



แผนการจัดการเรียนรู้
มุ่งเน้นฐานสมรรถนะอาชีพและบูรณาการการเรียนรู้

ชื่อวิชา วิชา คณิตศาสตร์พื้นฐานอุตสาหกรรม 1
รหัสวิชา (1000-4103)

จัดทำโดย

อาจารย์ โยธิกา กุลวงษ์
สาขาวิชาพื้นฐานประยุกต์ (คณิตศาสตร์)

คณะเทคโนโลยีอุตสาหกรรม มหาวิทยาลัยนครพนม

	แผนการจัดการเรียนรู้	หน่วยที่ 1
	วิชา คณิตศาสตร์พื้นฐานอุตสาหกรรม 1	สอนครั้งที่ 1
	ชื่อเรื่อง มุมและการวัดมุม	จำนวน 2 ชั่วโมง

หัวข้อเรื่อง

1. มุมและการวัดมุม

สมรรถนะประจำหน่วยการเรียนรู้

1. ทหาระยะทางและความสูงโดยใช้ฟังก์ชันตรีโกณมิติของมุมที่กำหนด
2. คำนวณค่าการวัดและแก้ปัญหาโจทย์ โดยใช้ฟังก์ชันตรีโกณมิติ

สาระสำคัญ

มุมเกิดจากการหมุนส่วนของเส้นตรง ซึ่งมี 2 ทิศทาง คือ ทิศทางทวนเข็มนาฬิกาและทิศทางตามเข็มนาฬิกา

หน่วยที่นิยมใช้ในการวัดมุมมี 2 ระบบ คือ หน่วยในระบบองศาและหน่วยในระบบเรเดียน
ความสัมพันธ์ของทั้งสองระบบ คือ π เรเดียน = 180 องศา

จุดประสงค์การเรียนรู้

จุดประสงค์ปลายทาง

1. นักเรียนมีความรู้เรื่องมุมและการวัดมุม
2. นำความรู้เรื่องมุมและการวัดมุมไปประยุกต์ใช้ในงานอาชีพได้

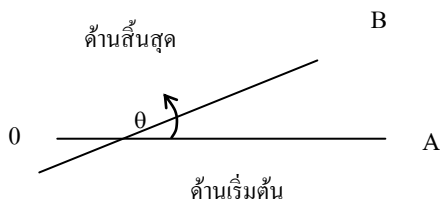
จุดประสงค์นำทาง

1. หาค่าของมุมในตำแหน่งมาตรฐานได้
2. เปลี่ยนหน่วยของมุมที่กำหนดให้ได้

เนื้อหาสาระ

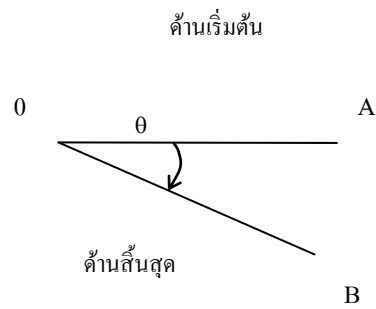
มุมเกิดจากการหมุนส่วนของเส้นตรง ซึ่งมี 2 ทิศทาง คือ ทิศทางทวนเข็มนาฬิกา และทิศทางตามเข็มนาฬิกา

(1) หมุนทวนเข็มนาฬิกา ($\theta > 0$)



(a)

(2) หมุนตามเข็มนาฬิกา ($\theta < 0$)



(b)

ภาพ 1.1

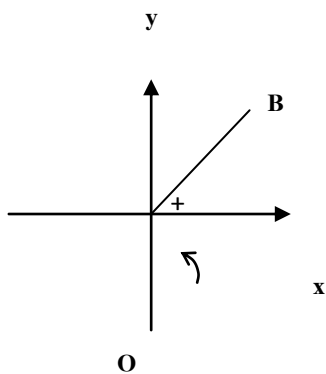
จากภาพ 1.1 จุด 0 เรียกว่า จุดยอด (vertex) ของมุม

ส่วนของเส้นตรง OA เรียกว่า ด้านเริ่มต้น (initial side) ของมุม

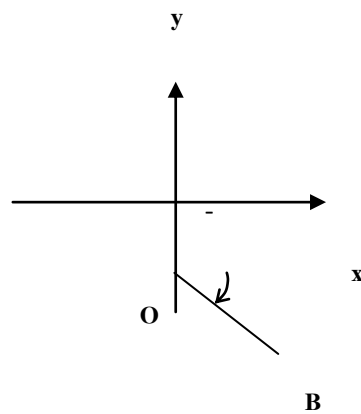
ส่วนของเส้นตรง OB เรียกว่า ด้านสิ้นสุด (terminal side) ของมุม

มุมในตำแหน่งมาตรฐาน คือ มุมที่มีจุดยอดอยู่ที่จุดเริ่มต้น (origin) และส่วนของเส้นตรงอยู่

ในแนวแกน x ดังภาพ 1.2



(a) มุมมาตรฐานในทิศทางทวนเข็มนาฬิกา



(b) มุมมาตรฐานในทิศทางตามเข็มนาฬิกา

ภาพ 1.2

หน่วยในการวัดมุมที่นิยมใช้มี 2 ระบบ คือ หน่วยในระบบองศาและหน่วยในระบบเรเดียน

1) หน่วยในระบบองศา

$$1 \text{ องศา เท่ากับ } 60 \text{ ลิปดา } (1^\circ = 60')$$

$$1 \text{ ลิปดา เท่ากับ } 60 \text{ ฟลิปดา } (1' = 60'')$$

2) หน่วยในระบบเรเดียน

จะได้

$$\theta = \frac{\text{ความยาวของส่วนโค้งที่รองรับมุม } \theta}{r} \text{ เรเดียน}$$

หรือ

$$\theta = \frac{a}{r} \text{ เรเดียน}$$

ความสัมพันธ์ระหว่างมุมที่มีหน่วยเป็นองศาและหน่วยเป็นเรเดียน

$$\pi \text{ เรเดียน} = 180 \text{ องศา}$$

$$1 \text{ เรเดียน} = \frac{180}{\pi} \text{ องศา}$$

หรือ

$$1 \text{ องศา} = \frac{\pi}{180} \text{ เรเดียน}$$

$$\left(\pi = \frac{22}{7} \approx 3.14285 \right)$$

กิจกรรมการเรียนรู้การสอน

ขั้นนำ

1. ครูแจ้งจุดประสงค์ในการเรียนรายวิชา วิธีการวัดผล เกณฑ์การประเมิน ให้ผู้เรียนรับทราบ
2. ให้นักเรียนทำแบบทดสอบก่อนเรียน แล้วแบ่งกลุ่มนักเรียนออกเป็น 3 กลุ่ม คือ กลุ่มที่ได้

คะแนนสูง

ปานกลาง และต่ำ หลังจากนั้นให้นักเรียนแบ่งกลุ่ม กลุ่มละ 5-6 คน โดยแต่ละกลุ่มมีนักเรียน

ที่มี

ความสามารถครบทั้ง 3 กลุ่ม

ขั้นสอน

1. ครูอธิบายความรู้ประกอบแผ่นใส Power point เรื่อง มุมและการวัดมุม
2. ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มร่วมกันปฏิบัติตามใบงาน 1.1.1 และ 1.1.2
3. ให้ผู้เรียนแต่ละกลุ่มส่งตัวแทน นำเสนอผลงานหน้าชั้นเรียน
4. ให้ผู้เรียนแต่ละกลุ่มแลกเปลี่ยนความคิดเห็น โดยการอภิปรายซักถาม

ขั้นสรุป

1. ครูสรุปผลงานของนักเรียนแต่ละกลุ่ม พร้อมอธิบายและชี้แนะเพิ่มเติม
2. ครูสอดแทรกเรื่อง การตรงต่อเวลา ความรับผิดชอบ และการแต่งกาย
3. ครูให้นักเรียนทบทวนบทเรียน โดยศึกษาจากหนังสือคณิตศาสตร์พื้นฐานอุตสาหกรรม 1 และทำแบบฝึกหัดส่งในเวลาที่กำหนด

สื่อและแหล่งการเรียนรู้

1. ใบงาน / แบบฝึกหัด
2. แผ่นใส
3. Power Point
4. หนังสือคณิตศาสตร์พื้นฐานอุตสาหกรรม 1

การวัดผลและประเมินผล

1. วิธีวัดและประเมินผล
 - 1.1 สังเกตจากการร่วมปฏิบัติกิจกรรม
 - 1.2 สังเกตจากการ ถาม- ตอบ
 - 1.3 ตรวจสอบแบบฝึกหัด / ใบงาน
 - 1.4 ตรวจสอบทดสอบ
2. เครื่องมือวัดและประเมินผล
 - 2.1 ใบงาน /แบบฝึกหัด
 - 2.2 แบบทดสอบ
3. เกณฑ์การประเมินผล
 - 3.1 ตอบคำถามได้ถูกต้อง
 - 3.2 ทำใบงาน / แบบฝึกหัดถูกต้อง 60% ถือว่าผ่านเกณฑ์
 - 3.3 ทำแบบทดสอบถูกต้อง 60% ถือว่าผ่านเกณฑ์

บันทึกผลหลังการสอน

ผลการใช้แผนการเรียนรู้

.....

.....

.....

.....

ผลการเรียนของนักเรียน

.....

.....

.....

.....

.....

ผลการสอนของครู


.....

.....

.....

.....

.....

	แผนการจัดการเรียนรู้	หน่วยที่ 2
	วิชา คณิตศาสตร์พื้นฐานอุตสาหกรรม 1	สอนครั้งที่ 2
	ชื่อเรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ	จำนวน 2 ชั่วโมง

หัวข้อเรื่อง

1. อัตราส่วนตรีโกณมิติ

สมรรถนะประจำหน่วยการเรียนรู้

1. ทหาระยะทางและความสูงโดยใช้ฟังก์ชันตรีโกณมิติของมุมที่กำหนด
2. คำนวณค่าการวัดและแก้ปัญหาโจทย์ โดยใช้ฟังก์ชันตรีโกณมิติ

สาระสำคัญ

อัตราส่วนตรีโกณมิติ คือ อัตราส่วนระหว่างความยาวด้านของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ซึ่งมีทั้งหมด

6 อัตรา ได้แก่

- 1) ไซน์ (sine)
- 2) โคไซน์ (cosine)
- 3) แทนเจนต์ (tangent)
- 4) โคแทนเจนต์ (cotangent)
- 5) เซแคนต์ (secant)
- 6) โคเซแคนต์ (cosecant)

และค่าฟังก์ชันตรีโกณมิติของมุมที่สำคัญ คือ มุม 30° , 45° และ 60°

จุดประสงค์การเรียนรู้

จุดประสงค์ปลายทาง

1. นักเรียนมีความรู้เรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติ
2. หาค่าฟังก์ชันตรีโกณมิติของมุมต่าง ๆ ได้

จุดประสงค์นำทาง

1. หาค่าฟังก์ชันตรีโกณมิติของข้อมูลที่กำหนดให้ได้
2. หาค่าฟังก์ชันตรีโกณมิติของมุมที่กำหนดให้ โดยใช้ตารางค่าฟังก์ชันตรีโกณมิติได้
3. หาค่าฟังก์ชันตรีโกณมิติของมุม 30° , 45° และ 60° ได้

เนื้อหาสาระ

อัตราส่วนตรีโกณมิติ คือ อัตราส่วนระหว่างความยาวด้านของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ซึ่งมีทั้งหมด

6 อัตรา ได้แก่

- 1) ไซน์ (sine) เขียนย่อเป็น sin
- 2) โคไซน์ (cosine) เขียนย่อเป็น cos
- 3) แทนเจนต์ (tangent) เขียนย่อเป็น tan
- 4) โคแทนเจนต์ (cotangent) เขียนย่อเป็น cot
- 5) เซแคนต์ (secant) เขียนย่อเป็น sec
- 6) โคเซแคนต์ (cosecant) เขียนย่อเป็น cosec หรือ csc

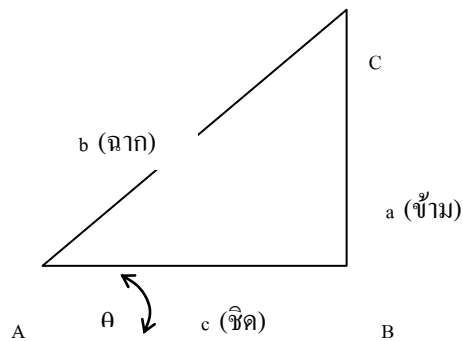
ในที่นี้ใช้ตัวย่อของความยาวด้านหาอัตราส่วนตรีโกณมิติ ดังนี้

ใน $\triangle ABC$ จะได้

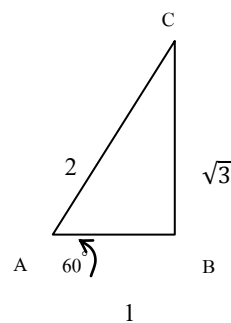
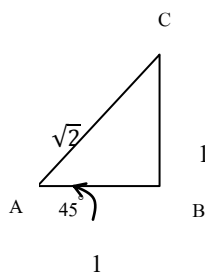
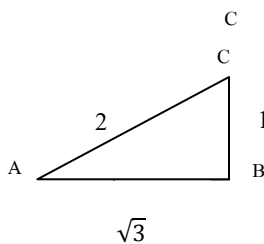
$$\begin{aligned}
 1) \sin\theta &= \frac{a}{b} = \frac{\text{ข้าม}}{\text{ฉาก}} \\
 2) \cos\theta &= \frac{c}{b} = \frac{\text{ชิด}}{\text{ฉาก}} \\
 3) \tan\theta &= \frac{a}{c} = \frac{\text{ข้าม}}{\text{ชิด}} \\
 4) \cot\theta &= \frac{c}{a} = \frac{\text{ชิด}}{\text{ข้าม}}
 \end{aligned}$$

$$5) \sec\theta = \frac{b}{c} = \frac{\text{ฉาก}}{\text{ชิด}}$$

$$6) \text{cosec}\theta = \frac{b}{a} = \frac{\text{ฉาก}}{\text{ข้าม}}$$



การหาค่าของฟังก์ชันตรีโกณมิติ ของมุม 30, 45 และ 60 องศา



θ ฟังก์ชัน	30°	45°	60°
$\sin\theta$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
$\cos\theta$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{2}$
$\tan\theta$	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$
$\cot\theta$	$\sqrt{3}$	1	$\frac{1}{\sqrt{3}}$
$\sec\theta$	$\frac{2}{\sqrt{3}}$	$\sqrt{2}$	2
$\operatorname{cosec}\theta$	2	$\sqrt{2}$	$\frac{2}{\sqrt{3}}$

กิจกรรมการเรียนรู้การสอน

ขั้นนำ

1. ครูทบทวนความรู้เกี่ยวกับมุมและการวัดมุม โดยการตั้งคำถามให้ตอบเป็นรายบุคคล

ขั้นสอน

1. ครูอธิบายความรู้ประกอบ Power point เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ
2. ให้นักเรียนปฏิบัติตามใบงาน 1.2.1 , 1.2.2 , 1.2.3 และ 1.2.4 ในเวลาที่กำหนด
3. ให้ผู้เรียนแต่ละกลุ่มแลกเปลี่ยนความคิดเห็น โดยการอภิปรายซักถาม
4. ให้ผู้เรียนแต่ละกลุ่มส่งตัวแทน นำเสนอผลงานหน้าชั้นเรียนในเวลาที่กำหนด

ขั้นสรุป

1. ครูและนักเรียนร่วมกันอภิปรายและนำเสนอวิธีการแก้ปัญหา
2. ครูสรุปผลงานของนักเรียนแต่ละกลุ่ม พร้อมอธิบายและชี้แนะเพิ่มเติม
3. ครูให้นักเรียนทบทวนบทเรียน และแก้ไขข้อบกพร่อง แล้วส่งใบงานในเวลาที่กำหนด

สื่อและแหล่งการเรียนรู้

1. ใบงาน / แบบฝึกหัด
2. Power Point

3. หนังสือคณิตศาสตร์พื้นฐานอุตสาหกรรม 1

การวัดผลและประเมินผล

1. วิธีวัดและประเมินผล

- 1.1 สังเกตจากการร่วมปฏิบัติกิจกรรม
- 1.2 สังเกตจากการ ถาม- ตอบ
- 1.3 ตรวจแบบฝึกหัด / ใบงาน
- 1.4 ตรวจแบบทดสอบ

2. เครื่องมือวัดและประเมินผล

- 2.1 ใบงาน /แบบฝึกหัด
- 2.2 แบบทดสอบ

3. เกณฑ์การประเมินผล

- 3.1 ตอบคำถามได้ถูกต้อง
- 3.2 ทำใบงาน / แบบฝึกหัดถูกต้อง 60% ถือว่าผ่านเกณฑ์
- 3.3 ทำแบบทดสอบถูกต้อง 60% ถือว่าผ่านเกณฑ์

บันทึกผลหลังการสอน

ผลการใช้แผนการเรียนรู้


.....
.....
.....

ผลการเรียนของนักเรียน

.....
.....
.....

ผลการสอนของครู

.....
.....

	แผนการจัดการเรียนรู้	หน่วยที่ 3
	วิชา คณิตศาสตร์พื้นฐานอุตสาหกรรม 1	สอนครั้งที่ 3
	ชื่อเรื่อง ฟังก์ชันตรีโกณมิติของวงกลมหนึ่งหน่วย	จำนวน 2 ชั่วโมง

หัวข้อเรื่อง

1. วงกลมหนึ่งหน่วย
2. ฟังก์ชันตรีโกณมิติของวงกลมหนึ่งหน่วย
3. ค่าฟังก์ชันตรีโกณมิติของมุม $0, 90, 180, 270$ และ 360 องศา

สมรรถนะประจำหน่วยการเรียนรู้

1. ทหาระยะทางและความสูงโดยใช้ฟังก์ชันตรีโกณมิติของมุมที่กำหนด
2. คำนวณค่าการวัดและแก้ปัญหาโจทย์ โดยใช้ฟังก์ชันตรีโกณมิติ

สาระสำคัญ

การหาค่าฟังก์ชันตรีโกณมิติ โดยใช้วงกลมหนึ่งหน่วยสามารถหาค่าฟังก์ชันตรีโกณมิติของมุมโดยไม่จำกัด

จุดประสงค์การเรียนรู้

จุดประสงค์ปลายทาง

นักเรียนมีความรู้เรื่องการหาค่าของฟังก์ชันตรีโกณมิติโดยใช้วงกลมหนึ่งหน่วย

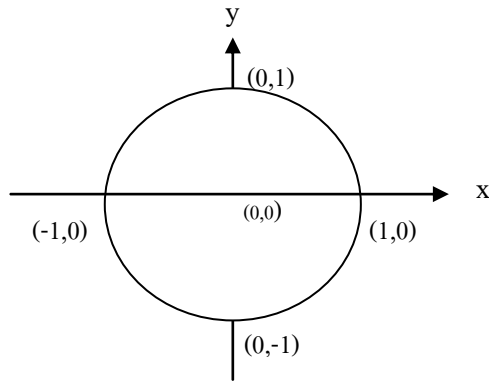
จุดประสงค์นำทาง

1. อธิบายความหมายของวงกลมหนึ่งหน่วยได้
2. หาค่าฟังก์ชันตรีโกณมิติของมุมต่าง ๆ โดยใช้วงกลมหนึ่งหน่วยได้

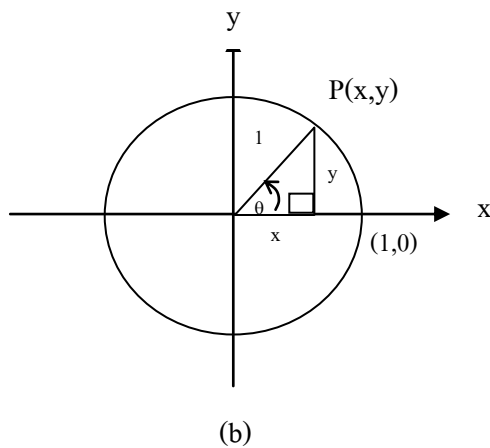
เนื้อหาสาระ

1. วงกลมหนึ่งหน่วย

วงกลมหนึ่งหน่วย (unit circle) คือ วงกลมที่มีรัศมียาว 1 หน่วย และมีจุดศูนย์กลางอยู่ที่จุดกำเนิดหรือจุด $(0,0)$



2. ฟังก์ชันตรีโกณมิติของวงกลมหนึ่งหน่วย



หาค่าฟังก์ชันตรีโกณมิติ ได้ดังนี้

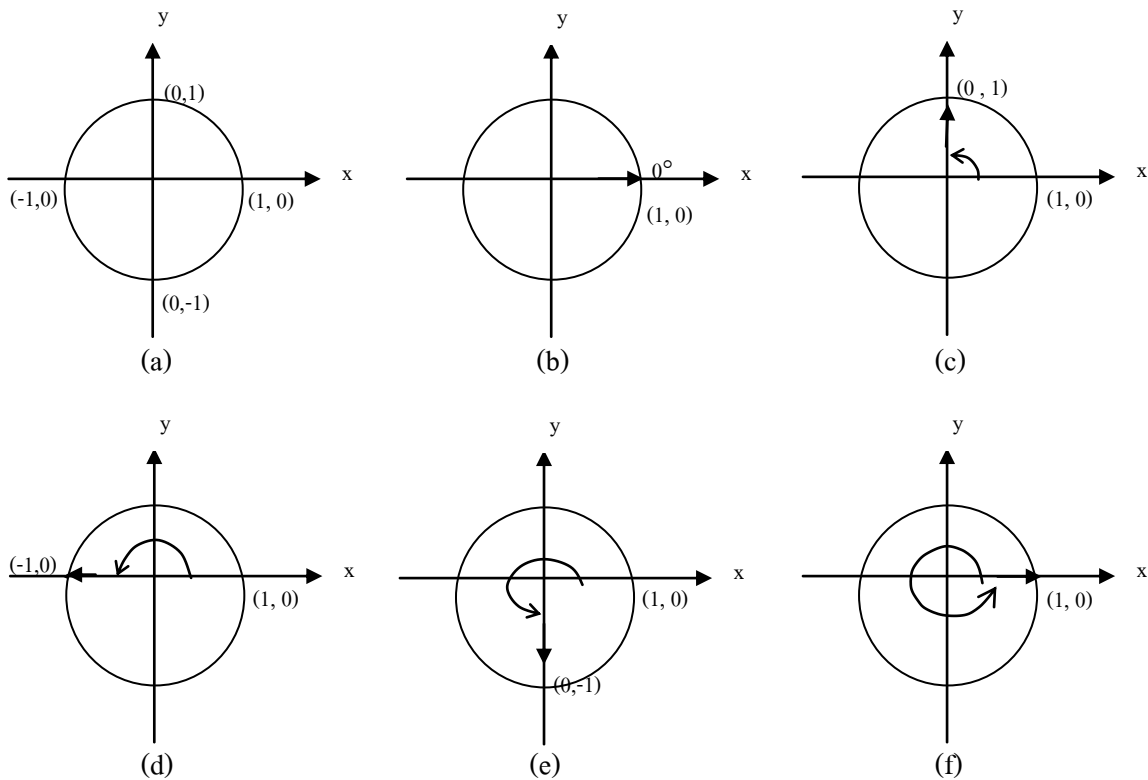
$$\begin{aligned} \sin\theta &= \frac{y}{1} = y \\ \cos\theta &= \frac{x}{1} = x \\ \text{ดังนั้น } P(x,y) &= P(\cos\theta, \sin\theta) \\ \text{นั่นคือ } \sin\theta &= y \\ \text{และ } \cos\theta &= x \end{aligned}$$

จากความสัมพันธ์ของค่าฟังก์ชันไซน์ และ โคไซน์ หาค่าฟังก์ชันตรีโกณมิติที่เหลือ ได้ดังนี้

$$\tan\theta = \frac{\sin\theta}{\cos\theta} = \frac{y}{x} \quad \text{เมื่อ } x \neq 0$$

$$\begin{aligned} \cot\theta &= \frac{\cos\theta}{\sin\theta} = \frac{x}{y} \quad \text{เมื่อ } y \neq 0 \\ \sec\theta &= \frac{1}{\cos\theta} = \frac{1}{x} \quad \text{เมื่อ } x \neq 0 \\ \operatorname{cosec}\theta &= \frac{1}{\sin\theta} = \frac{1}{y} \quad \text{เมื่อ } y \neq 0 \end{aligned}$$

3.ค่าฟังก์ชันตรีโกณมิติของมุม 0 , 90 , 180 , 270 และ 360 องศา



ภาพ 1.21

จากภาพ 1.21 สรุปได้ดังนี้

θ ฟังก์ชัน	$0^\circ = 1$ เรเดียน	$90^\circ = \frac{\pi}{2}$ เรเดียน	$180^\circ = \pi$ เรเดียน	$270^\circ = \frac{3\pi}{2}$ เรเดียน	$360^\circ = 2\pi$ เรเดียน
$\sin \theta$	0	1	0	-1	0
$\cos \theta$	1	0	-1	0	1
$\tan \theta$	0	หาค่าไม่ได้	0	หาค่าไม่ได้	0
$\cot \theta$	หาค่าไม่ได้	0	หาค่าไม่ได้	0	หาค่าไม่ได้
$\sec \theta$	1	หาค่าไม่ได้	-1	หาค่าไม่ได้	1
$\operatorname{cosec} \theta$	หาค่าไม่ได้	1	หาค่าไม่ได้	-1	หาค่าไม่ได้

4. ฟังก์ชันตรีโกณมิติของมุมในจตุภาคต่างๆ

ตารางแสดงค่าของฟังก์ชันตรีโกณมิติของมุมในจตุภาคต่าง ๆ

ฟังก์ชัน	จตุภาค			
	1	2	3	4
$\sin \theta$	+	+	-	-
$\cos \theta$	+	-	-	+
$\tan \theta$	+	-	+	-
$\cot \theta$	+	-	+	-
$\sec \theta$	+	-	-	+
$\operatorname{cosec} \theta$	+	+	-	-

กิจกรรมการเรียนรู้การสอน

ขั้นนำ

ครูทบทวนการหาค่าฟังก์ชันตรีโกณมิติ โดยใช้สามเหลี่ยมมุมฉากและให้นักเรียนตอบคำถามเป็นรายบุคคล

ขั้นสอน

1. ครูอธิบายความรู้เรื่อง ฟังก์ชันตรีโกณมิติของวงกลมหนึ่งหน่วยโดยใช้แผนภาพ แผ่นใส Power Point ประกอบการสอน
2. ครูให้นักเรียนร่วมกันอภิปราย ชักถาม และทำใบงาน 1.3 ในเวลาที่กำหนด
3. ให้ผู้เรียนแต่ละกลุ่มเลือกผู้แทนนำเสนอผลงานหน้าชั้นเรียน
4. ครูให้นักเรียนทุกคนร่วมแสดงความคิดเห็นในชั้นเรียน

ขั้นสรุป

1. ให้นักเรียนร่วมกันสรุปผลงานของแต่ละกลุ่ม
2. ครูอธิบายและชี้แนะเพิ่มเติม
3. ครูให้นักเรียนทบทวนบทเรียน โดยศึกษาจากหนังสือคณิตศาสตร์พื้นฐานอุตสาหกรรม 1 หรือทางอินเทอร์เน็ต และแก้ไขข้อบกพร่องของใบงานให้ถูกต้องแล้วส่งในเวลาที่กำหนด

สื่อและแหล่งการเรียนรู้

1. ใบงาน / แบบฝึกหัด
2. แผ่นใส
3. แผ่นภาพ
4. Power Point
5. หนังสือคณิตศาสตร์พื้นฐานอุตสาหกรรม 1

การวัดผลและประเมินผล

1. วิธีวัดและประเมินผล
 - 1.1 สังเกตจากการร่วมปฏิบัติกิจกรรม
 - 1.2 สังเกตจากการ ถาม- ตอบ
 - 1.3 ตรวจสอบแบบฝึกหัด / ใบงาน
 - 1.4 ตรวจสอบทดสอบ

- 2. เครื่องมือวัดและประเมินผล
 - 2.1 ใบงาน /แบบฝึกหัด
 - 2.2 แบบทดสอบ
- 3. เกณฑ์การประเมินผล
 - 3.1 ตอบคำถามได้ถูกต้อง
 - 3.2 ทำใบงาน / แบบฝึกหัดถูกต้อง 60% ถือว่าผ่านเกณฑ์
 - 3.3 ทำแบบทดสอบถูกต้อง 60% ถือว่าผ่านเกณฑ์

บันทึกผลหลังการสอน

ผลการใช้แผนการเรียนรู้

.....

.....

.....

.....

ผลการเรียนของนักเรียน

.....

.....

.....

.....


ผลการสอนของครู

.....

.....

.....

.....

	แผนการจัดการเรียนรู้	หน่วยที่ 4
	วิชา คณิตศาสตร์พื้นฐานอุตสาหกรรม 1	สอนครั้งที่ 4
	ชื่อเรื่อง การเขียนกราฟของฟังก์ชันไซน์และโคไซน์	จำนวน 2 ชั่วโมง

หัวข้อเรื่อง

1. การเขียนกราฟของฟังก์ชันไซน์
2. การเขียนกราฟของฟังก์ชันโคไซน์

สมรรถนะประจำหน่วยการเรียนรู้

1. ทหาระยะทางและความสูงโดยใช้ฟังก์ชันตรีโกณมิติของมุมที่กำหนด
2. คำนวณค่าการวัดและแก้ปัญหาโจทย์ โดยใช้ฟังก์ชันตรีโกณมิติ

สาระสำคัญ

กราฟของฟังก์ชันไซน์และโคไซน์เป็นรูปโค้งคล้ายคลื่น และมีความยาวไม่จำกัด กราฟของฟังก์ชันโคไซน์ล้าหน้ากราฟของฟังก์ชันไซน์ 90°

จุดประสงค์การเรียนรู้

จุดประสงค์ปลายทาง

ให้ผู้เรียนมีความรู้ เรื่องการเขียนกราฟของฟังก์ชันไซน์และโคไซน์

จุดประสงค์นำทาง

1. เขียนกราฟของฟังก์ชันไซน์ได้
2. เขียนกราฟของฟังก์ชันโคไซน์ได้

เนื้อหาสาระ

1. การเขียนกราฟของฟังก์ชันไซน์

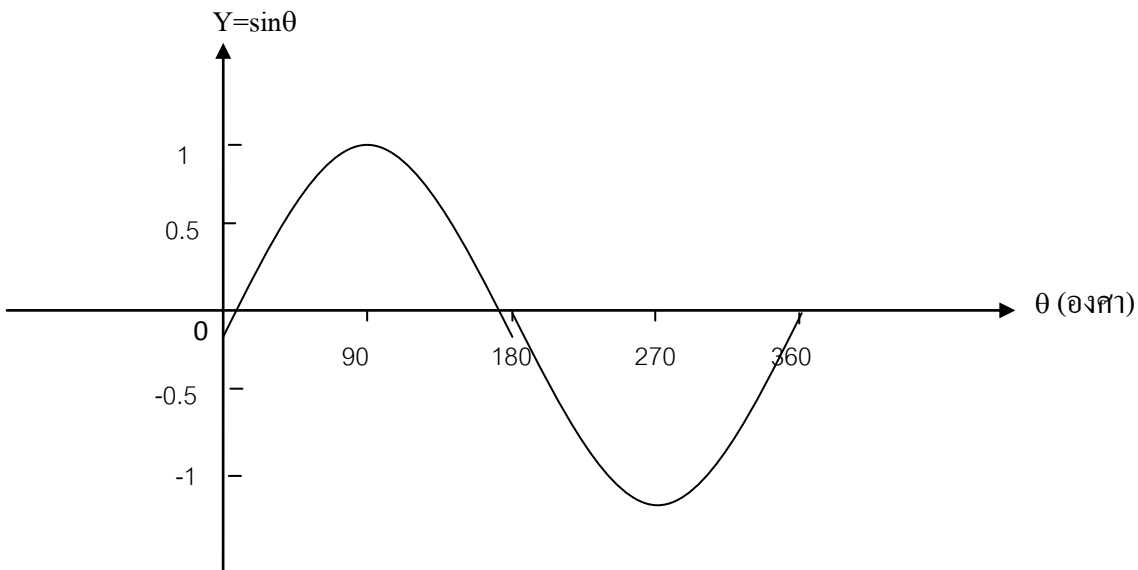
การเขียนกราฟของฟังก์ชัน $y = \sin \theta$ ทำได้โดยหาค่าฟังก์ชันไซน์ของมุม θ ขนาดต่าง ๆ แล้วนำคู่อันดับไปเขียนกราฟ โดยใช้แกนอนแทนขนาดของมุมมีหน่วยเป็นองศาหรือเรเดียน และใช้แกนตั้งแทนค่าของ

ฟังก์ชันไซน์ ดังต่อไปนี้

ตัวอย่าง จงเขียนกราฟของ $y = \sin \theta$ เมื่อ $0^\circ \leq \theta \leq 360^\circ$

วิธีทำ

θ	0°	30°	45°	60°	90°	150°	180°	210°	270°	300°	330°	360°
y	0	0.5	0.71	0.87	1	-0.5	0	-0.5	-1	-0.9	-0.5	0



การเขียนกราฟของฟังก์ชันโคไซน์

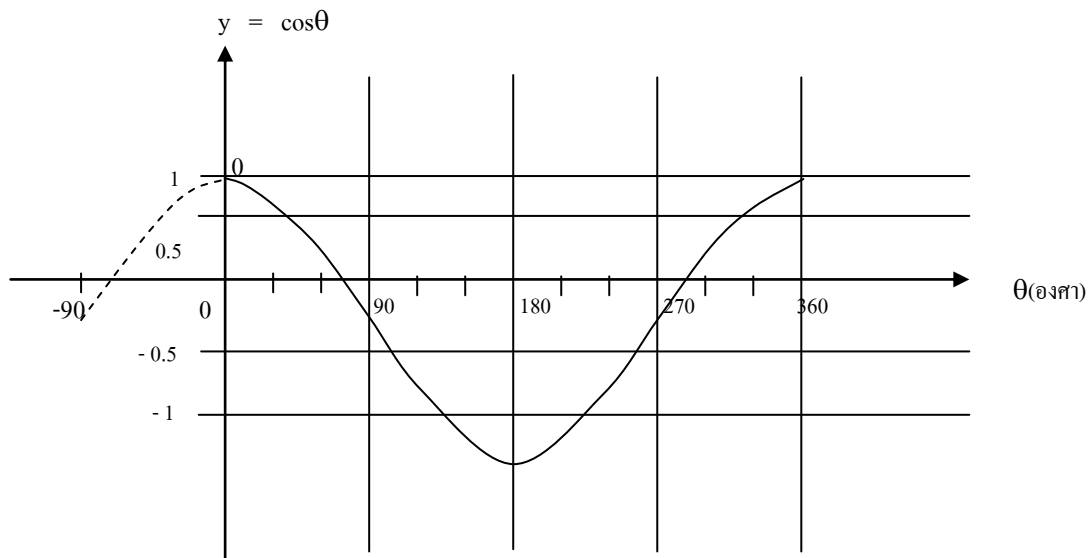
ในการเขียนกราฟของฟังก์ชันโคไซน์ทำได้ เช่นเดียวกับการเขียนกราฟของฟังก์ชันไซน์ โดยกำหนดให้แกน x แทนค่าของมุม ซึ่งมีหน่วยเป็นองศาหรือเรเดียน และกำหนดให้แกน y แทนค่าของฟังก์ชันโคไซน์

ดังตัวอย่างต่อไปนี้

ตัวอย่าง จงเขียนกราฟ $y = \cos\theta$ เมื่อ $0^\circ \leq \theta \leq 360^\circ$

วิธีทำ จากค่า $y = \cos\theta$ เมื่อ $0^\circ \leq \theta \leq 360^\circ$ สร้างตารางดังนี้

θ (องศา)	0	30	60	90	120	150	180	210	240	270	300	360
$y = \cos\theta$	1	0.87	0.5	0	-0.5	-0.87	-1	-0.87	0.5	0	0.5	1



กิจกรรมการเรียนรู้การสอน

ขั้นนำ

ครูทบทวนพื้นฐานความรู้เรื่องค่าฟังก์ชันตรีโกณมิติของมุม 30° , 45° , 60° โดยให้นักเรียนช่วยกัน
ตอบคำถาม

ขั้นสอน

1. ครูอธิบายความรู้เรื่องการเขียนกราฟของฟังก์ชันไซน์ และฟังก์ชันโคไซน์โดยใช้แผ่นใส

แผนภาพ

และ Power Point ประกอบคำบรรยาย

2. ให้นักเรียนปฏิบัติตามใบงาน 1.4 ในเวลาที่กำหนด
3. ให้แต่ละกลุ่มส่งตัวแทนนำเสนอผลงานหน้าชั้นเรียน

ขั้นสรุป

1. ครูและนักเรียนช่วยกันอภิปรายและเสนอแนะข้อคิดเห็น
2. ครูสรุปและชี้แนะเพิ่มเติม และครูสอดแทรกเรื่องการสนใจใฝ่รู้
3. ครูให้นักเรียนทบทวนบทเรียนและทำแบบฝึกหัดเพิ่มเติม

สื่อและแหล่งการเรียนรู้

1. ใบงาน / แบบฝึกหัด
2. แผ่นใส
3. แผ่นภาพ
4. Power Point
5. หนังสือคณิตศาสตร์พื้นฐานอุตสาหกรรม 1

การวัดผลและประเมินผล

1. วิธีวัดและประเมินผล
 - 1.1 สังเกตจากการร่วมปฏิบัติกิจกรรม
 - 1.2 สังเกตจากการ ถาม- ตอบ
 - 1.3 ตรวจสอบแบบฝึกหัด / ใบงาน
 - 1.4 ตรวจสอบทดสอบ
2. เครื่องมือวัดและประเมินผล
 - 2.1 ใบงาน /แบบฝึกหัด
 - 2.2 แบบทดสอบ
3. เกณฑ์การประเมินผล
 - 3.1 ตอบคำถามได้ถูกต้อง
 - 3.2 ทำใบงาน / แบบฝึกหัดถูกต้อง 60% ถือว่าผ่านเกณฑ์
 - 3.3 ทำแบบทดสอบถูกต้อง 60% ถือว่าผ่านเกณฑ์

บันทึกผลหลังการสอน

ผลการใช้แผนการเรียนรู้

.....

.....

.....

.....

ผลการเรียนของนักเรียน

.....

.....

.....

.....

.....

ผลการสอนของครู


.....

.....

.....

.....

.....

	แผนการจัดการเรียนรู้	หน่วยที่ 5
	วิชา คณิตศาสตร์พื้นฐานอุตสาหกรรม 1	สอนครั้งที่ 5 - 6
	ชื่อเรื่อง กฎของไซน์และกฎโคไซน์	จำนวน 4 ชั่วโมง

หัวข้อเรื่อง

1. กฎของไซน์
2. กฎของโคไซน์

สมรรถนะประจำหน่วยการเรียนรู้

1. หาระยะทางและความสูงโดยใช้ฟังก์ชันตรีโกณมิติของมุมที่กำหนด
2. คำนวณค่าการวัดและแก้ปัญหาโจทย์ โดยใช้ฟังก์ชันตรีโกณมิติ

สาระสำคัญ

ใน $\triangle ABC$ ใด ๆ

กฎของไซน์ คือ
$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

กฎของโคไซน์ คือ
$$\begin{aligned} a^2 &= b^2 + c^2 - 2bc \cos A \\ b^2 &= c^2 + a^2 - 2ca \cos B \\ c^2 &= a^2 + b^2 - 2ab \cos C \end{aligned}$$

จุดประสงค์การเรียนรู้

จุดประสงค์ปลายทาง

นักเรียนมีความรู้เรื่องกฎของไซน์และกฎของโคไซน์

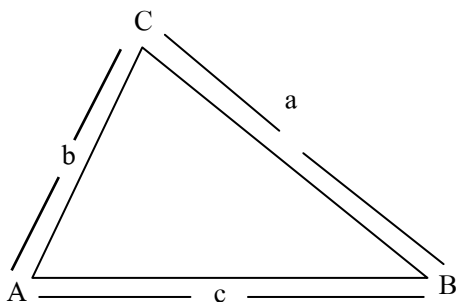
จุดประสงค์นำทาง

1. แก้ปัญหาโจทย์ที่กำหนดให้ โดยใช้กฎของไซน์ได้
2. แก้ปัญหาโจทย์ที่กำหนดให้ โดยใช้กฎของโคไซน์ได้

เนื้อหาสาระ

1. กฎของไซน์

เมื่อกำหนด ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมใด ๆ



กฎของไซน์คือ

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

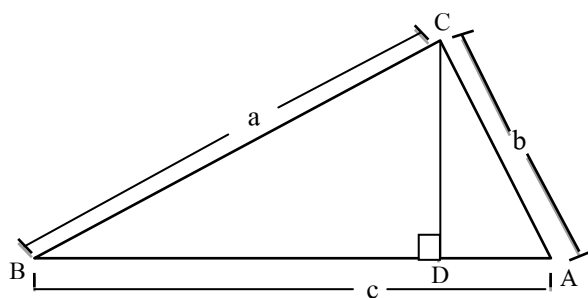
ข้อสังเกต การใช้กฎของไซน์หาความยาวด้านหรือมุมของรูปสามเหลี่ยม

เราต้องทราบ 1) อัตราส่วน 1 ค่า (เช่น ทราบ a, กับ $\sin A$ หรือ ทราบ b, กับ $\sin B$ เป็นต้น)

2) ทราบมุมหรือด้านอีก 1 ค่า

จึงสามารถใช้กฎของไซน์ในการหาความยาวหรือมุมของรูปสามเหลี่ยม

2. กฎของโคไซน์



กฎของโคไซน์คือ

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$$

หรือ

$$\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$$

$$b^2 = c^2 + a^2 - 2ca \cos B$$

หรือ

$$\cos B = \frac{c^2 + a^2 - b^2}{2ac}$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$$

หรือ

$$\cos C = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}$$

ข้อสังเกตการใช้กฎของโคไซน์

- 1) เมื่อต้องการหามุมของรูปสามเหลี่ยมเราต้องทราบความยาวด้านทั้งสามของรูปสามเหลี่ยมแล้วใช้กฎโคไซน์ คือ

$$1.1) \quad \cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$$

$$1.2) \quad \cos B = \frac{c^2 + a^2 - b^2}{2ca}$$

$$1.3) \quad \cos C = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2bc}$$

- 2) เมื่อต้องการหาความยาวด้านของรูปสามเหลี่ยม

ก. ต้องทราบความยาวของด้านสองด้านที่เหลือ

ข. ต้องทราบมุมตรงข้ามด้านที่ต้องการหา (เช่น หาด้าน a ต้องทราบความยาวด้าน

b, c และขนาดของมุม A) แล้วใช้กฎของโคไซน์ คือ

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$$

$$b^2 = c^2 + a^2 - 2ca \cos B$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$$

กิจกรรมการเรียนรู้การสอน

ขั้นนำ

ครูยกตัวอย่างเกี่ยวกับการกระทำใด ๆ ที่มีแรงมากกระทำตั้งแต่ 2 แรงขึ้นไป ให้นักเรียนร่วมกันอภิปรายผลของแรงเหล่านั้น

ขั้นสอน

1. ครูอธิบายความรู้เรื่องกฎของไนน์ และกฎของโคไซน์ โดยใช้แผ่นใส แผนภาพ และ Power Point

ประกอบคำบรรยาย

2. ให้นักเรียนร่วมกันอภิปรายสรุปผลการกระทำที่มีแรงมากกระทำตั้งแต่ 2 แรงขึ้นไป โดยใช้กฎของ

ไนน์และโคไซน์

3. ให้นักเรียนปฏิบัติตามใบงาน 1.5 ข้อ 1 และใบงาน 1.6 ข้อ 1 ในเวลาที่กำหนด

4. ให้นักเรียนนำเสนอผลงานหน้าชั้นเรียน

ขั้นสรุป

1. ครูสรุปผลงานของนักเรียนที่นำเสนอหน้าชั้นเรียนและอธิบายเพิ่มเติม โดยใช้สื่อ Power Point ซึ่งมีการสอดแทรกให้นักเรียนมีความรับผิดชอบและตรงเวลา

2. ให้นักเรียนทบทวนบทเรียนและปฏิบัติตามใบงาน 1.5 , 1.6 ให้ครบสมบูรณ์และส่งในเวลาที่กำหนด

สื่อและแหล่งการเรียนรู้

1. ใบงาน / แบบฝึกหัด
2. แผ่นใส
3. แผนภาพ
4. Power Point
5. หนังสือคณิตศาสตร์พื้นฐานอุตสาหกรรม 1

การวัดผลและประเมินผล

1. วิธีวัดและประเมินผล
 - 1.1 สังเกตจากการร่วมปฏิบัติกิจกรรม
 - 1.2 สังเกตจากการ ถาม- ตอบ
 - 1.3 ตรวจแบบฝึกหัด / ใบงาน

- 1.4 ตรวจสอบแบบทดสอบ
- 2. เครื่องมือวัดและประเมินผล
 - 2.1 ใบงาน /แบบฝึกหัด
 - 2.2 แบบทดสอบ
- 3. เกณฑ์การประเมินผล
 - 3.1 ตอบคำถามได้ถูกต้อง
 - 3.2 ทำใบงาน / แบบฝึกหัดถูกต้อง 60% ถือว่าผ่านเกณฑ์
 - 3.3 ทำแบบทดสอบถูกต้อง 60% ถือว่าผ่านเกณฑ์

บันทึกผลหลังการสอน

ผลการใช้แผนการเรียนรู้

.....

.....

.....

.....

ผลการเรียนของนักเรียน

.....

.....

.....

.....

.....

ผลการสอนของครู


.....

.....

.....

.....

.....

	แผนการจัดการเรียนรู้	หน่วยที่ 6
	วิชา คณิตศาสตร์พื้นฐานอุตสาหกรรม 1	สอนครั้งที่ 7
	ชื่อเรื่อง การประยุกต์ใช้ตรีโกณมิติแก้ปัญหาโจทย์	จำนวน 2 ชั่วโมง

หัวข้อเรื่อง

1. การประยุกต์ใช้ตรีโกณมิติแก้ปัญหาโจทย์

สมรรถนะประจำหน่วยการเรียนรู้

1. ทหาระยะทางและความสูงโดยใช้ฟังก์ชันตรีโกณมิติของมุมที่กำหนด
2. คำนวณค่าการวัดและแก้ปัญหาโจทย์ โดยใช้ฟังก์ชันตรีโกณมิติ

สาระสำคัญ

ในปัญหาโจทย์บางประเภท เช่น ต้องการทราบระยะทาง มุมของชิ้นงาน เราสามารถนำความรู้เรื่องตรีโกณมิติไปแก้ปัญหา จะทำให้การแก้ปัญหาเหล่านั้นง่าย สะดวก และรวดเร็วขึ้น

จุดประสงค์การเรียนรู้

จุดประสงค์ปลายทาง

นักเรียนนำความรู้เรื่อง ตรีโกณมิติไปใช้แก้ปัญหาโจทย์ในวิชาชีพได้

จุดประสงค์นำทาง

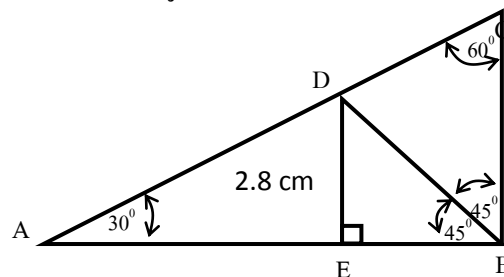
1. ประยุกต์ใช้กฎของไซน์แก้ปัญหาโจทย์ที่เกี่ยวข้องในงานวิชาชีพได้
2. ประยุกต์ใช้กฎของโคไซน์แก้ปัญหาโจทย์ที่เกี่ยวข้องในงานวิชาชีพได้

เนื้อหาสาระ

การประยุกต์ใช้ตรีโกณมิติแก้ปัญหาโจทย์

ในการหาความสูงหรือระยะทางบางครั้งเราไม่สามารถวัด โดยตรงแต่สามารถนำความรู้เกี่ยวกับตรีโกณมิติมาช่วยในการแก้ปัญหาได้ดังตัวอย่างต่อไปนี้

ตัวอย่างที่ 1 จงหาความยาว AD, AE, BC จากรูปที่กำหนดให้



วิธีทำ จากรูปสามเหลี่ยม ADE มีมุม AED เป็นมุมฉาก

$$\begin{aligned} \sin A &= \frac{DE}{AD} \\ \sin 30^\circ &= \frac{2.8}{AD} && \text{cm} \\ \frac{1}{2} &= \frac{2.8}{AD} && \text{cm} \\ AD &= 2 \times 2.8 && \text{cm} \\ &= 5.6 && \text{cm} \end{aligned}$$

ดังนั้น AD ยาวเท่ากับ 5.6 เซนติเมตร

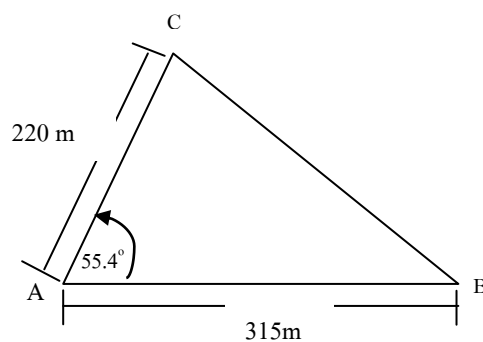
ตอบ

$$\begin{aligned} \cos A &= \frac{AE}{AD} \\ \cos 30^\circ &= \frac{5.6}{AE} && \text{cm} \\ \frac{\sqrt{3}}{2} &= \frac{5.6}{AE} && \text{cm} \\ AE &= \frac{5.6 \times \sqrt{3}}{2} \\ &= 2.8 \times 1.732 && \text{cm} \\ &= 4.8496 && \text{cm} \end{aligned}$$

ดังนั้น AE ยาวเท่ากับ 4.8 เซนติเมตร

ตัวอย่างที่ 2 ที่ดินรูปสามเหลี่ยมแปลงหนึ่งมีด้านยาว 315 และ 220 เมตร วัดมุมระหว่างด้านทั้งสองได้ 55.4 องศา ด้านที่สามของที่ดินแปลงนี้ยาวเท่าไร

วิธีทำ



กฎของโคไซน์ จะได้

$$\begin{aligned} BC^2 &= AB^2 + AC^2 - 2AB \times AC \cos A \\ &= (315)^2 + (220)^2 - (2 \times 315 \times 220 \cos 55.4^\circ) \\ &= 99,225 + 48,400 - 78,702.624 \\ &= 68,922.376 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} BC &= \sqrt{68,922.376} && \text{m} \\ &= 262.53 && \text{m} \end{aligned}$$

ดังนั้นด้านที่สามของที่ดินแปลงนี้ยาว 262.53 เมตร

กิจกรรมการเรียนการสอน

ขั้นนำ

ครูทบทวนบทเรียนเรื่องตรีโกณมิติ โดยการถาม – ตอบ และให้นักเรียนตอบคำถามเป็นรายบุคคล

ขั้นสอน

1. ครูยกตัวอย่างปัญหา และวิธีการแก้ปัญหาโดยใช้ความรู้เรื่อง ตรีโกณมิติ ซึ่งมีแผ่นใส แผนภาพ และ Power Point ประกอบการอธิบาย
2. ครูให้นักเรียนแต่ละกลุ่มร่วมกันปฏิบัติตามใบงาน 1.7 กลุ่มละ 1 ข้อ ในเวลาที่กำหนด
3. ให้แต่ละกลุ่มนำเสนอผลรวมหน้าชั้นเรียน

ขั้นสรุป

1. ครูและนักเรียนร่วมกันอภิปราย ตรวจสอบความถูกต้องและปรับมือให้กำลังใจผู้นำเสนอผลงาน
2. ผู้เรียนทำแบบทดสอบหลังเรียน

สื่อและแหล่งการเรียนรู้

1. ใบงาน / แบบฝึกหัด
2. แผ่นใส
3. แผนภาพ
4. Power Point
5. หนังสือคณิตศาสตร์พื้นฐานอุตสาหกรรม 1

การวัดผลและประเมินผล

1. วิธีวัดและประเมินผล
 - 1.1 สังเกตจากการร่วมปฏิบัติกิจกรรม
 - 1.2 สังเกตจากการ ถาม- ตอบ
 - 1.3 ตรวจสอบแบบฝึกหัด / ใบงาน
 - 1.4 ตรวจสอบแบบทดสอบ

2. เครื่องมือวัดและประเมินผล

2.1 ใบงาน /แบบฝึกหัด

2.2 แบบทดสอบ

3. เกณฑ์การประเมินผล

3.1 ตอบคำถามได้ถูกต้อง

3.2 ทำใบงาน / แบบฝึกหัดถูกต้อง 60% ถือว่าผ่านเกณฑ์

3.3 ทำแบบทดสอบถูกต้อง 60% ถือว่าผ่านเกณฑ์

บันทึกผลหลังการสอน

ผลการใช้แผนการเรียนรู้

.....

.....

.....

.....

ผลการเรียนของนักเรียน

.....

.....

.....

.....


ผลการสอนของครู

.....

.....

.....

.....

	แผนการจัดการเรียนรู้	หน่วยที่ 7
	วิชา คณิตศาสตร์พื้นฐานอุตสาหกรรม 1	สอนครั้งที่ 8
	ชื่อเรื่อง ความหมายและชนิดของเมทริกซ์	จำนวน 2 ชั่วโมง

หัวข้อเรื่อง

1. ความหมายของเมทริกซ์
2. ชนิดของเมทริกซ์

สมรรถนะประจำหน่วยการเรียนรู้

คำนวณค่าเมทริกซ์โดยวิธีของการดำเนินการของเมทริกซ์

สาระสำคัญ

เมทริกซ์ เป็นกลุ่มของจำนวนใด ๆ ที่นำมาเรียงเป็นแถว และหลักอย่างเป็นระเบียบ ในรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก ซึ่งในแต่ละแถว (หรือ หลัก) ประกอบด้วยจำนวนเท่าๆ กัน ภายใต้เครื่องหมาย วงเล็บเล็ก () หรือเครื่องหมาย วงเล็บใหญ่ []

จุดประสงค์การเรียนรู้

จุดประสงค์ปลายทาง

นักเรียนมีความรู้เรื่องเมทริกซ์

จุดประสงค์นำทาง

1. บอกความหมายของเมทริกซ์ได้
2. อธิบายลักษณะของเมทริกซ์ได้

เนื้อหาสาระ

เมทริกซ์ หมายถึง กลุ่มของจำนวนใด ๆ ที่นำมาเรียงเป็นแถว และหลักอย่างเป็นระเบียบ ในรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก ซึ่งในแต่ละแถว (หรือ หลัก) ประกอบด้วยจำนวนเท่าๆ กัน ภายใต้เครื่องหมาย วงเล็บเล็ก () หรือเครื่องหมาย วงเล็บใหญ่ []

ชนิดของเมทริกซ์

1. เมทริกซ์ แถว (row matrix) คือ เมทริกซ์ที่มีสมาชิกเพียงแถวเดียวเท่านั้น หรือ เป็นเมทริกซ์ ที่มีขนาด $1 \times n$
2. เมทริกซ์หลัก (column matrix) คือ เมทริกซ์ที่มีสมาชิกเพียงหลักเดียวเท่านั้น หรือ เป็นเมทริกซ์ที่มีขนาด $m \times 1$
3. เมทริกซ์ศูนย์ (zero matrix) คือ เมทริกซ์ที่มีสมาชิกทุกตัวมีค่าเป็น ศูนย์ ทั้งหมด จะมีขนาดเท่าใดก็ได้ และเขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ 0
4. เมทริกซ์จัตุรัส (square matrix) คือ เมทริกซ์ที่มีจำนวน แถว เท่ากับ จำนวนหลัก หรือ

เป็นเมทริกซ์ที่มีขนาด $n \times n$ หรือ เมทริกซ์ขนาด n

5. เมทริกซ์ทแยงมุม (diagonal matrix) คือ เมทริกซ์จัตุรัสที่มีสมาชิกที่อยู่เหนือ และใต้เส้นทแยงมุมหลัก มีค่าเป็น 0 ทั้งหมด

6. เมทริกซ์เชิงสเกลาร์ (scalar matrix) คือ เมทริกซ์ทแยงมุมที่มีสมาชิกในตำแหน่งเส้นทแยงมุมหลักมีค่าเท่ากันทุกตัว

7. เมทริกซ์เอกลักษณ์ (identity matrix) คือ เมทริกซ์เชิงสเกลาร์ ที่มีสมาชิกในตำแหน่งเส้นทแยงมุมหลักเป็น 1 ทุกตัว

8. เมทริกซ์สามเหลี่ยมบน (upper triangular matrix) คือ เมทริกซ์จัตุรัส ที่มีสมาชิกในตำแหน่งใต้เส้นทแยงมุมหลักมีค่าเป็น 0 ทั้งหมด

9. เมทริกซ์สามเหลี่ยมล่าง (lower triangular matrix) คือ เมทริกซ์จัตุรัส ที่มีสมาชิกในตำแหน่งเหนือเส้นทแยงมุมหลักมีค่าเป็น 0 ทั้งหมด

กิจกรรมการเรียนรู้การสอน

ขั้นนำ

1. ครูแจ้งจุดประสงค์หน่วยที่ 7 เรื่องเมทริกซ์ ให้ผู้เรียนรับทราบ
2. ให้นักเรียนทำแบบทดสอบก่อนเรียน แล้วแบ่งกลุ่มนักเรียนออกเป็น 3 กลุ่ม คือ กลุ่มที่ได้

คะแนนสูง

ปานกลาง และต่ำ หลังจากนั้นให้นักเรียนแบ่งกลุ่ม กลุ่มละ 5-6 คน โดยแต่ละกลุ่มมีนักเรียนที่มาความสามารถครบทั้ง 3 กลุ่ม

ขั้นสอน

1. ครูอธิบายความรู้ประกอบแผ่นใส Power point เรื่อง เมทริกซ์
2. ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มร่วมกันปฏิบัติตามใบงาน 2.1 และ 2.2
3. ให้ผู้เรียนแต่ละกลุ่มส่งตัวแทน นำเสนอผลงานหน้าชั้นเรียน
4. ให้ผู้เรียนแต่ละกลุ่มแลกเปลี่ยนความคิดเห็น โดยการอภิปรายซักถาม

ขั้นสรุป

1. ครูสรุปผลงานของนักเรียนแต่ละกลุ่ม พร้อมอธิบายและชี้แนะเพิ่มเติม
2. ครูสอดแทรกเรื่อง ความสามัคคีและมีจิตอาสา
3. ครูให้นักเรียนทบทวนบทเรียน โดยศึกษาจากหนังสือคณิตศาสตร์พื้นฐานอุตสาหกรรม 1 และทำแบบฝึกหัดส่งในเวลาที่กำหนด

สื่อและแหล่งการเรียนรู้

1. ใบงาน / แบบฝึกหัด
2. แผ่นใส

3. Power Point
4. หนังสือคณิตศาสตร์พื้นฐานอุตสาหกรรม 1

การวัดผลและประเมินผล

1. วิธีวัดและประเมินผล
 - 1.1 สังเกตจากการร่วมปฏิบัติกิจกรรม
 - 1.2 สังเกตจากการ ถาม- ตอบ
 - 1.3 ตรวจสอบแบบฝึกหัด / ใบงาน
 - 1.4 ตรวจสอบทดสอบ
2. เครื่องมือวัดและประเมินผล
 - 2.1 ใบงาน /แบบฝึกหัด
 - 2.2 แบบทดสอบ
3. เกณฑ์การประเมินผล
 - 3.1 ตอบคำถามได้ถูกต้อง
 - 3.2 ทำใบงาน / แบบฝึกหัดถูกต้อง 60% ถือว่าผ่านเกณฑ์
 - 3.3 ทำแบบทดสอบถูกต้อง 60% ถือว่าผ่านเกณฑ์

บันทึกผลหลังการสอน

ผลการใช้แผนการเรียนรู้

.....

.....

.....

ผลการเรียนของนักเรียน

.....

.....


.....

ผลการสอนของครู

.....

.....

.....

	แผนการจัดการเรียนรู้	หน่วยที่ 8
	วิชา คณิตศาสตร์พื้นฐานอุตสาหกรรม 1	สอนครั้งที่ 9
	ชื่อเรื่อง การเท่ากันของเมทริกซ์ และการคูณจำนวน คงที่ กับเมทริกซ์	จำนวน 2 ชั่วโมง

หัวข้อเรื่อง

1. การเท่ากันของเมทริกซ์
2. การคูณจำนวนคงที่กับเมทริกซ์

สมรรถนะประจำหน่วยการเรียนรู้

คำนวณค่าเมทริกซ์โดยวิธีของการดำเนินการของเมทริกซ์

สาระสำคัญ

เมทริกซ์ 2 เมทริกซ์ เท่ากันก็ต่อเมื่อ เมทริกซ์ทั้งสองมีขนาดเท่ากัน และ สมาชิกในตำแหน่งเดียวกัน

มีค่าเท่ากันทุกคู่ เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ $A = B$

การคูณจำนวนคงที่กับเมทริกซ์ ถ้า k เป็นจำนวนจริงใดๆ และเมทริกซ์ $A = [a_{ij}]_{m \times n}$

แล้ว $kA = [ka_{ij}]_{m \times n}$

จุดประสงค์การเรียนรู้

จุดประสงค์ปลายทาง

นักเรียนมีความรู้เรื่องการเท่ากันของเมทริกซ์และการคูณจำนวนคงที่กับเมทริกซ์

จุดประสงค์นำทาง

1. บอกได้ว่าเมทริกซ์ที่กำหนดให้เท่ากันหรือไม่เท่ากัน
2. คูณจำนวนคงที่กับเมทริกซ์ที่กำหนดให้ได้

เนื้อหาสาระ

การเท่ากันของเมทริกซ์

นิยาม เมทริกซ์ 2 เมทริกซ์ เท่ากันก็ต่อเมื่อ เมทริกซ์ทั้งสองมีขนาดเท่ากัน และ สมาชิกใน

ตำแหน่งเดียวกันมีค่าเท่ากันทุกคู่

เมทริกซ์ A เท่ากับ เมทริกซ์ B เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ $A = B$

ข้อสังเกต เมทริกซ์ A เท่ากับ เมทริกซ์ B ก็ต่อเมื่อ

1. ขนาดของเมทริกซ์ A ต้องเท่ากับ ขนาดของเมทริกซ์ B
2. สมาชิกในตำแหน่งเดียวกันของ เมทริกซ์ A กับ เมทริกซ์ B ต้องเท่ากัน

การคูณจำนวนคงที่กับเมทริกซ์

$$\text{นิยาม} \quad \text{ถ้า } k \text{ เป็นจำนวนจริงใด ๆ และเมทริกซ์ } A = [a_{ij}]_{m \times n}$$
$$\text{แล้ว } kA = [ka_{ij}]_{m \times n}$$

ข้อสังเกต การคูณจำนวนคงที่กับเมทริกซ์ ทำได้โดย นำค่าคงที่คูณกับสมาชิกทุกตัวของเมทริกซ์นั้น

กิจกรรมการเรียนรู้การสอน

ขั้นนำ

1. ครูทบทวนความรู้เกี่ยวกับความหมายและชนิดของเมทริกซ์ โดยการตั้งคำถามให้ตอบเป็น

รายบุคคล

ขั้นสอน

1. ครูอธิบายความรู้ประกอบ Power point เรื่อง การเท่ากันของเมทริกซ์และการคูณจำนวนคงที่กับเมทริกซ์
2. ให้นักเรียนปฏิบัติตามใบงาน 2.3 และ 2.4 ในเวลาที่กำหนด
3. ให้ผู้เรียนแต่ละกลุ่มแลกเปลี่ยนความคิดเห็น โดยการอภิปรายซักถาม
4. ให้ผู้เรียนแต่ละกลุ่มส่งตัวแทน นำเสนอผลงานหน้าชั้นเรียนในเวลาที่กำหนด

ขั้นสรุป

1. ครูและนักเรียนร่วมกันอภิปรายและตรวจสอบความถูกต้อง
2. ครูสรุปผลงานของนักเรียนแต่ละกลุ่ม พร้อมอธิบายและชี้แนะเพิ่มเติม
3. ครูให้นักเรียนทบทวนบทเรียน แก่ใจข้อบกพร่อง และทำกิจกรรมพัฒนาการเรียนรู้ส่งในเวลาที่กำหนด

สื่อและแหล่งการเรียนรู้

1. ใบงาน / แบบฝึกหัด
2. แผ่นใส
3. แผ่นภาพ
4. Power Point
5. หนังสือคณิตศาสตร์พื้นฐานอุตสาหกรรม 1

การวัดผลและประเมินผล

1. วิธีวัดและประเมินผล
 - 1.1 สังเกตจากการร่วมปฏิบัติกิจกรรม
 - 1.2 สังเกตจากการ ถาม- ตอบ
 - 1.3 ตรวจสอบแบบฝึกหัด / ใบงาน
 - 1.4 ตรวจสอบแบบทดสอบ
2. เครื่องมือวัดและประเมินผล
 - 2.1 ใบงาน /แบบฝึกหัด
 - 2.2 แบบทดสอบ
3. เกณฑ์การประเมินผล
 - 3.1 ตอบคำถามได้ถูกต้อง
 - 3.2 ทำใบงาน / แบบฝึกหัดถูกต้อง 60% ถือว่าผ่านเกณฑ์
 - 3.3 ทำแบบทดสอบถูกต้อง 60% ถือว่าผ่านเกณฑ์

บันทึกผลหลังการสอน

ผลการใช้แผนการเรียนรู้

.....

.....

.....

ผลการเรียนของนักเรียน

.....

.....

.....

.....


ผลการสอนของครู

.....

.....

.....

.....

	แผนการจัดการเรียนรู้	หน่วยที่ 9
	วิชา คณิตศาสตร์พื้นฐานอุตสาหกรรม 1	สอนครั้งที่ 10
	ชื่อเรื่อง การบวกและการลบเมทริกซ์	จำนวน 2 ชั่วโมง

หัวข้อเรื่อง

1. การบวกเมทริกซ์
2. การลบเมทริกซ์

สมรรถนะประจำหน่วยการเรียนรู้

คำนวณค่าเมทริกซ์โดยวิธีของการดำเนินการของเมทริกซ์

สาระสำคัญ

การบวกเมทริกซ์ เขียนแทนด้วย $A + B$ และ $A + B = [a_{ij} + b_{ij}]_{m \times n}$

การลบเมทริกซ์ เขียนแทนด้วย $A - B$ และ $A - B = A + (-B)$

จุดประสงค์การเรียนรู้

จุดประสงค์ปลายทาง

นักเรียนมีความรู้เรื่อง การบวกและการลบเมทริกซ์

จุดประสงค์นำทาง

1. หาผลบวกของเมทริกซ์ที่กำหนดให้ได้
2. หาผลต่างของเมทริกซ์ที่กำหนดให้ได้

เนื้อหาสาระ

1. การบวกเมทริกซ์

นิยาม

ถ้า A และ B เป็นสองเมทริกซ์ที่มีขนาดเท่ากัน

ซึ่ง $A = [a_{ij}]_{m \times n}$ และ $B = [b_{ij}]_{m \times n}$

ผลบวกของเมทริกซ์ A และ B เขียนแทนด้วย $A + B$

แล้ว $A + B = [a_{ij} + b_{ij}]_{m \times n}$

2. การลบเมทริกซ์

นิยาม

ถ้า A และ B เป็นเมทริกซ์สองเมทริกซ์ที่มีขนาดเท่ากัน

ผลลบของเมทริกซ์ A และ B เขียนแทนด้วย $A - B$

แล้ว $A - B = A + (-B)$

ข้อสังเกต

การบวกและการลบเมทริกซ์ A กับ B ทำได้ดังนี้

1. เมทริกซ์ทั้งสองเมทริกซ์ ต้องมีขนาดเท่ากัน

$$2. A + B = [a_{ij} + b_{ij}]_{m \times n}$$

$$3. A - B = [a_{ij} - b_{ij}]_{m \times n}$$

4. $A + B$ และ $A - B$ จะมีขนาดเท่ากับเมทริกซ์ A และ B

กิจกรรมการเรียนรู้การสอน

ขั้นนำ

ครูทบทวนเรื่องเมทริกซ์ และให้นักเรียนตอบคำถามเป็นรายบุคคล

ขั้นสอน

1. ครูอธิบายความรู้เรื่อง เมทริกซ์ โดยใช้แผนภาพ แผ่นใส และ Power Point ประกอบการสอน
2. ครูให้นักเรียนร่วมกันอภิปราย ชักถาม และทำใบงาน 2.5 ในเวลาที่กำหนด
3. ให้ผู้เรียนแต่ละกลุ่มเลือกผู้แทนนำเสนอผลงานหน้าชั้นเรียน
4. ครูให้นักเรียนทุกคนร่วมแสดงความคิดเห็นในชั้นเรียน

ขั้นสรุป

1. ให้นักเรียนร่วมกันสรุปผลงานของแต่ละกลุ่ม
2. ครูอธิบายและชี้แนะเพิ่มเติม และสอดแทรกการทำงานโดยใช้วัสดุอุปกรณ์อย่างคุ้มค่า
3. ครูให้นักเรียนทบทวนบทเรียน โดยศึกษาจากหนังสือคณิตศาสตร์พื้นฐานอุตสาหกรรม 1 หรือ
ทางอินเทอร์เน็ต และแก้ไขข้อบกพร่องของใบงานให้ถูกต้องแล้วส่งในเวลาที่กำหนด

สื่อและแหล่งการเรียนรู้

1. ใบงาน / แบบฝึกหัด
2. แผ่นใส
3. แผนภาพ
4. Power Point
5. หนังสือคณิตศาสตร์พื้นฐานอุตสาหกรรม 1

การวัดผลและประเมินผล

1. วิธีวัดและประเมินผล
 - 1.1 สังเกตจากการร่วมปฏิบัติกิจกรรม
 - 1.2 สังเกตจากการ ถาม- ตอบ
 - 1.3 ตรวจแบบฝึกหัด / ใบงาน
 - 1.4 ตรวจแบบทดสอบ

- 2. เครื่องมือวัดและประเมินผล
 - 2.1 ใบงาน /แบบฝึกหัด
 - 2.2 แบบทดสอบ
- 3. เกณฑ์การประเมินผล
 - 3.1 ตอบคำถามได้ถูกต้อง
 - 3.2 ทำใบงาน / แบบฝึกหัดถูกต้อง 60% ถือว่าผ่านเกณฑ์
 - 3.3 ทำแบบทดสอบถูกต้อง 60% ถือว่าผ่านเกณฑ์

บันทึกผลหลังการสอน

ผลการใช้แผนการเรียนรู้

.....

.....

.....

.....

ผลการเรียนของนักเรียน

.....

.....

.....

.....

.....

ผลการสอนของครู


.....

.....

.....

.....

.....

	แผนการจัดการเรียนรู้	หน่วยที่ 10
	วิชา คณิตศาสตร์พื้นฐานอุตสาหกรรม 1	สอนครั้งที่ 11
	ชื่อเรื่อง การคูณเมทริกซ์ด้วยเมทริกซ์	จำนวน 2 ชั่วโมง

หัวข้อเรื่อง

1. การคูณเมทริกซ์ด้วยเมทริกซ์
2. สมบัติของเมทริกซ์

สมรรถนะประจำหน่วยการเรียนรู้

คำนวณค่าเมทริกซ์โดยวิธีของการดำเนินการของเมทริกซ์

สาระสำคัญ

เมื่อ กำหนดให้เมทริกซ์ $A = [a_{ij}]_{m \times p}$ และ $B = [b_{ij}]_{p \times n}$

ผลคูณของเมทริกซ์ A และ B เขียนแทนด้วย AB ซึ่ง

$$AB = [c_{ij}]_{m \times n} \text{ เมื่อ } c_{ij} = a_{i1} b_{1j} + a_{i2} b_{2j} + a_{i3} b_{3j} + \dots + a_{ip} b_{pj}$$

จุดประสงค์การเรียนรู้

จุดประสงค์ปลายทาง

นักเรียนมีความรู้เรื่องการคูณเมทริกซ์ด้วยเมทริกซ์

จุดประสงค์นำทาง

1. คูณเมทริกซ์ด้วยเมทริกซ์ที่กำหนดให้ได้

เนื้อหาสาระ

การคูณเมทริกซ์ด้วยเมทริกซ์

นิยาม กำหนดให้เมทริกซ์ $A = [a_{ij}]_{m \times p}$ และ $B = [b_{ij}]_{p \times n}$

ผลคูณของเมทริกซ์ A และ B เขียนแทนด้วย AB ซึ่ง

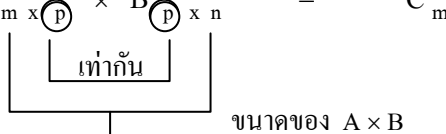
$$AB = [c_{ij}]_{m \times n} \text{ เมื่อ } c_{ij} = a_{i1} b_{1j} + a_{i2} b_{2j} + a_{i3} b_{3j} + \dots + a_{ip} b_{pj}$$

ข้อสังเกต กำหนดให้ A มีขนาด $m \times p$ และ B มีขนาด $p \times n$

A คูณ B ได้ ก็ต่อเมื่อ

1. จำนวนหลักของ A ต้องเท่ากับจำนวนแถวของ B
2. ขนาดของผลคูณ A กับ B จะเท่ากับ $m \times n$

$$A_{m \times \textcircled{p}} \times B_{\textcircled{p}} \times n = C_{m \times n}$$



สมบัติของเมทริกซ์

กำหนดให้ A, B, C, I เป็นเมทริกซ์ใด ๆ ที่สามารถนำมาบวกและคูณกันได้ และ k เป็นจำนวนจริงใด ๆ

$$\begin{aligned} 1) (kA)B &= k(AB) = A(kB) \\ 2) A(BC) &= (AB)C \\ 3) A(B+C) &= AB+AC \\ (B+C)A &= BA+CA \\ 4) AI &= IA = A \\ 5) A\underline{0} &= \underline{0}A = \underline{0} \end{aligned}$$

- ข้อสังเกต
1. AB ไม่จำเป็นต้องเท่ากับ BA
 2. ถ้า $AB = \underline{0}$ แล้ว A หรือ B ไม่จำเป็นต้องเท่ากับ $\underline{0}$
 3. ถ้า $AB = AC$ แล้ว B ไม่จำเป็นต้องเท่ากับ C

กิจกรรมการเรียนรู้การสอน

ขั้นนำ

ครูทบทวนเรื่อง การบวก การลบเมทริกซ์และการคูณจำนวนคงที่กับเมทริกซ์ โดยถาม – ตอบ นักเรียนเป็นรายบุคคล

ขั้นสอน

1. ครูอธิบายความรู้เรื่องการคูณเมทริกซ์ด้วยเมทริกซ์ โดยใช้แผ่นใส แผนภาพ และ Power Point

ประกอบคำบรรยาย

2. ให้นักเรียนปฏิบัติตามใบงาน 2.6 ในเวลาที่กำหนด
3. ให้นักเรียนนำเสนอผลงานหน้าชั้นเรียน

ขั้นสรุป

1. ครูสรุปผลงานของนักเรียนที่นำเสนอหน้าชั้นเรียนและอธิบายเพิ่มเติม โดยใช้สื่อ Power Point ซึ่งมีการสอดแทรกให้นักเรียนมีความซื่อสัตย์และรับผิดชอบ
2. ให้นักเรียนทบทวนบทเรียนและปฏิบัติตามใบงาน 2.6 ให้ครบสมบูรณ์และส่งในเวลาที่กำหนด

สื่อและแหล่งการเรียนรู้

1. ใบงาน / แบบฝึกหัด
2. แผ่นใส
3. แผ่นภาพ
4. Power Point
5. หนังสือคณิตศาสตร์พื้นฐานอุตสาหกรรม 1

การวัดผลและประเมินผล

1. วิธีวัดและประเมินผล
 - 1.1 สังเกตจากการร่วมปฏิบัติกิจกรรม
 - 1.2 สังเกตจากการ ถาม- ตอบ
 - 1.3 ตรวจสอบแบบฝึกหัด / ใบงาน
 - 1.4 ตรวจสอบแบบทดสอบ
2. เครื่องมือวัดและประเมินผล
 - 2.1 ใบงาน /แบบฝึกหัด
 - 2.2 แบบทดสอบ
3. เกณฑ์การประเมินผล
 - 3.1 ตอบคำถามได้ถูกต้อง
 - 3.2 ทำใบงาน / แบบฝึกหัดถูกต้อง 60% ถือว่าผ่านเกณฑ์
 - 3.3 ทำแบบทดสอบถูกต้อง 60% ถือว่าผ่านเกณฑ์

บันทึกผลหลังการสอน

ผลการใช้แผนการเรียนรู้

.....

.....

.....

.....

ผลการเรียนของนักเรียน

.....

.....

.....

.....

.....

ผลการสอนของครู


.....

.....

.....

.....

.....

	แผนการจัดการเรียนรู้	หน่วยที่ 11
	วิชา คณิตศาสตร์พื้นฐานอุตสาหกรรม 1	สอนครั้งที่ 12 - 13
	ชื่อเรื่อง เมทริกซ์สลับเปลี่ยน	จำนวน 4 ชั่วโมง

หัวข้อเรื่อง

1. เมทริกซ์สลับเปลี่ยน

สมรรถนะประจำหน่วยการเรียนรู้

คำนวณค่าเมทริกซ์โดยวิธีของการดำเนินการของเมทริกซ์

สาระสำคัญ

เมื่อ กำหนดให้ $A = [a_{ij}]_{m \times n}$ เมทริกซ์สลับเปลี่ยนของ A เขียนแทนด้วย

$$\text{สัญลักษณ์ } A^T \text{ หรือ } A^t \text{ เมื่อ } A^T = [a_{ji}]_{n \times m}$$

จุดประสงค์การเรียนรู้

จุดประสงค์ปลายทาง

นักเรียนมีความรู้เรื่อง เมทริกซ์สลับเปลี่ยน

จุดประสงค์นำทาง

1. หาเมทริกซ์สลับเปลี่ยนของเมทริกซ์ที่กำหนดให้ได้
2. ประยุกต์ใช้เมทริกซ์ในการแก้ปัญหาต่าง ๆ ได้

เนื้อหาสาระ

เมทริกซ์สลับเปลี่ยน

นิยาม กำหนดให้ $A = [a_{ij}]_{m \times n}$ เมทริกซ์สลับเปลี่ยนของ A เขียนแทนด้วย

$$\text{สัญลักษณ์ } A^T \text{ หรือ } A^t \text{ เมื่อ } A^T = [a_{ji}]_{n \times m}$$

ข้อสังเกต เมื่อ A เป็นเมทริกซ์ขนาด $m \times n$

1. A^T เป็นเมทริกซ์มีขนาด $n \times m$
2. A^T เป็นเมทริกซ์ที่เกิดจากการสลับระหว่างสมาชิกในแถวกับหลักของเมทริกซ์

ริกซ์

สมบัติของเมทริกซ์สลับเปลี่ยน

กำหนดให้ A และ B เป็นเมทริกซ์ใด ๆ ที่สามารถนำมาบวกหรือคูณกันได้ k จำนวนจริงใด ๆ มีสมบัติต่อไปนี้

- 1) $(A^T)^T = A$
- 2) $(kA)^T = kA^T$
- 3) $(A+B)^T = A^T + B^T$
- 4) $(AB)^T = B^T A^T$

กิจกรรมการเรียนรู้การสอน

ขั้นนำ

ครูทบทวนบทเรียนเรื่องเมทริกซ์ โดยการถาม – ตอบ และให้นักเรียนตอบคำถามเป็นรายบุคคล

ขั้นสอน

1. ครูอธิบายความรู้เรื่องเมทริกซ์สลับเปลี่ยน โดยใช้แผ่นใส แผนภาพ และ Power Point ประกอบการอธิบาย
2. ครูให้นักเรียนแต่ละกลุ่มร่วมกันปฏิบัติตามใบงาน 2.7 ในเวลาที่กำหนด
3. ให้แต่ละกลุ่มนำเสนอผลรวมหน้าชั้นเรียน

ขั้นสรุป

1. ครูและนักเรียนร่วมกันอภิปราย ตรวจสอบความถูกต้องและปรบมือให้กำลังใจผู้นำเสนอ

ผลงาน

2. ผู้เรียนทำแบบทดสอบหลังเรียน

สื่อและแหล่งการเรียนรู้

1. ใบงาน / แบบฝึกหัด
2. แผ่นใส
3. แผนภาพ
4. Power Point
5. หนังสือคณิตศาสตร์พื้นฐานอุตสาหกรรม 1
การวัดผลและประเมินผล

1. วิธีวัดและประเมินผล
 - 1.1 สังเกตจากการร่วมปฏิบัติกิจกรรม
 - 1.2 สังเกตจากการ ถาม- ตอบ
 - 1.3 ตรวจสอบแบบฝึกหัด / ใบงาน
 - 1.4 ตรวจสอบทดสอบ
2. เครื่องมือวัดและประเมินผล
 - 2.1 ใบงาน /แบบฝึกหัด
 - 2.2 แบบทดสอบ
3. เกณฑ์การประเมินผล
 - 3.1 ตอบคำถามได้ถูกต้อง
 - 3.2 ทำใบงาน / แบบฝึกหัดถูกต้อง 60% ถือว่าผ่านเกณฑ์
 - 3.3 ทำแบบทดสอบถูกต้อง 60% ถือว่าผ่านเกณฑ์

บันทึกผลหลังการสอน

ผลการใช้แผนการเรียนรู้

.....

.....

.....

ผลการเรียนของนักเรียน

.....

.....


.....

ผลการสอนของครู

.....

.....

.....

	แผนการจัดการเรียนรู้	หน่วยที่ 12
	วิชา คณิตศาสตร์พื้นฐานอุตสาหกรรม 1	สอนครั้งที่ 14 - 15
	ชื่อเรื่อง ดีเทอร์มิแนนต์	จำนวน 4 ชั่วโมง

หัวข้อเรื่อง

1. ความหมายของดีเทอร์มิแนนต์
2. ดีเทอร์มิแนนต์อันดับสอง
3. ดีเทอร์มิแนนต์อันดับสาม

สมรรถนะประจำหน่วยการเรียนรู้

คำนวณค่าดีเทอร์มิแนนต์โดยใช้วิธีดำเนินการของเมทริกซ์

สาระสำคัญ

ดีเทอร์มิแนนต์ คือ กลุ่มของจำนวนจริงที่เขียนเรียงกันคล้ายรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสอยู่ภายในเส้นโค้งสองเส้น

จำนวนแต่ละจำนวนที่อยู่ภายในเส้นโค้งนั้น เรียกว่า สมาชิกของดีเทอร์มิแนนต์

เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ $|A|$ หรือ $\det A$

การหาค่าของดีเทอร์มิแนนต์อันดับสอง

$$\det A = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix} = a_1 b_2 - a_2 b_1$$

ดีเทอร์มิแนนต์อันดับสาม

$$\det A = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix} = a_1 b_2 c_3 + b_1 c_2 a_3 + c_1 a_2 b_3 - a_3 b_2 c_1 - b_3 c_2 a_1 - c_3 a_2 b_1$$

จุดประสงค์การเรียนรู้

จุดประสงค์ปลายทาง

นักเรียนมีความรู้เรื่องดีเทอร์มิแนนต์

จุดประสงค์นำทาง

1. บอกความหมายของดีเทอร์มิแนนต์ได้
2. หาค่าดีเทอร์มิแนนต์ของเมทริกซ์ได้
3. หาค่าดีเทอร์มิแนนต์อันดับสองที่กำหนดให้ได้
4. หาค่าดีเทอร์มิแนนต์อันดับสามที่กำหนดให้ได้
5. หาค่าดีเทอร์มิแนนต์โดยใช้สมบัติของดีเทอร์มิแนนต์ได้

เนื้อหาสาระ

ความหมายของดีเทอร์มิแนนต์

ถ้า A เป็นเมทริกซ์จัตุรัสซึ่งมีขนาด $n \times n$ เขียนแทนด้วย $A = [a_{ij}]_{n \times n}$ โดยที่ a_{ij} เป็นจำนวนจริง เราสามารถหาค่าของจำนวนจริงจากเมทริกซ์ได้ และเรียกจำนวนจริงเหล่านั้นว่า ดีเทอร์มิแนนต์

ดีเทอร์มิแนนต์ คือ กลุ่มของจำนวนจริงที่เขียนเรียงกันคล้ายรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสอยู่ภายในเส้นตั้งสองเส้น จำนวนแต่ละจำนวนที่อยู่ภายในเส้นตั้งนั้น เรียกว่า สมาชิกของดีเทอร์มิแนนต์

ดีเทอร์มิแนนต์ของ A เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ $|A|$ หรือ $\det A$

ดีเทอร์มิแนนต์อันดับสอง

ดีเทอร์มิแนนต์อันดับสอง ประกอบด้วยสมาชิก 4 จำนวน สมาชิกเรียงกันเป็นสองหลักสองแถว ดังนี้

การหาค่าของดีเทอร์มิแนนต์อันดับสอง

$$\begin{array}{cc} a_1 & b_2 \\ | & | \\ & \end{array}$$

กำหนดให้ $A = \begin{bmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{bmatrix}$ แล้ว $\det A$ หาได้ดังนี้

$$\begin{aligned} \det A &= \begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix} \\ &= a_1 b_2 - a_2 b_1 \end{aligned}$$

ดีเทอร์มิแนนต์อันดับสาม

ดีเทอร์มิแนนต์อันดับสาม ประกอบด้วยสมาชิก 9 จำนวน สมาชิกเรียงกันเป็นสามหลักสามแถว ดังนี้

$$\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \end{vmatrix}$$

การหาค่าของดีเทอร์มิแนนต์อันดับสาม

วิธีหาค่าดีเทอร์มิแนนต์อันดับสามข้างต้น อาจทำได้โดยนำหลักที่ 1 และ หลักที่ 2 มาเขียนต่อท้ายจากหลักที่ 3 ดังนี้

$$\det A = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 & a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 & a_2 & b_2 \end{vmatrix}$$
$$= a_1b_2c_3 + b_1c_2a_3 + c_1a_2b_3 - a_3b_2c_1 - b_3c_2a_1 - c_3a_2b_1$$

สรุปได้ว่า

ค่าดีเทอร์มิแนนต์อันดับสาม = ผลรวมของผลคูณของสมาชิกในแนวทแยงลง - ผลรวมของผลคูณสมาชิกในแนวทแยงขึ้น

หรือ ดีเทอร์มิแนนต์เท่ากับผลรวมของผลคูณของสมาชิกในแนวทแยงมุมจากซ้ายไปขวา โดยคูณทแยงลงได้เครื่องหมายคงเดิม คูณทแยงขึ้นได้เครื่องหมายตรงกันข้าม

กิจกรรมการเรียนรู้การสอน

ขั้นนำ

1. ครูแจ้งจุดประสงค์หน่วยที่ 3 เรื่องดีเทอร์มิแนนต์ ให้ผู้เรียนรับทราบ
2. ให้นักเรียนทำแบบทดสอบก่อนเรียน แล้วแบ่งกลุ่มนักเรียนออกเป็น 3 กลุ่ม คือ กลุ่มที่ได้

คะแนนสูง

ปานกลาง และต่ำ หลังจากนั้นให้นักเรียนแบ่งกลุ่ม กลุ่มละ 5-6 คน โดยแต่ละกลุ่มมีนักเรียน

ที่มี

ความสามารถครบทั้ง 3 กลุ่ม

ขั้นสอน

1. ครูอธิบายความรู้ประกอบแผ่นใส Power point เรื่อง ดีเทอร์มิแนนต์
2. ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มร่วมกันทำกิจกรรมพัฒนาผู้เรียนข้อ 1.1 , 1.3 , 2.1 และ 2.2
3. ให้ผู้เรียนแต่ละกลุ่มส่งตัวแทน นำเสนอผลงานหน้าชั้นเรียน
4. ให้ผู้เรียนแต่ละกลุ่มแลกเปลี่ยนความคิดเห็น โดยการอภิปรายซักถาม

ขั้นสรุป

1. ครูสรุปผลงานของนักเรียนแต่ละกลุ่ม พร้อมอธิบายและชี้แนะเพิ่มเติม
2. ครูสอดแทรกเรื่อง ความซื่อสัตย์ หลีกเลี่ยงจากสารเสพติด
3. ครูให้นักเรียนทบทวนบทเรียน โดยศึกษาจากหนังสือคณิตศาสตร์พื้นฐานอุตสาหกรรม 1 และทำแบบฝึกหัดส่งในเวลาที่กำหนด

สื่อและแหล่งการเรียนรู้

1. ใบงาน / แบบฝึกหัด
2. แผ่นใส
3. Power Point
4. หนังสือคณิตศาสตร์พื้นฐานอุตสาหกรรม 1

การวัดผลและประเมินผล

1. วิธีวัดและประเมินผล
 - 1.1 สังเกตจากการร่วมปฏิบัติกิจกรรม
 - 1.2 สังเกตจากการ ถาม- ตอบ
 - 1.3 ตรวจสอบแบบฝึกหัด / ใบงาน
 - 1.4 ตรวจสอบแบบทดสอบ

- 2. เครื่องมือวัดและประเมินผล
 - 2.1 ใบงาน /แบบฝึกหัด
 - 2.2 แบบทดสอบ
- 3. เกณฑ์การประเมินผล
 - 3.1 ตอบคำถามได้ถูกต้อง
 - 3.2 ทำใบงาน / แบบฝึกหัดถูกต้อง 60% ถือว่าผ่านเกณฑ์
 - 3.3 ทำแบบทดสอบถูกต้อง 60% ถือว่าผ่านเกณฑ์

บันทึกผลหลังการสอน

ผลการใช้แผนการเรียนรู้

.....

.....

.....

.....

ผลการเรียนของนักเรียน

.....

.....

.....

.....


ผลการสอนของครู

.....

.....

.....

.....

	แผนการจัดการเรียนรู้	หน่วยที่ 13
	วิชา คณิตศาสตร์พื้นฐานอุตสาหกรรม 1	สอนครั้งที่ 16 - 17
	ชื่อเรื่อง การแก้ระบบสมการเชิงเส้นโดยใช้ดีเทอร์มิแนนต์	จำนวน 4 ชั่วโมง

หัวข้อเรื่อง

1. สมบัติของดีเทอร์มิแนนต์
2. การแก้ระบบสมการเชิงเส้นโดยใช้ดีเทอร์มิแนนต์

สมรรถนะประจำหน่วยการเรียนรู้

คำนวณค่าดีเทอร์มิแนนต์โดยใช้วิธีดำเนินการของเมทริกซ์

สาระสำคัญ

1. สมบัติของดีเทอร์มิแนนต์มีหลากหลายซึ่งช่วยให้การคำนวณดีเทอร์มิแนนต์ได้ถูกต้องและรวดเร็ว
2. การแก้ระบบสมการเชิงเส้นสามารถหาค่าตัวแปร x, y และ z โดย

$$x = \frac{D_x}{D}, \quad y = \frac{D_y}{D}, \quad z = \frac{D_z}{D}$$

จุดประสงค์การเรียนรู้

จุดประสงค์ปลายทาง

นักเรียนมีความรู้เกี่ยวกับสมบัติของดีเทอร์มิแนนต์และการแก้ระบบสมการเชิงเส้นไม่เกินสามตัวแปร โดยใช้ดีเทอร์มิแนนต์

จุดประสงค์นำทาง

1. แก้ระบบสมการเชิงเส้นไม่เกินสามตัวแปรโดยใช้ดีเทอร์มิแนนต์ได้
2. ประยุกต์การแก้ระบบสมการเชิงเส้นไปใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์ที่เกี่ยวข้องได้

เนื้อหาสาระ

สมบัติของดีเทอร์มิแนนต์

1. ถ้า A เป็นเมทริกซ์ที่มีสมาชิกในแถวใด แถวหนึ่งหรือหลักใดหลักหนึ่ง มีค่าเป็น 0 ทุกตัว แล้ว $\det A = 0$
2. ถ้าสมาชิกในสองแถวใด ๆ หรือสองหลักใด ๆ ของเมทริกซ์ A มีค่าเท่ากันแล้ว $\det A = 0$
3. ถ้า A เป็นเมทริกซ์ที่มีสมาชิกในแถว (หรือหลัก) เป็น k เท่าของอีกแถว (หรือหลัก) หนึ่ง โดยที่ $k \neq 0$ แล้ว $\det A = 0$
4. ถ้าเมทริกซ์ B ได้จากการสลับ 2 แถวใด ๆ (หรือ 2 หลักใด ๆ) ของ A แล้ว $\det B = -\det A$
5. ถ้าเมทริกซ์ B ได้จากการนำจำนวน k คูณแถวใดแถวหนึ่ง หรือหลักใดหลักหนึ่ง

ของ A แล้ว $\det B = k \det A$

- ถ้า A เป็นเมทริกซ์จัตุรัส มีขนาด $n \times n$ และ k เป็นจำนวนจริงใดๆ แล้ว $\det(kA) = k^n \det A$
- ถ้า A และ B เป็นเมทริกซ์จัตุรัสมีขนาดเท่ากันแล้ว $\det(AB) = \det A \times \det B$
- ถ้า A เป็นเมทริกซ์สามเหลี่ยมใดๆ แล้ว $\det A$ เท่ากับผลคูณของสมาชิกในตำแหน่งเส้นทแยงมุมหลัก
- ดีเทอร์มิแนนต์ของเมทริกซ์สลับเปลี่ยนใด มีค่าเท่ากับ ดีเทอร์มิแนนต์ของเมทริกซ์นั้นเสมอ นั่นคือ $\det A^T = \det A$

การแก้ระบบสมการเชิงเส้นโดยใช้ดีเทอร์มิแนนต์

1. การแก้ระบบสมการเชิงเส้นของตัวแปรโดยใช้ดีเทอร์มิแนนต์

ให้ x, y เป็นตัวแปรของระบบสมการ

$$\begin{array}{rcl} a_1 x + b_1 y = c_1 & \longrightarrow & \textcircled{1} \\ a_2 x + b_2 y = c_2 & \longrightarrow & \textcircled{2} \end{array}$$

หาค่า x และ y โดย

$$x = \frac{D_x}{D}, \quad y = \frac{D_y}{D} \quad \text{เมื่อ } D \neq 0$$

2. การแก้ระบบสมการเชิงเส้นสามตัวแปรโดยใช้ดีเทอร์มิแนนต์

ให้ x, y และ z เป็นตัวแปรของระบบสมการ

$$\begin{array}{rcl} a_1 x + b_1 y + c_1 z = d_1 & \text{—————} & \textcircled{1} \\ a_2 x + b_2 y + c_2 z = d_2 & \text{—————} & \textcircled{2} \\ a_3 x + b_3 y + c_3 z = d_3 & \text{—————} & \textcircled{3} \end{array}$$

หาค่า x, y, z โดย

$$x = \frac{D_x}{D}, \quad y = \frac{D_y}{D}, \quad z = \frac{D_z}{D} \quad \text{เมื่อ } D \neq 0$$

กิจกรรมการเรียนรู้การสอน

ขั้นนำ

ครูทบทวนบทเรียนเรื่องเมทริกซ์ โดยการถาม – ตอบ และให้นักเรียนตอบคำถามเป็นรายบุคคล

ขั้นสอน

- ครูอธิบายความรู้เรื่องการแก้ระบบสมการเชิงเส้นโดยใช้ดีเทอร์มิแนนต์ โดยใช้แผ่นใส แผนภาพ และ Power Point ประกอบการอธิบาย

2. ครูให้นักเรียนแต่ละกลุ่มร่วมกันปฏิบัติตามใบงาน 3.1 ในเวลาที่กำหนด
3. ให้แต่ละกลุ่มนำเสนอผลรวมหน้าชั้นเรียน

ขั้นสรุป

1. ครูและนักเรียนร่วมกันอภิปราย ตรวจสอบความถูกต้องและปรับมือให้กำลังใจผู้นำเสนอ

ผลงาน

2. ผู้เรียนทำแบบทดสอบหลังเรียน

สื่อและแหล่งการเรียนรู้

1. ใบงาน / แบบฝึกหัด
2. แผ่นใส
3. แผ่นภาพ
4. Power Point
5. หนังสือคณิตศาสตร์พื้นฐานอุตสาหกรรม 1

การวัดผลและประเมินผล

1. วิธีวัดและประเมินผล
 - 1.1 สังเกตจากการร่วมปฏิบัติกิจกรรม
 - 1.2 สังเกตจากการ ถาม- ตอบ
 - 1.3 ตรวจสอบแบบฝึกหัด / ใบงาน
 - 1.4 ตรวจสอบแบบทดสอบ
2. เครื่องมือวัดและประเมินผล
 - 2.1 ใบงาน /แบบฝึกหัด
 - 2.2 แบบทดสอบ
3. เกณฑ์การประเมินผล
 - 3.1 ตอบคำถามได้ถูกต้อง
 - 3.2 ทำใบงาน /แบบฝึกหัดถูกต้อง 60% ถือว่าผ่านเกณฑ์
 - 3.3 ทำแบบทดสอบถูกต้อง 60% ถือว่าผ่านเกณฑ์

บันทึกผลหลังการสอน

ผลการใช้แผนการเรียนรู้

.....

.....

.....

.....

ผลการเรียนของนักเรียน

.....

.....

.....

.....

ผลการสอนของครู

.....

.....

.....

.....