 180^\circ \\
 &= 128 \angle (180^\circ + 51.34^\circ) - 120 \angle 180^\circ \\
 &= -79.96 - j99.95 + 120 \\
 &= 107.67 \angle -68.17^\circ
 \end{aligned} \tag{10.65}$$

ดังนั้น

$$\mathbf{I}_2 = \frac{\Delta_2}{\Delta} = \frac{301.99 \angle 101.45^\circ}{122.65 \angle 29.26^\circ} = 2.46 \angle 72.19^\circ \text{ A} \tag{10.66}$$

ค่าในโดเมนเวลาของ i_2 คือ

$$i_2 = 2.46 \cos(1000t + 72.19^\circ) \text{ A} \tag{10.67}$$

และสำหรับ \mathbf{I}_3

$$\mathbf{I}_3 = \frac{\Delta_3}{\Delta} = \frac{107.67 \angle -68.17^\circ}{122.65 \angle 29.26^\circ} = 877.86 \angle -97.43^\circ \text{ mA} \quad (10.68)$$

ค่าในโดเมนเวลาของ i_3 คือ

$$i_3 = 877.86 \cos(1000t - 97.43^\circ) \text{ mA} \quad (10.69)$$

ที่เวลา $t = 2 \text{ ms}$ อาร์กิวเมนต์ของกระแส i_2 และ i_3 ในหน่วยองศา มีค่าเท่ากับ

$$1000t \Big|_{t=2 \times 10^{-3}} = (1000)(2 \times 10^{-3}) = 2 \text{ rad} = \frac{2 \times 180^\circ}{\pi} = 114.59^\circ \quad (10.70)$$

แทนค่าสมการที่ (10.70) ในสมการที่ (10.67) และสมการที่ (10.69) จะได้กระแส i_2 และ i_3 มีค่าเท่ากับ

$$\begin{aligned} i_2 &= 2.46 \cos(114.59^\circ + 72.19^\circ) = -2.44 \text{ A} \\ i_3 &= 877.86 \times 10^{-3} \cos(114.59^\circ - 97.43^\circ) = 838.78 \text{ mA} \end{aligned} \quad (10.71)$$

เนื่องจากกระแส i_2 และ i_3 ไหลเข้าดอทของขดลวด จึงคำนวณโดยใช้สมการที่ (10.38) ผลลัพธ์ที่ได้คือ

$$\begin{aligned} w &= \frac{1}{2} L_1 I_2^2 + \frac{1}{2} L_2 I_3^2 + M_{32} I_2 I_3 \\ &= \frac{1}{2} (10 \times 10^{-3}) (-2.44)^2 + \frac{1}{2} (10 \times 10^{-3}) (838.78 \times 10^{-3})^2 \\ &\quad + (5 \times 10^{-3}) (-2.44) (838.78 \times 10^{-3}) \\ &= 23 \text{ mJ} \end{aligned}$$

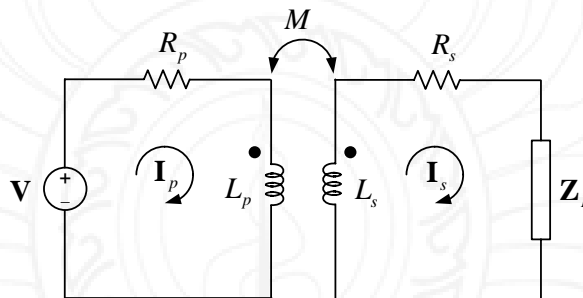
ตอบ

10.4 หม้อแปลงเชิงเส้น

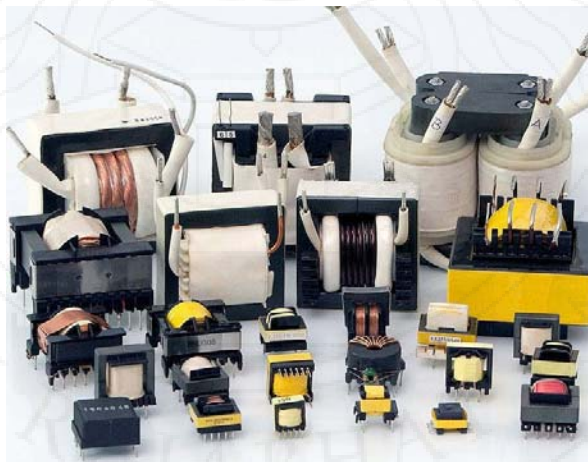
อุปกรณ์แม่เหล็กที่มีความสำคัญเป็นอย่างยิ่งต่อวงจรไฟฟ้า และเป็นองค์ประกอบของวงจรที่เกี่ยวข้องกับปรากฏการณ์ความเหนี่ยวนำร่วมคือ หม้อแปลง รายละเอียดโดยทั่วไปของหม้อแปลงมีดังต่อไปนี้ (Alexander & Sadiku, 2009)

หม้อแปลง คือ อุปกรณ์สี่ขั้วต่อที่ประกอบไปด้วยขดลวดเชื่อมต่อทางแม่เหล็กตั้งแต่สองชุดขึ้นไป

รูปที่ 10.23 แสดงทอพอโลยีโดยทั่วไปของหม้อแปลงเชิงเส้น ที่มาของคำว่าหม้อแปลงเชิงเส้นคือ วัสดุที่นำมาใช้เพื่อพันขดลวดหม้อแปลงมีความซาบซึมได้ทางแม่เหล็กคงที่ และมีสภาพความเป็นแม่เหล็กแบบเชิงเส้น ขดลวดด้านซ้ายเรียกว่า ขดลวดปฐมภูมิ R_p คือ ความต้านทานภายในของขดลวดปฐมภูมิ ขดลวดด้านขวาเรียกว่า ขดลวดทุติยภูมิ และ R_s คือ ความต้านทานภายในของขดลวดทุติยภูมิ ตัวอย่างหม้อแปลงที่มีการประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวัน แสดงในรูปที่ 10.24



รูปที่ 10.23 หม้อแปลงเชิงเส้น (Alexander & Sadiku, 2009)



(ก) หม้อแปลงสำหรับวงจรอิเล็กทรอนิกส์และเครื่องใช้ไฟฟ้า (ที่มา:

<http://b2b.in.88db.com/images/stories/transformers.jpg>, สืบค้นเมื่อ 13 ตุลาคม 2555)



(ที่มา: <http://www.meppi.com/Products/Transformers/Power/PublishingImages/rudd%20transformer%20001.jpg>, สืบค้นเมื่อ 13 ตุลาคม 2555)

(ที่มา: <http://us.123rf.com/400wm/400/400/sommai/sommai1207/sommai120700226/14629764-transformer-on-high-power-station-high-voltage.jpg>, สืบค้นเมื่อ 13 ตุลาคม 2555)

(ข) หม้อแปลงในระบบไฟฟ้ากำลัง

รูปที่ 10.24 หม้อแปลงที่มีการใช้งานในชีวิตประจำวัน

กำหนดให้อิมพีแดนซ์อินพุต Z_{in} คือ อิมพีแดนซ์ที่พิจารณาจากวงจรด้านปฐมภูมิ สมการตามกฎแรงดันของเคอร์ซอพฟ์ของวงจรด้านปฐมภูมิคือ

$$\begin{aligned} -\mathbf{V} + (R_p + j\omega L_s)\mathbf{I}_p - j\omega M\mathbf{I}_s &= 0 \\ (R_p + j\omega L_s)\mathbf{I}_p - j\omega M\mathbf{I}_s &= \mathbf{V} \end{aligned} \tag{10.72}$$

สมการตามกฎแรงดันของเคอร์ซอพฟ์ของวงจรด้านทุติยภูมิคือ

$$-j\omega M\mathbf{I}_p + (R_s + j\omega L_s + Z_L)\mathbf{I}_s = 0 \tag{10.73}$$

เขียนสมการที่ (10.72) - (10.73) ให้อยู่ในรูปของเมทริกซ์ จะได้

$$\begin{bmatrix} R_p + j\omega L_p & -j\omega M \\ -j\omega M & R_s + j\omega L_s + \mathbf{Z}_L \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I}_p \\ \mathbf{I}_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{V} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (10.74)$$

กำหนดให้

$$\begin{aligned} \Delta &= \begin{vmatrix} R_p + j\omega L_p & -j\omega M \\ -j\omega M & R_s + j\omega L_s + \mathbf{Z}_L \end{vmatrix} \\ &= (R_p + j\omega L_p)(R_s + j\omega L_s + \mathbf{Z}_L) - (-j\omega M)(-j\omega M) \\ &= (R_p + j\omega L_p)(R_s + j\omega L_s + \mathbf{Z}_L) + (\omega M)^2 \end{aligned} \quad (10.75)$$

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} \mathbf{V} & -j\omega M \\ 0 & R_s + j\omega L_s + \mathbf{Z}_L \end{vmatrix} = (R_s + j\omega L_s + \mathbf{Z}_L) \mathbf{V} \quad (10.76)$$

กระแส \mathbf{I}_p มีค่าเท่ากับ

$$\mathbf{I}_p = \frac{\Delta_1}{\Delta} = \frac{(R_s + j\omega L_s) \mathbf{V}}{(R_p + j\omega L_p)(R_s + j\omega L_s + \mathbf{Z}_L) + (\omega M)^2} \quad (10.77)$$

อิมพีแดนซ์อินพุต \mathbf{Z}_{in} มีค่าเท่ากับ

$$\mathbf{Z}_{in} = \frac{\mathbf{V}}{\mathbf{I}_p} \quad (10.78)$$

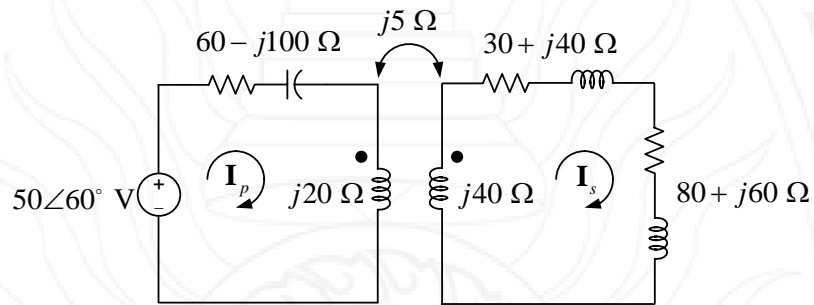
สำหรับวงจรในรูปที่ 10.23 อิมพีแดนซ์อินพุต \mathbf{Z}_{in} มีค่าเท่ากับ

$$\begin{aligned} \mathbf{Z}_{in} &= \frac{\mathbf{V}}{\mathbf{I}_p} \\ &= \frac{(R_p + j\omega L_p)(R_s + j\omega L_s + \mathbf{Z}_L) + (\omega M)^2}{R_s + j\omega L_s + \mathbf{Z}_L} \\ &= R_p + j\omega L_p + \frac{(\omega M)^2}{R_s + j\omega L_s + \mathbf{Z}_L} \\ &= R_p + j\omega L_p + \mathbf{Z}_R \end{aligned} \quad (10.79)$$

จากสมการที่ (10.79) พจน์ที่เพิ่มเติมจากอิมพีแดนซ์ด้านปฐมภูมิคือ Z_R มีชื่อเรียกว่า อิมพีแดนซ์สะท้อน เมื่อพิจารณาพจน์ M^2 จะเห็นว่า แม้ตำแหน่งของดอกทรงแสดงผลให้ความเหนี่ยวนำรวมมีค่าเท่ากับ M หรือ $-M$ แต่ไม่ส่งผลต่อค่าอิมพีแดนซ์สะท้อน หลักการดังกล่าวนี้ มีความสำคัญมากในการวิเคราะห์วงจรไฟฟ้าที่มีหม้อแปลงเป็นองค์ประกอบ ดังจะแสดงให้เห็นในเนื้อหาหัวข้อต่อไป

ตัวอย่างที่ 10.6

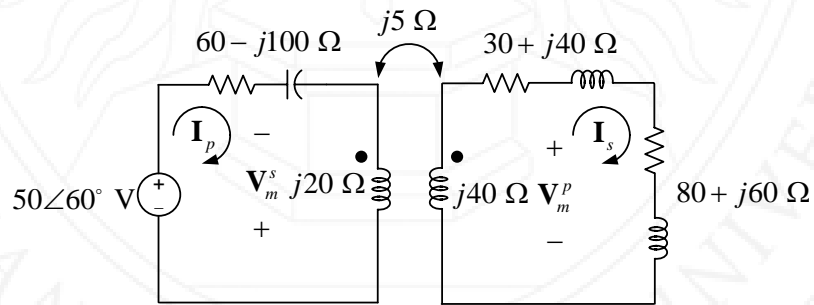
จากวงจรในรูปที่ 10.25 จงคำนวณหาอิมพีแดนซ์อินพุตและกระแส I_p



รูปที่ 10.25 วงจรสำหรับตัวอย่างที่ 10.6 (Alexander & Sadiku, 2009)

วิธีทำ

เมื่ออ้างอิงสัญญาณดอกทรงแสดงผล กระแส I_s ไหลออกจากดอกทรงแสดงผลของ $j40 \Omega$ แรงดันร่วม V_m^s จึงมีขั้ว - ที่ดอกทรงแสดงผลของ $j20 \Omega$ ในขณะที่กระแส I_p ไหลเข้าดอกทรงแสดงผลของ $j20 \Omega$ แรงดันร่วม V_m^p จึงมีขั้ว + ที่ดอกทรงแสดงผลของ $j40 \Omega$ วงจรที่ใช้ในการวิเคราะห์แสดงในรูปที่ 10.26



รูปที่ 10.26 การระบุขั้วแรงดันร่วม

สมการตามกฎแรงดันของเคอร์ชอฟฟ์สำหรับเมช \mathbf{I}_p คือ

$$\begin{aligned} -50\angle 60^\circ + (60 - j100 + j20)\mathbf{I}_p - \mathbf{V}_m^s &= 0 \\ (60 - j80)\mathbf{I}_p - j5\mathbf{I}_s &= 50\angle 60^\circ \end{aligned} \quad (10.80)$$

สมการตามกฎแรงดันของเคอร์ชอฟฟ์สำหรับเมช \mathbf{I}_s คือ

$$\begin{aligned} -\mathbf{V}_m^p + (j40 + 30 + j40 + 80 + j60)\mathbf{I}_s &= 0 \\ -j5\mathbf{I}_p + (110 + j140)\mathbf{I}_s &= 0 \\ -j\mathbf{I}_p + (22 + j28)\mathbf{I}_s &= 0 \end{aligned} \quad (10.81)$$

เขียนสมการที่ (10.80) - (10.81) ให้อยู่ในรูปของเมทริกซ์ จะได้

$$\begin{bmatrix} 60 - j80 & -j5 \\ -j & 22 + j28 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I}_1 \\ \mathbf{I}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 50\angle 60^\circ \\ 0 \end{bmatrix} \quad (10.82)$$

กำหนดให้

$$\begin{aligned} \Delta &= \begin{vmatrix} 60 - j80 & -j5 \\ -j & 22 + j28 \end{vmatrix} \\ &= (60 - j80)(22 + j28) - (-j)(-j5) \\ &= (100\angle -53.13^\circ)(35.61\angle 51.84^\circ) + 5 \\ &= 3560.10 - j80.17 + 5 \\ &= 3566\angle -1.29^\circ \end{aligned} \quad (10.83)$$

$$\begin{aligned} \Delta_1 &= \begin{vmatrix} 50\angle 60^\circ & -j5 \\ 0 & 22 + j28 \end{vmatrix} \\ &= (50\angle 60^\circ)(22 + j28) - 0 \\ &= (50\angle 60^\circ)(35.61\angle 51.84^\circ) \\ &= 1780.50\angle 111.84^\circ \end{aligned} \quad (10.84)$$

ดังนั้น กระแส \mathbf{I}_p มีค่าเท่ากับ

$$\mathbf{I}_p = \frac{\Delta_1}{\Delta} = \frac{1780.50\angle 111.81^\circ}{3566\angle -1.29^\circ} = 499.30\angle 113.10^\circ \text{ mA}$$

ตอบ

จากสมการที่ (10.78) อิมพีแดนซ์อินพุต Z_{in} มีค่าเท่ากับ

$$Z_{in} = \frac{V}{I_p} = \frac{50 \angle 60^\circ}{499.30 \times 10^{-3} \angle 113.10^\circ} = 100.14 \angle -53.10^\circ \Omega \quad \text{ตอบ}$$

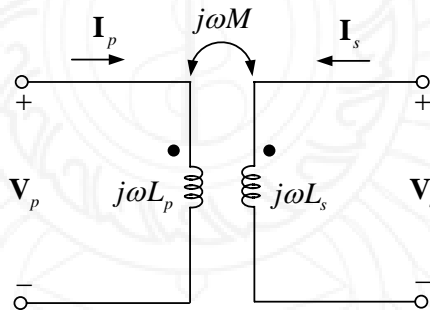
10.5 หม้อแปลงอุดมคติ

คุณสมบัติพิเศษของหม้อแปลงอุดมคติคือ ลวดจะเชื่อมต่อกันแบบสมบรูณ์ ($k=1$) พิจารณาทอพอโลยีของหม้อแปลงอุดมคติในรูปที่ 10.27 กำหนดให้ V_p และ I_p คือ แรงดันและกระแสด้านปฐมภูมิตามลำดับ V_s และ I_s คือ แรงดันและกระแสด้านทุติยภูมิตามลำดับ สมการตามกฎแรงดันของเคอร์ชอฟฟ์สำหรับวงจรปฐมภูมิคือ

$$j\omega L_p I_p + j\omega M I_s = V_p \quad (10.85)$$

จัดพจน์สมการใหม่จะได้ว่า

$$I_p = \frac{V_p - j\omega M I_s}{j\omega L_p} \quad (10.86)$$



รูปที่ 10.27 หม้อแปลงอุดมคติในโดเมนความถี่

สมการตามกฎแรงดันของเคอร์ชอฟฟ์สำหรับวงจรทุติยภูมิคือ

$$\begin{aligned} V_s &= j\omega M \left(\frac{V_p - j\omega M I_s}{j\omega L_p} \right) + j\omega L_s I_s \\ &= \frac{M V_p - j\omega M^2 I_s}{L_p} + j\omega L_s I_s \\ &= \frac{M V_p}{L_p} - \frac{j\omega M^2 I_s}{L_p} + j\omega L_s I_s \end{aligned} \quad (10.87)$$

เนื่องจากขดลวดเชื่อมต่อกันแบบสมบรูณ์ ดังนั้น

$$k = 1 = \frac{M}{\sqrt{L_p L_s}} \quad (10.88)$$

ดังนั้น

$$M = \sqrt{L_p L_s} \quad (10.89)$$

แทนค่า M ในสมการที่ (10.87) จะได้

$$\begin{aligned} \mathbf{V}_2 &= \frac{\sqrt{L_p L_s} \mathbf{V}_p}{L_p} - \frac{j\omega (\sqrt{L_p L_s})^2 \mathbf{I}_s}{L_p} + j\omega L_s \mathbf{I}_s \\ &= \frac{\sqrt{L_p L_s}}{L_p} \mathbf{V}_p - \frac{j\omega L_p L_s}{L_p} \mathbf{I}_s + j\omega L_s \mathbf{I}_s \\ &= \frac{\sqrt{L_p L_s}}{L_p} \mathbf{V}_p - j\omega L_s \mathbf{I}_s + j\omega L_s \mathbf{I}_s \\ &= \frac{\sqrt{L_p L_s}}{L_p} \mathbf{V}_p \\ &= \frac{\sqrt{L_p L_s}}{(\sqrt{L_p})(\sqrt{L_p})} \mathbf{V}_p \\ &= \sqrt{\frac{L_s}{L_p}} \mathbf{V}_p \\ &= a \mathbf{V}_p \end{aligned} \quad (10.90)$$

ค่าคงตัว n มีชื่อเรียกว่า อัตราส่วนจำนวนรอบ หม้อแปลงจะมีความเป็นอุดมคติ ต้องมีคุณสมบัติดังต่อไปนี้ (Alexander & Sadiku, 2009)

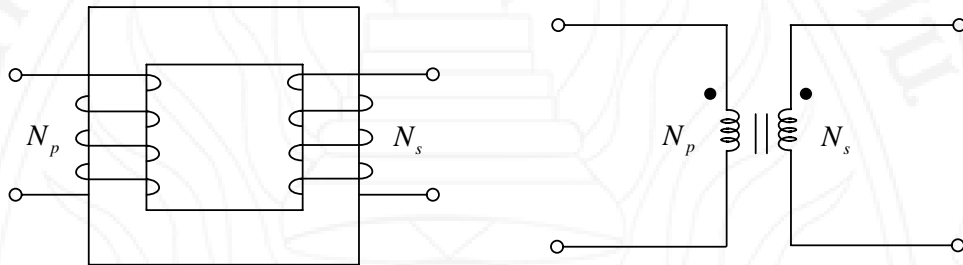
- 1) ขดลวดมีรีแอกแตนซ์สูงมาก ($L_p, L_s, M \rightarrow \infty$)
- 2) สัมประสิทธิ์การเชื่อมต่อ (k) มีค่าเท่ากับ 1
- 3) ขดลวดต้านปฐมภูมิและทุติยภูมิไม่มีกำลังสูญเสีย ($R_p = 0 = R_s$)

หรืออาจกล่าวได้โดยสรุปดังนี้

หม้อแปลงอุดมคติ คือ หม้อแปลงที่มีสัมประสิทธิ์การเชื่อมต่อเท่ากับ 1 ไม่มีกำลังสูญเสีย รีแอกแตนซ์ตัวเองของขดลวดปฐมภูมิและทุติยภูมิมีค่าเท่ากับอนันต์

หม้อแปลงที่มีคุณสมบัติใกล้เคียงกับหม้อแปลงอุดมคติมากที่สุดคือ หม้อแปลงแกนเหล็ก มีการประยุกต์ใช้กันอย่างแพร่หลายในระบบไฟฟ้ากำลังและวงจรอิเล็กทรอนิกส์ รูปสัญลักษณ์และแผนภาพเค้าร่างของของหม้อแปลงอุดมคติแสดงในรูปที่ 10.28-(ก) และรูปที่ 10.28-(ข) ตามลำดับ จากกฎของฟาราเดย์ สมการแรงดันตกคร่อมขดลวดปฐมภูมิคือ

$$v_p = N_p \frac{d\phi}{dt} \tag{10.91}$$



(ก) รูปสัญลักษณ์

(ข) แผนภาพเค้าร่าง

รูปที่ 10.28 หม้อแปลงอุดมคติ

สมการแรงดันตกคร่อมขดลวดทุติยภูมิคือ

$$v_s = N_s \frac{d\phi}{dt} \tag{10.92}$$

เมื่อ ϕ คือ ฟลักซ์ที่เชื่อมโยงขดลวดทั้งสองด้าน สมการที่ (10.92) หาด้วยสมการที่ (10.91) จะได้

$$\frac{v_s}{v_p} = \frac{N_s \frac{d\phi}{dt}}{N_p \frac{d\phi}{dt}} = \frac{N_s}{N_p} = a \tag{10.93}$$

สมการที่ (10.93) ในโดเมนความถี่คือ

$$\frac{\mathbf{V}_s}{\mathbf{V}_p} = \frac{N_s}{N_p} = a \tag{10.94}$$

จากกฎการอนุรักษ์กำลัง กำลังที่จ่ายให้กับขดลวดปฐมภูมิต้องมีค่าเท่ากับกำลังที่ถูกดูดกลืนด้านทุติยภูมิ ดังสมการที่ (10.95)

$$v_p i_p = v_s i_s \quad (10.95)$$

จัดพจน์สมการใหม่จะได้

$$\frac{v_s}{v_p} = \frac{i_p}{i_s} = a \quad (10.96)$$

เขียนสมการที่ (10.96) ในรูปแบบเฟเซอร์ จะได้

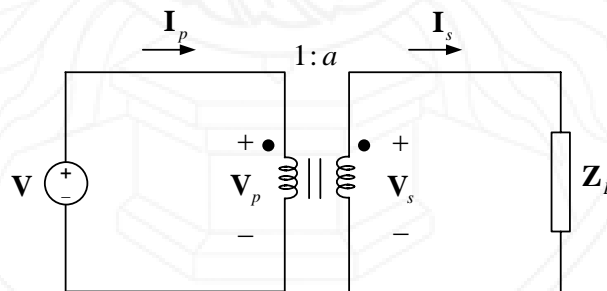
$$\frac{\mathbf{I}_p}{\mathbf{I}_s} = \frac{N_s}{N_p} = a \quad (10.97)$$

หากพิจารณาเฉพาะขนาดของเฟเซอร์ จะได้ว่า

$$\frac{V_s}{V_p} = \frac{I_p}{I_s} = \frac{N_s}{N_p} = a \quad (10.98)$$

กรณีที่หม้อแปลงมีค่า $a=1$ เรียกหม้อแปลงชนิดว่า หม้อแปลงแยกขดลวด พิจารณาความสัมพันธ์ในสมการที่ (10.94) หาก $a < 1$ แสดงว่า $\mathbf{V}_s < \mathbf{V}_p$ เรียกหม้อแปลงชนิดว่า หม้อแปลงลดแรงดัน และกรณีที่ $a > 1$ แสดงว่า $\mathbf{V}_s > \mathbf{V}_p$ เรียกหม้อแปลงชนิดนี้ว่า หม้อแปลงเพิ่มแรงดัน

ค่าอัตราส่วนจำนวนรอบ a ในสมการที่ (10.94) หรือสมการที่ (10.97) มีค่าเป็น + ซึ่งจะใช้ได้เฉพาะกรณีที่ทิศทางขดลวดของกระแสและตำแหน่งขั้วของแรงดันเหมือนกับวงจรในรูปที่ 10.29



รูปที่ 10.29 ทิศทางของกระแสและตำแหน่งขั้วของแรงดันสำหรับกรณีที่ a เป็นค่าบวก

การแสดงสัญลักษณ์ $1:a$ ในวงจร เป็นการระบุให้ทราบถึงค่าอัตราส่วนจำนวนรอบของหม้อแปลง กรณีที่ทิศทางของกระแสและตำแหน่งขั้วของแรงดันแตกต่างจากวงจรนี้ ค่าอัตราส่วนจำนวนรอบ a อาจมีค่าเป็น + หรือ - มีหลักการพิจารณาเพื่อกำหนดเครื่องหมายของ a ดังนี้

1) หากขั้วของแรงดัน V_p และ V_s ที่ต่อเป็น + หรือ - เหมือนกันทั้งคู่ อัตราส่วนจำนวนรอบ a มีเครื่องหมายเป็น - นอกเหนือจากกรณีนี้มีเครื่องหมายเป็น +

2) หากทิศทางของกระแส I_p และ I_s ไหลเข้าหรือไหลออกจากต่อเหมือนกันทั้งคู่ อัตราส่วนจำนวนรอบ a มีเครื่องหมายเป็น + นอกเหนือจากกรณีนี้มีเครื่องหมายเป็น -

พารามิเตอร์ที่สำคัญอีกตัวหนึ่งของหม้อแปลงคือ กำลัง เนื่องจากหม้อแปลงถูกนำไปประยุกต์ใช้งานกับไฟฟ้ากระแสสลับเท่านั้น กำลังที่เกิดขึ้นในหม้อแปลงจึงเป็นกำลังเชิงซ้อน สมการคำนวณกำลังเชิงซ้อนในหม้อแปลงอุดมคติคือ

$$S = V_p I_p^* = V_s I_s^* \tag{10.99}$$

สิ่งที่ต้องระมัดระวังในการคำนวณ S คือ ขนาดเฟเซอร์กระแสและแรงดันต้องเป็นค่ารากกำลังเฉลี่ยเสมอ เพื่อไม่ให้เกิดความสับสน สามารถกำหนดให้ชัดเจนด้วยการกำกับตัวห้อย rms ไว้กับหน่วยของกระแสหรือแรงดัน เช่น A_{rms} V_{rms} เป็นต้น หากคำนวณกำลังโดยใช้ขนาดของเฟเซอร์ ผลลัพธ์ที่ได้มีชื่อเรียกว่า กำลังปรากฏ ดังสมการที่ (10.100)

$$S = V_p I_p = V_s I_s \tag{10.100}$$

เมื่อ	S	คือ	กำลังเชิงซ้อน เท่ากันทั้งด้านปฐมภูมิและทุติยภูมิ หน่วยวัดคือ วีเอ (VA)
	S	คือ	กำลังปรากฏ เท่ากันทั้งด้านปฐมภูมิและทุติยภูมิ หน่วยวัดคือ วีเอ (VA)
	V_p	คือ	แรงดันขดลวดปฐมภูมิ
	V_p	คือ	ขนาดของ V_p
	V_s	คือ	แรงดันขดลวดทุติยภูมิ
	V_s	คือ	ขนาดของ V_s
	I_p	คือ	กระแสขดลวดปฐมภูมิ
	I_p^*	คือ	สังยุคเชิงซ้อนของ I_p
	I_p	คือ	ขนาดของ I_p
	I_s	คือ	กระแสขดลวดทุติยภูมิ
	I_s^*	คือ	สังยุคเชิงซ้อนของ I_s
	I_s	คือ	ขนาดของ I_s

กำลังเชิงซ้อนของหม้อแปลง แบ่งออกเป็น 2 ส่วน คือ กำลังจริง (P) และกำลังรีแอกทีฟ (Q) ดังสมการที่ (10.101) หน่วยวัดของกำลังจริงคือ W ในขณะที่หน่วยวัดของกำลังรีแอกทีฟคือ var (วาร)

$$\mathbf{S} = P + jQ \quad (10.101)$$

เนื่องจากกำลังเชิงซ้อนเป็นจำนวนเชิงซ้อน ดังนั้น สามารถเขียนสมการแสดงความสัมพันธ์ระหว่างกำลังปรากฏ กำลังจริง และกำลังรีแอกทีฟได้ดังนี้

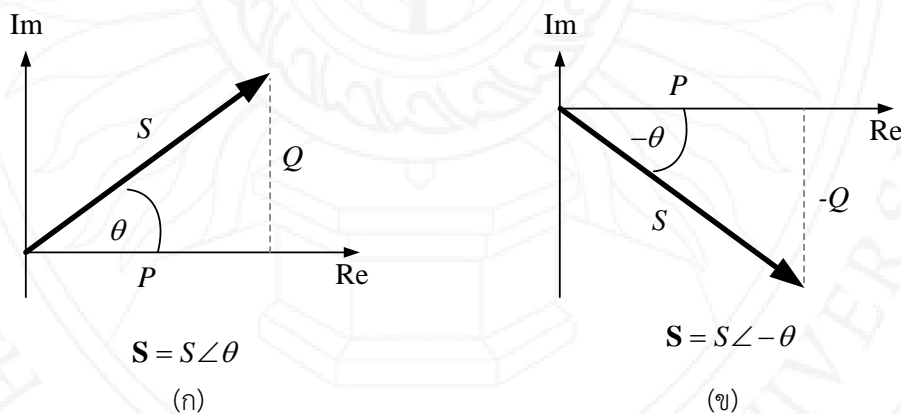
$$P = S \cos \theta \quad (10.102)$$

$$Q = S \sin \theta \quad (10.103)$$

โดยที่

$$\theta = \tan^{-1} \left(\frac{Q}{P} \right) \quad (10.104)$$

การแสดงกำลังเชิงซ้อนบนระนาบเชิงซ้อน แสดงในรูปที่ 10.30 แผนภาพนี้มีชื่อเรียกว่า สามเหลี่ยมกำลัง



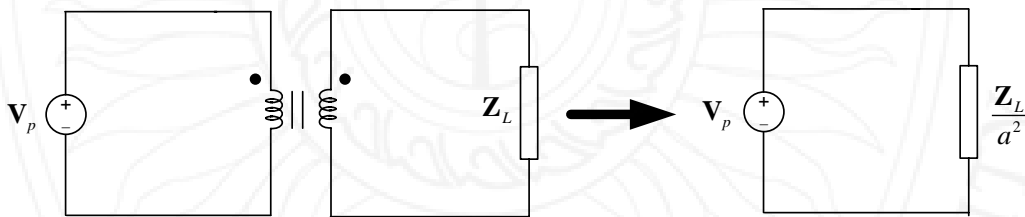
รูปที่ 10.30 สามเหลี่ยมกำลัง

การระบุพิกัดหม้อแปลงที่ครบถ้วน ผู้ผลิตต้องระบุแรงดันปฐมภูมิและทุติยภูมิ และขนาดของกำลังเชิงซ้อนเป็นอย่างน้อย เพื่อให้เพียงพอสำหรับการนำไปประยุกต์ใช้งาน เช่น หม้อแปลงระบุ 220/221 kVA หมายความว่า พิกัดแรงดันปฐมภูมิ 220 V ทุติยภูมิ 22 V และกำลังปรากฏ 1 kVA เป็นต้น

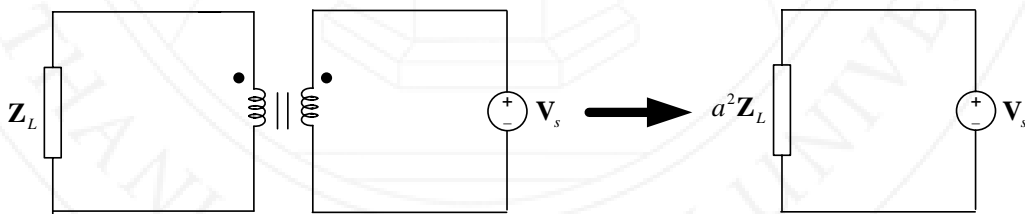
การวิเคราะห์วงจรที่มีหม้อแปลง สามารถกำจัดหม้อแปลงออกไปจากวงจรได้ด้วยการคำนวณหาอิมพีแดนซ์สะท้อน พิจารณาวงจรด้านปฐมภูมิ สมการคำนวณอิมพีแดนซ์อินพุตของหม้อแปลงในโดเมนความถี่คือ

$$\mathbf{Z}_{in} = \frac{\mathbf{V}_p}{\mathbf{I}_p} = \frac{\mathbf{V}_s}{a\mathbf{I}_s} = \left(\frac{\mathbf{V}_s}{a}\right)\left(\frac{1}{a\mathbf{I}_s}\right) = \frac{\mathbf{V}_s}{a^2\mathbf{I}_s} = \frac{1}{a^2}\mathbf{Z}_L \quad (10.105)$$

โดยที่ $\mathbf{Z}_L = \mathbf{V}_s / \mathbf{I}_s$ จากสมการที่ (10.105) สามารถสรุปได้ว่า อิมพีแดนซ์ด้านทุติยภูมิที่อ้างอิงกับด้านปฐมภูมิมีค่าเท่ากับ $1/a^2$ เท่าของค่าอิมพีแดนซ์จริงที่อยู่ด้านทุติยภูมิ ในทางกลับกัน อิมพีแดนซ์ด้านปฐมภูมิที่อ้างอิงกับด้านทุติยภูมิมีค่าเท่ากับ a^2 เท่าของค่าอิมพีแดนซ์จริงที่อยู่ด้านปฐมภูมิ หลักการดังกล่าวนี้ สามารถนำไปประยุกต์เพื่อวิเคราะห์วงจรที่มีหม้อแปลง เพื่อกำจัดหม้อแปลงออกไปจากวงจร ดังแสดงในรูปที่ 10.31 กระบวนการดังกล่าวนี้เรียกว่า การสะท้อนอิมพีแดนซ์ จากวงจรในรูปที่ 10.31-(ก) จะเห็นว่า อิมพีแดนซ์ \mathbf{Z}_L ด้านทุติยภูมิถูกสะท้อนไปด้านปฐมภูมิด้วยค่าเท่ากับ \mathbf{Z}_L / a^2 ทำให้สามารถเขียนวงจรสมมูลใหม่ได้โดยไม่ต้องแสดงหม้อแปลง พิจารณาวงจรในรูปที่ 10.31-(ข) อิมพีแดนซ์ \mathbf{Z}_L ด้านปฐมภูมิถูกสะท้อนไปด้านทุติยภูมิด้วยค่าเท่ากับ $a^2\mathbf{Z}_L$ ส่งผลให้หม้อแปลงถูกกำจัดออกไป ซึ่งจะช่วยให้การวิเคราะห์วงจรมีความง่ายมากยิ่งขึ้น



(ก) การสะท้อนอิมพีแดนซ์ด้านทุติยภูมิไปด้านปฐมภูมิ



(ข) การสะท้อนอิมพีแดนซ์ด้านปฐมภูมิไปด้านทุติยภูมิ

รูปที่ 10.31 การสะท้อนอิมพีแดนซ์ของหม้อแปลง

ตัวอย่างที่ 10.7

หม้อแปลงมีพิกัด 2400/120 V 9.6 kVA และขดลวดทุติยภูมิมีจำนวนรอบเท่ากับ 50 รอบ จงคำนวณหา (ก) อัตราส่วนจำนวนรอบ (ข) จำนวนรอบของขดลวดปฐมภูมิ (ค) พิกัดกระแสปฐมภูมิ และทุติยภูมิ

วิธีทำ

(ก) จากพิกัดหม้อแปลง 2400/120 V แสดงว่า $V_p = 2400 \text{ V}$ และ $V_s = 120 \text{ V}$ จากสมการที่ (10.98) จะได้ว่า

$$a = \frac{V_s}{V_p} = \frac{120}{2400} = 0.05 \quad \text{ตอบ}$$

(ข) โจทย์กำหนดให้ขดลวดทุติยภูมิมีจำนวนรอบเท่ากับ 50 รอบ จากสมการที่ (10.98) จะได้ว่า

$$N_p = \frac{N_s}{a} = \frac{50}{0.05} = 1000 \text{ รอบ} \quad \text{ตอบ}$$

(ค) จากพิกัดหม้อแปลง 9.6 kVA และจากสมการที่ (10.100) จะได้ว่า

$$I_p = \frac{S}{V_p} = \frac{9.6 \times 10^3}{2400} = 4 \text{ A} \quad \text{ตอบ}$$

$$I_s = \frac{S}{V_s} = \frac{9.6 \times 10^3}{120} = 80 \text{ A} \quad \text{ตอบ}$$

ตัวอย่างที่ 10.8

จากวงจรในรูปที่ 10.32 จงคำนวณหา (ก) กระแสที่จ่ายโดยแหล่งกำเนิด I_p (ข) แรงดันเอาต์พุต V_o (ค) กำลังเชิงซ้อนที่จ่ายโดยแหล่งกำเนิด

วิธีทำ

(ก) จากสัญลักษณ์ 1:2 แสดงว่า อัตราส่วนรอบมีค่าเท่ากับ $a = 2$ จากสมการที่ (10.105) อิมพีแดนซ์ 20Ω เมื่ออ้างอิงกับด้านปฐมภูมิมีค่าเท่ากับ

บรรณานุกรม

- Alexander, C. K., & Sadiku, M. N. O. (2004). *Fundamentals of electric circuits* (2nd ed.). Boston: McGraw-Hill.
- Alexander, C. K., & Sadiku, M. N. O. (2009). *Fundamentals of electric circuits* (4 ed.). New York: McGraw-Hill.
- Boylestad, R. L. (2002). *Introductory Circuit Analysis* (10 ed.). Upper Saddle River, N.J.: Prentice Hall.
- Casio Electronics Co. Ltd. fx-82MS, fx-83MS, fx-85MS, fx-270MS, fx-300MS, fx-350MS User's Guide. from http://support.casio.com/pdf/004/GY300_Dtype_E.pdf
- Dorf, R. C., & Svoboda, J. A. (2010). *Introduction to electric circuits* (8 ed.). NJ: John Wiley & Sons, Inc.
- Franco, S. (1995). *Electric Circuits Fundamentals*. Florida: Saunders College Publishing.
- Hayt, W. H., Jr., Kemmerly, J. E., Jr., & Durbin, S. M. (2007). *Engineering Circuit Analysis* (7 ed.). New York: McGraw-Hill.
- Karris, S. T. (2009). *Circuit Analysis I with MATLAB® Computing and Simulink® / SimPowerSystems® Modeling*. California: Orchard Publications.
- Kuphaldt, T. R. (2007). *Lessons In Electric Circuits, Volume II-AC* (6 ed.).
- Naeem, W. (2009). *Concepts in Electric Circuits*. www.bookboon.com: Dr. Wasif Naeem & Ventus Publishing ApS.
- Nilsson, J. W., & Riedel, S. A. (2008). *Electric Circuits* (8 ed.). Upper Saddle River, NJ: Pearson Education, Inc.
- Nilsson, J. W., & Riedel, S. A. (2011). *Electric Cricuits* (9 ed.). Upper Saddle River, N.J.: Prentice Hall.
- O'Malley, J. (1992). *Theory and problems of basic circuit analysis* (2 ed.). New York: McGraw-Hill.
- Rashid, M. H. (2004). *Power Electronics: Circuits, Devices, and Applications* (3 ed.). Upper Saddle River: NJ: Pearson Education, Inc.
- Rizzoni, G., & Hartley, T. T. (2000). *Principles and applications of electrical engineering* (Vol. 3). New York: McGraw Hill.
- Scherz, P. (2006). *Practical electronics for inventors*: McGraw-Hill, Inc.
- Stephen J., C. (2005). *Electric machinery fundamentals* (4 ed.). New York: The McGraw,Hill Companies. Inc.

Whitehouse, J. E. (1997). *Circuit Analysis*: Woodhead Publishing.

สำรวย สั้งษะอาด. (2528). วิศวกรรมไฟฟ้าแรงสูง. กรุงเทพฯ: สำนักพิมพ์จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.



ดัชนี

- กฎกระแสของเคอร์ชอฟฟ์, 61
กฎการอนุรักษ์พลังงาน, 30
กฎของโอห์ม, 52
กฎแรงดันของเคอร์ชอฟฟ์, 62
กระแส, 23
กระแสตรง, 24
กระแสเมฆ, 148
กระแสเริ่มต้นของตัวเหนี่ยวนำ, 421
กระแสสลับ, 24
กระแสไหลผ่านตัวเหนี่ยวนำ, 309
การเข้าคู่อิมพีแดนซ์, 677
การเชื่อมต่อแบบแน่น, 650
การเชื่อมต่อแบบสมบรูณ์, 650
การเชื่อมต่อแบบหลวม, 650
การดำเนินการของจำนวนเชิงซ้อน, 544
การตอบสนองต่อฟังก์ชันขั้นบันไดของวงจร
ขนานอาร์แอลซี, 503
การตอบสนองต่อฟังก์ชันขั้นบันไดของวงจร
อนุกรมอาร์แอลซี, 480
การตอบสนองต่อฟังก์ชันขั้นบันได
ของวงจรอาร์ซี, 361
การตอบสนองต่อฟังก์ชันขั้นบันไดของวงจรอาร์
แอล, 377
การถ่ายโอนกำลังไฟฟ้าสูงสุด, 216
การทับซ้อน, 182
การแปลงเดลต้า-วาย, 90
การแปลงรูปแบบจำนวนเชิงซ้อนด้วยเครื่องคิด
เลข, 550
การแปลงวงจรมีพีแดนซ์จากการต่อแบบ
เดลต้าเป็นการต่อแบบวาย, 559
การแปลงวงจรมีพีแดนซ์จากการต่อแบบวาย
เป็นการต่อแบบเดลต้า, 559
การแปลงวาย-เดลต้า, 93
การแปลงแหล่งกำเนิด, 190
การแยกโดด, 680
การวัดความต้านทาน, 49
การวัดแรงดันสูง, 685
การวิเคราะห์แบบโนด, 120
การวิเคราะห์แบบโนด, 571
การวิเคราะห์แบบเมฆ, 583
การวิเคราะห์วงจรขนาน *RLC*
ไม่มีแหล่งกำเนิด, 462
การสะท้อนอิมพีแดนซ์, 669
การหาค่าเริ่มต้นและค่าสุดท้าย, 421
กำลัง, 28
กำลังจริง, 668
กำลังเชิงซ้อน, 667
กำลังปรากฏ, 667
กำลังรีแอกทีฟ, 668
กึ่ง, 58
แกนจริง, 543
แกนจินตภาพ, 543
ขดลวดเชื่อมต่อ, 639
ขดลวดหุติยภูมิ, 665
ขดลวดปฐมภูมิ, 665
ขนาด, 543

- ขั้นตอนการวิเคราะห์แบบเมช, 150
 ขั้นตอนการวิเคราะห์วงจรอนุกรม *RLC* ไม่มี
 แหล่งกำเนิด, 432
 ขั้นตอนการวิเคราะห์หา
 วงจรสมมูลเทเวนิน, 595
 ขั้นตอนการวิเคราะห์หา
 วงจรสมมูลนอร์ตัน, 595
 ความจุ, 293
 ความต้านทาน, 43
 ความต้านทานต่ำสุด, 47
 ความต้านทานสมมูลของตัวต้านทานต่อแบบ
 ขนาน, 74
 ความต้านทานสูงสุด, 47
 ความถี่, 537
 ความถี่เชิงมุม, 537
 ความถี่ธรรมชาติ, 430
 ความถี่เรโซแนนซ์, 430
 ความถี่วิกฤต, 537
 ความนำ, 50
 ความเหนี่ยวนำตัวเอง, 636
 ความเหนี่ยวนำร่วม, 637, 638
 ค่าคงตัวเวลา, 338, 349, 364, 379
 คาบ, 537
 ค่าราคกำลังเฉลี่ย, 667
 โครงข่ายไฟฟ้า, 12
 จำนวนเชิงซ้อน, 542
 ซัสเซปแทนซ์, 554
 ซีเมน, 554
 ซูเปอร์โนด, 138
 ซูเปอร์โนด, 577
 ซูเปอร์เมช, 158
 ซูเปอร์เมช, 591
 โซนุชอยด์, 536
 ด้านทุติยภูมิ, 663
 ด้านปฐมภูมิตาม, 663
 ตัวเก็บประจุ, 292
 ตัวเก็บประจุต่อแบบขนาน, 301
 ตัวเก็บประจุต่อแบบอนุกรม, 302
 ตัวต้านทาน, 43
 ตัวต้านทานต่อกันแบบขนาน, 73
 ตัวต้านทานต่อกันแบบอนุกรม, 71
 ตัวประกอบการหน่วง, 430
 ตัวเลขเต็มหน้า, 14
 ตัวเหนี่ยวนำ, 306
 ทฤษฎีบทเทเวนิน, 199, 209
 ทฤษฎีบทเทเวนินและนอร์ตัน, 594
 เทคนิคการวิเคราะห์แบบโนด, 120
 โหนด, 11
 แบบจำลองออปแอมป์อุดมคติ, 247
 ประจุ, 21
 เปิดวงจร, 53
 ผลตอบสนองขั้นบันได, 361
 ผลตอบสนองชั่วครู่, 364
 ผลตอบสนองตามธรรมชาติ, 364
 ผลตอบสนองธรรมชาติ, 337
 ผลตอบสนองแบบบังคับ, 364
 ผลตอบสนองสถานะอยู่ตัว, 364
 ผลตอบสนองสมบูรณ์, 364
 ผลตอบสนองสมบูรณ์วงจรขนาน *RLC*, 506
 ผลตอบสนองสมบูรณ์วงจรอนุกรม *RLC*, 483
 แผนภาพเค้าร่าง, 39
 แผนภาพบล็อก, 38
 แผนภาพเฟเซอร์, 543
 แผนภาพแสดงรายละเอียด
 ด้วยรูปสัญลักษณ์, 38
 พลังงานในวงจรเชื่อมต่อ, 648

- พลังงานสะสมในตัวเก็บประจุ, 296
 พลังงานสะสมในตัวเหนี่ยวนำ, 309
 พิกัดหม้อแปลง, 668
 ฟังก์ชันขั้นบันไดหนึ่งหน่วย, 354
 ฟังก์ชันเดลตา, 357
 ฟังก์ชันเป็นคาบ, 537, 611
 ฟังก์ชันลาดเอียงหนึ่งหน่วย, 358
 ฟังก์ชันอิมพัลส์หนึ่งหน่วย, 356
 ฟังก์ชันเอกฐาน, 354
 เฟเซอร์, 542, 611
 เฟเซอร์และอิมพีแดนซ์บนระนาบเชิงซ้อน, 555
 เฟส, 537, 543
 เมช, 148
 รหัสสี่ตัวด้านทาน, 44
 รีแอกแตนซ์, 552, 553
 รีแอกแตนซ์ของตัวเก็บประจุ, 552
 รีแอกแตนซ์ของตัวเหนี่ยวนำ, 552
 รูปแบบเชิงขั้ว, 543
 รูปแบบเชิงตั้งฉาก, 543
 รูปแบบเลขชี้กำลัง, 543
 แรงดัน, 26
 แรงดันตกคร่อมตัวเก็บประจุ, 296
 แรงดันเริ่มต้นของตัวเก็บประจุ, 421
 ลัดวงจร, 53
 เลขนัยสำคัญ, 20
 วงจรขนานอาร์แอลซีไม่มีแหล่งกำเนิด, 459
 วงจรขยายผกผัน, 247
 วงจรขยายผลต่าง, 264
 วงจรขยายผลรวม, 262
 วงจรขยายไม่ผกผัน, 253
 วงจรเชื่อมต่อทางแม่เหล็ก, 648
 วงจรตัวเหนี่ยวนำขนาน, 316
 วงจรตัวเหนี่ยวนำอนุกรม, 315
 วงจรแบ่งกระแส, 76
 วงจรแบ่งแรงดัน, 73
 วงจรไฟฟ้า, 12
 วงจรเรียงกระแสแบบเต็มคลื่นโดยใช้หม้อ
 แปลงแท่งปกกลาง, 683
 วงจรสมมูลเทเวนิน, 200
 วงจรสมมูลเทเวนิน, 594, 596
 วงจรสมมูลนอร์ตัน, 210
 วงจรสมมูลนอร์ตัน, 594, 596
 วงจรอนุกรมอาร์แอลซีไม่มีแหล่งกำเนิด, 428
 วงจรออปแอมป์ต่อเรียงกัน, 269
 วงจรออปแอมป์อันดับหนึ่ง, 392
 วงจรอันดับสอง, 421
 วงจรอันดับหนึ่ง, 335
 วงจรอาร์ซีไม่มีแหล่งกำเนิด, 335
 วงจรอาร์แอลไม่มีแหล่งกำเนิด, 347
 วงจรอบ, 12
 วิถี, 12
 วิถีปิด, 12
 วิถีเปิด, 12
 สถานะหนึ่งวงเกิน, 430
 สถานะหนึ่งวงขาด, 431
 สถานะหนึ่งวงวิกฤต, 430
 สมการลักษณะเฉพาะ, 429
 ส่วนจริง, 543
 ส่วนจินตภาพ, 543
 สัญยุคเชิงซ้อน, 667
 สัญกรณ์ตัวเลข, 16
 สัญกรณ์วิทยาศาสตร์, 16
 สัญกรณ์วิศวกรรมศาสตร์, 18
 สัญนิยมเครื่องหมายพาสซีฟ, 29
 สัญนิยมดอท, 638
 สัมประสิทธิ์การเชื่อมต่อ, 650

- สามเหลี่ยมกำลัง, 668
 หน่วยและมิติ, 14
 หม้อแปลง, 658
 หม้อแปลงกระแส, 683
 หม้อแปลงเชิงเส้น, 658
 หม้อแปลงเพิ่มแรงดัน, 666
 หม้อแปลงแยกขดลวด, 666
 หม้อแปลงแยกโดด, 680
 หม้อแปลงลดแรงดัน, 666
 หม้อแปลงอุดมคติ, 663, 664
 หลักการทับซ้อน, 182
 แหล่งกำเนิดกระแสถูกควบคุมด้วยกระแส, 36
 แหล่งกำเนิดกระแสถูกควบคุมด้วยแรงดัน, 36
 แหล่งกำเนิดไม้อิสระ, 35
 แหล่งกำเนิดแรงดันถูกควบคุมด้วยกระแส, 36
 แหล่งกำเนิดแรงดันถูกควบคุมด้วยแรงดัน, 35
 แหล่งกำเนิดอิสระ, 34
 องค์ประกอบจ่ายกำลัง, 29
 องค์ประกอบดูดกลืนกำลัง, 29
 องค์ประกอบที่ต่อกันแบบขนาน, 58
 องค์ประกอบที่ต่อกันแบบอนุกรม, 58
 องค์ประกอบพาสซีฟ, 33
 องค์ประกอบวงจรในโดเมนความถี่, 551
 องค์ประกอบแอกทีฟ, 34
 ออปแอมป์, 240
 ออปแอมป์แบบไม่อุดมคติ, 242
 ออปแอมป์อุดมคติ, 246
 อัตราการเปลี่ยนแปลงเริ่มต้นของกระแสไหล
 ผ่านตัวเหนี่ยวนำ, 422
 อัตราการเปลี่ยนแปลงเริ่มต้นของแรงดันตก
 คร่อมตัวเก็บประจุ, 422
 อัตราขยายแรงดันวงรอบเปิด, 243
 อัตราส่วนจำนวนรอบ, 664
 อาร์กิวเมนต์, 537
 อิมพีแดนซ์, 553, 612
 อิมพีแดนซ์ต่อแบบขนาน, 558
 อิมพีแดนซ์ต่อแบบวาย-เดลต้า, 559
 อิมพีแดนซ์ต่อแบบอนุกรม, 558
 อิมพีแดนซ์สมมูล, 558
 อิมพีแดนซ์สะท้อน, 661
 อิมพีแดนซ์อินพุต, 669
 เอกลักษณะตรีโกณมิติ, 538
 แอดมิตแตนซ์, 554, 612
 แอมพลิจูด, 537

ELECTRIC CIRCUITS

