



**แผนการจัดการเรียนรู้
มุ่งเน้นฐานสมรรถนะอาชีพและบูรณาการ การเรียนรู้**

ชื่อวิชา คณิตศาสตร์ อุตสาหกรรม
รหัสวิชา 2000-4102

จัดทำโดย

อาจารย์ โยธิกา กุลวงษ์
สาขาวิชาพื้นฐานประยุกต์ (คณิตศาสตร์)

คณะเทคโนโลยีอุตสาหกรรมมหาวิทยาลัยนครพนม

คำนำ

แผนการจัดการเรียนรู้ มุ่งเน้นฐานสมรรถนะและบูรณาการ การเรียนรู้วิชา คณิตศาสตร์
อุตสาหกรรม รหัสวิชา 2000-4102 เล่มนี้ได้จัดทำขึ้นเพื่อใช้เป็นคู่มือประกอบการสอน หรือเป็นแนว
ทางการสอนในรายวิชาเพื่อพัฒนาผู้เรียนเป็นสำคัญ ตามหลักสูตรประกาศนียบัตรวิชาชีพ พุทธศักราช
2556 สำนักงานคณะกรรมการการอาชีวศึกษา กระทรวงศึกษาธิการ

การจัดทำได้มีการพัฒนาเพื่อให้เหมาะสมกับผู้เรียน โดยแบ่งเนื้อหาออกเป็น 9 หน่วย การจัด
กิจกรรมการเรียนการสอนยึดผู้เรียนเป็นสำคัญ มีการบูรณาการการเรียนรู้วิชา และคุณธรรมจริยธรรม
ไว้ในหน่วยการเรียนรู้ตามความเหมาะสม สอดคล้องกับเนื้อหา มีแบบทดสอบก่อนเรียนและหลังเรียน
พร้อมเฉลย มีใบงาน กิจกรรมปฏิบัติ และสื่อการเรียนการสอนต่าง ๆ เพื่อให้เกิดประสิทธิผลแก่ผู้เรียน
มากยิ่งขึ้น

ผู้จัดทำหวังว่าแผนการจัดการเรียนรู้เล่มนี้คงจะเป็นแนวทางและเป็นประโยชน์ต่อครู-อาจารย์
และนักเรียน หากมีข้อเสนอแนะประการใด ผู้จัดทำยินดีน้อมรับไว้เพื่อปรับปรุงแก้ไขในครั้งต่อไป

ลงชื่อ.....



แผนการจัดการเรียนรู้แบบบูรณาการที่ 1

รหัสวิชา 2000-4102

วิชา คณิตศาสตร์ อุตสาหกรรม

ชื่อหน่วย ปฐมนิเทศ

เรื่อง ปฐมนิเทศ

หน่วยที่ -

สอนครั้งที่ 1-3

จำนวนชั่วโมง 3 ชม.

สาระสำคัญ

การที่นักศึกษาได้ทราบความสำคัญของวิชา คณิตศาสตร์ อุตสาหกรรม มีความรู้ความเข้าใจสาระ มาตรฐาน การเรียนรู้และคำอธิบายรายวิชา การวัดผลและการประเมินผล รายละเอียดต่างๆ เกี่ยวกับการเรียนการสอน เพื่อให้ นักศึกษาทราบแนวทางการเรียนและเตรียมประพฤติดุปฏิบัติตนได้ถูกต้อง รวมทั้งวางแผนการเรียนรู้ได้ อันจะส่งผลให้การ เรียนการสอนประสบความสำเร็จ ตลอดจนมีคุณธรรม จริยธรรม ค่านิยม และคุณลักษณะอันพึงประสงค์ บูรณาการลง ในการเรียนการสอน

จุดประสงค์การเรียนรู้

1. มีความรู้ความเข้าใจความสำคัญของวิชาคณิตศาสตร์ อุตสาหกรรม และมีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับสาระ มาตรฐานการเรียนรู้และคำอธิบายรายวิชา การวัดผลและประเมินผลวิชา คณิตศาสตร์ อุตสาหกรรม ตลอดจนมีความเข้าใจถึงการเรียนการสอน ตลอดจนการประพฤติดุปฏิบัติตนในการเรียนได้
2. เพื่อทราบพื้นฐานความรู้ที่ศึกษาก่อนเรียน
3. มีการพัฒนาคุณธรรม จริยธรรม ค่านิยม และคุณลักษณะอันพึงประสงค์ที่อาจารย์สามารถสังเกตเห็นได้ใน ด้านความมีมนุษยสัมพันธ์ ความมีวินัย ความรับผิดชอบ ความเชื่อมั่นในตนเอง ความสนใจใฝ่รู้ ความรัก สามัคคี ความกตัญญูกตเวที

เนื้อหาสาระ

1. แนะนำการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ อุตสาหกรรม
2. การประเมินผลการเรียนรู้ก่อนเรียน

กิจกรรมการเรียนรู้

ขั้นนำเข้าสู่บทเรียน

1. อาจารย์ทักทายนักศึกษา และแนะนำตนเองให้นักศึกษาทราบ และนักศึกษาแนะนำตนเอง

ขั้นสอน

2. นักศึกษาร่วมกันอภิปรายเกี่ยวกับความสำคัญของวิชาคณิตศาสตร์ ว่าเกี่ยวข้องกับชีวิตประจำวัน อย่างไร ปัญหาการเรียนวิชาคณิตศาสตร์อย่างกว้างๆ และการศึกษาวิชานี้ประสบผลสำเร็จได้อย่างไร
3. อาจารย์แจกล้างเขปวิชาคณิตศาสตร์ อุตสาหกรรมแล้วให้นักศึกษา ศึกษาและทำความเข้าใจร่วมกัน
4. นักศึกษารับฟังคำชี้แจงเนื้อหาวิชาที่จะเรียน จุดประสงค์รายวิชาและการปฏิบัติตนในขณะที่เรียน การ วัดผลและประเมินผล คุณธรรม จริยธรรม ค่านิยม และคุณลักษณะอันพึงประสงค์ที่บูรณาการลงใน การ เรียนการสอน
5. นักศึกษาซักถามปัญหาข้อสงสัยและร่วมกันอภิปราย เสนอแนะเพื่อหาแนวทางในการเรียนรู้ร่วมกันใน วิชาคณิตศาสตร์ อุตสาหกรรม

6. นักศึกษาทำแบบประเมินผลการเรียนรู้ก่อนเรียน
7. นักศึกษาตรวจแบบประเมินผลการเรียนรู้ด้วยตนเองตามที่อาจารย์เฉลย เสร็จแล้วส่งอาจารย์

ขั้นสรุปและการประยุกต์

8. อาจารย์และนักศึกษาช่วยกันสรุปสาระมาตรฐานการเรียนรู้ และการวัดผลการประเมินผลตลอดจน คุณธรรม จริยธรรม ค่านิยม และคุณลักษณะอันพึงประสงค์ที่บูรณาการในการเรียนการสอนของวิชา คณิตศาสตร์ อุตสาหกรรม

สื่อและแหล่งการเรียนรู้

1. หนังสือเรียนวิชา คณิตศาสตร์ อุตสาหกรรม (2000-4102) ของสำนักพิมพ์เอมพันธ์
2. แบบประเมินผลการเรียนรู้ก่อนเรียน

การวัดผลและการประเมินผล

วิธีวัดผล

1. สังเกตพฤติกรรมการปฏิบัติงานรายบุคคล
2. สังเกตพฤติกรรมการเข้าร่วมกิจกรรมกลุ่ม
3. ตรวจแบบประเมินผลการเรียนรู้ก่อนเรียน/หลังเรียน
4. การสังเกตและประเมินผลพฤติกรรมด้านคุณธรรม จริยธรรม ค่านิยม และคุณลักษณะอันพึงประสงค์

เครื่องมือวัดผล

1. แบบสังเกตพฤติกรรมการปฏิบัติงานรายบุคคล
2. แบบสังเกตพฤติกรรมการเข้าร่วมกิจกรรมกลุ่ม
3. แบบประเมินผลการเรียนรู้ก่อนเรียน/หลังเรียน
4. แบบประเมินคุณธรรม จริยธรรม ค่านิยม และคุณลักษณะอันพึงประสงค์ โดยอาจารย์และนักศึกษาร่วมกัน ประเมิน

เกณฑ์การประเมินผล

1. แบบสังเกตพฤติกรรมการปฏิบัติงานรายบุคคล เกณฑ์ผ่าน ต้องไม่มีช่องปรับปรุง
2. แบบสังเกตพฤติกรรมการเข้าร่วมกิจกรรมกลุ่ม เกณฑ์ผ่าน 50% ขึ้นไป
3. แบบประเมินผลการเรียนรู้ก่อนเรียน/หลังเรียน เกณฑ์ผ่าน ทำถูกต้อง 50% ขึ้นไป
4. แบบประเมินคุณธรรม จริยธรรม ค่านิยม และคุณลักษณะอันพึงประสงค์ คะแนนขึ้นอยู่กับการประเมินตามสภาพจริง

แบบประเมินผลการเรียนรู้ก่อนเรียน/หลังเรียน

คำสั่ง จงเลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุด

1. ข้อใดต่อไปนี้เป็นจริง ถ้า a, b, m และ n เป็นจำนวนจริงใดๆ

ก. $a^{n-m} = \frac{a^m}{a^n}$

ข. $a^m \cdot b^n = (ab)^{mn}$

ค. $(a^m + a^n) = a^{m+n}$

ง. $\left(\frac{a}{b}\right)^m = a^m b^{-m}$

2. ข้อใดต่อไปนี้เป็นจริง

ก. $9^x + 3^x = 3^{3x}$

ข. $9^{x+y} = 3^{2x} \cdot 3^{2y}$

ค. $3^{3x} = 9^x$

ง. $9^x \cdot 3^x = 9^{2x}$

3. ข้อใดต่อไปนี้ถูก

ก. $y = a^x$, $a \geq 0$ และ $a \neq 1$ เป็นฟังก์ชันเอ็กซ์โปเนนเชียล

ข. $y = \left(\frac{4}{3}\right)^x$ เป็นฟังก์ชันลด

ค. เรนจ์ของฟังก์ชันเอ็กซ์โปเนนเชียลเป็นเซตของจำนวนจริงบวก

ง. กราฟของฟังก์ชันลอการิทึมจะผ่านจุด $(0, 1)$ เสมอ

4. ถ้ากำหนดสมการ $\log_{13} 169 + \log_3 27^x = 0$ แล้วค่าของ x ตรงกับข้อใด

ก. $-\frac{2}{3}$

ข. $-\frac{3}{2}$

ค. $\frac{2}{3}$

ง. $\frac{3}{2}$

5. $y = \log_2 x$ ข้อใดถูกต้อง

ก. กราฟของฟังก์ชันลอการิทึม เป็นฟังก์ชันเพิ่ม

ข. กราฟของฟังก์ชันลอการิทึม ผ่านจุด $(1, 0)$

ค. กราฟของฟังก์ชันลอการิทึม ผ่านจุด $(2, 1)$

ง. ถูกทุกข้อ

6. ข้อใดไม่ถูกต้อง

ก. $\log_a MN = \log_a M + \log_a N$

ข. $\log_a \frac{M}{N} = \log_a M - \log_a N$

ค. $\log_a MN = \log_a M \cdot \log_a N$

ง. $P \log_a M = \log_a MP$

7. ค่าของ $\log_3 9 \cdot \log_2 8 + \log_5 25 \cdot \log_7 49$ ตรงกับข้อใด

ก. 10

ข. 13

ค. 24

ง. 36

8. ข้อใดต่อไปนี้ไม่ถูกต้อง

ก. มุม 45° เท่ากับมุม $\frac{\pi}{4}$ เรเดียน

ข. มุม 210° เท่ากับ $\frac{7\pi}{6}$

ค. มุม $\frac{2\pi}{3}$ เท่ากับมุม 120°

ง. มุม $\frac{5\pi}{4}$ เรเดียนเท่ากับมุม 220°

9. $\operatorname{cosec} 330^\circ$ มีค่าตรงกับข้อใด

ก. -2

ข. $-\frac{1}{2}$

ค. $\frac{1}{2}$

ง. 2

10. $\sin \frac{4\pi}{3}$ มีค่าตรงกับข้อใด

ก. $-\frac{1}{2}$

ข. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$

ค. $\frac{1}{2}$

ง. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

11. กำหนดให้ $\hat{B} = 120^\circ$, $a = 3$ เซนติเมตร และ $c = 5$ เซนติเมตร จงหาค่าของ b

ก. $\sqrt{30}$

ข. $\sqrt{35}$

ค. $\sqrt{39}$

ง. $\sqrt{49}$

12. ข้อใดต่อไปนี้ไม่ถูกต้อง

ก. $\binom{7}{3} = \binom{7}{4}$

ข. $3! + 5! = 8!$

ค. $\binom{6}{0} = 0!$

ง. ถ้า $\binom{n}{3} = 56$ แล้ว $n + 1 = 9$

13. จงหาพจน์ที่ 5 ของ $(2a + b)^8$

ก. $2a^4 b^4$

ข. $16a^4 b^4$

ค. $70a^4 b^4$

ง. $1120a^4 b^4$

14. จงใช้ทฤษฎีบททวินามหาค่าของ $(4.01)^4$ (ตอบทศนิยมไม่เกิน 4 ตำแหน่ง)

ก. 256.0096

ข. 256.5696

ค. 258.0096

ง. 258.5696

15. ข้อใดเป็นฟังก์ชันตรรกยะชนิดเศษส่วนแท้

ก. $\frac{3x+5}{5x+2}$

ข. $\frac{5x^2+3x-4}{x^2+2x+1}$

ค. $\frac{5x-3}{3x^2+4x-7}$

ง. $\frac{x^5}{(x+2)(x-3)}$

16. จงแยกฟังก์ชันตรรกยะต่อไปนี้ให้เป็นเศษส่วนย่อย $\frac{8x-19}{(x+2)(x+5)}$

ก. $\frac{5}{x+2} - \frac{3}{x-5}$

ข. $\frac{5}{x+2} + \frac{3}{x-5}$

ค. $\frac{5}{x-2} - \frac{3}{x+5}$

ง. $\frac{5}{x-2} + \frac{3}{x+5}$

17. จงแยกฟังก์ชันตรรกยะต่อไปนี้ให้เป็นเศษส่วนย่อย $\frac{x^3+2x+3}{x^4+x^2-2}$

ก. $\frac{1}{x-1} + \frac{1}{x^2+2}$

ข. $\frac{1}{x+1} + \frac{1}{x^2+2}$

ค. $\frac{1}{x-1} - \frac{1}{x^2+2}$

ง. $\frac{1}{x+1} - \frac{1}{x^2+2}$

18. ข้อใดต่อไปนี้ไม่ใช่เมทริกซ์

ก. [a]

ข. $\begin{bmatrix} 0 \\ a \end{bmatrix}$

ค. [0 0]

ง. { a }

19. กำหนดให้ $A = \begin{bmatrix} 2x-1 & 4 \\ -5 & 5 \end{bmatrix}$ และ $B = \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ x-y & 5 \end{bmatrix}$ ค่าของ x และ y ที่ทำให้ $A = B$ ตรงกับข้อใด

ก. $x = 2, y = 7$

ข. $x = 7, y = 2$

ค. $x = -7, y = -1$

ง. $x = 2, y = -7$

20. ถ้า A, B และ C เป็นเมทริกซ์ใด ข้อความใดต่อไปนี้**เป็นเท็จ**

ก. $A(B+C) = AB+AC$

ข. $A(BC) = (AB)C$

ค. $AB = BA$

ง. ถ้า $B = C$ แล้ว $AB = AC$

กำหนด $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 3 \end{bmatrix}$ และ $C = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$

21. ถ้า $x = (A + B) - C$ แล้ว x^{-1} ตรงกับข้อใด

ก. $\begin{bmatrix} 3/13 & -1/26 \\ -1/13 & 2/13 \end{bmatrix}$ ข. $\begin{bmatrix} 3/13 & -1/26 \\ 1/13 & 2/13 \end{bmatrix}$
 ค. $\begin{bmatrix} 4 & 1 \\ -2 & 6 \end{bmatrix}$ ง. $\begin{bmatrix} 4 & -1 \\ 2 & 6 \end{bmatrix}$

22. ถ้า $A = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ -3 & 0 \end{bmatrix}$ และ $B = \begin{bmatrix} 1 & -3 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$ จงหา $(AB)^t$

ก. $\begin{bmatrix} 3 & 5 \\ -3 & 9 \end{bmatrix}$ ข. $\begin{bmatrix} 3 & 5 \\ -6 & 0 \end{bmatrix}$
 ค. $\begin{bmatrix} 3 & -3 \\ 5 & 9 \end{bmatrix}$ ง. $\begin{bmatrix} 3 & -6 \\ 5 & 0 \end{bmatrix}$

23. ข้อใดเป็นอินเวอร์สการบวกของเมทริกซ์ $\begin{bmatrix} 1 & 3 \\ -4 & 2 \end{bmatrix}$

ก. $\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ ข. $\begin{bmatrix} -1 & -3 \\ 4 & -2 \end{bmatrix}$
 ค. $\begin{bmatrix} 1 & 4 \\ -3 & 2 \end{bmatrix}$ ง. $\begin{bmatrix} -1 & 3 \\ -2 & -4 \end{bmatrix}$

24. กำหนดให้ $A = \begin{bmatrix} -2 & -2 \\ 3 & -1 \end{bmatrix}$ และ $B = \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$ ค่าของ $\det(AB)$ ตรงกับข้อใด

ก. 2 ข. 4
 ค. 6 ง. 8

31. จุดกึ่งกลางระหว่างจุด (x_1, y_1) และ (x_2, y_2) คือจุดใด

ก. $\left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$

ข. $\left(\frac{x_1 - x_2}{2}, \frac{y_1 - y_2}{2}\right)$

ค. $\left(\frac{x_1 + y_1}{2}, \frac{x_1 + y_2}{2}\right)$

ง. $\left(\frac{x_1 - y_2}{2}, \frac{x_2 - y_1}{2}\right)$

32. เส้นตรงที่ผ่านจุด $(k, 1)$ และ $(3, 7)$ มีความชันเท่ากับ 2 แล้ว k มีค่าตรงกับข้อใด

ก. -6

ข. 0

ค. 1

ง. 7

33. ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้องที่สุด

ก. เส้นตรงที่ขนานกับแกน x และผ่านจุด $(0, b)$ มีสมการคือ $x = b$

ข. เส้นตรงที่ขนานกับแกน y และผ่านจุด $(a, 0)$ มีสมการคือ $y = a$

ค. เส้นตรงที่ผ่านจุด (x_1, y_1) และ (x_2, y_2) มีสมการคือ $y - y_1 = \left(\frac{x_2 - x_1}{y_2 - y_1}\right)(x - x_1)$

ง. เส้นตรงที่ผ่านจุด (x_1, y_1) และมีความชัน m มีสมการคือ $y - y_1 = m(x - x_1)$

34. สมการเส้นตรงที่ตั้งฉากกับเส้นตรง $2x + 6y - 31 = 0$ และผ่านจุด $(1, 1)$ ตรงกับข้อใด

ก. $3x - y - 2 = 0$

ข. $x + 3y - 4 = 0$

ค. $3x + y - 4 = 0$

ง. $4x - 3y - 1 = 0$

35. ข้อใดต่อไปนี้ไม่ถูกต้อง

ก. ระยะทางจากจุด $(2, -3)$ ถึงเส้นตรง $3x + 4y - 12$ คือ 6

ข. สมการเส้นตรงที่ผ่านจุด $(0, 3)$ และความชันเท่ากับ -4 คือ $3x + 4y - 12 = 0$

ค. ระยะทางระหว่างเส้นตรง $4x - 3y + 7 = 0$ กับเส้นตรง $4x - 3y + 17 = 0$ คือ 10

ง. เส้นตรงที่มีสมการ $3x + 2y + 10 = 0$ มีความชันคือ $-\frac{3}{2}$

36. ข้อใดเป็นสมการวงกลมที่มีจุดศูนย์กลางที่ $(-3, 4)$ และเส้นผ่านศูนย์กลาง 10 หน่วย

ก. $x^2 + y^2 - 6x + 8y = 0$

ข. $x^2 + y^2 + 6x - 8y = 0$

ค. $x^2 + y^2 - 8x + 6y = 0$

ง. $x^2 + y^2 + 8x - 6y = 0$

37. สมการพาราโบลาซึ่งมีจุดยอดอยู่ที่ $(-2, 1)$ และจุดโฟกัส $(-2, -1)$ ตรงกับข้อใด

ก. $x^2 + 4x + 8y - 4 = 0$

ข. $x^2 - 6x - 10y + 20 = 0$

ค. $y^2 - 4y + 8x + 8 = 0$

ง. $y^2 - 6y - 10x - 12 = 0$

38. ให้ $y^2 + 6y + 8x - 12 = 0$ เป็นสมการของพาราโบลา ข้อความต่อไปนี้บ่งบอกลักษณะของพาราโบลา
ไม่ถูกต้อง

ก. จุดยอดอยู่ที่ $(\frac{21}{4}, -3)$

ข. จุดยอดอยู่บนเส้นตรง $y = -3$

ค. จุดยอดอยู่ที่ $(\frac{15}{4}, -3)$

ง. มีเส้นตรง $x = \frac{25}{4}$ เป็นไดเรกทริกซ์

39. ข้อใดเป็นสมการของวงรีที่มีจุดยอด $(0, 5)$ และจุด $(0, -5)$ และโฟกัสอยู่ที่จุด $(0, 3)$ และ $(0, -3)$

ก. $25x^2 + 16y^2 - 400 = 0$

ข. $5x^2 + 4y^2 - 20 = 0$

ค. $25x^2 + 16y^2 + 400 = 0$

ง. $5x^2 + 4y^2 + 20 = 0$

40. ข้อใดเป็นสมการของไฮเพอร์โบลาที่จุดศูนย์กลางอยู่ที่ $(0, 0)$ และจุดโฟกัสจุดหนึ่งอยู่ที่ $(-5, 0)$ และมีค่าคงที่เป็น 6 หน่วย

ก. $34x^2 - 9y^2 - 306 = 0$

ข. $25x^2 - 36y^2 - 800 = 0$

ค. $16x^2 - 9y^2 - 144 = 0$

ง. $9x^2 - 16y^2 - 144 = 0$

เฉลยแบบประเมินผลการเรียนรู้ก่อนเรียน/หลังเรียน

1.	ง.	6.	ค.	11.	ง.	16.	ข.	21.	ข.	26.	ก.	31.	ก.	36.	ข
2.	ข.	7.	ก.	12.	ข.	17.	ก.	22.	ค.	27.	ค.	32.	ค.	37.	ก.
3.	ค.	8.	ง.	13.	ง.	18.	ง.	23.	ข.	28.	ก.	33.	ง.	38.	ค.
4.	ก.	9.	ก.	14.	ง.	19.	ก.	24.	ง.	29.	ข.	34.	ก.	39.	ก.
5.	ง.	10.	ข.	15.	ค.	20.	ค.	25.	ก.	30.	ข.	35.	ค.	40.	ค.



แผนการจัดการเรียนรู้แบบบูรณาการที่ 2

หน่วยที่ 1

รหัสวิชา 2000-4102 วิชา คณิตศาสตร์ อุตสาหกรรม

สอนครั้งที่ 4-6

ชื่อหน่วย ฟังก์ชันเอ็กซ์โปเนนเชียลและฟังก์ชันลอการิทึม

จำนวนชั่วโมง 3 ชม.

เรื่อง ฟังก์ชันเอ็กซ์โปเนนเชียลและฟังก์ชันลอการิทึม

สาระสำคัญ

1. ฟังก์ชันเอ็กซ์โปเนนเชียล คือ ฟังก์ชันที่เขียนในรูป $f(x) = ax$ เมื่อ $a > 0$, $a \neq 1$ และ x เป็นจำนวนจริงใดๆ
2. การหาค่าฟังก์ชันเอ็กซ์โปเนนเชียล หาได้โดยใช้สมบัติของเลขยกกำลัง
3. กราฟของฟังก์ชันเอ็กซ์โปเนนเชียล $f(x) = a^x$ จะตัดแกน y ที่จุด $(0, 1)$ มี 2 ลักษณะคือ
ถ้า $0 < a < 1$ จะได้ $f(x) = a^x$ เป็นฟังก์ชันลดลง
และ $a > 1$ จะได้ $f(x) = a^x$ เป็นฟังก์ชันเพิ่มขึ้น
4. ฟังก์ชันเอ็กซ์โปเนนเชียลฐาน e คือ ฟังก์ชันที่เขียนในรูป $f(x) = \exp(x) = e^x$ เมื่อ $e = 2.71828$
5. ฟังก์ชันลอการิทึม คือ ฟังก์ชันที่เขียนอยู่ในรูป $f(x) = \log_a x$ เมื่อ $a > 0$ และ $a \neq 1$
6. ฟังก์ชันลอการิทึม เป็นฟังก์ชันผกผันกับฟังก์ชันเอ็กซ์โปเนนเชียล
7. การหาค่าฟังก์ชันลอการิทึม หาได้โดยใช้สมบัติของลอการิทึม
8. กราฟของฟังก์ชันลอการิทึม $f(x) = \log_a x$ จะตัดแกน x ที่จุด $(1, 0)$
ถ้า $0 < a < 1$ จะได้ $f(x) = \log_a x$ เป็นฟังก์ชันลดลง
และ $a > 1$ จะได้ $f(x) = \log_a x$ เป็นฟังก์ชันเพิ่มขึ้น
9. ฟังก์ชันลอการิทึมธรรมชาติ ของจำนวน N เขียนแทนด้วย $\ln N$

จุดประสงค์การเรียนรู้

1. บอกความหมายของฟังก์ชันเอ็กซ์โปเนนเชียลได้
2. บอกสมบัติของเลขยกกำลังได้
3. หาค่าของฟังก์ชันเอ็กซ์โปเนนเชียลได้
4. เขียนกราฟของฟังก์ชันเอ็กซ์โปเนนเชียลได้
5. หาค่าของฟังก์ชันเอ็กซ์โปเนนเชียลธรรมชาติ ได้
6. มีการพัฒนาคุณธรรม จริยธรรม ค่านิยม และคุณลักษณะอันพึงประสงค์ที่อาจารย์สามารถสังเกตเห็นได้ในด้านความมีมนุษยสัมพันธ์ ความมีวินัย ความรับผิดชอบ ความเชื่อมั่นในตนเอง ความสนใจใฝ่รู้ ความรักสามัคคี ความกตัญญูกตเวทีก

เนื้อหาสาระ

1. ฟังก์ชันเอ็กซ์โปเนนเชียล
 - 1.1 ความหมายของฟังก์ชันเอ็กซ์โปเนนเชียล
 - 1.2 สมบัติของเลขยกกำลัง
 - 1.3 กราฟของฟังก์ชันเอ็กซ์โปเนนเชียล
 - 1.4 ฟังก์ชันเอ็กซ์โปเนนเชียลธรรมชาติ

กิจกรรมการเรียนรู้

ชั้นนำเข้าสู่บทเรียน

1. อาจารย์ทบทวนเลขยกกำลังและยกตัวอย่างโดยใช้การถามตอบ

ขั้นสอน

2. อาจารย์บอกบทนิยามของฟังก์ชันเอ็กซ์โปเนนเชียล โดยวิธีอธิบายและแสดงเหตุผล
3. อาจารย์ใช้การถามตอบให้นักศึกษาพิจารณาตัวอย่างฟังก์ชันเอ็กซ์โปเนนเชียลเพื่อให้นักศึกษาสรุปได้ว่า เมื่อ $a > 0$ และ $a \neq 1$ จะได้ฟังก์ชันเอ็กซ์โปเนนเชียลเป็นสองกรณี คือ $a > 1$ กับ $0 < a < 1$
4. อาจารย์ยกตัวอย่างที่ 1.4 โดยใช้การสาธิตประกอบคำถามเขียนกราฟของฟังก์ชัน $f(x) = 2^x$ บนกระดานดำ หลังจากนั้นใช้การถามตอบเพื่อให้นักศึกษาสรุปได้ว่า

4.1 โดเมนของฟังก์ชัน (x) คือ เซตของจำนวนจริง ส่วนเรนจ์ของฟังก์ชัน (y) คือเซตของจำนวนจริงบวก

4.2 กราฟตัดแกน y ที่จุด $(0, 1)$

4.3 กราฟเพิ่มขึ้นจากซ้ายไปขวา นั่นคือ เมื่อ x มีค่าเพิ่มขึ้น $y = f(x)$ จะเพิ่มขึ้นด้วย เรียกว่า ฟังก์ชันเพิ่ม

5. อาจารย์ยกตัวอย่าง พร้อมกับให้นักศึกษาช่วยกันเขียนกราฟของฟังก์ชัน $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ บนกระดานดำ และให้นักศึกษาช่วยกันสรุปโดยใช้การถามตอบ ซึ่งจะสรุปได้ว่า

5.1 โดเมนของฟังก์ชัน (x) คือ เซตของจำนวนจริง ส่วนเรนจ์ของฟังก์ชัน (y) คือ เซตของจำนวนจริงบวก

5.2 กราฟตัดแกน y ที่จุด $(0, 1)$

5.3 กราฟลดลงจากซ้ายไปขวา นั่นคือ เมื่อ x เพิ่มขึ้นค่า $y = f(x)$ จะลดลง เรียกว่า ฟังก์ชันลด

6. อาจารย์แบ่งนักศึกษาออกเป็น 5 กลุ่ม ตามความเหมาะสม ให้แต่ละกลุ่มเลือกประธานกลุ่ม เลขานุกรมและผู้ประเมินกิจกรรม แล้วอาจารย์แจกบัตรกิจกรรมพร้อมกระดานกราฟให้นักศึกษาในกลุ่มช่วยกันเขียนกราฟและตอบคำถามในบัตรกิจกรรม

7. ให้ตัวแทนนักศึกษาแต่ละกลุ่มมาเสนอผลที่ได้จากการอภิปรายตามรายการที่กำหนดในบัตรกิจกรรม โดยการรายงานหน้าชั้นเรียน

8. อาจารย์อธิบายลักษณะของกราฟ $y = e^x$ และตัวอย่าง ให้นักศึกษาดูโดยใช้การอธิบายและแสดงเหตุผล

ขั้นสรุปและการประยุกต์

9. อาจารย์ใช้การถามตอบให้นักศึกษาสรุปลักษณะของฟังก์ชันเอ็กซ์โปเนนเชียล
10. นักศึกษาทำแบบประเมินผลการเรียนรู้ที่ 1 ส่งตามกำหนด
11. อาจารย์ตรวจแบบประเมินผลการเรียนรู้และชี้แจงสิ่งที่บกพร่องหรือผิดพลาดให้นักศึกษาทราบ

สื่อและแหล่งการเรียนรู้

1. หนังสือเรียนวิชา คณิตศาสตร์ อุตสาหกรรม (2000-4102) ของสำนักพิมพ์เอมพันธ์
2. กรณีศึกษา

การวัดผลและการประเมินผล

วิธีวัดผล

1. สังเกตพฤติกรรมการปฏิบัติงานรายบุคคล
2. สังเกตพฤติกรรมการเข้าร่วมกิจกรรมกลุ่ม
3. ตรวจสอบประเมินผลการเรียนรู้ หน่วยที่ 1
4. การสังเกตและประเมินผลพฤติกรรมด้านคุณธรรม จริยธรรม ค่านิยม และคุณลักษณะอันพึงประสงค์

เครื่องมือวัดผล

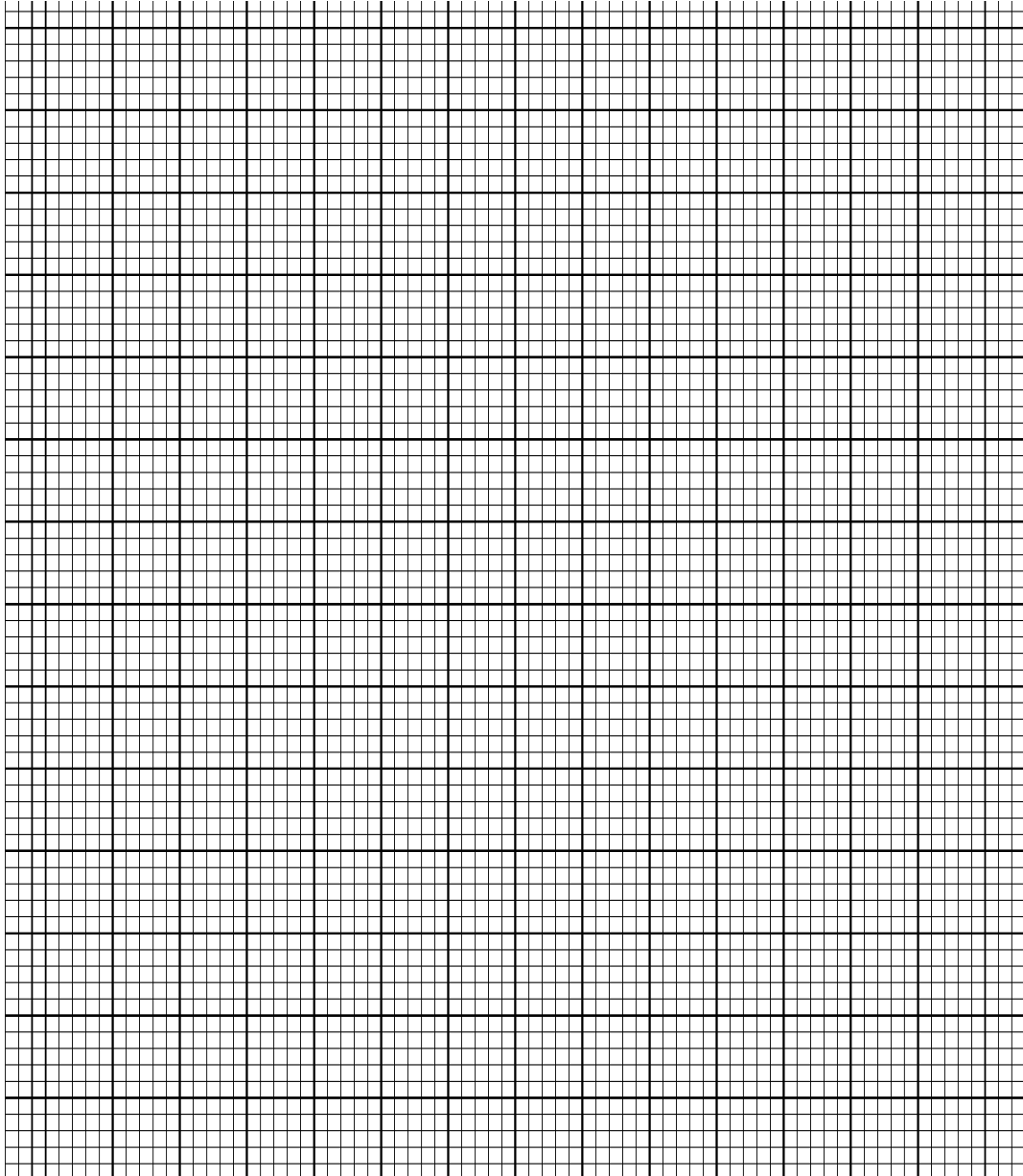
1. แบบสังเกตพฤติกรรมการปฏิบัติงานรายบุคคล
2. แบบสังเกตพฤติกรรมการเข้าร่วมกิจกรรมกลุ่ม
3. แบบประเมินผลการเรียนรู้ หน่วยที่ 1
4. แบบประเมินคุณธรรม จริยธรรม ค่านิยม และคุณลักษณะอันพึงประสงค์ โดยอาจารย์และนักศึกษาร่วมกันประเมิน

เกณฑ์การประเมินผล

1. แบบสังเกตพฤติกรรมการปฏิบัติงานรายบุคคล เกณฑ์ผ่าน ต้องไม่มีช่องปรับปรุง
2. แบบสังเกตพฤติกรรมการเข้าร่วมกิจกรรมกลุ่ม เกณฑ์ผ่าน 50% ขึ้นไป
3. แบบประเมินผลการเรียนรู้ หน่วยที่ 1 เกณฑ์ผ่าน ทำถูกต้อง 50% ขึ้นไป
4. แบบประเมินคุณธรรม จริยธรรม ค่านิยม และคุณลักษณะอันพึงประสงค์ คะแนนขึ้นอยู่กับการประเมินตามสภาพจริง

กรณีศึกษา

คำสั่ง จงเขียนกราฟของ $y = 2^x$, $y = 3^x$, $y = 10^x$, $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$, $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$ ลงในระบบแกนมุมฉากเดียวกัน



จากกราฟที่ได้ จงเติมคำในช่องว่างต่อไปนี้

1. ลักษณะของกราฟ $y = 2^x$ สรุปได้ว่า
 - 1.1 กราฟตัดแกน y ที่จุด
 - 1.2 เมื่อค่า x เพิ่ม ค่า y จะ (เพิ่มขึ้น/ลดลง).....
ดังนั้น $y = 2^x$ เป็นฟังก์ชัน (เพิ่ม/ลด).....
 - 1.3 โดเมนของฟังก์ชัน คือ.....
เรนจ์ของฟังก์ชันคือ
2. ลักษณะของกราฟ $y = 3^x$ สรุปได้ว่า
 - 2.1 กราฟตัดแกน y ที่จุด
 - 2.2 เมื่อค่า x เพิ่ม ค่า y จะ (เพิ่มขึ้น/ลดลง).....
ดังนั้น $y = 3^x$ เป็นฟังก์ชัน (เพิ่ม/ลด).....
 - 2.3 โดเมนของฟังก์ชัน คือ.....
เรนจ์ของฟังก์ชันคือ
3. ลักษณะของกราฟ $y = 10^x$ สรุปได้ว่า
 - 3.1 กราฟตัดแกน y ที่จุด
 - 3.2 เมื่อค่า x เพิ่ม ค่า y จะ (เพิ่มขึ้น/ลดลง).....
ดังนั้น $y = 10^x$ เป็นฟังก์ชัน (เพิ่ม/ลด).....
 - 3.3 โดเมนของฟังก์ชัน คือ.....
เรนจ์ของฟังก์ชันคือ
4. ลักษณะของกราฟ $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ สรุปได้ว่า
 - 4.1 กราฟตัดแกน y ที่จุด
 - 4.2 เมื่อค่า x เพิ่ม ค่า y จะ (เพิ่มขึ้น/ลดลง).....
ดังนั้น $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ เป็นฟังก์ชัน (เพิ่ม/ลด).....
 - 4.3 โดเมนของฟังก์ชัน คือ.....
เรนจ์ของฟังก์ชันคือ

5. ลักษณะของกราฟ $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$ สรุปได้ว่า

5.1 กราฟตัดแกน y ที่จุด

5.2 เมื่อค่า x เพิ่ม ค่า y จะ (เพิ่มขึ้น/ลดลง).....

ดังนั้น $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$ เป็นฟังก์ชัน (เพิ่ม/ลด).....

5.3 โดเมนของฟังก์ชัน คือ.....

เรนจ์ของฟังก์ชันคือ

สรุปลักษณะสำคัญของฟังก์ชันเอกซโปเนนเชียล

1.....

2.....

3.....

4.....



แผนการจัดการเรียนรู้แบบบูรณาการที่ 3

หน่วยที่ 1

รหัสวิชา 2000-4102 วิชา คณิตศาสตร์ อุตสาหกรรม

สอนครั้งที่ 7-9

ชื่อหน่วย ฟังก์ชันเอ็กซ์โปเนนเชียลและฟังก์ชันลอการิทึม

จำนวนชั่วโมง 3 ชม.

เรื่อง ฟังก์ชันเอ็กซ์โปเนนเชียลและฟังก์ชันลอการิทึม

สาระสำคัญ

1. ฟังก์ชันเอ็กซ์โปเนนเชียล คือ ฟังก์ชันที่เขียนในรูป $f(x) = a^x$ เมื่อ $a > 0$, $a \neq 1$ และ x เป็นจำนวนจริงใดๆ
2. การหาค่าฟังก์ชันเอ็กซ์โปเนนเชียล หาได้โดยใช้สมบัติของเลขยกกำลัง
3. กราฟของฟังก์ชันเอ็กซ์โปเนนเชียล $f(x) = a^x$ จะตัดแกน y ที่จุด $(0, 1)$ มี 2 ลักษณะคือ
ถ้า $0 < a < 1$ จะได้ $f(x) = a^x$ เป็นฟังก์ชันลดลง
และ $a > 1$ จะได้ $f(x) = a^x$ เป็นฟังก์ชันเพิ่มขึ้น
4. ฟังก์ชันเอ็กซ์โปเนนเชียลฐาน e คือ ฟังก์ชันที่เขียนในรูป $f(x) = \exp(x) = e^x$ เมื่อ $e = 2.71828$
5. ฟังก์ชันลอการิทึม คือ ฟังก์ชันที่เขียนอยู่ในรูป $f(x) = \log_a x$ เมื่อ $a > 0$ และ $a \neq 1$
6. ฟังก์ชันลอการิทึม เป็นฟังก์ชันผกผันกับฟังก์ชันเอ็กซ์โปเนนเชียล
7. การหาค่าฟังก์ชันลอการิทึม หาได้โดยใช้สมบัติของลอการิทึม
8. กราฟของฟังก์ชันลอการิทึม $f(x) = \log_a x$ จะตัดแกน x ที่จุด $(1, 0)$
ถ้า $0 < a < 1$ จะได้ $f(x) = \log_a x$ เป็นฟังก์ชันลดลง
และ $a > 1$ จะได้ $f(x) = \log_a x$ เป็นฟังก์ชันเพิ่มขึ้น
9. ฟังก์ชันลอการิทึมธรรมชาติ ของจำนวน N เขียนแทนด้วย $\ln N$

จุดประสงค์การเรียนรู้

2. บอกความหมายของฟังก์ชันลอการิทึมได้
3. บอกสมบัติของลอการิทึมได้
4. หาค่าลอการิทึมฐานต่างๆ ได้
5. เขียนกราฟของฟังก์ชันลอการิทึมฐานต่างๆ ได้
6. นำความรู้เรื่องฟังก์ชันเอ็กซ์โปเนนเชียลและฟังก์ชันลอการิทึมไปประยุกต์ใช้ในวิชาชีพและชีวิตประจำวันได้
7. มีการพัฒนาคุณธรรม จริยธรรม ค่านิยม และคุณลักษณะอันพึงประสงค์ที่อาจารย์สามารถสังเกตเห็นได้ในด้านความมีมนุษยสัมพันธ์ ความมีวินัย ความรับผิดชอบ ความเชื่อมั่นในตนเอง ความสนใจใฝ่รู้ ความรักสามัคคี ความกตัญญูกตเวทีก

เนื้อหาสาระ

2. ฟังก์ชันลอการิทึม
 - 2.1 ความหมายของฟังก์ชันลอการิทึม
 - 2.2 สมบัติของลอการิทึม
 - 2.3 ลอการิทึมสามัญ
 - 2.4 ฟังก์ชันลอการิทึมธรรมชาติ
 - 2.5 กราฟของฟังก์ชันลอการิทึม
 - 2.6 กราฟของฟังก์ชันลอการิทึมธรรมชาติ

กิจกรรมการเรียนรู้

ชั้นนำเข้าสู่บทเรียน

1. อาจารย์ทบทวนฟังก์ชันเอ็กซ์โปเนนเชียลโดยการถามตอบ

ขั้นสอน

2. อาจารย์บอกบทนิยามของฟังก์ชันลอการิทึม โดยการอธิบายและแสดงเหตุผล
3. อาจารย์ใช้การถามตอบเพื่อให้นักศึกษาสรุปความสัมพันธ์ระหว่างสมการในรูปเลขยกกำลังกับสมการในรูปลอการิทึม แล้วแจกเอกสารฝึกหัดให้นักศึกษาช่วยกันทำ แล้วอาจารย์ตรวจสอบความถูกต้อง
4. อาจารย์ยกตัวอย่าง $y = \log_2 x$ และให้นักศึกษาช่วยกันเขียนกราฟ บนกระดาน
5. อาจารย์ใช้แผ่นโปร่งใสภาพซ้อนที่แสดงกราฟของ $y = 2^x$ และ $y = \log_2 x$ แล้วใช้การถามตอบเพื่อให้นักศึกษาสรุปได้ว่าการเขียนกราฟของฟังก์ชันลอการิทึม $y = \log_a x$ อาจเขียนได้จากกราฟของ $y = a^x$ โดยอาศัยสมบัติของฟังก์ชันอินเวอร์ส (ผกผัน)
6. อาจารย์ใช้แผ่นภาพซ้อน และใช้การถามตอบให้นักศึกษาสรุปลักษณะของกราฟฟังก์ชันลอการิทึมได้ว่า
 - 6.1 กราฟจะตัดแกน x ที่จุด $(1, 0)$
 - 6.2 กราฟจะไม่ตัดแกน y และจะอยู่ทางขวาของแกน y เสมอ
 - 6.3 กรณี $a > 1$ กราฟของ $f(x) = \log_a x$ เป็นฟังก์ชันเพิ่ม
7. อาจารย์ยกตัวอย่าง $y = \log_{1/2} x$ และให้นักศึกษาช่วยกันเขียนกราฟ พร้อมกับการถามตอบให้นักศึกษาสรุปลักษณะของกราฟของฟังก์ชันลอการิทึมได้ว่า กรณี $0 < a < 1$ กราฟของ $f(x) = \log_a x$ เป็นฟังก์ชันลด
8. อาจารย์อธิบายสมบัติของลอการิทึม พร้อมยกตัวอย่างประกอบการอธิบาย
9. อาจารย์ยกตัวอย่าง โดยใช้การถามตอบแล้วให้นักศึกษาช่วยกันทำบนกระดานดำ
10. อาจารย์บอกนักศึกษาว่าลอการิทึมที่มีฐานเป็นสิบเรียกว่า ลอการิทึมสามัญ นิยมเขียนโดยไม่มีฐานกำกับ เช่น $\log_{10} 3$ ด้วย $\log 3$ และ $\log_{10} N$ จะเขียนแทนด้วย $\log N$
11. อาจารย์ยกตัวอย่าง แล้วให้นักศึกษาทุกคนทำ อาจารย์ตรวจสอบความถูกต้อง
12. อาจารย์อธิบายลอการิทึมธรรมชาติ พร้อมอธิบายความสัมพันธ์ระหว่างลอการิทึมฐาน e กับลอการิทึมฐานสิบ พร้อมยกตัวอย่าง โดยใช้การอธิบายและแสดงเหตุผล

ขั้นสรุปและการประยุกต์

13. อาจารย์ใช้การถามตอบให้นักศึกษาสรุปลักษณะของฟังก์ชันลอการิทึมและสมบัติของลอการิทึม
14. นักศึกษาทำแบบประเมินผลการเรียนรู้ที่ 1 ส่งตามกำหนด
15. อาจารย์ตรวจแบบประเมินผลการเรียนรู้ และชี้แจงสิ่งที่บกพร่องหรือผิดพลาดให้นักศึกษาทราบ

สื่อและแหล่งการเรียนรู้

1. หนังสือเรียนวิชา คณิตศาสตร์ อุตสาหกรรม (2000-4102) ของสำนักพิมพ์เอมพันธ์
2. กรณีศึกษา
3. แผ่นโปรงใสภาพซ้อน

การวัดผลและการประเมินผล

วิธีวัดผล

1. สังเกตพฤติกรรมการปฏิบัติงานรายบุคคล
2. สังเกตพฤติกรรมการเข้าร่วมกิจกรรมกลุ่ม
3. ตรวจสอบประเมินผลการเรียนรู้ หน่วยที่ 1
4. การสังเกตและประเมินผลพฤติกรรมด้านคุณธรรม จริยธรรม ค่านิยม และคุณลักษณะอันพึงประสงค์

เครื่องมือวัดผล

1. แบบสังเกตพฤติกรรมการปฏิบัติงานรายบุคคล
2. แบบสังเกตพฤติกรรมการเข้าร่วมกิจกรรมกลุ่ม
3. แบบประเมินผลการเรียนรู้ หน่วยที่ 1
4. แบบประเมินคุณธรรม จริยธรรม ค่านิยม และคุณลักษณะอันพึงประสงค์ โดยอาจารย์และนักศึกษาร่วมกันประเมิน

เกณฑ์การประเมินผล

1. แบบสังเกตพฤติกรรมการปฏิบัติงานรายบุคคล เกณฑ์ผ่าน ต้องไม่มีช่องปรับปรุง
2. แบบสังเกตพฤติกรรมการเข้าร่วมกิจกรรมกลุ่ม เกณฑ์ผ่าน 50% ขึ้นไป
3. แบบประเมินผลการเรียนรู้ หน่วยที่ 1 เกณฑ์ผ่าน ทำถูกต้อง 50% ขึ้นไป
4. แบบประเมินคุณธรรม จริยธรรม ค่านิยม และคุณลักษณะอันพึงประสงค์ คะแนนขึ้นอยู่กับการประเมินตามสภาพจริง

กรณีศึกษา

คำสั่ง จงเติมข้อความลงในตารางให้สมบูรณ์

ลำดับที่	รูปเลขยกกำลัง	รูปลอการิทึม
1	$3^3 = 27$	
2	$8^{2/3} = 4$	
3	$2^{-4} = \frac{1}{16}$	
4	$5^{-x} = 125$	
5	$y = e^3$	
6		$\log_5 625 = 4$
7		$\log_{1/2} 8 = -3$
8		$\log_e 1 = 0$
9		$2 = \log_3 9$
10		$-4 = \log_{10} 0.0001$



แผนการจัดการเรียนรู้แบบบูรณาการที่ 4

หน่วยที่ 2

รหัสวิชา 2000-4102

วิชา คณิตศาสตร์ อุตสาหกรรม

สอนครั้งที่ 10-12

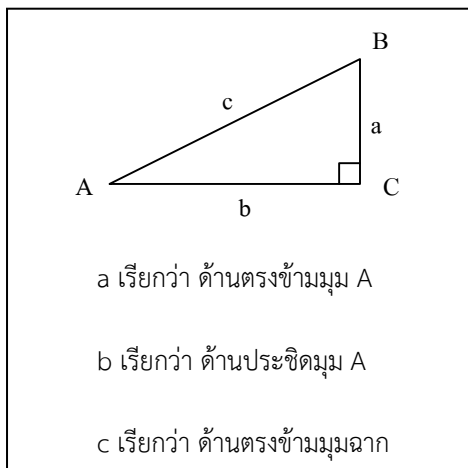
ชื่อหน่วย ฟังก์ชันตรีโกณมิติ

จำนวนชั่วโมง 3 ชม.

เรื่อง ฟังก์ชันตรีโกณมิติ

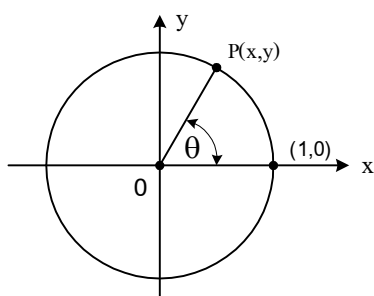
สาระสำคัญ

- ฟังก์ชันตรีโกณมิติมี 6 ฟังก์ชัน คือ $\sin \theta$, $\cos \theta$, $\tan \theta$, $\operatorname{cosec} \theta$, $\sec \theta$ และ $\cot \theta$
- จากรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก จะได้



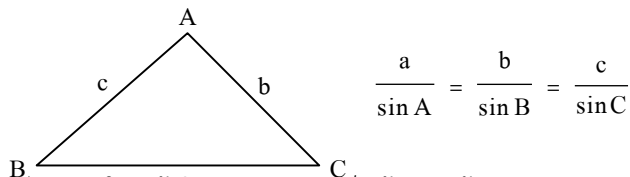
$$\begin{aligned} \sin A &= \frac{a}{c} \\ \cos A &= \frac{b}{c} \\ \tan A &= \frac{a}{b} \\ \operatorname{cosec} A &= \frac{c}{a} \\ \sec A &= \frac{c}{b} \\ \cot A &= \frac{b}{a} \end{aligned}$$

- วงกลมหนึ่งหน่วย คือ วงกลมที่มีจุดศูนย์กลางอยู่ที่จุดกำเนิด และรัศมียาว 1 หน่วย
- จากรูปวงกลมหนึ่งหน่วย จะได้



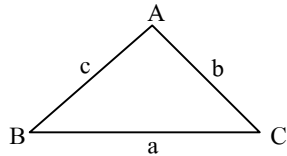
$$\begin{aligned} \sin \theta &= y \\ \cos \theta &= x \\ \tan \theta &= \frac{y}{x} = \frac{\sin \theta}{\cos \theta} \quad \text{เมื่อ } \cos \theta \neq 0 \\ \operatorname{cosec} \theta &= \frac{1}{y} = \frac{1}{\sin \theta} \quad \text{เมื่อ } \sin \theta \neq 0 \\ \sec \theta &= \frac{1}{x} = \frac{1}{\cos \theta} \quad \text{เมื่อ } \cos \theta \neq 0 \\ \cot \theta &= \frac{x}{y} = \frac{\cos \theta}{\sin \theta} \quad \text{เมื่อ } \sin \theta \neq 0 \end{aligned}$$

5. จากรูป $\triangle ABC$ ใดๆ ถ้า a, b และ c เป็นด้านตรงข้ามมุม A, B และ C ตามลำดับจะได้กฎของไซน์ คือ



$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

6. จากรูป $\triangle ABC$ ใดๆ ถ้า a, b และ c เป็นด้านตรงข้ามมุม A, B และ C ตามลำดับ จะได้กฎของโคไซน์ คือ



$$\begin{aligned} a^2 &= b^2 + c^2 - 2bc \cos A \\ b^2 &= a^2 + c^2 - 2ac \cos B \\ c^2 &= a^2 + b^2 - 2ab \cos C \end{aligned}$$

จุดประสงค์การเรียนรู้

1. สามารถเปลี่ยนหน่วยของมุมได้
2. สามารถหาค่าฟังก์ชันตรีโกณมิติของมุมต่างๆ ได้
3. มีการพัฒนาคุณธรรม จริยธรรม ค่านิยม และคุณลักษณะอันพึงประสงค์ที่อาจารย์สามารถสังเกตเห็นได้ในด้านความมีมนุษยสัมพันธ์ ความมีวินัย ความรับผิดชอบ ความเชื่อมั่นในตนเอง ความสนใจใฝ่รู้ ความรักสามัคคี ความกตัญญูกตเวทีย

เนื้อหาสาระ

1. มุมและการวัดมุม
2. ฟังก์ชันตรีโกณมิติ

กิจกรรมการเรียนรู้

ขั้นนำเข้าสู่บทเรียน

1. อาจารย์ทบทวนโดยใช้แผ่นโปรงใสเรื่อง มุม โดยการถามตอบ

ขั้นสอน

2. อาจารย์อธิบายมุมที่ใช้ในตำแหน่งมาตรฐาน เพื่อนำไปสู่ข้อสรุปที่ว่ามุม θ มีเครื่องหมายเป็นบวกและมุม θ มีเครื่องหมายเป็นลบ
3. อาจารย์อธิบายการวัดขนาดของมุมใช้กันมี 2 ระบบ คือองศาและเรเดียน ตลอดจนอธิบายความสัมพันธ์ระหว่างมุมในหน่วยองศาและหน่วยเรเดียน
4. อาจารย์ยกตัวอย่าง และให้นักศึกษาช่วยกันหาคำตอบ โดยใช้วิธีการถามตอบ
5. ให้นักศึกษาพิจารณารูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ABC เพื่อนำไปสู่ข้อสรุปที่ว่า การหาค่าฟังก์ชันตรีโกณมิติทั้งหมด 6 ฟังก์ชัน พร้อมยกตัวอย่าง โดยใช้การถามตอบและอธิบายแสดงเหตุผล
6. อาจารย์ใช้การถามตอบในการหาค่าฟังก์ชันตรีโกณมิติจากวงกลมหนึ่งหน่วย
7. อาจารย์ยกตัวอย่าง 2.4, 2.5, 2.6 และ 2.7 โดยใช้การอธิบายและแสดงเหตุผล
8. อาจารย์ใช้แผ่นโปรงใสให้นักศึกษาเติมคำตอบของฟังก์ชันตรีโกณมิติของมุมต่างๆ
9. อาจารย์อธิบายการหาฟังก์ชันตรีโกณมิติในจุดภาคต่างๆ โดยใช้การถามตอบและอธิบายแสดงเหตุผลพร้อมยกตัวอย่าง

10. อาจารย์อธิบายการหาฟังก์ชันตรีโกณมิติที่มีมุมเกิน 360 องศา และมุมเป็นลบโดยการอธิบายและแสดงเหตุผลพร้อมยกตัวอย่าง

ขั้นสรุปและการประยุกต์

11. นักศึกษาช่วยกันสรุปฟังก์ชันตรีโกณมิติโดยการถามตอบ
12. นักศึกษาทำแบบประเมินผลการเรียนรู้ที่ 2 ส่งตามกำหนด
13. อาจารย์ตรวจแบบประเมินผลการเรียนรู้ และชี้แจงสิ่งที่บกพร่อง หรือผิดพลาดให้นักศึกษาทราบ

สื่อและแหล่งการเรียนรู้

1. หนังสือเรียนวิชา คณิตศาสตร์ อุตสาหกรรม (2000-4102) ของสำนักพิมพ์เอมพันธ์
2. แผ่นโปรงใส เรื่องฟังก์ชันตรีโกณมิติ

การวัดผลและการประเมินผล

วิธีวัดผล

1. สังเกตพฤติกรรมการปฏิบัติงานรายบุคคล
2. สังเกตพฤติกรรมการเข้าร่วมกิจกรรมกลุ่ม
3. ตรวจแบบประเมินผลการเรียนรู้ หน่วยที่ 2
4. การสังเกตและประเมินผลพฤติกรรมด้านคุณธรรม จริยธรรม ค่านิยม และคุณลักษณะอันพึงประสงค์

เครื่องมือวัดผล

1. แบบสังเกตพฤติกรรมการปฏิบัติงานรายบุคคล
2. แบบสังเกตพฤติกรรมการเข้าร่วมกิจกรรมกลุ่ม
3. แบบประเมินผลการเรียนรู้ หน่วยที่ 2
4. แบบประเมินคุณธรรม จริยธรรม ค่านิยม และคุณลักษณะอันพึงประสงค์ โดยอาจารย์และนักศึกษาร่วมกันประเมิน

เกณฑ์การประเมินผล

1. แบบสังเกตพฤติกรรมการปฏิบัติงานรายบุคคล เกณฑ์ผ่าน ต้องไม่มีช่องปรับปรุง
2. แบบสังเกตพฤติกรรมการเข้าร่วมกิจกรรมกลุ่ม เกณฑ์ผ่าน 50% ขึ้นไป
3. แบบประเมินผลการเรียนรู้ หน่วยที่ 2 เกณฑ์ผ่าน ทำถูกต้อง 50% ขึ้นไป
4. แบบประเมินคุณธรรม จริยธรรม ค่านิยม และคุณลักษณะอันพึงประสงค์ คะแนนขึ้นอยู่กับการประเมินตามสภาพจริง



แผนการจัดการเรียนรู้แบบบูรณาการที่ 5

หน่วยที่ 2

รหัสวิชา 2000-4102

วิชา คณิตศาสตร์ อุตสาหกรรม

สอนครั้งที่ 13-15

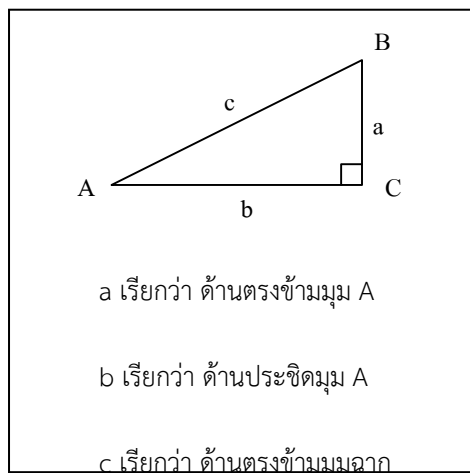
ชื่อหน่วย ฟังก์ชันตรีโกณมิติ

จำนวนชั่วโมง 3 ชม.

เรื่อง ฟังก์ชันตรีโกณมิติ

สาระสำคัญ

- ฟังก์ชันตรีโกณมิติมี 6 ฟังก์ชัน คือ $\sin \theta$, $\cos \theta$, $\tan \theta$, $\operatorname{cosec} \theta$, $\sec \theta$ และ $\cot \theta$
- จากรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก จะได้



$$\sin A = \frac{a}{c}$$

$$\cos A = \frac{b}{c}$$

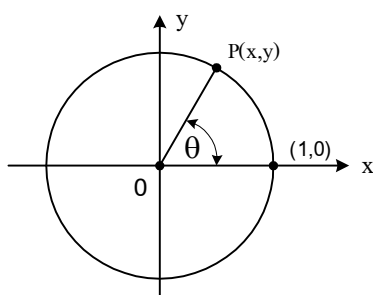
$$\tan A = \frac{a}{b}$$

$$\operatorname{cosec} A = \frac{c}{a}$$

$$\sec A = \frac{c}{b}$$

$$\cot A = \frac{b}{a}$$

- วงกลมหนึ่งหน่วย คือ วงกลมที่มีจุดศูนย์กลางอยู่ที่จุดกำเนิด และรัศมียาว 1 หน่วย
- จากรูปวงกลมหนึ่งหน่วย จะได้



$$\sin \theta = y$$

$$\cos \theta = x$$

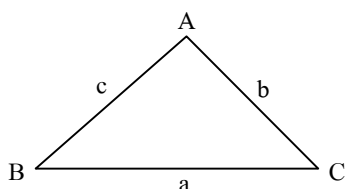
$$\tan \theta = \frac{y}{x} = \frac{\sin \theta}{\cos \theta} \quad \text{เมื่อ } \cos \theta \neq 0$$

$$\operatorname{cosec} \theta = \frac{1}{y} = \frac{1}{\sin \theta} \quad \text{เมื่อ } \sin \theta \neq 0$$

$$\sec \theta = \frac{1}{x} = \frac{1}{\cos \theta} \quad \text{เมื่อ } \cos \theta \neq 0$$

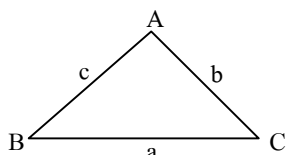
$$\cot \theta = \frac{x}{y} = \frac{\cos \theta}{\sin \theta} \quad \text{เมื่อ } \sin \theta \neq 0$$

- จากรูป $\triangle ABC$ ใดๆ ถ้า a, b และ c เป็นด้านตรงข้ามมุม A, B และ C ตามลำดับจะได้กฎของไซน์ คือ



$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

6. จากรูป $\triangle ABC$ ใดๆ ถ้า a, b และ c เป็นด้านตรงข้ามมุม A, B และ C ตามลำดับ จะได้กฎของโคไซน์ คือ



$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos B$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$$

จุดประสงค์การเรียนรู้

3. สามารถประยุกต์ใช้กฎของไซน์และกฎของโคไซน์ได้
4. สามารถเขียนกราฟของฟังก์ชันตรีโกณมิติได้
5. สามารถหาอินเวอร์สของฟังก์ชันตรีโกณมิติได้
6. สามารถนำความรู้เรื่องตรีโกณมิติไปประยุกต์ใช้ในงานวิชาชีพและชีวิตประจำวันได้
7. มีการพัฒนาคุณธรรม จริยธรรม ค่านิยม และคุณลักษณะอันพึงประสงค์ที่อาจารย์สามารถสังเกตเห็นได้ในด้านความมีมนุษยสัมพันธ์ ความมีวินัย ความรับผิดชอบ ความเชื่อมั่นในตนเอง ความสนใจใฝ่รู้ ความรักสามัคคี ความกตัญญูทศเวที

เนื้อหาสาระ

3. กฎของไซน์
4. กฎของโคไซน์
5. กราฟของฟังก์ชันตรีโกณมิติ
6. อินเวอร์สของฟังก์ชันตรีโกณมิติ

กิจกรรมการเรียนรู้

ชั้นนำเข้าสู่บทเรียน

1. อาจารย์ทบทวนฟังก์ชันตรีโกณมิติ โดยใช้การถามตอบ

ชั้นสอน

2. อาจารย์ให้นักศึกษาพิจารณารูปสามเหลี่ยม เพื่อนำไปสู่ข้อสรุปกฎของไซน์พร้อมกับพิสูจน์โดยใช้การอธิบายและแสดงเหตุผล
3. อาจารย์ยกตัวอย่าง โดยใช้การถามตอบ แล้วให้นักศึกษาทำลงในสมุด
4. อาจารย์ให้นักศึกษาพิจารณารูปสามเหลี่ยม เพื่อนำไปสู่ข้อสรุปกฎของโคไซน์ พร้อมกับพิสูจน์ โดยใช้การอธิบายและแสดงเหตุผล
5. อาจารย์ยกตัวอย่าง โดยใช้การอธิบายและแสดงเหตุผล

6. อาจารย์ใช้แผ่นโปร่งใส กราฟของฟังก์ชันตรีโกณมิติ โดยใช้การอธิบาย
7. อาจารย์ยกตัวอย่าง โดยใช้การถามตอบ
8. อาจารย์อธิบายอินเวอร์สของฟังก์ชันตรีโกณมิติตามบทนิยาม 2-4
9. อาจารย์ยกตัวอย่าง โดยใช้การถามตอบ

ขั้นสรุปและการประยุกต์

10. อาจารย์และนักศึกษาช่วยกันสรุปกฎของไซน์และกฎของโคไซน์
11. นักศึกษาทำแบบประเมินผลการเรียนรู้ที่ 2 ส่งตามกำหนด
12. อาจารย์ตรวจแบบประเมินผลการเรียนรู้และชี้แจงข้อบกพร่องหรือผิดพลาดให้นักศึกษาทราบ

สื่อและแหล่งการเรียนรู้

1. หนังสือเรียนวิชา คณิตศาสตร์ อุตสาหกรรม (2000-4102) ของสำนักพิมพ์เอมพันธ์
2. แผ่นโปร่งใส เรื่องฟังก์ชันตรีโกณมิติ

การวัดผลและการประเมินผล

วิธีวัดผล

1. สังเกตพฤติกรรมการปฏิบัติงานรายบุคคล
2. สังเกตพฤติกรรมการเข้าร่วมกิจกรรมกลุ่ม
3. ตรวจสอบแบบประเมินผลการเรียนรู้ หน่วยที่ 2
4. การสังเกตและประเมินผลพฤติกรรมด้านคุณธรรม จริยธรรม ค่านิยมและคุณลักษณะอันพึงประสงค์

เครื่องมือวัดผล

1. แบบสังเกตพฤติกรรมการปฏิบัติงานรายบุคคล
2. แบบสังเกตพฤติกรรมการเข้าร่วมกิจกรรมกลุ่ม
3. แบบประเมินผลการเรียนรู้ หน่วยที่ 2
4. แบบประเมินคุณธรรม จริยธรรม ค่านิยม และคุณลักษณะอันพึงประสงค์ โดยอาจารย์และนักศึกษาร่วมกันประเมิน

เกณฑ์การประเมินผล

1. แบบสังเกตพฤติกรรมการปฏิบัติงานรายบุคคล เกณฑ์ผ่าน ต้องไม่มีช่องปรับปรุง
2. แบบสังเกตพฤติกรรมการเข้าร่วมกิจกรรมกลุ่ม เกณฑ์ผ่าน 50% ขึ้นไป
3. แบบประเมินผลการเรียนรู้ หน่วยที่ 2 เกณฑ์ผ่าน ทำถูกต้อง 50% ขึ้นไป
4. แบบประเมินคุณธรรม จริยธรรม ค่านิยม และคุณลักษณะอันพึงประสงค์ คะแนนขึ้นอยู่กับการประเมินตามสภาพจริง

บันทึกหลังการสอน

ข้อสรุปหลังการสอน

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ปัญหาที่พบ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

แนวทางแก้ปัญหา

.....

.....

.....



แผนการจัดการเรียนรู้แบบบูรณาการที่ 6

รหัสวิชา 2000-4102

วิชา คณิตศาสตร์ อุตสาหกรรม

ชื่อหน่วย ทฤษฎีบททวินาม

เรื่อง ทฤษฎีบททวินาม

หน่วยที่ 3

สอนครั้งที่ 16-18

จำนวนชั่วโมง 3 ชม.

สาระสำคัญ

1. ทวินาม เป็นผลบวกหรือผลต่างของพจน์ 2 พจน์ เช่น $a + b$ หรือ $a - b$
2. เมื่อ n เป็นจำนวนเต็มบวก แฟกทอเรียลของ n เขียนแทนด้วย $n!$
และ $n! = n(n - 1)(n - 2)(n - 3)...3 \cdot 2 \cdot 1$
3. สัมประสิทธิ์ทวินาม เอ็น อาร์ เขียนแทนด้วย $\frac{n}{r}$ และ $\binom{n}{r} = \frac{n!}{r!(n-r)!}$
4. การกระจายทวินาม อาจใช้สามเหลี่ยมปาสกาล หรือ ทฤษฎีบททวินามก็ได้
5. พจน์ที่ $r + 1$ กระจายได้เป็น $\frac{n}{r} a^{n-r} b^r$
6. สัมประสิทธิ์ของพจน์ที่ $r + 1$ คือ $\binom{n}{r} = \frac{n!}{r!(n-r)!}$

จุดประสงค์การเรียนรู้

1. หาค่าจำนวนที่อยู่ในรูปแฟกทอเรียลได้
2. กระจายทวินาม โดยใช้สามเหลี่ยมปาสกาลได้
3. กระจายทวินาม โดยใช้ทฤษฎีบททวินามได้
4. สามารถใช้ทฤษฎีบททวินามคำนวณหาค่าประมาณที่ต้องการผลลัพธ์ที่มีความละเอียดสูงได้
5. มีการพัฒนาคุณธรรม จริยธรรม ค่านิยม และคุณลักษณะอันพึงประสงค์ที่อาจารย์สามารถสังเกตเห็นได้ในด้านความมีมนุษยสัมพันธ์ ความมีวินัย ความรับผิดชอบ ความเชื่อมั่นในตนเอง ความสนใจใฝ่รู้ ความรักสามัคคี ความกตัญญูกตเวทีย

เนื้อหาสาระ

1. แฟกทอเรียล
2. สัมประสิทธิ์ทวินาม
3. สามเหลี่ยมปาสกาล
4. ทฤษฎีบททวินาม

กิจกรรมการเรียนรู้

ขั้นนำเข้าสู่บทเรียน

1. อาจารย์สนทนาซักถามด้วยความเป็นกันเอง

ขั้นสอน

2. อาจารย์บอกนิยามของแฟกทอเรียล โดยวิธีอธิบายและแสดงเหตุผลแล้วแจกกรณีศึกษา ให้นักศึกษาทุกคนทำ เสร็จแล้วแลกเปลี่ยนตรวจสอบโดยอาจารย์เฉลยคำตอบ
3. อาจารย์บอกนิยามสัมประสิทธิ์ทวินามโดยการอธิบายและแสดงเหตุผล
4. อาจารย์ยกตัวอย่าง โดยใช้วิธีการถามตอบ
5. อาจารย์อธิบายสามเหลี่ยมของปาสกาล โดยให้นักศึกษาพิจารณาการกระจาย $(a + b)^n$ เมื่อ a, b เป็นจำนวนจริงใดๆ และ k เป็นจำนวนเต็มบวก เมื่อกระจายด้วยวิธีการคูณพร้อมยกตัวอย่างที่ 5 และ 3.6
6. อาจารย์อธิบายทฤษฎีบททวินาม และยกตัวอย่าง โดยใช้วิธีการถามตอบ
7. อาจารย์ยกตัวอย่าง โดยใช้วิธีการถามตอบประกอบการอธิบายและแสดงเหตุผล
8. อาจารย์ยกตัวอย่าง โดยใช้วิธีการถามตอบ และให้นักศึกษาทุกคนช่วยกันทำ

ขั้นสรุปและการประยุกต์

9. อาจารย์ให้นักศึกษาช่วยกันสรุปทฤษฎีบททวินามโดยใช้วิธีการถามตอบ
10. นักศึกษาทำแบบประเมินผลการเรียนรู้ที่ 3 ส่งตามกำหนด
11. อาจารย์ตรวจแบบประเมินผลการเรียนรู้และชี้แจงข้อบกพร่องหรือผิดพลาดให้นักศึกษาทราบ

สื่อและแหล่งการเรียนรู้

1. หนังสือเรียนคณิตศาสตร์ อุตสาหกรรม (2000-4102) ของสำนักพิมพ์เอมพันธ์
2. กรณีศึกษา

การวัดผลและการประเมินผล

วิธีวัดผล

1. สังเกตพฤติกรรมการปฏิบัติงานรายบุคคล
2. สังเกตพฤติกรรมการเข้าร่วมกิจกรรมกลุ่ม
3. ตรวจสอบแบบประเมินผลการเรียนรู้ หน่วยที่ 3
4. การสังเกตและประเมินผลพฤติกรรมด้านคุณธรรม จริยธรรม ค่านิยม และคุณลักษณะอันพึงประสงค์

เครื่องมือวัดผล

1. แบบสังเกตพฤติกรรมการปฏิบัติงานรายบุคคล
2. แบบสังเกตพฤติกรรมการเข้าร่วมกิจกรรมกลุ่ม
3. แบบประเมินผลการเรียนรู้ หน่วยที่ 3
4. แบบประเมินคุณธรรม จริยธรรม ค่านิยม และคุณลักษณะอันพึงประสงค์ โดยอาจารย์และนักศึกษาร่วมกันประเมิน

เกณฑ์การประเมินผล

1. แบบสังเกตพฤติกรรมการปฏิบัติงานรายบุคคล เกณฑ์ผ่าน ต้องไม่มีช่องปรับปรุง
2. แบบสังเกตพฤติกรรมการเข้าร่วมกิจกรรมกลุ่ม เกณฑ์ผ่าน 50% ขึ้นไป
3. แบบประเมินผลการเรียนรู้ หน่วยที่ 3 เกณฑ์ผ่าน ทำถูกต้อง 50% ขึ้นไป

4. แบบประเมินคุณธรรม จริยธรรม ค่านิยม และคุณลักษณะอันพึงประสงค์ คะแนนขึ้นอยู่กับประเมินตามสภาพจริง

กรณีศึกษา

คำสั่ง แสดงขั้นตอนในการหาค่าต่อไปนี้

1. จงหาค่าของ

1.1 $5!$ =

1.2 $\frac{10!}{7!}$ =

1.3 $\frac{12!}{8!4!}$ =

1.4 $\frac{9!}{5!3!}$ =

1.5 $\frac{8!}{5!2!}$ =

2. จงเขียนจำนวนต่อไปนี้ในรูปแฟกทอเรียล

2.1 $4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9$ =

2.2 $30 \cdot 29 \cdot 28 \cdot 27 \cdot 26$ =

2.3 $12 \cdot 10 \cdot 15 \cdot 14 \cdot 13 \cdot 11$ =

2.4 $(n + 1)(n + 2)(n + 3)(n + 4)(n + 5)$ =

2.5 $n(n^2 - 1)(n^2 - 4)(n^2 - 9)$ =

เฉลยกรณีศึกษา

1.1 120

1.2 720

1.3 495

1.4 494

1.5 168

2.1 $\frac{9!}{3!}$

2.2 $\frac{30!}{25!}$

2.3 $\frac{15!}{9!}$

2.4 $\frac{(n + 5)!}{n!}$

2.5 $\frac{(n + 3)!}{(n - 4)!}$



แผนการจัดการเรียนรู้แบบบูรณาการที่ 7

รหัสวิชา 2000-4102

วิชา คณิตศาสตร์ อุตสาหกรรม

ชื่อหน่วย ฟังก์ชันตรรกยะ

เรื่อง ฟังก์ชันตรรกยะ

หน่วยที่ 4

สอนครั้งที่ 19-21

จำนวนชั่วโมง 3 ชม.

สาระสำคัญ

1. ฟังก์ชันพหุนาม คือ ฟังก์ชันที่เขียนอยู่ในรูป

$$f(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + a_{n-2} x^{n-2} + \dots + a_1 x + a_0$$

โดยที่ a เป็นจำนวนจริงใดๆ และเลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็มบวก หรือ ศูนย์

เช่น $f(x) = 3x^6 + 2x^5 - 3x + 2$

2. ฟังก์ชันตรรกยะ คือ ฟังก์ชันที่เขียนอยู่ในรูป

$$R(x) = \frac{p(x)}{q(x)} \text{ เมื่อ } p(x) \text{ และ } q(x) \text{ เป็นฟังก์ชันพหุนามของตัวแปร } x$$

3. ฟังก์ชันตรรกยะ มี 2 ชนิด คือ

- 1) ฟังก์ชันตรรกยะที่เป็นเศษส่วนแท้ คือ ฟังก์ชันตรรกยะที่ค่าของ $p(x)$ น้อยกว่าค่าของ $q(x)$

เช่น $\frac{2x-3}{x^2+3x+2}$

- 2) ฟังก์ชันตรรกยะที่ไม่เป็นเศษส่วนแท้ คือ ฟังก์ชันตรรกยะที่ค่าของ $p(x)$ มากกว่า หรือ

เท่ากับค่าของ $q(x)$ เช่น $\frac{x^3}{x^2-2x+1}$

4. การทำฟังก์ชันตรรกยะเป็นเศษส่วนย่อย คือ การทำฟังก์ชันตรรกยะ ให้อยู่ในรูปผลบวกของฟังก์ชันตรรกยะที่เป็นเศษส่วนแท้ ซึ่งฟังก์ชันตรรกยะที่อยู่ในรูปผลบวกนี้ แต่ละฟังก์ชันจะมีกำลังน้อยกว่าฟังก์ชันตรรกยะเดิม

จุดประสงค์การเรียนรู้

1. บอกรูปแบบของฟังก์ชันตรรกยะได้
2. แยกฟังก์ชันตรรกยะเป็นเศษส่วนย่อยได้
3. มีการพัฒนาคุณธรรม จริยธรรม ค่านิยม และคุณลักษณะอันพึงประสงค์ที่อาจารย์สามารถสังเกตเห็นได้ในด้านความมีมนุษยสัมพันธ์ ความมีวินัย ความรับผิดชอบ ความเชื่อมั่นในตนเอง ความสนใจใฝ่รู้ ความรักสามัคคี ความกตัญญูกตเวที

เนื้อหาสาระ

1. ความหมายของฟังก์ชันตรรกยะ
2. เศษส่วนย่อย

กิจกรรมการเรียนรู้

ชั้นนำเข้าสู่บทเรียน

1. อาจารย์ทบทวนนิยามของฟังก์ชันพหุนาม พร้อมพิจารณาตัวอย่างประกอบโดยใช้วิธีการถามตอบ

ขั้นสอน

2. อาจารย์สอนความหมายของฟังก์ชันตรรกยะโดยวิธีการอธิบายและแสดงเหตุผล
3. อาจารย์ใช้การถามตอบให้นักศึกษาพิจารณาตัวอย่างฟังก์ชันตรรกยะเพื่อให้นักศึกษาสรุปได้ว่าฟังก์ชันตรรกยะที่เป็นเศษส่วนแท้ และฟังก์ชันตรรกยะที่ไม่เป็นเศษส่วนแท้เป็นอย่างไร
4. อาจารย์ยกตัวอย่าง โดยใช้วิธีการอธิบายและแสดงเหตุผล
5. อาจารย์อธิบายเศษส่วนย่อย ด้วยการให้นักศึกษาพิจารณาจากตัวอย่าง เพื่อสรุปได้ว่า การแยกฟังก์ชันตรรกยะให้เป็นเศษส่วนย่อยทำอย่างไร
6. อาจารย์อธิบายขั้นตอนการแยกฟังก์ชันตรรกยะที่เป็นเศษส่วนแท้ให้เป็นเศษส่วนย่อย โดยใช้วิธีการถามตอบ
7. อาจารย์ยกตัวอย่าง โดยใช้วิธีการถามตอบ และให้นักศึกษาช่วยกันทำบนกระดานดำ
8. อาจารย์ยกตัวอย่าง โดยใช้วิธีการถามตอบประกอบการอธิบายและแสดงเหตุผล
9. อาจารย์สอนการแยกฟังก์ชันตรรกยะที่ไม่เป็นเศษส่วนแท้พร้อมยกตัวอย่างโดยใช้วิธีการอธิบายและแสดงเหตุผล

ขั้นสรุปและการประยุกต์

10. อาจารย์ให้นักศึกษาช่วยกันสรุปฟังก์ชันตรรกยะและการทำฟังก์ชันตรรกยะเป็นเศษส่วนย่อย
11. นักศึกษาทำแบบประเมินผลการเรียนรู้ที่ 4 สังกตามกำหนด
12. อาจารย์ตรวจแบบประเมินผลการเรียนรู้และชี้แจงข้อบกพร่องหรือผิดพลาดให้นักศึกษาทราบ

สื่อและแหล่งการเรียนรู้

หนังสือเรียนวิชา คณิตศาสตร์ อนุสาหรณ (2000-4102) ของสำนักพิมพ์เอมพันธ์

การวัดผลและการประเมินผล

วิธีวัดผล

1. สังเกตพฤติกรรมการปฏิบัติงานรายบุคคล
2. สังเกตพฤติกรรมการเข้าร่วมกิจกรรมกลุ่ม
3. ตรวจแบบประเมินผลการเรียนรู้ หน่วยที่ 4
4. การสังเกตและประเมินผลพฤติกรรมด้านคุณธรรม จริยธรรม ค่านิยม และคุณลักษณะอันพึงประสงค์

เครื่องมือวัดผล

1. แบบสังเกตพฤติกรรมการปฏิบัติงานรายบุคคล
2. แบบสังเกตพฤติกรรมการเข้าร่วมกิจกรรมกลุ่ม
3. แบบประเมินผลการเรียนรู้ หน่วยที่ 4
4. แบบประเมินคุณธรรม จริยธรรม ค่านิยม และคุณลักษณะอันพึงประสงค์ โดยอาจารย์และนักศึกษาร่วมกันประเมิน

เกณฑ์การประเมินผล

1. แบบสังเกตพฤติกรรมการปฏิบัติงานรายบุคคล เกณฑ์ผ่าน ต้องไม่มีช่องปรับปรุง
2. แบบสังเกตพฤติกรรมการเข้าร่วมกิจกรรมกลุ่ม เกณฑ์ผ่าน 50% ขึ้นไป
3. แบบประเมินผลการเรียนรู้ หน่วยที่ 4 เกณฑ์ผ่าน ทำถูกต้อง 50% ขึ้นไป
4. แบบประเมินคุณธรรม จริยธรรม ค่านิยม และคุณลักษณะอันพึงประสงค์ คะแนนขึ้นอยู่กับการประเมินตามสภาพจริง



แผนการจัดการเรียนรู้แบบบูรณาการที่ 4

หน่วยที่ 5

รหัสวิชา 2000-4102

วิชา คณิตศาสตร์ อุตสาหกรรม

สอนครั้งที่ 22-24

ชื่อหน่วย เมทริกซ์

จำนวนชั่วโมง 3 ชม.

เรื่อง เมทริกซ์

สาระสำคัญ

1. เมทริกซ์ (Matrix) คือ กลุ่มตัวเลขที่นำมาเรียงกันอยู่ในวงเล็บ [] หรือ () เช่น

$$\begin{bmatrix} 2 & 4 & 5 \\ 3 & -0 & 1 \\ 0 & -3 & 4 \end{bmatrix}$$

2. ชนิดของเมทริกซ์มีดังนี้ คือ เมทริกซ์แถว เมทริกซ์หลัก เมทริกซ์ศูนย์ เมทริกซ์จัตุรัส เมทริกซ์เอกลักษณ์ เมทริกซ์เชิงสเกลาร์ เมทริกซ์ทแยงมุม เมทริกซ์สามเหลี่ยมบน เมทริกซ์สามเหลี่ยมล่าง
3. การเท่ากันของเมทริกซ์จะเท่ากัน เมื่อมีขนาดเท่ากันและสมาชิกที่อยู่ในตำแหน่งเดียวกันเท่ากัน
4. การดำเนินการของเมทริกซ์ มีดังนี้ คือ การบวกเมทริกซ์ การลบเมทริกซ์ การคูณเมทริกซ์ด้วยสเกลาร์ และการคูณเมทริกซ์ด้วยเมทริกซ์
5. เมทริกซ์สลับเปลี่ยนของเมทริกซ์ A คือ เมทริกซ์ที่ได้จากการสลับเปลี่ยนของแถว และหลักของเมทริกซ์ A และเขียนแทนด้วย A^T
6. เมทริกซ์ผกผันสำหรับการคูณของ A เขียนแทนด้วย A^{-1} และเป็นเมทริกซ์ที่ทำให้ $A A^{-1} = A^{-1} A = I$

จุดประสงค์การเรียนรู้

1. บอกความหมายของเมทริกซ์ได้
2. อธิบายเมทริกซ์ชนิดต่างๆ ได้
3. บอกเงื่อนไขที่ทำให้เมทริกซ์เท่ากันได้
4. บวกและลบเมทริกซ์ได้
5. คูณเมทริกซ์ด้วยจำนวนจริง และคูณเมทริกซ์ด้วยเมทริกซ์ได้
6. มีการพัฒนาคุณธรรม จริยธรรม ค่านิยม และคุณลักษณะอันพึงประสงค์ที่อาจารย์สามารถสังเกตเห็นได้ในด้านความมีมนุษยสัมพันธ์ ความมีวินัย ความรับผิดชอบ ความเชื่อมั่นในตนเอง ความสนใจใฝ่รู้ ความรักสามัคคี ความกตัญญูกตเวที

เนื้อหาสาระ

1. ความหมายของเมทริกซ์
2. ชนิดของเมทริกซ์
3. การเท่ากันของเมทริกซ์
4. การดำเนินการของเมทริกซ์

กิจกรรมการเรียนรู้

ชั้นนำเข้าสู่บทเรียน

1. อาจารย์สนทนาซักถามนักศึกษาเกี่ยวกับชีวิตประจำวันเกี่ยวกับการเขียนในรูปเมทริกซ์

ขั้นสอน

2. อาจารย์ใช้การสอนแบบอุปนัย โดยให้นักศึกษาทำเอกสารแนะแนวทาง ให้นักศึกษาสังเกตและ หาข้อสรุปเกี่ยวกับชนิดของเมทริกซ์ หากมีข้อสงสัยอาจารย์ใช้คำถามเพิ่มเติม
3. อาจารย์อธิบายการเท่ากันของเมทริกซ์ พร้อมยกตัวอย่าง แล้วแจกกรณีศึกษา ให้นักศึกษาทำและ อาจารย์ตรวจสอบความถูกต้อง
4. อาจารย์อธิบายการบวกลบเมทริกซ์ พร้อมยกตัวอย่าง
5. อาจารย์ใช้การถามตอบประกอบการอธิบายและแสดงเหตุผลเพื่อให้นักศึกษาสรุป การคูณเมทริกซ์ด้วยสเกลาร์ พร้อมยกตัวอย่าง
6. อาจารย์แจกกรณีศึกษา ให้นักศึกษาทำและอาจารย์ตรวจสอบความถูกต้อง

ขั้นสรุปและการประยุกต์

7. อาจารย์ให้นักศึกษาช่วยกันสรุป ชนิดของเมทริกซ์ การเท่ากันของเมทริกซ์ และการดำเนินการของเมทริกซ์ โดยใช้วิธีการถามตอบ
8. นักศึกษาทำแบบประเมินผลการเรียนรู้ที่ 5 ส่งตามกำหนด
9. อาจารย์ตรวจแบบประเมินผลการเรียนรู้และชี้แจงข้อบกพร่องหรือผิดพลาดให้นักศึกษาทราบ

สื่อและแหล่งการเรียนรู้

1. หนังสือเรียนวิชา คณิตศาสตร์ อนุตสาหกรรม (2000-4102) ของสำนักพิมพ์เอมพันธ์
2. กรณีศึกษา

การวัดผลและการประเมินผล

วิธีวัดผล

1. สังเกตพฤติกรรมการปฏิบัติงานรายบุคคล
2. สังเกตพฤติกรรมการเข้าร่วมกิจกรรมกลุ่ม
3. ตรวจสอบแบบประเมินผลการเรียนรู้ หน่วยที่ 5
4. การสังเกตและประเมินผลพฤติกรรมด้านคุณธรรม จริยธรรม ค่านิยม และคุณลักษณะอันพึงประสงค์

เครื่องมือวัดผล

1. แบบสังเกตพฤติกรรมการปฏิบัติงานรายบุคคล
2. แบบสังเกตพฤติกรรมการเข้าร่วมกิจกรรมกลุ่ม
3. แบบประเมินผลการเรียนรู้ หน่วยที่ 5
4. แบบประเมินคุณธรรม จริยธรรม ค่านิยม และคุณลักษณะอันพึงประสงค์ โดยอาจารย์และนักศึกษาร่วมกันประเมิน

เกณฑ์การประเมินผล

1. แบบสังเกตพฤติกรรมการปฏิบัติงานรายบุคคล เกณฑ์ผ่าน ต้องไม่มีช่องปรับปรุง
2. แบบสังเกตพฤติกรรมการเข้าร่วมกิจกรรมกลุ่ม เกณฑ์ผ่าน 50% ขึ้นไป
3. แบบประเมินผลการเรียนรู้ หน่วยที่ 5 เกณฑ์ผ่าน ทำถูกต้อง 50% ขึ้นไป

4. แบบประเมินคุณธรรม จริยธรรม ค่านิยม และคุณลักษณะอันพึงประสงค์ คะแนนขึ้นอยู่กับ การประเมินตามสภาพจริง

กรณีศึกษา

คำแนะนำ การเรียนโดยใช้เอกสารแนะนำแนวทาง

1. ให้นักศึกษาอ่านเอกสารอย่างช้าๆ และทำความเข้าใจไปเรื่อยๆ
2. เมื่อนักศึกษาทำแบบฝึกหัดในเอกสารแนะนำแนวทางเสร็จแล้ว ให้ตัวแทนกลุ่มมาดูแลจากอาจารย์
3. หากนักศึกษาอ่านแล้วไม่เข้าใจข้อความใด ให้นักศึกษาซักถามหรืออภิปรายกับเพื่อนๆ ในกลุ่มเดียวกัน

จงเติมข้อความลงในช่องว่างให้สมบูรณ์

1. เมทริกซ์คือกลุ่มตัวเลขที่นำมาเรียงกันอยู่ในวงเล็บใหญ่ คือ [] หรือวงเล็บเล็ก คือ () โดยเรียงกันใน

รูปแบบ เช่น $\begin{bmatrix} m & n & o \\ p & q & r \end{bmatrix}$ หรือ

2. ใช้สัญลักษณ์ a_{ij} แทนสมาชิกในแถวที่ i และหลักที่ j และเซตของภาษาอังกฤษตัวพิมพ์ใหญ่ เช่น $A, B, C \dots$ เป็นชื่อแทนเมทริกซ์ ส่วนสมาชิกของเมทริกซ์เราใช้อักษรภาษาอังกฤษตัวพิมพ์เล็กเช่น A

$$= \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \dots a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \dots a_{2n} \\ \vdots & & \\ a_{m1} & a_{m2} & a_{m3} \dots a_{mn} \end{bmatrix}$$

A เป็นเมทริกซ์ ที่มี แถว และหลัก หรือเขียนย่อๆ ได้เป็น

$$A = [a_{ij}]_{m \times n}$$

3. กำหนด $A = \begin{bmatrix} 3 & -1 & 8 & 0 \\ 2 & 3 & 7 & -7 \\ 0 & 2 & 9 & 2 \end{bmatrix}$

เมทริกซ์ A มีขนาด

สมาชิกในแถวที่ 2 คือ

สมาชิกในแถวที่ 3 คือ

$a_{11} = \dots\dots\dots a_{23} = \dots\dots\dots$ และ $a_{34} = \dots\dots\dots$

4. 4.1 เมทริกซ์ที่มีอยู่เพียง 1 แถว สำหรับหลักจะมีกี่หลักก็ได้เรียกว่า

เช่น $A = [1 \quad 2 \quad 4 \quad -5]$

- 4.2 เมทริกซ์ที่มีอยู่เพียง 1 หลัก สำหรับแถวจะมีกี่แถวก็ได้เรียกว่า

เช่น $A = \begin{bmatrix} 0 \\ 8 \\ 9 \end{bmatrix}$

4.3 เมทริกซ์ที่มีสมาชิกทุกตัวเป็นศูนย์ โดยทั่วไปเขียนแทนด้วย $\underline{0}$ เรียกว่า

เช่น $\underline{0} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

4.4 เมทริกซ์ที่มีจำนวนแถวเท่ากับจำนวนหลัก เรียกว่า

เช่น $A = \begin{bmatrix} 3 & 1 & -2 \\ 0 & 4 & 7 \\ 5 & 2 & 3 \end{bmatrix}$

4.5 เมทริกซ์จัตุรัสที่มีสมาชิกในแนวเส้นทแยงมุมหลักเป็น 1 ส่วนสมาชิกที่อยู่เหนือและใต้เส้นทแยงมุมหลักเป็น 0 ทั้งหมดเขียนแทนได้ด้วย I , I_n หรือ $I_{n \times n}$ เรียกว่า

เช่น $I_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

4.6 เมทริกซ์จัตุรัสที่มีสมาชิกในแนวเส้นทแยงมุมหลักเป็นตัวเลขที่แตกต่างกัน ส่วนสมาชิกที่อยู่เหนือและใต้เส้นทแยงมุมหลักเป็น 0 ทั้งหมด เรียกว่า

เช่น $A = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$

4.7 เมทริกซ์จัตุรัสที่มีสมาชิกใต้แนวเส้นทแยงมุมหลักเป็น 0 ทั้งหมด เรียกว่า

เช่น $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 0 & 4 & 2 \\ 0 & 0 & -2 \end{bmatrix}$

4.8 เมทริกซ์จัตุรัสที่มีสมาชิกเหนือเส้นทแยงมุมหลักเป็น 0 ทั้งหมด เรียกว่า

เช่น $A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 3 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -3 \end{bmatrix}$

ชุดที่ 1

จงหาค่าต่อไปนี้

1. กำหนดให้
$$\begin{bmatrix} x & y+2 \\ 2z & 3w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 7 \\ 4 & 2 \end{bmatrix}$$

จงหาค่าของ x, y, z และ w

2. กำหนดให้
$$\begin{bmatrix} 1 & 4 \\ x & y \\ 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 2x+1 & 2y \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$$

จงหาค่าของ x และ y

เฉลยชุดที่ 1

1. $x = 3$

$y + 2 = 7$ จะได้ $y = 5$

$2z = 4$ จะได้ $z = 2$

$3w = 2$ จะได้ $w = \frac{2}{3}$

2. $x = 2x + 1$ จะได้ $x = -1$

$y = 2y$ จะได้ $y = 0$

ชุดที่ 2

จงหาค่าของตัวแปรต่อไปนี้

1. กำหนดให้ $A = \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 5 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$

จงหาค่าของ $A + 2B$

2. กำหนดให้ $A = \begin{bmatrix} 7 & -3 & 2 \\ 0 & 4 & 1 \\ 6 & 5 & 3 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 2 & 3 & -1 \\ 1 & -2 & 3 \\ 3 & -1 & -2 \end{bmatrix}$

จงหาค่าของ $3A - 4B$

เฉลยชุดที่ 2

1. $A + 2B = \begin{bmatrix} 6 & 6 \\ 7 & 9 \end{bmatrix}$

2. $3A - 4B = \begin{bmatrix} 21 & -9 & 6 \\ 0 & 12 & 3 \\ 18 & 15 & 9 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 8 & 12 & -4 \\ 4 & -8 & 12 \\ 12 & -4 & -8 \end{bmatrix}$

$3A - 4B = \begin{bmatrix} 13 & -21 & 10 \\ -4 & 20 & -9 \\ 6 & 19 & 17 \end{bmatrix}$



แผนการจัดการเรียนรู้แบบบูรณาการที่ 9

หน่วยที่ 5

รหัสวิชา 2000-4102

วิชา คณิตศาสตร์ อุตสาหกรรม

สอนครั้งที่ 25-27

ชื่อหน่วย เมทริกซ์

จำนวนชั่วโมง 3 ชม.

เรื่อง เมทริกซ์

สาระสำคัญ

1. เมทริกซ์ (Matrix) คือ กลุ่มตัวเลขที่นำมาเรียงกันอยู่ในวงเล็บ [] หรือ () เช่น

$$\begin{bmatrix} 2 & 4 & 5 \\ 3 & -0 & 1 \\ 0 & -3 & 4 \end{bmatrix}$$

2. ชนิดของเมทริกซ์มีดังนี้ คือ เมทริกซ์แถว เมทริกซ์หลัก เมทริกซ์ศูนย์ เมทริกซ์จัตุรัส เมทริกซ์เอกลักษณะ เมทริกซ์เชิงสเกลาร์ เมทริกซ์ทแยงมุม เมทริกซ์สามเหลี่ยมบน เมทริกซ์สามเหลี่ยมล่าง
3. การเท่ากันของเมทริกซ์จะเท่ากัน เมื่อมีขนาดเท่ากันและสมาชิกที่อยู่ในตำแหน่งเดียวกันเท่ากัน
4. การดำเนินการของเมทริกซ์ มีดังนี้ คือ การบวกเมทริกซ์ การลบเมทริกซ์ การคูณเมทริกซ์ด้วยสเกลาร์ และการคูณเมทริกซ์ด้วยเมทริกซ์
5. เมทริกซ์สลับเปลี่ยนของเมทริกซ์ A คือ เมทริกซ์ที่ได้จากการสลับเปลี่ยนของแถว และหลักของเมทริกซ์ A และเขียนแทนด้วย A^T
6. เมทริกซ์ผกผันสำหรับการคูณของ A เขียนแทนด้วย A^{-1} และเป็นเมทริกซ์ที่ทำให้ $A A^{-1} = A^{-1} A = I$

จุดประสงค์การเรียนรู้

5. อธิบายสมบัติการบวกและการคูณของเมทริกซ์ได้
6. หาเมทริกซ์สลับเปลี่ยนได้
7. หาเมทริกซ์ผกผันสำหรับการคูณได้
8. มีการพัฒนาคุณธรรม จริยธรรม ค่านิยม และคุณลักษณะอันพึงประสงค์ที่อาจารย์สามารถสังเกตเห็นได้ในด้านความมีมนุษยสัมพันธ์ ความมีวินัย ความรับผิดชอบ ความเชื่อ อม่นในตนเอง ความสนใจใฝ่รู้ ความรักสามัคคี ความกตัญญูกตเวที

เนื้อหาสาระ

5. สมบัติการบวกและการคูณของเมทริกซ์
6. เมทริกซ์สลับเปลี่ยน
7. เมทริกซ์ผกผันสำหรับการคูณ

กิจกรรมการเรียนรู้

ชั้นนำเข้าสู่บทเรียน

1. อาจารย์ทบทวนการคูณเมทริกซ์ด้วยสเกลาร์โดยใช้การถามตอบ

ขั้นสอน

2. อาจารย์อธิบายการคูณเมทริกซ์ด้วยเมทริกซ์ พร้อมยกตัวอย่าง 5.7 โดยใช้วิธีการถามตอบ
3. อาจารย์ยกตัวอย่าง โดยใช้วิธีการอธิบายและแสดงเหตุผล
4. อาจารย์ให้นักศึกษาทุกคนทำเอกสารฝึกหัด และอาจารย์เฉลยคำตอบ
5. อาจารย์ใช้แผ่นโปร่งใส สมบัติการบวกและการคูณของเมทริกซ์ สมบัติการคูณเมทริกซ์ด้วยสเกลาร์ และสมบัติการคูณเมทริกซ์ด้วยเมทริกซ์ โดยใช้วิธีการอธิบายและแสดงเหตุผล
6. อาจารย์ใช้การถามตอบให้นักศึกษาพิจารณาตัวอย่างเมทริกซ์สลับเปลี่ยน
7. อาจารย์ยกตัวอย่าง โดยใช้การถามตอบ แล้วให้นักศึกษาช่วยกันทำบนกระดาน
8. อาจารย์อธิบายเมทริกซ์ผกผันสำหรับการคูณพร้อมยกตัวอย่าง โดยใช้การถามตอบ
9. อาจารย์ยกตัวอย่าง โดยใช้วิธีการอธิบายและแสดงเหตุผล
10. อาจารย์ใช้แผ่นใส สมบัติของเมทริกซ์ผกผันสำหรับการคูณโดยใช้วิธีการอธิบายและแสดงเหตุผล

ขั้นสรุปและการประยุกต์

11. อาจารย์ให้นักศึกษาช่วยกันสรุปการคูณเมทริกซ์ด้วยเมทริกซ์ และการหาเมทริกซ์ผกผันสำหรับการคูณ
12. นักศึกษาทำแบบประเมินผลการเรียนรู้ หน่วยที่ 5
13. อาจารย์ตรวจแบบประเมินผลการเรียนรู้พร้อมชี้แจงข้อบกพร่องของนักศึกษา

สื่อและแหล่งการเรียนรู้

1. หนังสือเรียนวิชา คณิตศาสตร์ อุตสาหกรรม (2000-4102) ของสำนักพิมพ์เอมพันธ์
2. เอกสารฝึกหัด
3. แผ่นโปร่งใส

การวัดผลและการประเมินผล

วิธีวัดผล

1. สังเกตพฤติกรรมการปฏิบัติงานรายบุคคล
2. สังเกตพฤติกรรมการเข้าร่วมกิจกรรมกลุ่ม
3. ตรวจแบบประเมินผลการเรียนรู้ หน่วยที่ 5
4. การสังเกตและประเมินผลพฤติกรรมด้านคุณธรรม จริยธรรม ค่านิยม และคุณลักษณะอันพึงประสงค์

เครื่องมือวัดผล

1. แบบสังเกตพฤติกรรมการปฏิบัติงานรายบุคคล
2. แบบสังเกตพฤติกรรมการเข้าร่วมกิจกรรมกลุ่ม
3. แบบประเมินผลการเรียนรู้ หน่วยที่ 5
4. แบบประเมินคุณธรรม จริยธรรม ค่านิยม และคุณลักษณะอันพึงประสงค์ โดยอาจารย์และนักศึกษาร่วมกันประเมิน

เกณฑ์การประเมินผล

1. แบบสังเกตพฤติกรรมการปฏิบัติงานรายบุคคล เกณฑ์ผ่าน ต้องไม่มีช่องปรับปรุง
2. แบบสังเกตพฤติกรรมการเข้าร่วมกิจกรรมกลุ่ม เกณฑ์ผ่าน 50% ขึ้นไป
3. แบบประเมินผลการเรียนรู้ หน่วยที่ 5 เกณฑ์ผ่าน ทำถูกต้อง 50% ขึ้นไป
4. แบบประเมินคุณธรรม จริยธรรม ค่านิยม และคุณลักษณะอันพึงประสงค์ คะแนนขึ้นอยู่กับการประเมินตามสภาพจริง

เอกสารฝึกหัด

จงหาค่าต่อไปนี้

1. กำหนดให้ $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 4 & 5 & -6 \end{bmatrix}$ และ $B = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 1 \\ -1 & 4 & 7 \\ 2 & 5 & 0 \end{bmatrix}$

จงหาค่าของ AB และ BA

2. กำหนดให้ $A = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 4 \\ 3 & 0 & 5 \\ -1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} -2 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 3 \\ 4 & -1 & 5 \end{bmatrix}$

จงหาค่าของ AB และ BA

เฉลยเอกสารฝึกหัด

1. $AB = \begin{bmatrix} 13 & 11 & -5 \\ -5 & -10 & 39 \end{bmatrix}$ BA หาผลคูณไม่ได้

2. $AB = \begin{bmatrix} 14 & -8 & 15 \\ 14 & -5 & 28 \\ 6 & 3 & 10 \end{bmatrix}$

$BA = \begin{bmatrix} -3 & 6 & -7 \\ 3 & 6 & 13 \\ 4 & 2 & 16 \end{bmatrix}$

บันทึกหลังการสอน

ข้อสรุปหลังการสอน

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ปัญหาที่พบ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

แนวทางแก้ปัญหา

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



แผนการจัดการเรียนรู้แบบบูรณาการที่10

หน่วยที่ 6

รหัสวิชา 2000-4102

วิชา คณิตศาสตร์ อุตสาหกรรม

สอนครั้งที่ 28-30

ชื่อหน่วย ดีเทอร์มิแนนต์

จำนวนชั่วโมง 3 ชม.

เรื่อง ดีเทอร์มิแนนต์

สาระสำคัญ

- ดีเทอร์มิแนนต์หรือตัวกำหนด (Determinants) เป็นจำนวนจริงที่อยู่คู่กับเมทริกซ์จัตุรัสทุกเมทริกซ์ ดีเทอร์มิแนนต์ของ A เขียนแทนด้วย $\det A$, $\det(A)$ หรือ $|A|$
- การหาค่าดีเทอร์มิแนนต์มี 2 วิธี คือ
 - การหาค่าดีเทอร์มิแนนต์โดยการคูณทแยง
 - การหาค่าดีเทอร์มิแนนต์โดยการกระจายโคแฟกเตอร์
- การหาค่าดีเทอร์มิแนนต์โดยการคูณทแยง ใช้เฉพาะดีเทอร์มิแนนต์อันดับ 2 และ 3 เท่านั้น ดังนี้

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} = a_{11}a_{22} - a_{21}a_{12}$$

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = a_{11}a_{22}a_{33} + a_{12}a_{23}a_{31} + a_{13}a_{21}a_{32} - a_{31}a_{22}a_{13} - a_{32}a_{23}a_{11} - a_{33}a_{21}a_{12}$$

- การหาค่าดีเทอร์มิแนนต์ โดยการกระจายโคแฟกเตอร์ ใช้ได้กับดีเทอร์มิแนนต์ตั้งแต่อันดับขึ้นไป
 - ถ้ากระจายตามแถวที่ 1 จะได้
$$\det A = a_{11}C_{11} + a_{12}C_{12} + a_{13}C_{13} + \dots + a_{1n}C_{1n}$$
 - ถ้ากระจายตามหลักที่ 1 จะได้
$$\det A = a_{11}C_{11} + a_{21}C_{21} + a_{31}C_{31} + \dots + a_{n1}C_{n1}$$
- สมบัติของดีเทอร์มิแนนต์มีทั้งหมด 9 ข้อ ซึ่งใช้สำหรับช่วยในการหาค่าดีเทอร์มิแนนต์ให้ง่ายสะดวกและรวดเร็วขึ้น

จุดประสงค์การเรียนรู้

- สามารถบอกความหมายของดีเทอร์มิแนนต์ได้
- สามารถหาค่าดีเทอร์มิแนนต์ โดยการคูณทแยงได้
- สามารถหาค่าไมเนอร์ และโคแฟกเตอร์ได้
- สามารถหาค่าดีเทอร์มิแนนต์ โดยวิธีการกระจายโคแฟกเตอร์ได้
- สามารถนำสมบัติของดีเทอร์มิแนนต์ ไปประยุกต์หาค่าดีเทอร์มิแนนต์ได้
- มีการพัฒนาคุณธรรม จริยธรรม ค่านิยม และคุณลักษณะอันพึงประสงค์ที่อาจารย์สามารถสังเกตเห็นได้ในด้านความมีมนุษยสัมพันธ์ ความมีวินัย ความรับผิดชอบ ความเชื่อมั่นในตนเอง ความสนใจใฝ่รู้ ความรักสามัคคี ความกตัญญูกตเวที

เนื้อหาสาระ

- ความหมายของดีเทอร์มิแนนต์

2. การหาค่าดีเทอร์มิแนนต์ โดยการคูณทแยง
3. การกระจายโคแฟกเตอร์
4. การหาค่าดีเทอร์มิแนนต์ โดยวิธีการกระจายโคแฟกเตอร์
5. สมบัติของดีเทอร์มิแนนต์

กิจกรรมการเรียนรู้

ขั้นนำเข้าสู่บทเรียน

1. อาจารย์ทบทวนเมทริกซ์จัตุรัสโดยใช้วิธีการถามตอบ

ขั้นสอน

2. อาจารย์บอกความหมายของดีเทอร์มิแนนต์ พร้อมยกตัวอย่างประกอบโดยวิธีอธิบายและแสดงเหตุผล
3. อาจารย์ยกตัวอย่าง โดยใช้การถามตอบแล้วให้นักศึกษาช่วยกันทำบนกระดาน
4. อาจารย์แจกเอกสารฝึกหัด 1 ให้นักศึกษาช่วยกันทำ แล้วอาจารย์ตรวจสอบความถูกต้อง
5. อาจารย์ยกตัวอย่าง โดยใช้การถามตอบ
6. อาจารย์สอนวิธีการหาค่าดีเทอร์มิแนนต์ในการกระจายโคแฟกเตอร์ โดยการอธิบายและแสดงเหตุผล
7. อาจารย์แจกเอกสารฝึกหัด 2 ให้นักศึกษาทำ และอาจารย์ตรวจสอบความถูกต้อง
8. อาจารย์ใช้แผ่นโปร่งใส สมบัติของดีเทอร์มิแนนต์ โดยการถามตอบพร้อมยกตัวอย่างประกอบ

ขั้นสรุปและการประยุกต์

9. อาจารย์ใช้การถามตอบให้นักศึกษาสรุปการหาค่าดีเทอร์มิแนนต์และสมบัติของดีเทอร์มิแนนต์
10. นักศึกษาทำแบบประเมินผลการเรียนรู้ที่ 6
11. อาจารย์ตรวจแบบประเมินผลการเรียนรู้ และชี้แจงสิ่งที่บกพร่องหรือผิดพลาดให้นักศึกษาทราบ

สื่อและแหล่งการเรียนรู้

1. หนังสือเรียนวิชา คณิตศาสตร์ อุตสาหกรรม (2000-4102) ของสำนักพิมพ์เอมพันธ์
2. เอกสารฝึกหัด 1 และ 2
3. แผ่นโปร่งใส เรื่อง สมบัติของดีเทอร์มิแนนต์

การวัดและการประเมินผล

วิธีวัดผล

1. สังเกตพฤติกรรมการปฏิบัติงานรายบุคคล
2. สังเกตพฤติกรรมการเข้าร่วมกิจกรรมกลุ่ม
3. ตรวจแบบประเมินผลการเรียนรู้ หน่วยที่ 5
4. การสังเกตและประเมินผลพฤติกรรมด้านคุณธรรม จริยธรรม ค่านิยม และคุณลักษณะอันพึงประสงค์

เครื่องมือวัดผล

1. แบบสังเกตพฤติกรรมการปฏิบัติงานรายบุคคล
2. แบบสังเกตพฤติกรรมการเข้าร่วมกิจกรรมกลุ่ม
3. แบบประเมินผลการเรียนรู้ หน่วยที่ 5
4. แบบประเมินคุณธรรม จริยธรรม ค่านิยม และคุณลักษณะอันพึงประสงค์ โดยอาจารย์และนักศึกษาร่วมกันประเมิน

เกณฑ์การประเมินผล

1. แบบสังเกตพฤติกรรมการปฏิบัติงานรายบุคคล เกณฑ์ผ่าน ต้องไม่มีช่องปรับปรุง
2. แบบสังเกตพฤติกรรมการเข้าร่วมกิจกรรมกลุ่ม เกณฑ์ผ่าน 50% ขึ้นไป
3. แบบประเมินผลการเรียนรู้ หน่วยที่ 5 เกณฑ์ผ่าน ทำถูกต้อง 50% ขึ้นไป
4. แบบประเมินคุณธรรม จริยธรรม ค่านิยม และคุณลักษณะอันพึงประสงค์ คะแนนขึ้นอยู่กับ การประเมินตามสภาพจริง

เอกสารฝึกหัด 1

จงหาค่าดีเทอร์มิแนนต์ของเมทริกซ์ต่อไปนี้

1. $A = [2]$ จะได้ $\det(A) = \dots\dots\dots$

2. $B = \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 5 & -2 \end{bmatrix}$ จะได้ $\det(B) = \dots\dots\dots$

3. $C = \begin{bmatrix} 0 & 4 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$ จะได้ $|C| = \dots\dots\dots$

4. $D = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 5 \\ 1 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 0 \end{bmatrix}$ จะได้ $|D| = \dots\dots\dots$

5. $E = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 0 \\ 3 & 1 & 4 \end{bmatrix}$ จะได้ $|E| = \dots\dots\dots$

เฉลยเอกสารฝึกหัด 1

1. $\det(A) = 2$

2. $\det(B) = -26$

3. $|C| = -4$

4. $|D| = 9$

5. $|E| = -24$

เอกสารฝึกหัด 2

จงหาค่าดีเทอร์มิแนนต์โดยวิธีกระจายโคแฟกเตอร์

$$1. A = \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 4 & -5 \end{bmatrix}$$

$$2. A = \begin{bmatrix} 3 & 0 & -4 \\ -2 & 1 & 5 \\ 1 & 5 & 0 \end{bmatrix}$$

$$3. A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 5 \\ 1 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

เฉลยเอกสารฝึกหัด 2

$$1. \det(A) = -23$$

$$2. \det(A) = -31$$

$$3. \det(A) = 9$$



แผนการจัดการเรียนรู้แบบบูรณาการที่ 11

รหัสวิชา 2000-4102 วิชา คณิตศาสตร์ อุตสาหกรรม

ชื่อหน่วย การแก้ระบบสมการเชิงเส้น

เรื่อง การแก้ระบบสมการเชิงเส้น

หน่วยที่ 7

สอนครั้งที่ 31-33

จำนวนชั่วโมง 3 ชม.

สาระสำคัญ

1. แอดจอยท์หรือส่วนผกผันของเมทริกซ์ A เขียนแทนด้วย $\text{adj}(A)$ และ

$$\text{adj}(A) = [c_{ji}]^T$$

2. เมทริกซ์ผกผันสำหรับการคูณ เขียนแทนด้วย A^{-1} และ

$$A^{-1} = \frac{1}{\det A} \cdot \text{adj}(A)$$

3. การแก้ระบบสมการเชิงเส้น ในที่นี้นำเสนอ 3 วิธี คือ

- (1) การแก้ระบบสมการเชิงเส้น โดยใช้เมทริกซ์ผกผันสำหรับการคูณ
- (2) การแก้ระบบสมการเชิงเส้น โดยใช้กฎของคราเมอร์
- (3) การแก้ระบบสมการเชิงเส้น โดยใช้เมทริกซ์แต่งเติม

จุดประสงค์การเรียนรู้

1. หาแอดจอยท์หรือส่วนผกผันของเมทริกซ์ได้
2. หาเมทริกซ์ผกผันสำหรับการคูณได้
3. แก้ระบบสมการเชิงเส้น โดยใช้เมทริกซ์ผกผันสำหรับการคูณได้
4. มีการพัฒนาคุณธรรม จริยธรรม ค่านิยม และคุณลักษณะอันพึงประสงค์ที่อาจารย์สามารถสังเกตเห็นได้ในด้านความมีมนุษยสัมพันธ์ ความมีวินัย ความรับผิดชอบ ความเชื่อมั่นในตนเอง ความสนใจใฝ่รู้ ความรักสามัคคี ความกตัญญูกตเวที

เนื้อหาสาระ

1. แอดจอยท์หรือส่วนผกผันของเมทริกซ์
2. เมทริกซ์ผกผันสำหรับการคูณ
3. การแก้ระบบสมการเชิงเส้น โดยใช้เมทริกซ์ผกผันสำหรับการคูณ

กิจกรรมการเรียนรู้

ขั้นนำเข้าสู่บทเรียน

1. อาจารย์ทบทวนหาโคแฟกเตอร์ของเมทริกซ์โดยให้นักศึกษาพิจารณาตัวอย่างโดยใช้วิธีถามตอบ

ชั้นสอน

2. อาจารย์บอกนิยามของแอดจอยท์ พร้อมยกตัวอย่าง โดยใช้การถามตอบ
3. อาจารย์สอนเมทริกซ์ผกผันสำหรับการคูณ พร้อมยกตัวอย่าง โดยวิธีการถามตอบประกอบการอธิบายและแสดงเหตุผล
4. อาจารย์ใช้แผ่นโปรงใส เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้นเพื่อไปสู่ข้อสรุปการแก้ระบบสมการเชิงเส้นโดยใช้ เมทริกซ์ผกผันสำหรับการคูณ นั่นคือ $x = A^{-1}x$
5. อาจารย์ยกตัวอย่าง โดยใช้วิธีการถามตอบประกอบการอธิบายและแสดงเหตุผล

ขั้นสรุปและการประยุกต์

6. อาจารย์ให้นักศึกษาช่วยกันสรุปวิธีการแก้ระบบสมการเชิงเส้นโดยใช้เมทริกซ์ผกผันสำหรับการคูณ
7. นักศึกษาทำแบบประเมินผลการเรียนรู้ที่ 7
8. อาจารย์ตรวจแบบประเมินผลการเรียนรู้และชี้แจงสิ่งที่บกพร่องหรือผิดพลาดให้นักศึกษาทราบ

สื่อการเรียนการสอน

1. หนังสือเรียนวิชา คณิตศาสตร์ อุตสาหกรรม (2000-4102) ของสำนักพิมพ์เอมพันธ์
2. แผ่นโปรงใส เรื่องระบบสมการเชิงเส้น

การวัดและการประเมินผล

วิธีวัดผล

1. สังเกตพฤติกรรมการปฏิบัติงานรายบุคคล
2. สังเกตพฤติกรรมการเข้าร่วมกิจกรรมกลุ่ม
3. ตรวจแบบประเมินผลการเรียนรู้ หน่วยที่ 7
4. การสังเกตและประเมินผลพฤติกรรมด้านคุณธรรม จริยธรรม ค่านิยม และคุณลักษณะอันพึงประสงค์

เครื่องมือวัดผล

1. แบบสังเกตพฤติกรรมการปฏิบัติงานรายบุคคล
2. แบบสังเกตพฤติกรรมการเข้าร่วมกิจกรรมกลุ่ม
3. แบบประเมินผลการเรียนรู้ หน่วยที่ 7
4. แบบประเมินคุณธรรม จริยธรรม ค่านิยม และคุณลักษณะอันพึงประสงค์ โดยอาจารย์และนักศึกษาร่วมกันประเมิน

เกณฑ์การประเมินผล

1. แบบสังเกตพฤติกรรมการปฏิบัติงานรายบุคคล เกณฑ์ผ่าน ต้องไม่มีช่องปรับปรุง
2. แบบสังเกตพฤติกรรมการเข้าร่วมกิจกรรมกลุ่ม เกณฑ์ผ่าน 50% ขึ้นไป
3. แบบประเมินผลการเรียนรู้ หน่วยที่ 7 เกณฑ์ผ่าน ทำถูกต้อง 50% ขึ้นไป
4. แบบประเมินคุณธรรม จริยธรรม ค่านิยม และคุณลักษณะอันพึงประสงค์ คะแนนขึ้นอยู่กับการประเมินตามสภาพจริง



แผนการจัดการเรียนรู้แบบบูรณาการที่ 12

รหัสวิชา 2000-4102 วิชา คณิตศาสตร์ อุตสาหกรรม

ชื่อหน่วย การแก้ระบบสมการเชิงเส้น

เรื่อง การแก้ระบบสมการเชิงเส้น

หน่วยที่ 7

สอนครั้งที่ 34-36

จำนวนชั่วโมง 3 ชม.

สาระสำคัญ

1. แอดจอยท์หรือส่วนผกผันของเมทริกซ์ A เขียนแทนด้วย $\text{adj}(A)$ และ

$$\text{adj}(A) = [c_{ij}]^T$$

2. เมทริกซ์ผกผันสำหรับการคูณ เขียนแทนด้วย A^{-1} และ

$$A^{-1} = \frac{1}{\det A} \cdot \text{adj}(A)$$

3. การแก้ระบบสมการเชิงเส้น ในที่นี้นำเสนอ 3 วิธี คือ

- (1) การแก้ระบบสมการเชิงเส้น โดยใช้เมทริกซ์ผกผันสำหรับการคูณ
- (2) การแก้ระบบสมการเชิงเส้น โดยใช้กฎของคราเมอร์
- (3) การแก้ระบบสมการเชิงเส้น โดยใช้เมทริกซ์แตงเดิม

จุดประสงค์การเรียนรู้

4. แก้ระบบสมการเชิงเส้น โดยใช้กฎของคราเมอร์ได้
5. แก้ระบบสมการเชิงเส้น โดยใช้เมทริกซ์แตงเดิมได้
6. มีการพัฒนาคุณธรรม จริยธรรม ค่านิยม และคุณลักษณะอันพึงประสงค์ที่อาจารย์สามารถสังเกตเห็นได้ในด้านความมีมนุษยสัมพันธ์ ความมีวินัย ความรับผิดชอบ ความเชื่อมั่นในตนเอง ความสนใจใฝ่รู้ ความรักสามัคคี ความกตัญญูกตเวที

เนื้อหาสาระ

4. การแก้ระบบสมการเชิงเส้น โดยใช้กฎของคราเมอร์
5. การแก้ระบบสมการเชิงเส้น โดยใช้เมทริกซ์แตงเดิม

กิจกรรมการเรียนรู้

ขั้นนำเข้าสู่บทเรียน

1. อาจารย์ทบทวนการแก้ระบบสมการเชิงเส้นโดยการถามตอบ

ขั้นสอน

2. ให้นักศึกษาพิจารณาระบบสมการเชิงเส้นเพื่อให้นำไปสู่ข้อสรุป การแก้ระบบสมการเชิงเส้นโดยใช้กฎของคราเมอร์ นั่นคือ $AX = B$

$$x_i = \frac{\det A_i}{\det A} ; i = 1, 2, \dots, n$$

3. อาจารย์ยกตัวอย่าง โดยใช้วิธีการถามตอบประกอบการอธิบายและแสดงเหตุผล
4. อาจารย์อธิบายการแก้ระบบสมการเชิงเส้นโดยใช้เมทริกซ์แต่งเติม
5. อาจารย์ยกตัวอย่าง โดยใช้วิธีการอธิบายและแสดงเหตุผล
6. อาจารย์แบ่งกลุ่มนักศึกษาตามความเหมาะสม ให้แต่ละกลุ่มเลือกประธาน เลขานุการและผู้ประเมินกิจกรรม อาจารย์แจกเอกสารฝึกหัด ให้นักศึกษาช่วยกันหาคำตอบ
7. ให้ตัวแทนนักศึกษาแต่ละกลุ่มมาเสนอผลงานหน้าชั้นเรียน

ขั้นสรุปและการประยุกต์

8. อาจารย์และนักศึกษาช่วยกันสรุปวิธีการแก้ระบบสมการเชิงเส้นโดยใช้การถามตอบ
9. นักศึกษาทำแบบประเมินผลการเรียนรู้ที่ 7
10. อาจารย์ตรวจแบบประเมินผลการเรียนรู้และชี้แจงสิ่งที่บกพร่องหรือผิดพลาดให้นักศึกษาทราบ

สื่อและแหล่งการเรียนรู้

1. หนังสือเรียนวิชาคณิตศาสตร์ อุตสาหกรรม (2000-4102) ของสำนักพิมพ์เอมพันธ์
2. เอกสารฝึกหัด

การวัดผลและการประเมินผล

วิธีวัดผล

1. สังเกตพฤติกรรมการปฏิบัติงานรายบุคคล
2. สังเกตพฤติกรรมการเข้าร่วมกิจกรรมกลุ่ม
3. ตรวจแบบประเมินผลการเรียนรู้ หน่วยที่ 7
4. การสังเกตและประเมินผลพฤติกรรมด้านคุณธรรม จริยธรรม ค่านิยม และคุณลักษณะอันพึงประสงค์

เครื่องมือวัดผล

1. แบบสังเกตพฤติกรรมการปฏิบัติงานรายบุคคล
2. แบบสังเกตพฤติกรรมการเข้าร่วมกิจกรรมกลุ่ม
3. แบบประเมินผลการเรียนรู้ หน่วยที่ 7
4. แบบประเมินคุณธรรม จริยธรรม ค่านิยม และคุณลักษณะอันพึงประสงค์ โดยอาจารย์และนักศึกษาร่วมกันประเมิน

เกณฑ์การประเมินผล

1. แบบสังเกตพฤติกรรมการปฏิบัติงานรายบุคคล เกณฑ์ผ่าน ต้องไม่มีช่องปรับปรุง
2. แบบสังเกตพฤติกรรมการเข้าร่วมกิจกรรมกลุ่ม เกณฑ์ผ่าน 50% ขึ้นไป
3. แบบประเมินผลการเรียนรู้ หน่วยที่ 7 เกณฑ์ผ่าน ทำถูกต้อง 50% ขึ้นไป
4. แบบประเมินคุณธรรม จริยธรรม ค่านิยม และคุณลักษณะอันพึงประสงค์ คะแนนขึ้นอยู่กับประเมินตามสภาพจริง

เอกสารฝึกหัดที่ 1

จงแก้ระบบสมการเชิงเส้น

โดยใช้กฎของคราเมอร์

โดยใช้เมทริกซ์แอดเจกเมนต์

$$(1) \begin{cases} 2x + 5y & = -9 \\ 3x + 4y & = -2 \end{cases}$$

$$(2) \begin{cases} 2x + y - z & = 1 \\ x + 2y + z & = 5 \\ x + 3y - z & = 2 \end{cases}$$

เอกสารฝึกหัดที่ 2

จงแก้ระบบสมการเชิงเส้น

โดยใช้กฎของคราเมอร์

โดยใช้เมทริกซ์แอดเจกเมนต์

$$(1) \begin{cases} 2x + y & = 3 \\ x - 3y & = 5 \end{cases}$$

$$(2) \begin{cases} x + y + z & = 4 \\ 2x + y - 2z & = 2 \\ x - y + 3z & = 2 \end{cases}$$

เอกสารฝึกหัดที่ 3

จงแก้ระบบสมการเชิงเส้น

โดยใช้กฎของคราเมอร์

โดยใช้เมทริกซ์แอดเจกเมนต์

$$(1) \begin{cases} 2x - y & = 2 \\ x + y & = 4 \end{cases}$$

$$(2) \begin{cases} x + y + z & = 4 \\ x - y - z & = 0 \\ x + y + 2z & = 0 \end{cases}$$

บันทึกหลังการสอน

ข้อสรุปหลังการสอน

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ปัญหาที่พบ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

แนวทางแก้ปัญหา

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



แผนการจัดการเรียนรู้แบบบูรณาการที่ 13

รหัสวิชา 2000-4102

วิชา คณิตศาสตร์ อุตสาหกรรม

ชื่อหน่วย เส้นตรง

เรื่อง เส้นตรง

หน่วยที่ 8

สอนครั้งที่ 37-39

จำนวนชั่วโมง 3 ชม.

สาระสำคัญ

1. ระบบพิกัดฉาก ประกอบไปด้วยเส้นจำนวน 2 เส้น ที่ตั้งฉากกันบนระนาบเดียวกัน
2. ระยะทางระหว่างจุด 2 จุด $P_1(x_1, y_1)$ และ $P_2(x_2, y_2)$ คือ

$$|P_1P_2| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

3. จุดกึ่งกลางระหว่างจุด 2 จุด $P_1(x_1, y_1)$ และ $Q(x_2, y_2)$ คือ $S(\bar{x}, \bar{y})$

$$\text{เมื่อ } (\bar{x}, \bar{y}) = \left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2} \right)$$

4. ความชันของเส้นตรง เขียนแทนด้วย m คือ

$$m = \tan \theta \quad \text{เมื่อ } \theta \text{ คือมุมเอียงของเส้นตรง}$$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

5. เส้นตรง 2 เส้นขนานกัน เมื่อความชันเท่ากัน
6. เส้นตรง 2 เส้นตั้งฉากกัน เมื่อความชันคูณกันเท่ากับ -1
7. มุมระหว่างเส้นตรง 2 เส้น หาได้จาก

- (1) ถ้า α เป็นมุมจากเส้นตรง L_1 ไปยัง L_2

$$\text{จะได้ } \tan \alpha = \frac{m_2 - m_1}{1 + m_1 m_2}$$

- (2) ถ้า β เป็นมุมจากเส้นตรง L_2 ไปยัง L_1

$$\text{จะได้ } \tan \beta = \frac{m_1 - m_2}{1 + m_1 m_2}$$

8. สมการเส้นตรง มี 6 รูปแบบ ดังนี้

- (1) $x = a$ (เมื่อเส้นตรงขนานกับแกน y)

- (2) $y = b$ (เมื่อเส้นตรงขนานกับแกน x)

- (3) $y - y_1 = m(x - x_1)$ (เมื่อทราบจุดที่เส้นตรงผ่าน 1 จุด และความชัน)

- (4) $\frac{y - y_1}{x - x_1} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ (เมื่อทราบ 2 จุด ที่เส้นตรงผ่าน)

- (5) $y = mx + b$ (เมื่อทราบความชัน และจุดตัดแกน y)

- (6) $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$ (เมื่อทราบจุดตัด 2 แกน)

9. สมการรูปทั่วไปของเส้นตรง $Ax + By + C = 0$ เมื่อ A, B และ C เป็นค่าคงตัว A และ B ไม่เป็นศูนย์พร้อมกัน
10. ระยะระหว่างจุด $P(x_1, y_1)$ และเส้นตรง $Ax + By + C = 0$ คือ $d = \frac{|Ax_1 + By_1 + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$
11. ระยะทางระหว่างเส้นตรง $Ax_1 + By_1 + C_1 = 0$ กับเส้นตรง $Ax_2 + By_2 + C_2 = 0$ คือ
- $$d = \frac{|C_1 - C_2|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$$

จุดประสงค์การเรียนรู้

- อธิบายเกี่ยวกับระบบพิกัดฉากได้
- หาระยะทางระหว่างจุดสองจุดได้
- หาจุดกึ่งกลางระหว่างจุดสองจุดได้
- มีการพัฒนาคุณธรรม จริยธรรม ค่านิยม และคุณลักษณะอันพึงประสงค์ที่อาจารย์สามารถสังเกตเห็นได้ในด้านความมีมนุษยสัมพันธ์ ความมีวินัย ความรับผิดชอบ ความเชื่อมั่นในตนเอง ความสนใจใฝ่รู้ ความรักสามัคคี ความกตัญญูกตเวที

เนื้อหาสาระ

- ระบบพิกัดฉาก
- ระยะทางระหว่างจุด 2 จุด
- จุดกึ่งกลางระหว่างจุด 2 จุด

กิจกรรมการเรียนรู้การสอน

ชั้นนำเข้าสู่บทเรียน

- อาจารย์ทบทวนการเขียนคู่อันดับลงบนระนาบเส้นตรง 2 เส้น ที่ตั้งฉากเพื่อไปสู่ระบบพิกัดฉาก

ขั้นสอน

- ให้นักศึกษาออกมาเขียนพิกัดต่างๆ ลงบนระนาบ เช่น $A(3, 2), B(-2, 3)$ เป็นต้น
 - อาจารย์ใช้การถามตอบให้นักศึกษาพิจารณาตัวอย่าง การหาระยะทางระหว่างจุด 2 จุด โดยการเขียนพิกัดจุด เพื่อให้นักศึกษาสรุปได้ดังนิยามที่ 1
- นั่นคือ $|AB| = |x_2 - x_1| = |x_2 - x_1|$
หรือ $|CD| = |y_1 - y_2| = |y_2 - y_1|$
- อาจารย์แบ่งกลุ่มนักศึกษาตามความเหมาะสม โดยเลือกประธาน เลขานุการและผู้ประเมินกลุ่ม และให้นักศึกษาทำเอกสารแนวทางการหาระยะทางระหว่างจุดสองจุด แล้วให้ตัวแทนแต่ละกลุ่ม นำเสนอผลงานโดยรายงานหน้าชั้นเรียน
 - อาจารย์อธิบายการหาจุดกึ่งกลางระหว่างจุด 2 จุด โดยใช้การอธิบายและแสดงเหตุผลพร้อมยก ตัวอย่างที่ 8.4

6. อาจารย์ยกตัวอย่าง โดยใช้การถามตอบแล้วให้นักศึกษาช่วยกันทำบนกระดาน

ขั้นสรุปและการประยุกต์

7. อาจารย์และนักศึกษาช่วยกันสรุปสูตร การหาระยะทางระหว่างจุด 2 จุด และจุดกึ่งกลางระหว่างจุด 2 จุด โดยใช้การถามตอบ
8. นักศึกษาทำแบบประเมินผลการเรียนรู้ที่ 8
9. อาจารย์ตรวจแบบประเมินผลการเรียนรู้ และชี้แจงสิ่งที่บกพร่องหรือผิดพลาดให้นักศึกษาทราบ

สื่อการเรียนการสอน

1. หนังสือเรียนวิชา คณิตศาสตร์ อุตสาหกรรม (3000-1521) ของสำนักพิมพ์เอมพันธ์
2. เอกสารแนะแนวทาง เรื่อง ระยะทางระหว่างจุดสองจุด

การวัดและการประเมินผล

วิธีวัดผล

1. สังเกตพฤติกรรมการปฏิบัติงานรายบุคคล
2. สังเกตพฤติกรรมการเข้าร่วมกิจกรรมกลุ่ม
3. ตรวจแบบประเมินผลการเรียนรู้ หน่วยที่ 8
4. การสังเกตและประเมินผลพฤติกรรมด้านคุณธรรม จริยธรรม ค่านิยมและคุณลักษณะอันพึงประสงค์

เครื่องมือวัดผล

1. แบบสังเกตพฤติกรรมการปฏิบัติงานรายบุคคล
2. แบบสังเกตพฤติกรรมการเข้าร่วมกิจกรรมกลุ่ม
3. แบบประเมินผลการเรียนรู้ หน่วยที่ 8
4. แบบประเมินคุณธรรม จริยธรรม ค่านิยม และคุณลักษณะอันพึงประสงค์ โดยอาจารย์และนักศึกษาร่วมกันประเมิน

เกณฑ์การประเมินผล

1. แบบสังเกตพฤติกรรมการปฏิบัติงานรายบุคคล เกณฑ์ผ่าน ต้องไม่มีช่องปรับปรุง
2. แบบสังเกตพฤติกรรมการเข้าร่วมกิจกรรมกลุ่ม เกณฑ์ผ่าน 50% ขึ้นไป
3. แบบประเมินผลการเรียนรู้ หน่วยที่ 8 เกณฑ์ผ่าน ทำถูกต้อง 50% ขึ้นไป
4. แบบประเมินคุณธรรม จริยธรรม ค่านิยม และคุณลักษณะอันพึงประสงค์ คะแนนขึ้นอยู่กับการประเมินตามสภาพจริง

เอกสารแนบแนวทาง

เรื่อง ระยะทางระหว่างจุดสองจุด

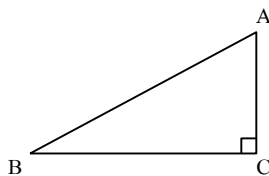
1. กำหนดพิกัดของจุด A และจุด B ต่อไปนี้ ให้หา AB แล้วเติมลงในตาราง

พิกัดของจุด A	พิกัดของจุด B	AB
(-3, 0)	(7, 0)
(1, 3)	(6, 3)
(-2, -1)	(-9, -1)
(8, -2)	(-4, 2)

2. กำหนดพิกัดของจุด A และจุด B ต่อไปนี้ ให้หา AB แล้วเติมลงในตาราง

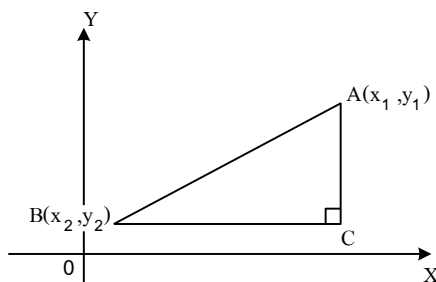
พิกัดของจุด A	พิกัดของจุด B	AB
(3, 1)	(3, 5)
(1, 4)	(1, -6)
(-2, -5)	(-2, 0)
(-8, -3)	(-8, -4)

3. จากทฤษฎีบทพีทาโกรัส กล่าวว่าในรูปสามเหลี่ยมมุมฉากใดๆ พื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสบนด้านตรงข้ามมุมฉากเท่ากับผลบวกของพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสบนด้านประกอบมุมฉาก ดังนั้นเมื่อเขียนรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ABC (ดังรูป)



จะได้ว่า

- 4.



จากรูป กำหนดจุด $A(x_1, y_1)$ และจุด $B(x_2, y_2)$ เป็นจุดสองจุด

ลาก \overline{AB} จากจุด A และจุด B ลากเส้นตรงขนานกับแกน y และแกน x ตามลำดับ

ซึ่งจะพบกันที่จุด C จุด C คือจุด (ให้เขียนที่รูปด้วย)

AC มีค่าเท่ากับ (ให้เขียนที่รูปด้วย)

BC มีค่าเท่ากับ (ให้เขียนที่รูปด้วย)

เนื่องจากรูปสามเหลี่ยม ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

และโดยทฤษฎีบทพีทาโกรัส จะได้ว่า

$$AB^2 = \dots\dots\dots$$

และ $|a - b|^2 = (a - b)^2$

ดังนั้น $AB = \dots\dots\dots$

สรุป ถ้า $A(x_1, y_1)$ และจุด $B(x_2, y_2)$ เป็นจุดสองจุดใดๆ ในระนาบแล้ว

$$AB = \dots\dots\dots$$

5. กำหนดพิกัดของจุดสองจุดต่อไปนี้ ให้หารระยะทางระหว่างจุดสองจุดแล้วเติมลงในช่องว่าง

พิกัดของจุดสองจุด	AB
A(3, -2), B(-1, 1)
C(8, 1), D(0, 7)
E(1, 1), F(3, 2)
G(-3, 1), H(4, -2)

6. จงแสดงว่าจุด $A(7, 5)$, $B(2, 3)$ และ $C(6, -7)$ เป็นจุดยอดของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

วิธีทำ เนื่องจากจุด $A(7, 5)$, $B(2, 3)$ และ $C(6, -7)$ เป็นจุดยอดของรูปสามเหลี่ยมจะได้ว่า

$$AB = \dots\dots\dots$$

$$BC = \dots\dots\dots$$

$$AC = \dots\dots\dots$$

และ $AB^2 = \dots\dots\dots$

$$BC^2 = \dots\dots\dots$$

$$AC^2 = \dots\dots\dots$$

และโดยทฤษฎีบทที่กล่าวไว้ในรูปสามเหลี่ยมใดๆ ถ้าผลบวกของกำลังสองของด้านสองด้านมีค่า

เท่ากับกำลังสองของด้านที่เหลือแล้ว รูปสามเหลี่ยมรูปนั้นจะเป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

จะได้ว่า $\dots\dots\dots$

นั่นคือ จุด $A(7, 5)$, $B(2, 3)$ และ $C(6, -7)$ เป็นจุดยอดของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

7. จงแสดงว่าจุด $A(-4, 7)$, $B(2, 5)$ และ $C(4, -1)$ เป็นจุดยอดของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว

วิธีทำ เนื่องจากจุด $A(-4, 7)$, $B(2, 5)$ และ $C(4, -1)$ เป็นจุดยอดของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วจะได้ว่า

$$AB = \dots\dots\dots$$

$$BC = \dots\dots\dots$$

$$AC = \dots\dots\dots$$

และ $\dots\dots\dots$ เท่ากับ $\dots\dots\dots$

ดังนั้นจุด $A(-4, 7)$, $B(2, 5)$ และ $C(4, -1)$ เป็นจุดยอดของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว

เฉลยเอกสารแนวทางการ

เรื่อง ระยะทางระหว่างจุดสองจุด

1. 10, 5, 7, 12
2. 4, 10, 5, 1
3. $AB^2 = BC^2 + AC^2$
4. (x_1, y_2)
 $|y_1 - y_2|$
 $|x_1 - x_2|$
 $|x_1 - x_2|^2 + |y_1 - y_2|^2$
 $\sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$
5. 5, 10, $\sqrt{5}$, $\sqrt{58}$
6. $\sqrt{29}$, $\sqrt{116}$, $\sqrt{145}$
29, 116, 145
 $AC^2 = AB^2 + BC^2$
7. $\sqrt{40}$ หรือ $2\sqrt{10}$
 $\sqrt{40}$ หรือ $2\sqrt{10}$
 $\sqrt{128}$ หรือ $8\sqrt{2}$
 $AB = BC$



แผนการจัดการเรียนรู้แบบบูรณาการที่ 14

รหัสวิชา 3000-1521

วิชา คณิตศาสตร์ อนุสาหรกรม

ชื่อหน่วย เส้นตรง

เรื่อง เส้นตรง

หน่วยที่ 8

สอนครั้งที่ 40-42

จำนวนชั่วโมง 3 ชม.

สาระสำคัญ

1. ระบบพิกัดฉาก ประกอบไปด้วยเส้นจำนวน 2 เส้น ที่ตั้งฉากกันบนระนาบเดียวกัน
2. ระยะทางระหว่างจุด 2 จุด $P_1(x_1, y_1)$ และ $P_2(x_2, y_2)$ คือ

$$|P_1P_2| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

3. จุดกึ่งกลางระหว่างจุด 2 จุด $P_1(x_1, y_1)$ และ $Q(x_2, y_2)$ คือ $S(\bar{x}, \bar{y})$

$$\text{เมื่อ } (\bar{x}, \bar{y}) = \left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2} \right)$$

4. ความชันของเส้นตรง เขียนแทนด้วย m คือ

$$m = \tan \theta \quad \text{เมื่อ } \theta \text{ คือมุมเอียงของเส้นตรง}$$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

5. เส้นตรง 2 เส้นขนานกัน เมื่อความชันเท่ากัน
6. เส้นตรง 2 เส้นตั้งฉากกัน เมื่อความชันคูณกันเท่ากับ -1
7. มุมระหว่างเส้นตรง 2 เส้น หาได้จาก

- (1) ถ้า α เป็นมุมจากเส้นตรง L_1 ไปยัง L_2

$$\text{จะได้ } \tan \alpha = \frac{m_2 - m_1}{1 + m_1 m_2}$$

- (2) ถ้า β เป็นมุมจากเส้นตรง L_2 ไปยัง L_1

$$\text{จะได้ } \tan \beta = \frac{m_1 - m_2}{1 + m_1 m_2}$$

8. สมการเส้นตรง มี 6 รูปแบบ ดังนี้

- (1) $x = a$ (เมื่อเส้นตรงขนานกับแกน y)

- (2) $y = b$ (เมื่อเส้นตรงขนานกับแกน x)

- (3) $y - y_1 = m(x - x_1)$ (เมื่อทราบจุดที่เส้นตรงผ่าน 1 จุด และความชัน)

- (4) $\frac{y - y_1}{x - x_1} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ (เมื่อทราบ 2 จุด ที่เส้นตรงผ่าน)

- (5) $y = mx + b$ (เมื่อทราบความชัน และจุดตัดแกน y)

$$(6) \quad \frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1 \quad (\text{เมื่อทราบจุดตัด 2 แกน})$$

9. สมการรูปทั่วไปของเส้นตรง $Ax + By + C = 0$ เมื่อ A, B และ C เป็นค่าคงตัว A และ B ไม่เป็นศูนย์พร้อมกัน

10. ระยะระหว่างจุด $P(x_1, y_1)$ และเส้นตรง $Ax + By + C = 0$ คือ $d = \frac{|Ax_1 + By_1 + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$

11. ระยะทางระหว่างเส้นตรง $Ax_1 + By_1 + C_1 = 0$ กับเส้นตรง $Ax_2 + By_2 + C_2$ คือ

$$d = \frac{|C_1 - C_2|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$$

จุดประสงค์การเรียนรู้

4. หาความชันของเส้นตรงได้
5. เขียนเส้นขนานและเส้นตั้งฉากได้
6. หามุมระหว่างเส้นตรง 2 เส้นได้
7. มีการพัฒนาคุณธรรม จริยธรรม ค่านิยม และคุณลักษณะอันพึงประสงค์ที่อาจารย์สามารถสังเกตเห็นได้ในด้านความมีมนุษยสัมพันธ์ ความมีวินัย ความรับผิดชอบ ความเชื่อมั่นในตนเอง ความสนใจใฝ่รู้ ความรักสามัคคี ความกตัญญูกตเวทีก

เนื้อหาสาระ

4. ความชันของเส้นตรง
5. เส้นขนานและเส้นตั้งฉาก
6. มุมระหว่างเส้นตรง 2 เส้น

กิจกรรมการเรียนรู้

ชั้นนำเข้าสู่บทเรียน

1. อาจารย์ทบทวนการหาระยะทางระหว่างจุดสองจุดและอัตราส่วนตรีโกณมิติโดยใช้การถามตอบ

ขั้นสอน

2. อาจารย์บอกความชันของเส้นตรง โดยวิธีการหาความชันของมุมเอียง (ตามนิยามที่ 2) โดยใช้วิธีอธิบายและแสดงเหตุผล
3. นักศึกษาแบ่งกลุ่มตามความเหมาะสม อาจารย์แจกเอกสารแนวทางการเรื่องความชันของเส้นตรง เพื่อให้ให้นักศึกษาสรุปได้ว่า ความชันของเส้นตรง $L(m)$ จะได้ $m = \tan\theta$ และ

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \quad ; \quad x_1 \neq x_2$$

4. อาจารย์สอนเรื่องเส้นขนานและเส้นตั้งฉาก โดยใช้วิธีการอธิบายและแสดงเหตุผล พร้อมยกตัวอย่างที่ 8.10 และ 8.11
5. อาจารย์แจกใบงานเรื่องเส้นขนาน และเส้นตั้งฉากให้นักศึกษาจับคู่กัน แล้วอาจารย์ตรวจสอบคำตอบ
6. อาจารย์ใช้แผ่นโปสเตอร์เรื่อง มุมระหว่างเส้นตรงสองเส้น โดยใช้วิธีการอธิบายและแสดงเหตุผล
7. อาจารย์ยกตัวอย่าง โดยใช้วิธีการถามตอบ

ขั้นสรุปและการประยุกต์

8. อาจารย์และนักศึกษาช่วยกันสรุป ความชันของเส้นตรง
เส้นตรง 2 เส้นขนานกันเมื่อความชันเท่ากัน
เส้นตรง 2 ตั้งฉากกันเมื่อความชันคูณกันเท่ากับ -1
และการหามุมระหว่างเส้นตรง 2 เส้น โดยใช้การถากตอบ
9. นักศึกษาทำแบบประเมินผลการเรียนรู้ที่ 8
10. อาจารย์ตรวจแบบประเมินผลการเรียนรู้ และชี้แจงสิ่งที่บกพร่อง หรือผิดพลาดให้นักศึกษาทราบ

สื่อและแหล่งการเรียนรู้

1. หนังสือเรียนวิชา คณิตศาสตร์ อุตสาหกรรม (3000-1521) ของสำนักพิมพ์เอมพันธ์
2. แผ่นโปร่งใส เรื่องมุมระหว่างเส้นตรงสองเส้น
3. เอกสารแนะนำแนวทาง เรื่อง ความชันของเส้นตรง
4. ใบงาน เรื่อง เส้นขนานและเส้นตั้งฉาก

การวัดผลและการประเมินผล

วิธีวัดผล

1. สังเกตพฤติกรรมการปฏิบัติงานรายบุคคล
2. สังเกตพฤติกรรมการเข้าร่วมกิจกรรมกลุ่ม
3. ตรวจแบบประเมินผลการเรียนรู้ หน่วยที่ 8
4. การสังเกตและประเมินผลพฤติกรรมด้านคุณธรรม จริยธรรม ค่านิยม และคุณลักษณะอันพึงประสงค์

เครื่องมือวัดผล

1. แบบสังเกตพฤติกรรมการปฏิบัติงานรายบุคคล
2. แบบสังเกตพฤติกรรมการเข้าร่วมกิจกรรมกลุ่ม
3. แบบประเมินผลการเรียนรู้ หน่วยที่ 8
4. แบบประเมินคุณธรรม จริยธรรม ค่านิยม และคุณลักษณะอันพึงประสงค์ โดยอาจารย์และนักศึกษาร่วมกันประเมิน

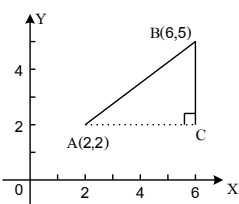
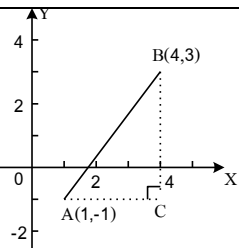
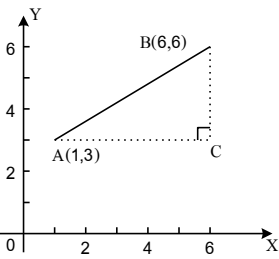
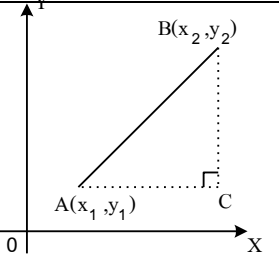
เกณฑ์การประเมินผล

1. แบบสังเกตพฤติกรรมการปฏิบัติงานรายบุคคล เกณฑ์ผ่าน ต้องไม่มีช่องปรับปรุง
2. แบบสังเกตพฤติกรรมการเข้าร่วมกิจกรรมกลุ่ม เกณฑ์ผ่าน 50% ขึ้นไป
3. แบบประเมินผลการเรียนรู้ หน่วยที่ 8 เกณฑ์ผ่าน ทำถูกต้อง 50% ขึ้นไป
4. แบบประเมินคุณธรรม จริยธรรม ค่านิยม และคุณลักษณะอันพึงประสงค์ คะแนนขึ้นอยู่กับประเมินตามสภาพจริง

เอกสารแนวทางการ 1

เรื่อง ความชันของเส้นตรง

1. กำหนดรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ABC ให้หาพิกัดของจุด C ความยาวของด้าน BC และด้าน AC ค่าของ $\tan\theta$ และความชันของเส้นตรงที่ผ่านจุด A และจุด B แล้วเติมคำตอบลงในตาราง

รูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ABC	พิกัดของจุด C	ความยาวของด้าน BC	ความยาวของด้าน AC	ค่าของ $\tan\theta$	ความชันของเส้นตรงที่ผ่านจุด A และจุด B
	(6, 2)	3	4	$\frac{3}{4}$	$\frac{3}{4}$
					
					
					

สรุปได้ว่า ถ้า L เป็นเส้นตรงที่ผ่านจุด $A(x_1, y_1)$ และ $B(x_2, y_2)$
 และ m เป็นความชันของเส้นตรง L
 จะได้ว่า $m = \dots\dots\dots$ เมื่อ θ เป็นมุมเอียง

และ $m = \dots\dots\dots$ เมื่อ $x_1 \neq x_2$

และ ถ้า $x_1 = x_2$ ความชันของเส้นตรง L จะหาค่าไม่ได้

2. กำหนดพิกัดของจุดสองจุดที่เส้นตรงผ่าน หาความชันของเส้นตรงแล้วเติมลงในตาราง

พิกัดของจุดสองจุด ที่เส้นตรง L ผ่าน	ความชันของเส้นตรง L (m)
(0, 0) และ (-4, 5)
(1, 2) และ (3, 5)
(-2, -3) และ (4, 5)
(-5, 2) และ (3, 2)

3.

3.1 กำหนดพิกัดของจุดสองจุดที่เส้นตรง L ผ่าน หาความชันของเส้นตรง L และเขียนกราฟของเส้นตรง L แล้วเติมลงในช่องว่าง

ข้อที่	พิกัดของจุดสองจุดที่ เส้นตรง L ผ่าน	ความชันของเส้นตรง L	กราฟของเส้นตรง L
1	(2, 2) และ (6, 2)	0	
2	(3, 4) และ (7, 8)	
3	(1, 5) และ (6, 1)	
4	(3, -1) และ (3, 4)	

3.2 ใช้ข้อมูลในตารางข้อ 3.1 มาเติมลงในตารางข้างล่างนี้

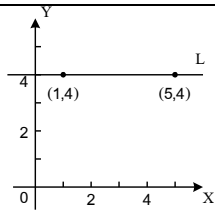
ความชันของเส้นตรง L (m)	ค่าความชันของเส้นตรง L				ลักษณะกราฟของเส้นตรง L			
	มากกว่าศูนย์	น้อยกว่าศูนย์	เท่ากับศูนย์	หาค่าไม่ได้	มุมแหลมกับแกน x	มุมป้านกับแกน y	ขนานกับแกน x	ขนานกับแกน y
0			3				3	
.....
.....
.....

3.3 กำหนดพิกัดของจุดสองจุดที่เส้นตรงผ่าน หาค่าความชันของเส้นตรงและบอกลักษณะของเส้นตรง โดยพิจารณาจากความชัน แล้วเติมลงในช่องว่าง

กราฟของเส้นตรงที่ผ่านจุดสองจุด	ความชันของเส้นตรง	ลักษณะของเส้นตรง			
		มุมแหลมกับแกน x	มุมป้านกับแกน x	ขนานกับแกน x	ขนานกับแกน y
(3, 4) และ (1, -2)
(1, 3) และ (7, 1)
(2, 4) และ (1, -4)
(6, 0) และ (6, 3)

4. กำหนดกราฟของเส้นตรง L ที่ผ่านจุดสองจุด หาค่าความชันของเส้นตรงและค่าความชันของเส้นตรงแล้วเติมลงในตาราง

พิกัดของจุดสองจุดที่เส้นตรง L ผ่าน	ลักษณะของกราฟเส้นตรง	ความชันของเส้นตรง (m)	ค่าความชันของเส้นตรง			
			มากกว่าศูนย์	น้อยกว่าศูนย์	เท่ากับศูนย์	หาค่าไม่ได้
	ทำมุมป้านกับแกน x (เมื่อวัดทวนเข็มนาฬิกา)	$-\frac{3}{4}$		3		
	ทำมุมแหลมกับแกน x (เมื่อวัดทวนเข็มนาฬิกา)



	ขนานกับแกน x
	ขนานกับแกน y

จากตารางสรุปได้ว่า

1. ถ้าเส้นตรงทำมุมแหลมกับแกน x เมื่อวัดทวนเข็มนาฬิกา
จะได้รับความชันของเส้นตรง
มากกว่าศูนย์/น้อยกว่าศูนย์/เท่ากับศูนย์/หาค่าไม่ได้
 2. ถ้าเส้นตรงทำมุมป้านกับแกน x เมื่อวัดทวนเข็มนาฬิกา
จะได้รับความชันของเส้นตรง
มากกว่าศูนย์/น้อยกว่าศูนย์/เท่ากับศูนย์/หาค่าไม่ได้
 3. ถ้าเส้นตรงขนานกับแกน x
จะได้รับความชันของเส้นตรง
มากกว่าศูนย์/น้อยกว่าศูนย์/เท่ากับศูนย์/หาค่าไม่ได้
 4. ถ้าเส้นตรงขนานกับแกน y
จะได้รับความชันของเส้นตรง
มากกว่าศูนย์/น้อยกว่าศูนย์/เท่ากับศูนย์/หาค่าไม่ได้
- 5.
- 5.1 หาค่าของ y ที่ทำให้เส้นตรงที่ผ่านจุด (3, 2) และ (5, y) มีความชันเท่ากับ 4 ได้ดังนี้
จากสูตร $m = \dots\dots\dots$
ให้ $(x_1, y_1) = \dots\dots\dots$ และ $(x_2, y_2) = \dots\dots\dots$
โจทย์กำหนดความชันของเส้นตรง เท่ากับ $\dots\dots\dots$
แทนค่าในสูตร จะได้ $4 = \dots\dots\dots$
ดังนั้น $y = \dots\dots\dots$
 - 5.2 ถ้าจุด A(a, 3), จุด B(0, 2) และจุด C(-3, 5) เป็นจุดยอดของรูปสามเหลี่ยม ABC ซึ่งด้าน AB มีความชันเท่ากับ $-\frac{1}{2}$ หาพิกัดของจุด A และความชันของด้าน AC ได้ดังนี้

ให้ m เป็นความชันของด้าน AB ที่มีจุด $A(a, 3)$ และจุด $B(0, 2)$

$$m = \dots\dots\dots$$

โจทย์กำหนดความชันของด้าน AB เท่ากับ $-\frac{1}{2}$

ดังนั้น $-\frac{1}{2} = \dots\dots\dots$

จะได้ $a = \dots\dots\dots$

\therefore จุด A มีพิกัดเป็น $\dots\dots\dots$

เนื่องจากด้าน AC มีพิกัด A เป็น $\dots\dots\dots$ และพิกัด C เป็น $\dots\dots\dots$

ดังนั้นความชันของด้าน AC เท่ากับ $\dots\dots\dots$

ใบงาน

เรื่อง เส้นขนานและเส้นตั้งฉาก

1. ถ้าเส้นตรงที่ผ่านจุด $A(k, 2)$ และจุด $B(3, 4)$ ขนานกับเส้นตรงที่ผ่านจุด $C(-2, 3)$ และจุด $D(1, 6)$ หาค่าของ k ได้ดังนี้

ให้ m_1 เป็นความชันของเส้นตรงที่ผ่านจุด $A(k, 2)$ และจุด $B(3, 4)$

ดังนั้น $m_1 = \dots\dots\dots$ (1)

ให้ m_2 เป็นความชันของเส้นตรงที่ผ่านจุด $C(-2, 3)$ และจุด $D(1, 6)$

ดังนั้น $m_2 = \dots\dots\dots$ (2)

โจทย์กำหนดเส้นตรง AB ขนานกับเส้นตรง CD

ดังนั้น $m_1 \dots\dots\dots m_2$ (3)

นำ (1) และ (2) มาแทนค่าใน (3) จะได้

$\dots\dots\dots$

$\dots\dots\dots$

$\dots\dots\dots$

ดังนั้น $k = \dots\dots\dots$

2. ถ้าเส้นตรง L_1 ผ่านจุด $(3, 2)$ และจุด $(2, 9)$ และเส้นตรง L_2 ผ่านจุด $(1, -5)$ และจุด $(8, -4)$

จงแสดงว่า L_1 ตั้งฉากกับ L_2 ได้ดังนี้

เส้นตรง L_1 ผ่านจุด $(3, 2)$ และจุด $(2, 9)$ มีความชันเท่ากับ m_1

$m_1 = \dots\dots\dots$

เส้นตรง L_2 ผ่านจุด $(1, -5)$ และจุด $(8, -4)$ มีความชันเท่ากับ m_2

$m_2 = \dots\dots\dots$

จะได้ $m_1 \times m_2 = \dots\dots\dots$

ดังนั้นเส้นตรง L_1 $\dots\dots\dots$ กับเส้นตรง L_2



แผนการจัดการเรียนรู้แบบบูรณาการที่ 15

หน่วยที่ 8

รหัสวิชา 3000-1521

วิชา คณิตศาสตร์ อุตสาหกรรม

สอนครั้งที่ 43-45

ชื่อหน่วย เส้นตรง

จำนวนชั่วโมง 3 ชม.

เรื่อง เส้นตรง

สาระสำคัญ

1. ระบบพิกัดฉาก ประกอบไปด้วยเส้นจำนวน 2 เส้น ที่ตั้งฉากกันบนระนาบเดียวกัน
2. ระยะทางระหว่างจุด 2 จุด $P_1(x_1, y_1)$ และ $P_2(x_2, y_2)$ คือ

$$|P_1P_2| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

3. จุดกึ่งกลางระหว่างจุด 2 จุด $P_1(x_1, y_1)$ และ $Q(x_2, y_2)$ คือ $S(\bar{x}, \bar{y})$

$$\text{เมื่อ } (\bar{x}, \bar{y}) = \left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2} \right)$$

4. ความชันของเส้นตรง เขียนแทนด้วย m คือ

$$m = \tan \theta \quad \text{เมื่อ } \theta \text{ คือมุมเอียงของเส้นตรง}$$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

5. เส้นตรง 2 เส้นขนานกัน เมื่อความชันเท่ากัน
6. เส้นตรง 2 เส้นตั้งฉากกัน เมื่อความชันคูณกันเท่ากับ -1
7. มุมระหว่างเส้นตรง 2 เส้น หาได้จาก

- (1) ถ้า α เป็นมุมจากเส้นตรง L_1 ไปยัง L_2

$$\text{จะได้ } \tan \alpha = \frac{m_2 - m_1}{1 + m_1 m_2}$$

- (2) ถ้า β เป็นมุมจากเส้นตรง L_2 ไปยัง L_1

$$\text{จะได้ } \tan \beta = \frac{m_1 - m_2}{1 + m_1 m_2}$$

8. สมการเส้นตรง มี 6 รูปแบบ ดังนี้

- (1) $x = a$ (เมื่อเส้นตรงขนานกับแกน y)

- (2) $y = b$ (เมื่อเส้นตรงขนานกับแกน x)

- (3) $y - y_1 = m(x - x_1)$ (เมื่อทราบจุดที่เส้นตรงผ่าน 1 จุด และความชัน)

- (4) $\frac{y - y_1}{x - x_1} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ (เมื่อทราบ 2 จุด ที่เส้นตรงผ่าน)

- (5) $y = mx + b$ (เมื่อทราบความชัน และจุดตัดแกน y)

- (6) $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$ (เมื่อทราบจุดตัด 2 แกน)

9. สมการรูปทั่วไปของเส้นตรง $Ax + By + C = 0$ เมื่อ A, B และ C เป็นค่าคงตัว A และ B ไม่เป็นศูนย์พร้อมกัน

10. ระยะระหว่างจุด $P(x_1, y_1)$ และเส้นตรง $Ax + By + C = 0$ คือ $d = \frac{|Ax_1 + By_1 + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$

11. ระยะทางระหว่างเส้นตรง $Ax_1 + By_1 + C_1 = 0$ กับเส้นตรง $Ax_2 + By_2 + C_2 = 0$ คือ

$$d = \frac{|C_1 - C_2|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$$

จุดประสงค์การเรียนรู้

7. หาสมการเส้นตรงพร้อมทั้งบอกรูปทั่วไปของสมการและเส้นตรงได้
8. หาจุดตัดของเส้นตรงได้
9. หาระยะระหว่างจุดกับเส้นตรงได้
10. หาระยะระหว่างเส้นตรงกับเส้นตรงได้
11. มีการพัฒนาคุณธรรม จริยธรรม ค่านิยม และคุณลักษณะอันพึงประสงค์ที่อาจารย์สามารถสังเกตเห็นได้ในด้านความมีมนุษยสัมพันธ์ ความมีวินัย ความรับผิดชอบ ความเชื่อมั่นในตนเอง ความสนใจใฝ่รู้ ความรักสามัคคี ความกตัญญูกตเวทีย

เนื้อหาสาระ

7. สมการของเส้นตรง
8. สมการของเส้นตรงในรูปทั่วไป
9. การเขียนกราฟและหาจุดตัดของเส้นตรง
10. ระยะทางระหว่างจุดกับเส้นตรง
11. ระยะทางระหว่างเส้นตรงกับเส้นตรง

กิจกรรมการเรียนรู้

ขั้นนำเข้าสู่บทเรียน

1. อาจารย์ทบทวนการหาความชันของเส้นตรงโดยใช้การถามตอบ
2. อาจารย์ทบทวนลักษณะของเส้นตรงที่ทำมุมกับแกน x โดยใช้การถามตอบ

ขั้นสอน

3. อาจารย์ยกตัวอย่างกราฟของเส้นตรงที่ขนานกับแกน y และแกน x ลงในแผ่นโปสเตอร์ใสซ้อนและ ใช้การถามตอบประกอบการอธิบาย เพื่อนำไปสู่ข้อสรุปที่ว่า
สมการเส้นตรงที่ขนานกับแกน y คือ $x = a$
สมการเส้นตรงที่ขนานกับแกน x คือ $y = b$
4. อาจารย์กำหนดเส้นตรง L ผ่านจุด (x_1, y_1) และจุด (x, y) ใดๆ โดยที่เส้นตรง L มีความชันเป็น m แล้วใช้การถามตอบประกอบการอธิบายและแสดงเหตุผลเพื่อนำไปสู่ข้อสรุปที่ว่า $y - y_1 = m(x - x_1)$
5. อาจารย์ยกตัวอย่าง ใช้การถามตอบประกอบการอธิบายและแสดงวิธีทำ
6. อาจารย์กำหนดเส้นตรงที่ผ่านจุด (x_1, y_1) และ (x_2, y_2) โดยใช้การอธิบายและแสดงเหตุผล เพื่อนำไปสู่ข้อสรุปที่ว่า

$$\frac{y - y_1}{x - x_1} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

7. อาจารย์ยกตัวอย่าง โดยใช้การถามตอบ
8. อาจารย์กำหนดเส้นตรงที่มีความชัน m และมีส่วนตัดแกน y (y - intercept) เป็น b โดยใช้แผ่นใสซ้อนเพื่อนำไปสู่ข้อสรุปที่ว่า

$$y = mx + b$$

9. อาจารย์ยกตัวอย่าง โดยใช้การถามตอบ
10. อาจารย์ใช้แผ่นโปร่งใสซ้อน สมการรูปแบบจุดตัดแกนเพื่อนำไปสู่ข้อสรุปที่ว่า $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$ พร้อมยกตัวอย่าง โดยใช้วิธีการอธิบาย และแสดงเหตุผล
11. อาจารย์ยกตัวอย่างสมการของเส้นตรงและใช้การถามตอบประกอบการอธิบาย เพื่อหาความชันของเส้นเพื่อนำไปสู่ข้อสรุปที่ว่าสมการเส้นตรงในรูปทั่วไปเป็น $Ax + By + C = 0$

$$\text{และมีความชันเท่ากับ } -\frac{A}{B}$$

12. อาจารย์ใช้การถามตอบให้นักศึกษาพิจารณาตัวอย่างการเขียนกราฟของเส้นตรงและการหาจุดตัดของเส้นตรง
13. อาจารย์กำหนดจุดจุดหนึ่งให้อยู่นอกเส้นตรงแล้วใช้การถามตอบประกอบการอธิบาย เพื่อหาระยะทางระหว่างจุดกับเส้นตรงเพื่อนำไปสู่ข้อสรุปที่ว่า

$$d = \frac{|Ax_1 + By_1 + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$$

14. อาจารย์กำหนดสมการเส้นตรง $Ax + By + C_1 = 0$ และเส้นตรง $Ax + By + C_2 = 0$ และกำหนดจุด (x_1, y_1) อยู่บนเส้นตรง $Ax + By + C_2 = 0$ แล้วใช้การถามตอบประกอบการอธิบาย เพื่อนำไปสู่ข้อสรุปการหาระยะทางระหว่างเส้นตรงกับเส้นตรงที่เป็นคู่ขนานกัน ซึ่งสรุปได้ว่า

$$d = \frac{|C_1 - C_2|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$$

15. ให้นักศึกษาทำใบงาน เสร็จแล้วอาจารย์เฉลยคำตอบ

ขั้นสรุปและการประยุกต์

16. อาจารย์ใช้การถามตอบให้นักศึกษาช่วยกันสรุปรูปแบบของสมการเส้นตรง การหาระยะทางระหว่าง จุดกับเส้นตรง และระยะทางระหว่างเส้นตรงกับเส้นตรง
17. นักศึกษาทำแบบประเมินผลการเรียนรู้ที่ 8
18. อาจารย์ตรวจแบบประเมินผลการเรียนรู้และชี้แจงข้อบกพร่องหรือผิดพลาดให้นักศึกษาทราบ

สื่อและแหล่งการเรียนรู้

1. หนังสือเรียนวิชา คณิตศาสตร์ อุตสาหกรรม (3000-1521) ของสำนักพิมพ์เอมพันธ์
2. แผ่นโปสเตอร์ เรื่อง สมการของเส้นตรง
3. ใบงาน

การวัดผลและการประเมินผล

วิธีวัดผล

1. สังเกตพฤติกรรมการปฏิบัติงานรายบุคคล
2. สังเกตพฤติกรรมการเข้าร่วมกิจกรรมกลุ่ม
3. ตรวจสอบประเมินผลการเรียนรู้ หน่วยที่ 8
4. การสังเกตและประเมินผลพฤติกรรมด้านคุณธรรม จริยธรรม ค่านิยม และคุณลักษณะอันพึงประสงค์

เครื่องมือวัดผล

1. แบบสังเกตพฤติกรรมการปฏิบัติงานรายบุคคล
2. แบบสังเกตพฤติกรรมการเข้าร่วมกิจกรรมกลุ่ม
3. แบบประเมินผลการเรียนรู้ หน่วยที่ 8
4. แบบประเมินคุณธรรม จริยธรรม ค่านิยม และคุณลักษณะอันพึงประสงค์ โดยอาจารย์และนักเรียนร่วมกันประเมิน

เกณฑ์การประเมินผล

1. แบบสังเกตพฤติกรรมการปฏิบัติงานรายบุคคล เกณฑ์ผ่าน ต้องไม่มีช่องปรับปรุง
2. แบบสังเกตพฤติกรรมการเข้าร่วมกิจกรรมกลุ่ม เกณฑ์ผ่าน 50% ขึ้นไป
3. แบบประเมินผลการเรียนรู้ หน่วยที่ 8 เกณฑ์ผ่าน ทำถูกต้อง 50% ขึ้นไป
4. แบบประเมินคุณธรรม จริยธรรม ค่านิยม และคุณลักษณะอันพึงประสงค์ คะแนนขึ้นอยู่กับการประเมินตามสภาพจริง

ใบงาน

1. จงหาระยะทางจากจุด $(-2, -3)$ ไปยังเส้นตรง $8x + 15y = 24$
2. เส้นตรง $3x + 4y + k = 0$ ห่างจากจุด $(2, -1)$ เท่ากับ 2 หน่วย จงหาค่า k
3. จงหาระยะทางระหว่างเส้นตรง $5x + 12y = 23$ และเส้นตรง $5x + 12y + 16 = 0$

เฉลยใบงาน

1. 5

2. $(8, -12)$

3. 3



แผนการจัดการเรียนรู้แบบบูรณาการที่ 16

หน่วยที่ 9

รหัสวิชา 3000-1521

วิชา คณิตศาสตร์ อนุสาหรรม

สอนครั้งที่ 46-48

ชื่อหน่วย ภาคตัดกรวย

จำนวนชั่วโมง 3 ชม.

เรื่อง ภาคตัดกรวย

สาระสำคัญ

- ภาคตัดกรวย เป็นการศึกษาเกี่ยวกับกราฟเส้นโค้งในลักษณะต่างๆ ได้แก่ วงกลม พาราโบลา วงรี และไฮเพอร์โบลา
- วงกลม คือ เซตหรือทางเดินของจุดบนระนาบ ที่มีระยะห่างจากจุดตรึง จุดหนึ่งเป็นระยะที่คงที่
จุดตรึง เรียกว่า จุดศูนย์กลาง
ระยะที่คงที่ เรียกว่า รัศมี
ทางเดินของจุด เรียกว่า เส้นรอบวง
สมการรูปมาตรฐานของวงกลม คือ $(x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2$
เมื่อ (h, k) คือ จุดศูนย์กลางของวงกลม และ r คือ รัศมี
สมการรูปทั่วไปของวงกลม คือ $x^2 + y^2 + Dx + Ey + F = 0$
เมื่อ $D = -2h$, $E = -2k$ และ $F = h^2 + k^2 - r^2$
เส้นสัมผัสวงกลม คือ เส้นตรงที่ลากผ่าน (ตัด) วงกลมเพียงจุดเดียว
- พาราโบลา คือ เซตหรือทางเดินของจุดบนระนาบ ซึ่งแต่ละจุดจะมีระยะห่างจากจุดคงที่จุดหนึ่ง และเส้นตรงคงที่อีกเส้นหนึ่งเป็นความยาวที่เท่ากัน
จุดคงที่ เรียกว่า จุดโฟกัส
เส้นตรงคงที่ เรียกว่า เส้นไดเรกทริกซ์
สมการรูปมาตรฐานของพาราโบลา
 - สมการรูปมาตรฐานของพาราโบลา ที่จุดยอดอยู่ที่จุดกำเนิด มี 4 แบบ คือ
$$y^2 = 4 |c| x \quad (\text{พาราโบลาเปิดทางขวา})$$
$$y^2 = -4 |c| x \quad (\text{พาราโบลาเปิดทางซ้าย})$$
$$x^2 = 4 |c| y \quad (\text{พาราโบลาเปิดด้านบน})$$
$$x^2 = -4 |c| y \quad (\text{พาราโบลาเปิดด้านล่าง})$$
 - สมการรูปมาตรฐานของพาราโบลา ที่จุดยอดอยู่ที่จุด (h, k) มี 4 แบบ คือ
$$(y - k)^2 = 4 |c| (x - h) \quad (\text{พาราโบลาเปิดทางขวา})$$
$$(y - k)^2 = -4 |c| (x - h) \quad (\text{พาราโบลาเปิดทางซ้าย})$$
$$(x - h)^2 = 4 |c| (y - k) \quad (\text{พาราโบลาเปิดด้านบน})$$

$$(x - h)^2 = -4 |c| (y - k) \quad (\text{พาราโบลาเปิดด้านล่าง})$$

สมการรูปทั่วไปของพาราโบลา มี 2 แบบ

(1) เมื่อแกนพาราโบลานอนกับแกน y สมการ คือ

$$x^2 + Ax + By + C = 0 \quad \text{เมื่อ } A, B, C \text{ เป็นค่าคงตัว และ } B \neq 0$$

(2) เมื่อแกนพาราโบลานอนกับแกน x สมการ คือ

$$y^2 + Ax + By + C = 0 \quad \text{เมื่อ } A, B, C \text{ เป็นค่าคงตัว และ } A \neq 0$$

4. วงรี คือ เซตหรือทางเดินของจุดบนระนาบ ซึ่งมีผลบวกของระยะทางจากจุดบนวงรีไปยังจุดคงที่ 2 จุด เป็นค่าคงตัว จุด 2 จุดนี้ เรียกว่า จุดโฟกัส

สมการรูปมาตรฐานของวงรี มี 2 แบบ

(1) เมื่อจุดศูนย์กลางอยู่ที่จุดกำเนิด มี 2 แบบ คือ

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \quad (\text{เมื่อแกนหลักอยู่บนแกน } x)$$

$$\frac{x^2}{b^2} + \frac{y^2}{a^2} = 1 \quad (\text{เมื่อแกนหลักอยู่บนแกน } y)$$

(2) เมื่อจุดศูนย์กลางอยู่ที่จุด (h, k) มี 2 แบบ คือ

$$\frac{(x - h)^2}{a^2} + \frac{(y - k)^2}{b^2} = 1 \quad (\text{เมื่อแกนหลักขนานกับแกน } x)$$

$$\frac{(x - h)^2}{b^2} + \frac{(y - k)^2}{a^2} = 1 \quad (\text{เมื่อแกนหลักขนานกับแกน } y)$$

สมการรูปทั่วไปของวงรี $Ax^2 + By^2 + Cx + Dy + E = 0$

เมื่อ $A \neq B$, A และ B มีเครื่องหมายเหมือนกัน $A \neq 0$, $B \neq 0$

5. ไฮเพอร์โบลา คือ เซตหรือทางเดินของจุดที่มีผลต่างของระยะ จากจุดบนไฮเพอร์โบลาไปยังจุดคงที่ 2 จุด เป็นค่าคงตัว จุดคงที่ 2 จุดนี้ เรียกว่า โฟกัส

สมการรูปมาตรฐานของไฮเพอร์โบลา มี 2 แบบ ดังนี้

(1) เมื่อจุดยอดอยู่ที่จุดกำเนิด $(0, 0)$ มี 2 แบบ คือ

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 \quad (\text{เมื่อแกนอยู่บนแกน } x)$$

$$\frac{y^2}{a^2} - \frac{x^2}{b^2} = 1 \quad (\text{เมื่อแกนอยู่บนแกน } y)$$

(2) เมื่อจุดยอดอยู่ที่จุด (h, k) มี 2 แบบ คือ

$$\frac{(x - h)^2}{a^2} - \frac{(y - k)^2}{b^2} = 1 \quad (\text{เมื่อแกนขนานกับแกน } x)$$

$$\frac{(y-k)^2}{a^2} - \frac{(x-h)^2}{b^2} = 1 \quad (\text{เมื่อแกนขนานกับแกน } y)$$

สมการรูปทั่วไปของไฮเพอร์โบลา มี 2 แบบ ดังนี้

(1) เมื่อแกนขนานกับแกน x คือ

$$Ax^2 - By^2 + Cx + Dy + E = 0$$

(2) เมื่อแกนขนานกับแกน y คือ

$$Ay^2 - Bx^2 + Cx + Dy + E = 0$$

จุดประสงค์การเรียนรู้

1. บอกความหมายของวงกลม พาราโบลา วงรี และไฮเพอร์โบลาได้
2. หาสมการของวงกลมเมื่อทราบรัศมีและจุดศูนย์กลางได้
3. หารัศมีและจุดศูนย์กลางของวงกลมเมื่อทราบสมการวงกลมได้
4. หาสมการของพาราโบลาที่มีจุดยอดอยู่ที่จุดกำเนิดได้
5. หาสมการของพาราโบลาที่มีจุดยอดอยู่ที่จุด (h, k) ได้
6. มีการพัฒนาคุณธรรม จริยธรรม ค่านิยม และคุณลักษณะอันพึงประสงค์ที่อาจารย์สามารถสังเกตเห็นได้ในด้านความมีมนุษยสัมพันธ์ ความมีวินัย ความรับผิดชอบ ความเชื่อมั่นในตนเอง ความสนใจใฝ่รู้ ความรักสามัคคี ความกตัญญูกตเวที

เนื้อหาสาระ

1. วงกลม
2. พาราโบลา

กิจกรรมการเรียนรู้

ขั้นนำเข้าสู่บทเรียน

1. อาจารย์ทบทวนระบบพิกัดฉากและการหาระยะทางระหว่างจุดสองจุดโดยใช้การถามตอบ

ขั้นสอน

2. อาจารย์อธิบายลักษณะของกรวยกลมตรง ใช้สื่อการสอนสำเร็จรูป โดยการใช้การสาธิตประกอบคำถามเพื่อนำไปสู่ข้อสรุป 4 ลักษณะได้แก่ วงกลม พาราโบลา วงรี และไฮเพอร์โบลา
3. อาจารย์กำหนดจุดคงที่ให้จุดหนึ่ง ให้นักศึกษาหาจุดต่างๆ ที่ห่างจากจุดคงที่นี้เป็นระยะทางเท่ากัน ให้นักศึกษาหาจุดต่างๆ เหล่านี้ได้โดยผูกปลายเชือกข้างหนึ่งกับปลายดินสอ เชือกอีกปลายหนึ่งติดกับหมุด แล้วนำหมุดไปติดที่จุดคงที่จับดินสอให้ตั้งฉากกับระนาบตั้งเชือกให้ตั้งเขียนจุดต่างๆ รอบๆ หมุด เพื่อนำไปสู่ข้อสรุปนิยามของวงกลม คือ เซตหรือทางเดินของจุดที่มีระยะห่างจากจุดตรง โดยใช้การถามตอบ
4. อาจารย์อธิบายวงกลมที่มีจุดศูนย์กลางให้อยู่ที่จุดกำเนิด $(0, 0)$ และรัศมี r หน่วย โดยใช้วิธีการถามตอบ
5. อาจารย์ยกตัวอย่างที่ 9.1 พร้อมกับให้นักศึกษาศึกษากราฟของ $x^2 + y^2 = 9$ บนกระดาน และให้นักศึกษาช่วยกันสรุปโดยใช้การถามตอบ

6. อาจารย์อธิบายวงกลมที่มีจุดศูนย์กลางอยู่ที่จุด (h, k) และรัศมี r หน่วย โดยใช้วิธีการอธิบายและแสดงเหตุผลเพื่อนำไปสู่ข้อสรุป $(x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2$ ว่าสมการรูปมาตรฐานของวงกลม เขียนในรูปแบบใหม่คือ $x^2 + y^2 + Dx + Ey + F = 0$
7. ให้นักศึกษาอภิปรายถึงวิธีการที่จะเขียนกราฟจากสมการที่เขียนในรูปแบบทั่วไป
8. อาจารย์ยกตัวอย่าง โดยการถามตอบ
9. อาจารย์สอนการหาจุดศูนย์กลางและรัศมีของวงกลม ซึ่งมี 2 วิธี คือ

9.1 โดยจัดสมการให้อยู่ในรูปแบบสมการรูปมาตรฐานของวงกลม คือ

$$(x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2$$

ดังนั้นจุดศูนย์กลาง คือ (h, k) รัศมีคือ r

9.2 โดยจัดสมการให้อยู่ในรูปแบบสมการรูปทั่วไปของวงกลม คือ

$$x^2 + y^2 + Dx + Ey + F = 0$$

ดังนั้นจุดศูนย์กลาง คือ (h, k) หรือ $(-\frac{D}{2}, -\frac{E}{2})$

$$\text{รัศมี คือ } r = \sqrt{h^2 + k^2 - F} = \frac{\sqrt{D^2 + E^2 - 4F}}{2}$$

10. อาจารย์ยกตัวอย่าง โดยใช้การถามตอบ
11. อาจารย์บอกนิยามเส้นสัมผัสวงกลม พร้อมยกตัวอย่าง
12. อาจารย์บอกนิยามพาราโบลา โดยใช้แผ่นใส แสดงส่วนประกอบของพาราโบลา ได้แก่ โฟกัส ไดรেকทริกซ์ และจุดยอด เป็นต้น
13. อาจารย์อธิบายพาราโบลาที่มีจุดยอดอยู่ที่จุดกำเนิด $(0, 0)$ ซึ่งมีพาราโบลา 4 รูปแบบ โดยใช้การถามตอบ
14. ให้นักศึกษาเขียนกราฟของพาราโบลาที่มีสมการอยู่ในรูป $y^2 = 4cx$ และ $x^2 = 4cy$ แล้วอาจารย์ แนะนำแกนของพาราโบลา โฟกัส และจุดยอดของพาราโบลา
15. อาจารย์ยกตัวอย่าง โดยใช้วิธีการถามตอบประกอบการอธิบายและแสดงเหตุผล
16. อาจารย์ใช้แผ่นใสซ่อนภาพอธิบายพาราโบลาที่มีจุดยอดอยู่ที่จุด (h, k) เพื่อไปสู่ข้อสรุป 2 แบบ คือ

$$(y - k)^2 = 4c(x - h)$$

$$\text{และ } (x - h)^2 = 4c(y - k)$$

17. อาจารย์ยกตัวอย่าง โดยใช้วิธีการถามตอบ

ขั้นสรุปและการประยุกต์

18. อาจารย์ให้นักศึกษาช่วยกันสรุป สมการวงกลมและสมการพาราโบลา
19. นักศึกษาทำแบบประเมินผลการเรียนรู้ที่ 9 ส่งตามกำหนด
20. อาจารย์ตรวจแบบประเมินผลการเรียนรู้และชี้แจงข้อบกพร่องหรือผิดพลาดให้นักศึกษาทราบ

สื่อและแหล่งการเรียนรู้

1. หนังสือเรียนวิชา คณิตศาสตร์ อุตสาหกรรม (3000-1521) ของสำนักพิมพ์เอมพันธ์
2. แผ่นโปรงใส เรื่อง พาราโบล่า
3. สื่อการสอนสำเร็จรูป

การวัดผลและการประเมินผล

วิธีวัดผล

1. สังเกตพฤติกรรมการปฏิบัติงานรายบุคคล
2. สังเกตพฤติกรรมการเข้าร่วมกิจกรรมกลุ่ม
3. ตรวจสอบประเมินผลการเรียนรู้ หน่วยที่ 9
4. การสังเกตและประเมินผลพฤติกรรมด้านคุณธรรม จริยธรรม ค่านิยม และคุณลักษณะอันพึงประสงค์

เครื่องมือวัดผล

1. แบบสังเกตพฤติกรรมการปฏิบัติงานรายบุคคล
2. แบบสังเกตพฤติกรรมการเข้าร่วมกิจกรรมกลุ่ม
3. แบบประเมินผลการเรียนรู้ หน่วยที่ 9
4. แบบประเมินคุณธรรม จริยธรรม ค่านิยม และคุณลักษณะอันพึงประสงค์ โดยอาจารย์และนักศึกษาร่วมกันประเมิน

เกณฑ์การประเมินผล

1. แบบสังเกตพฤติกรรมการปฏิบัติงานรายบุคคล เกณฑ์ผ่าน ต้องไม่มีช่องปรับปรุง
2. แบบสังเกตพฤติกรรมการเข้าร่วมกิจกรรมกลุ่ม เกณฑ์ผ่าน 50% ขึ้นไป
3. แบบประเมินผลการเรียนรู้ หน่วยที่ 9 เกณฑ์ผ่าน ทำถูกต้อง 50% ขึ้นไป
4. แบบประเมินคุณธรรม จริยธรรม ค่านิยม และคุณลักษณะอันพึงประสงค์ คะแนนขึ้นอยู่กับการประเมินตามสภาพจริง



แผนการจัดการเรียนรู้แบบบูรณาการที่ 17

หน่วยที่ 9

รหัสวิชา 3000-1521

วิชา คณิตศาสตร์ อุตสาหกรรม

สอนครั้งที่ 49-51

ชื่อหน่วย ภาคตัดกรวย

จำนวนชั่วโมง 3 ชม.

เรื่อง ภาคตัดกรวย

สาระสำคัญ

- ภาคตัดกรวย เป็นการศึกษาเกี่ยวกับกราฟเส้นโค้งในลักษณะต่างๆ ได้แก่ วงกลม พาราโบลา วงรี และไฮเพอร์โบลา
- วงกลม คือ เซตหรือทางเดินของจุดบนระนาบ ที่มีระยะห่างจากจุดตรงจุดหนึ่งเป็นระยะที่คงที่ จุดตรงจุดนี้เรียกว่า จุดศูนย์กลาง ระยะที่คงที่ เรียกว่า รัศมี ทางเดินของจุด เรียกว่า เส้นรอบวง สมการรูปมาตรฐานของวงกลม คือ $(x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2$ เมื่อ (h, k) คือ จุดศูนย์กลางของวงกลม และ r คือ รัศมี สมการรูปทั่วไปของวงกลม คือ $x^2 + y^2 + Dx + Ey + F = 0$ เมื่อ $D = -2h$, $E = -2k$ และ $F = h^2 + k^2 - r^2$ เส้นสัมผัสวงกลม คือ เส้นตรงที่ลากผ่าน (ตัด) วงกลมเพียงจุดเดียว
- พาราโบลา คือ เซตหรือทางเดินของจุดบนระนาบ ซึ่งแต่ละจุดจะมีระยะห่างจากจุดคงที่จุดหนึ่ง และเส้นตรงคงที่อีกเส้นหนึ่งเป็นความยาวที่เท่ากัน จุดคงที่ เรียกว่า จุดโฟกัส เส้นตรงคงที่ เรียกว่า เส้นไดเรกทริกซ์ สมการรูปมาตรฐานของพาราโบลา
(1) สมการรูปมาตรฐานของพาราโบลา ที่จุดยอดอยู่ที่จุดกำเนิด มี 4 แบบ คือ
$$y^2 = 4 |c| x \quad (\text{พาราโบลาเปิดทางขวา})$$
$$y^2 = -4 |c| x \quad (\text{พาราโบลาเปิดทางซ้าย})$$
$$x^2 = 4 |c| y \quad (\text{พาราโบลาเปิดด้านบน})$$
$$x^2 = -4 |c| y \quad (\text{พาราโบลาเปิดด้านล่าง})$$
(2) สมการรูปมาตรฐานของพาราโบลา ที่จุดยอดอยู่ที่จุด (h, k) มี 4 แบบ คือ
$$(y - k)^2 = 4 |c| (x - h) \quad (\text{พาราโบลาเปิดทางขวา})$$
$$(y - k)^2 = -4 |c| (x - h) \quad (\text{พาราโบลาเปิดทางซ้าย})$$
$$(x - h)^2 = 4 |c| (y - k) \quad (\text{พาราโบลาเปิดด้านบน})$$
$$(x - h)^2 = -4 |c| (y - k) \quad (\text{พาราโบลาเปิดด้านล่าง})$$

สมการรูปทั่วไปของพาราโบลา มี 2 แบบ

(1) เมื่อแกนพาราโบลานานกับแกน y สมการ คือ

$$x^2 + Ax + By + C = 0 \text{ เมื่อ } A, B, C \text{ เป็นค่าคงตัว และ } B \neq 0$$

(2) เมื่อแกนพาราโบลานานกับแกน x สมการ คือ

$$y^2 + Ax + By + C = 0 \text{ เมื่อ } A, B, C \text{ เป็นค่าคงตัว และ } A \neq 0$$

4. วงรี คือ เซตหรือทางเดินของจุดบนระนาบ ซึ่งมีผลบวกของระยะทางจากจุดบนวงรีไปยังจุดคงที่ 2 จุด เป็นค่าคงตัว จุด 2 จุดนี้ เรียกว่า จุดโฟกัส

สมการรูปมาตรฐานของวงรี มี 2 แบบ

(1) เมื่อจุดศูนย์กลางอยู่ที่จุดกำเนิด มี 2 แบบ คือ

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \quad (\text{เมื่อแกนหลักอยู่บนแกน } x)$$

$$\frac{x^2}{b^2} + \frac{y^2}{a^2} = 1 \quad (\text{เมื่อแกนหลักอยู่บนแกน } y)$$

(2) เมื่อจุดศูนย์กลางอยู่ที่จุด (h, k) มี 2 แบบ คือ

$$\frac{(x-h)^2}{a^2} + \frac{(y-k)^2}{b^2} = 1 \quad (\text{เมื่อแกนหลักขนานกับแกน } x)$$

$$\frac{(x-h)^2}{b^2} + \frac{(y-k)^2}{a^2} = 1 \quad (\text{เมื่อแกนหลักขนานกับแกน } y)$$

สมการรูปทั่วไปของวงรี $Ax^2 + By^2 + Cx + Dy + E = 0$

เมื่อ $A \neq B$, A และ B มีเครื่องหมายเหมือนกัน $A \neq 0$, $B \neq 0$

5. ไฮเพอร์โบลา คือ เซตหรือทางเดินของจุดที่มีผลต่างของระยะ จากจุดบนไฮเพอร์โบลาไปยังจุดคงที่ 2 จุด เป็นค่าคงตัว จุดคงที่ 2 จุดนี้ เรียกว่า โฟกัส

สมการรูปมาตรฐานของไฮเพอร์โบลา มี 2 แบบ ดังนี้

(1) เมื่อจุดยอดอยู่ที่จุดกำเนิด $(0, 0)$ มี 2 แบบ คือ

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 \quad (\text{เมื่อแกนอยู่บนแกน } x)$$

$$\frac{y^2}{a^2} - \frac{x^2}{b^2} = 1 \quad (\text{เมื่อแกนอยู่บนแกน } y)$$

(2) เมื่อจุดยอดอยู่ที่จุด (h, k) มี 2 แบบ คือ

$$\frac{(x-h)^2}{a^2} - \frac{(y-k)^2}{b^2} = 1 \quad (\text{เมื่อแกนขนานกับแกน } x)$$

$$\frac{(y-k)^2}{a^2} - \frac{(x-h)^2}{b^2} = 1 \quad (\text{เมื่อแกนขนานกับแกน } y)$$

สมการรูปทั่วไปของไฮเพอร์โบลา มี 2 แบบ ดังนี้

(1) เมื่อแกนขนานกับแกน x คือ

$$Ax^2 - By^2 + Cx + Dy + E = 0$$

- (2) เมื่อแกนขนานกับแกน y คือ
 $Ay^2 - Bx^2 + Cx + Dy + E = 0$

จุดประสงค์การเรียนรู้

3. หาสมการของวงรีที่มีจุดศูนย์กลางอยู่ที่จุดกำเนิดได้
4. หาสมการของวงรีที่มีจุดศูนย์กลางอยู่ที่จุด (h, k) ได้
5. หาสมการของไฮเพอร์โบลาที่มีจุดศูนย์กลางอยู่ที่จุดกำเนิดได้
6. หาสมการของไฮเพอร์โบลาที่มีจุดศูนย์กลางอยู่ที่จุด (h, k) ได้
7. นำความรู้เรื่องภาคตัดกรวยไปใช้แก้ปัญหาในวิชาชีวะและชีวิตประจำวันได้
8. มีการพัฒนาคุณธรรม จริยธรรม ค่านิยม และคุณลักษณะอันพึงประสงค์ที่อาจารย์สามารถสังเกตเห็นได้ในด้านความมีมนุษยสัมพันธ์ ความมีวินัย ความรับผิดชอบ ความเชื่อมั่นในตนเอง ความสนใจใฝ่รู้ ความรักสามัคคี ความกตัญญูกตเวทีย

เนื้อหาสาระ

3. วงรี
4. ไฮเพอร์โบลา

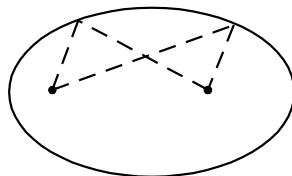
กิจกรรมการเรียนรู้

ขั้นนำเข้าสู่บทเรียน

1. อาจารย์ทบทวนวงกลมและพาราโบลาโดยใช้วิธีการถามตอบ

ขั้นสอน

2. อาจารย์ใช้การสาธิตโดยนำเชือกมาเส้นหนึ่ง ตรึงปลายเชือกทั้งสองข้างด้วยหมุดที่จุดคงที่ที่กำหนดให้ ใช้ปากกาไวต์บอร์ด (หรือชอล์ก) ดึงเชือกให้ตึงตั้งรูป เพื่อให้ไปสู่บทนิยามของวงรี



3. อาจารย์อธิบายวงรีที่มีจุดศูนย์กลางอยู่ที่จุดกำเนิดจะมีอยู่ 2 แบบคือ

3.1 วงรีที่มีแกนหลักอยู่บนแกน x

จะมีสมการ $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$

3.2 วงรีที่มีแกนหลักอยู่บนแกน y

จะมีสมการ $\frac{y^2}{a^2} + \frac{x^2}{b^2} = 1$

4. อาจารย์ยกตัวอย่างเรื่อง วงรี โดยใช้วิธีการถามตอบและการอธิบายและแสดงเหตุผล
5. อาจารย์อธิบายวงรีที่มีจุดศูนย์กลางอยู่ที่จุด (h, k) โดยใช้แผ่นใสในการสอน แล้วดำเนินการจนได้สมการรูปมาตรฐานของวงรี คือ

$$\frac{(x-h)^2}{a^2} + \frac{(y-k)^2}{b^2} = 1$$

และ
$$\frac{(x-h)^2}{b^2} + \frac{(y-k)^2}{a^2} = 1$$

6. อาจารย์ยกตัวอย่าง โดยใช้วิธีการถามตอบประกอบการอธิบายและแสดงเหตุผล
7. อาจารย์ใช้แผ่นโปรงใสนิยามของไฮเพอร์โบลา โดยใช้วิธีการอธิบายและแสดงเหตุผล
8. อาจารย์อธิบายไฮเพอร์โบลาที่จุดศูนย์กลางอยู่ที่จุดกำเนิด (0, 0) มี 2 แบบ คือ

3.1 ไฮเพอร์โบลาที่มีแกนหลักอยู่บนแกน x

จะมีสมการ
$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$$

3.2 ไฮเพอร์โบลาที่มีแกนหลักอยู่บนแกน y

จะมีสมการ
$$\frac{y^2}{a^2} - \frac{x^2}{b^2} = 1$$

9. อาจารย์ยกตัวอย่างเรื่องไฮเพอร์โบลา โดยใช้การถามตอบ
10. อาจารย์อธิบายไฮเพอร์โบลาที่มีจุดศูนย์กลางอยู่ที่จุด (h,k) โดยใช้แผ่นใสในการสอน แล้วดำเนินการจนได้สมการรูปรมาตรฐานของไฮเพอร์โบลา

$$\frac{(x-h)^2}{a^2} - \frac{(y-k)^2}{b^2} = 1 \quad \text{เมื่อ } a^2 + b^2 = c^2$$

และ
$$\frac{(y-k)^2}{a^2} - \frac{(x-h)^2}{b^2} = 1 \quad \text{เมื่อ } b^2 = c^2 - a^2$$

11. อาจารย์ยกตัวอย่างที่ 9.20 โดยใช้วิธีการถามตอบประกอบการอธิบายและแสดงเหตุผล

ขั้นสรุปและการประยุกต์

12. อาจารย์ให้นักศึกษาช่วยกันสรุปสมการวงรีโดยใช้การถามตอบ
13. อาจารย์ให้นักศึกษาช่วยกันสรุปสมการไฮเพอร์โบลาโดยใช้การถามตอบ
14. นักศึกษาทำแบบประเมินผลการเรียนรู้ที่ 9 ส่งตามกำหนด
15. อาจารย์ตรวจแบบประเมินผลการเรียนรู้และชี้แจงข้อบกพร่องหรือผิดพลาดให้นักศึกษาทราบ

สื่อและแหล่งการเรียนรู้

1. หนังสือเรียนวิชา คณิตศาสตร์ อุตสาหกรรม (3000-1521) ของสำนักพิมพ์เอมพันธ์
2. แผ่นโปรงใส เรื่อง วงรี

การวัดผลและการประเมินผล

วิธีวัดผล

1. สังเกตพฤติกรรมการปฏิบัติงานรายบุคคล
2. สังเกตพฤติกรรมการเข้าร่วมกิจกรรมกลุ่ม
3. ตรวจสอบประเมินผลการเรียนรู้ หน่วยที่ 9
4. การสังเกตและประเมินผลพฤติกรรมด้านคุณธรรม จริยธรรม ค่านิยม และคุณลักษณะอันพึงประสงค์

เครื่องมือวัดผล

1. แบบสังเกตพฤติกรรมการปฏิบัติงานรายบุคคล
2. แบบสังเกตพฤติกรรมการเข้าร่วมกิจกรรมกลุ่ม
3. แบบประเมินผลการเรียนรู้ หน่วยที่ 9
4. แบบประเมินคุณธรรม จริยธรรม ค่านิยม และคุณลักษณะอันพึงประสงค์ โดยอาจารย์และนักศึกษาร่วมกันประเมิน

เกณฑ์การประเมินผล

1. แบบสังเกตพฤติกรรมการปฏิบัติงานรายบุคคล เกณฑ์ผ่าน ต้องไม่มีช่องปรับปรุง
2. แบบสังเกตพฤติกรรมการเข้าร่วมกิจกรรมกลุ่ม เกณฑ์ผ่าน 50% ขึ้นไป
3. แบบประเมินผลการเรียนรู้ หน่วยที่ 9 เกณฑ์ผ่าน ทำถูกต้อง 50% ขึ้นไป
4. แบบประเมินคุณธรรม จริยธรรม ค่านิยม และคุณลักษณะอันพึงประสงค์ คะแนนขึ้นอยู่กับ การประเมินตามสภาพจริง

ภาคผนวก ก

ตัวอย่าง

แบบประเมินด้วยแฟ้มสะสมงาน (Portfolio)

ประเมินจากผลงานที่ผู้เรียนจัดทำและนำมาจัดเก็บไว้ในแฟ้ม แฟ้มนั้นจะประกอบด้วย

1. ปก
2. คำนำ
3. ข้อมูลส่วนตัว
4. สารบัญ
5. จุดประสงค์
6. เกณฑ์การประเมินงาน
7. งานทั้งหมด
8. แบบทดสอบต่างๆ
9. งานที่มอบหมาย/ใบงาน
10. การประเมินตนเอง/เพื่อน/ผู้สอน/ผู้ปกครอง
11. ความคิดเห็นต่อวิชา

ตัวอย่างข้อมูลส่วนตัว

1. ชื่อ.....
2. เกิดวันที่.....เดือน.....พ.ศ.
3. ชื่อบิดา.....ชื่อมารดา.....
พี่.....คน น้อง.....คน
4. ที่อยู่.....
5. วิชาที่ชอบ.....
6. กิจกรรมที่ชอบ.....
7. สิ่งประทับใจในการเรียน.....
8. รางวัลที่เคยได้รับ.....
9. ความสามารถพิเศษ.....
10. อุดมคติของการทำงาน.....
11. ผลงานที่สะสม.....

หมายเหตุ : สะสมงานได้ทุกหน่วย ผู้เรียนนำผลงานที่พอใจใส่แฟ้มสะสมไว้

ภาคผนวก ข

ตัวอย่าง

แบบสังเกตพฤติกรรมการปฏิบัติงานรายบุคคล

ที่	พฤติกรรม ชื่อ-สกุล	ความสนใจ				การแสดง ความคิดเห็น				การตอบ คำถาม				การยอม รัับ ฟังคนอื่น				ทำงาน ตามที่ได้รับ มอบหมาย				หมายเหตุ	
		4	3	2	1	4	3	2	1	4	3	2	1	4	3	2	1	4	3	2	1		

เกณฑ์การวัดผล ให้คะแนนระดับคุณภาพของแต่ละพฤติกรรมดังนี้

- ดีมาก = 4 สนใจฟัง ไม่หลับ ไม่พูดคุยในชั้น มีคำถามที่ดี ตอบคำถามถูกต้อง ทำงานส่งครบตรงเวลา
- ดี = 3 การแสดงออกอยู่ในเกณฑ์ประมาณ 70%
- ปานกลาง = 2 การแสดงออกอยู่ในเกณฑ์ประมาณ 50%
- ปรับปรุง = 1 เข้าชั้นเรียน แต่การแสดงออกน้อยมาก ส่งงานไม่ครบ ไม่ตรงเวลา

ลงชื่อ.....ผู้สังเกต
(.....)
...../...../.....

ภาคผนวก ค

ตัวอย่าง

แบบสังเกตพฤติกรรมการเข้าร่วมกิจกรรมกลุ่ม

กลุ่มที่.....ชั้น/แผนก.....

ลำดับ ที่	ชื่อ-สกุล สมาชิกกลุ่ม	พฤติกรรม																				รวม
		ความร่วมมือ				การแสดงความคิดเห็น				การรับฟังความคิดเห็น				ความตั้งใจในการทำงาน				การมีส่วนร่วมในการอภิปราย				
		4	3	2	1	4	3	2	1	4	3	2	1	4	3	2	1	4	3	2	1	
1																						
2																						
3																						
4																						
5																						
6																						
7																						
8																						
9																						
10																						

เกณฑ์การให้คะแนน

- ดีมาก = 4 ประสิทธิภาพอยู่ในเกณฑ์ 90-100% หรือปฏิบัติบ่อยครั้ง
- ดี = 3 ประสิทธิภาพอยู่ในเกณฑ์ 70-89% หรือปฏิบัติบางครั้ง
- ปานกลาง = 2 ประสิทธิภาพอยู่ในเกณฑ์ 50-69% หรือปฏิบัติครั้งเดียว
- ปรับปรุง = 1 ประสิทธิภาพต่ำกว่าเกณฑ์ 50% หรือไม่ปฏิบัติเลย

ลงชื่อ.....ผู้สังเกต
(.....)
...../...../.....

ภาคผนวก ง

ตัวอย่าง

แบบประเมินการนำเสนอผลงานรายบุคคล

ชื่อ-สกุล	พฤติกรรม	บุคลิก การแต่งกาย	มารยาทใน การพูด	การใช้ ภาษา	วิธีการ นำเสนอ	เนื้อหาที่ นำเสนอ	รวม
		10	10	10	10	10	50
1.							
2.							
3.							
4.							
5.							
6.							

ข้อเสนอแนะเพิ่มเติม

.....
.....
.....

เกณฑ์ผ่าน 25 คะแนน

เกณฑ์การสังเกต

- บุคลิก การแต่งกาย : มีความเชื่อมั่นในตนเอง แต่งกายสะอาด ถูกระเบียบ เสื้อไม่หลุดลุ่ย ลอยชาย
- มารยาทในการพูด : มองหน้าและสบตาผู้ฟัง ไม่เหินบ่นแถม เสียตีสื่ออื่น
- การใช้ภาษา : ชัดเจน ตามหลักภาษา ตัว ร ล คำควบกล้ำ ถ้อยคำข้อความสุภาพ
- วิธีการนำเสนอ : น่าสนใจหลากหลาย เช่น ใช้แผ่นใส รูปภาพ ตั้งคำถาม เล่นเกม ไม่เียนเยื้อ
- เนื้อหาที่นำเสนอ : มีสาระสำคัญ ตรงกับหัวข้อเรื่อง ใช้เวลาตามที่กำหนด

ลงชื่อ.....ผู้สังเกต
(.....)
...../...../.....

ภาคผนวก จ

ตัวอย่าง

แบบประเมินคุณธรรม จริยธรรม ค่านิยม และคุณลักษณะอันพึงประสงค์

ชื่อผู้ประเมิน/กลุ่มประเมิน.....

ชื่อกลุ่มรับการประเมิน.....

ประเมินผลครั้งที่..... วันที่ เดือน พ.ศ.

เรื่อง.....

	คุณลักษณะ/พฤติกรรมบ่งชี้	ระดับพฤติกรรม		คะแนนที่ได้
		ใช้ได้ = 1	ควรปรับปรุง = 0	
1	ความมีมนุษยสัมพันธ์ ๖ แสดงกิริยาท่าทางสุภาพต่อผู้อื่น ๖ ให้ความร่วมมือกับผู้อื่น			
2	ความมีวินัย ๖ ปฏิบัติตามกฎระเบียบ ข้อบังคับ และข้อตกลงต่างๆ ของวิทยาลัย ได้แก่ แต่งกายถูกต้องตามระเบียบ และข้อบังคับ ตรงต่อเวลา			
3	ความรับผิดชอบ ๖ มีการเตรียมความพร้อมในการเรียนและการปฏิบัติงาน ๖ ปฏิบัติงานด้วยความตั้งใจ ๖ มีความเพียรพยายามในการเรียนและการปฏิบัติงาน			
4	ความเชื่อมั่นในตนเอง ๖ กล้าแสดงความคิดเห็นอย่างมีเหตุผล			
5	ความสนใจใฝ่รู้ ๖ ซักถามปัญหาข้อสงสัย			
6	ความรักสามัคคี ๖ ร่วมมือในการทำงาน			
7	ความกตัญญูทดแทน ๖ มีสัมมาคารวะต่อครูอาจารย์อย่างสม่ำเสมอทั้งต่อหน้าและลับหลัง			

รวมคะแนนที่ได้ทั้งหมด = คะแนน

หมายเหตุ : แบบประเมินนี้ใช้แบบเดียวกันทั้งผู้สอนและประธานกลุ่มและประเมินคุณลักษณะดังกล่าวตลอดภาคการศึกษา

ภาคผนวก ฉ

ตัวอย่าง

แบบรวมคะแนนการประเมินคุณธรรม จริยธรรม ค่านิยม
และคุณลักษณะอันพึงประสงค์

ชื่อ-สกุล.....รหัสประจำตัว.....

ระดับชั้น.....กลุ่ม.....แผนกวิชา.....

คุณลักษณะอัน พึงประสงค์	ครั้งที่ประเมิน																			คะแนนรวม	หารจำนวนครั้งที่ประเมิน	คะแนนที่ได้	
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19				
	คะแนนที่ได้																						
1. ความมีมนุษยสัมพันธ์																							
2. ความมีวินัย																							
3. ความรับผิดชอบ																							
4. ความเชื่อมั่นในตนเอง																							
5. ความสนใจใฝ่รู้																							
6. ความรักสามัคคี																							
7. ความกตัญญูกตเวที																							

ลงชื่อ.....ผู้ประเมิน

(.....)

...../...../.....

หมายเหตุ : แบบรวมคะแนนนี้ใช้แบบเดียวกันทั้งผู้สอนและประธานกลุ่ม

