# แผนการจัดการเรียนรู้แบบบูรณาการที่ 1

**หน่วยที่** -

**รหัสวิชา** 2000-5102 **วิชา** คณิตศาสตร์ในงานอุตสาหกรรม **สอนครั้งที่** 1-3

**ชื่อหน่วย** ปฐมนิเทศ **จำนวนชั่วโมง** 3 ช.ม.

**เรื่อง** ปฐมนิเทศ

## สาระสำคัญ

การที่นักศึกษาได้ทราบความสำคัญของวิชาคณิตศาสตร์ในงานอุตสาหกรรม มีความรู้ความเข้าใจสาระ มาตรฐาน การเรียนรู้และคำอธิบายรายวิชา การวัดผลและการประเมินผล รายละเอียดต่างๆ เกี่ยวกับการเรียนการสอน เพื่อทำให้นักศึกษาทราบแนวทางการเรียนและเตรียมประพฤติปฏิบัติตนได้ถูกต้อง รวมทั้งวางแผนการเรียนได้ อันจะส่งผลให้การเรียนการสอนประสบความสำเร็จ ตลอดจนมีคุณธรรม จริยธรรม ค่านิยม และคุณลักษณะอัน พึงประสงค์ บูรณาการลงในการเรียนการสอน

## จุดประสงค์การเรียนรู้

1. มีความรู้ความเข้าใจความสำคัญของวิชาคณิตศาสตร์ในงานอุตสาหกรรม และมีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับสาระ มาตรฐานการเรียนรู้และคำอธิบายรายวิชา การวัดผลและประเมินผลวิชาคณิตศาสตร์ในงานอุตสาหกรรม ตลอดจนมีความเข้าใจถึงการเรียนการสอน ตลอดจนการประพฤติปฏิบัติตนในการเรียนได้
2. เพื่อทราบพื้นฐานความรู้นักศึกษาก่อนเรียน
3. มีการพัฒนาคุณธรรม จริยธรรม ค่านิยม และคุณลักษณะอันพึงประสงค์ที่อาจารย์สามารถสังเกตเห็นได้ในด้านความมีมนุษยสัมพันธ์ ความมีวินัย ความรับผิดชอบ ความเชื่อมั่นในตนเอง ความสนใจใฝ่รู้ ความรักสามัคคี ความกตัญญูกตเวที

## เนื้อหาสาระ

1. แนะนำการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ในงานอุตสาหกรรม
2. การประเมินผลการเรียนรู้ก่อนเรียน

## กิจกรรมการเรียนรู้

**ขั้นนำเข้าสู่บทเรียน**

1. อาจารย์ทักทายนักศึกษา และแนะนำตนเองให้นักศึกษาทราบ และนักศึกษาแนะนำตนเอง

**ขั้นสอน**

2. นักศึกษาร่วมกันอภิปรายเกี่ยวกับความสำคัญของวิชาคณิตศาสตร์ ว่าเกี่ยวข้องในชีวิตประจำวันอย่างไร ปัญหาการเรียนวิชาคณิตศาสตร์อย่างกว้างๆ และการศึกษาวิชานี้ประสบผลสำเร็จได้อย่างไร
3. อาจารย์แจกสังเขปวิชาคณิตศาสตร์ในงานอุตสาหกรรม แล้วให้นักศึกษา ศึกษาและทำความเข้าใจร่วมกัน

4. นักศึกษารับฟังคำชี้แจงเนื้อหาวิชาที่จะเรียน จุดประสงค์รายวิชาและการปฏิบัติตนในขณะที่เรียน การวัดผลและประเมินผล คุณธรรม จริยธรรม ค่านิยม และคุณลักษณะอันพึงประสงค์ที่บูรณาการลงในการเรียนการสอน
5. นักศึกษาซักถามปัญหาข้อสงสัยและร่วมกันอภิปราย เสนอแนะเพื่อหาแนวทางในการเรียนรู้ร่วมกันในวิชาคณิตศาสตร์ในงานอุตสาหกรรม
6. นักศึกษาทำแบบประเมินผลการเรียนรู้ก่อนเรียน
7. นักศึกษาตรวจแบบประเมินผลการเรียนรู้ด้วยตนเองตามที่อาจารย์เฉลย เสร็จแล้วส่งอาจารย์

**ขั้นสรุปและการประยุกต์**

8. อาจารย์และนักศึกษาช่วยกันสรุปสาระมาตรฐานการเรียนรู้ และการวัดผลการประเมินผลตลอดจนคุณธรรม จริยธรรม ค่านิยม และคุณลักษณะอันพึงประสงค์ที่บูรณาการในการเรียนการสอนของวิชาคณิตศาสตร์ในงานอุตสาหกรรม

## สื่อและแหล่งการเรียนรู้

1. หนังสือเรียนวิชา คณิตศาสตร์ในงานอุตสาหกรรม (2000-5102) ของสำนักพิมพ์เอมพันธ์
2. แบบประเมินผลการเรียนรู้ก่อนเรียน

## การวัดผลและการประเมินผล

**วิธีวัดผล**

1. สังเกตพฤติกรรมการปฏิบัติงานรายบุคคล
2. สังเกตพฤติกรรมการเข้าร่วมกิจกรรมกลุ่ม
3. ตรวจแบบประเมินผลการเรียนรู้ก่อนเรียน/หลังเรียน
4. การสังเกตและประเมินผลพฤติกรรมด้านคุณธรรม จริยธรรม ค่านิยม และคุณลักษณะอันพึงประสงค์

**เครื่องมือวัดผล**

1. แบบสังเกตพฤติกรรมการปฏิบัติงานรายบุคคล
2. แบบสังเกตพฤติกรรมการเข้าร่วมกิจกรรมกลุ่ม
3. แบบประเมินผลการเรียนรู้ก่อนเรียน/หลังเรียน
4. แบบประเมินคุณธรรม จริยธรรม ค่านิยม และคุณลักษณะอันพึงประสงค์ โดยอาจารย์และนักศึกษาร่วมกันประเมิน

**เกณฑ์การประเมินผล**

1. แบบสังเกตพฤติกรรมการปฏิบัติงานรายบุคคล เกณฑ์ผ่าน ต้องไม่มีช่องปรับปรุง
2. แบบสังเกตพฤติกรรมการเข้าร่วมกิจกรรมกลุ่ม เกณฑ์ผ่าน 50% ขึ้นไป
3. แบบประเมินผลการเรียนรู้ก่อนเรียน/หลังเรียน เกณฑ์ผ่าน ทำถูกต้อง 50% ขึ้นไป
4. แบบประเมินคุณธรรม จริยธรรม ค่านิยม และคุณลักษณะอันพึงประสงค์ คะแนนขึ้นอยู่กับการประเมินตามสภาพจริง

## บันทึกหลังการสอน□

**ข้อสรุปหลังการสอน**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

**ปัญหาที่พบ**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

**แนวทางแก้ปัญหา**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

## แบบประเมินผลการเรียนรู้ก่อนเรียน/หลังเรียน

**คำสั่ง จงเลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุด**

1. ข้อใดต่อไปนี้**เป็นจริง** ถ้า a, b, m และ n เป็นจำนวนจริงใดๆ

   ก. $a^{n-m} = \frac{a^m}{a^n}$ ข. $a^m \cdot b^n = (ab)^{mn}$

   ค. $(a^m + a^n) = a^{m+n}$ ง. $\left(\frac{a}{b}\right)^m = a^m b^{-m}$

2. ข้อใดต่อไปนี้**เป็นจริง**

   ก. $9^x + 3^x = 3^{3x}$ ข. $9^{x+y} = 3^{2x} \cdot 3^{2y}$

   ค. $3^{3x} = 9^x$ ง. $9^x \cdot 3^x = 9^{2x}$

3. ข้อใดต่อไปนี้ถูก

   ก. $y = a^x$, $a \geq 0$ และ $a \neq 1$ เป็นฟังก์ชันเอ็กซ์โปเนนเชียล

   ข. $y = \left(\frac{4}{3}\right)^x$ เป็นฟังก์ชันลด

   ค. เรนจ์ของฟังก์ชันเอ็กซ์โปเนนเชียลเป็นเซตของจำนวนจริงบวก

   ง. กราฟของฟังก์ชันลอการิทึมจะผ่านจุด (0, 1) เสมอ

4. ถ้ากำหนดสมการ $\log_{13}169 + \log_3 27^x = 0$ แล้วค่าของ x ตรงกับข้อใด

   ก. $-\frac{2}{3}$ ข. $-\frac{3}{2}$

   ค. $\frac{2}{3}$ ง. $\frac{3}{2}$

5. $y = \log_2 x$ ข้อใดถูกต้อง

   ก. กราฟของฟังก์ชันลอการิทึม เป็นฟังก์ชันเพิ่ม

   ข. กราฟของฟังก์ชันลอการิทึม ผ่านจุด (1, 0)

   ค. กราฟของฟังก์ชันลอการิทึม ผ่านจุด (2, 1)

   ง. ถูกทุกข้อ

6. ข้อใด**ไม่**ถูกต้อง

   ก. $\log_a MN = \log_a M + \log_a N$ ข. $\log_a \frac{M}{N} = \log_a M - \log_a N$

   ค. $\log_a MN = \log_a M \cdot \log_a N$ ง. $P\log_a M = \log_a MP$

7. ค่าของ $\log_3 9 \cdot \log_2 8 + \log_5 25 \cdot \log_7 49$ ตรงกับข้อใด

   ก. 10 ข. 13

   ค. 24 ง. 36

8. ข้อใดต่อไปนี้**ไม่**ถูกต้อง

ก. มุม $45^\circ$ เท่ากับมุม $\frac{\pi}{4}$ เรเดียน

ข. มุม $210^\circ$ เท่ากับ $\frac{7\pi}{6}$

ค. มุม $\frac{2\pi}{3}$ เท่ากับมุม $120^\circ$

ง. มุม $\frac{5\pi}{4}$ เรเดียนเท่ากับมุม $220^\circ$

9. $\text{cosec}\ 330^\circ$ มีค่าตรงกับข้อใด

ก. -2

ข. $-\frac{1}{2}$

ค. $\frac{1}{2}$

ง. 2

10. $\sin\frac{4\pi}{3}$ มีค่าตรงกับข้อใด

ก. $-\frac{1}{2}$

ข. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$

ค. $\frac{1}{2}$

ง. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

11. กำหนดให้ $\hat{B} = 120^\circ$, $a = 3$ เซนติเมตร และ $c = 5$ เซนติเมตร จงหาค่าของ b

ก. $\sqrt{30}$

ข. $\sqrt{35}$

ค. $\sqrt{39}$

ง. $\sqrt{49}$

12. ข้อใดต่อไปนี้**ไม่**ถูกต้อง

ก. $\binom{7}{3} = \binom{7}{4}$

ข. $3! + 5! = 8!$

ค. $\binom{6}{0} = 0!$

ง. ถ้า $\binom{n}{3} = 56$ แล้ว $n + 1 = 9$

13. จงหาพจน์ที่ 5 ของ $(2a + b)^8$

ก. $2a^4b^4$

ข. $16a^4b^4$

ค. $70a^4b^4$

ง. $1120a^4b^4$

14. จงใช้ทฤษฎีบททวินามหาค่าของ $(4.01)^4$ (ตอบทศนิยมไม่เกิน 4 ตำแหน่ง)

ก. 256.0096

ข. 256.5696

ค. 258.0096

ง. 258.5696

15. ข้อใดเป็นฟังก์ชันตรรกยะชนิดเศษส่วนแท้

ก. $\frac{3x+5}{5x+2}$

ข. $\frac{5x^2+3x-4}{x^2+2x+1}$

ค. $\frac{5x-3}{3x^2+4x-7}$

ง. $\frac{x^5}{(x+2)(x-3)}$

16. จงแยกฟังก์ชันตรรกยะต่อไปนี้ให้เป็นเศษส่วนย่อย $\frac{8x-19}{(x+2)(x+5)}$

ก. $\frac{5}{x+2}-\frac{3}{x-5}$ ข. $\frac{5}{x+2}+\frac{3}{x-5}$

ค. $\frac{5}{x-2}-\frac{3}{x+5}$ ง. $\frac{5}{x-2}+\frac{3}{x+5}$

17. จงแยกฟังก์ชันตรรกยะต่อไปนี้ให้เป็นเศษส่วนย่อย $\frac{x^3+2x+3}{x^4+x^2-2}$

ก. $\frac{1}{x-1}+\frac{1}{x^2+2}$ ข. $\frac{1}{x+1}+\frac{1}{x^2+2}$

ค. $\frac{1}{x-1}-\frac{1}{x^2+2}$ ง. $\frac{1}{x+1}-\frac{1}{x^2+2}$

18. ข้อใดต่อไปนี้ไม่ใช่เมทริกซ์

ก. $[\,a\,]$ ข. $\begin{bmatrix}0\\a\end{bmatrix}$

ค. $[\,0 \quad 0\,]$ ง. $\{\,a\,\}$

19. กำหนดให้ $A=\begin{bmatrix}2x-1 & 4\\ -5 & 5\end{bmatrix}$ และ $B=\begin{bmatrix}3 & 4\\ x-y & 5\end{bmatrix}$ ค่าของ x และ y ที่ทำให้ $A=B$ ตรงกับข้อใด

ก. $x=2,\ y=7$ ข. $x=7,\ y=2$

ค. $x=-7,\ y=-1$ ง. $x=2,\ y=-7$

20. ถ้า A, B และ C เป็นเมทริกซ์ใด ข้อความใดต่อไปนี้**เป็นเท็จ**

ก. $A(B+C)=AB+AC$ ข. $A(BC)=(AB)C$

ค. $AB=BA$ ง. ถ้า $B=C$ แล้ว $AB=AC$

กำหนด $A=\begin{bmatrix}1 & 2\\ -1 & 2\end{bmatrix}$, $B=\begin{bmatrix}2 & -1\\ -1 & 3\end{bmatrix}$ และ $C=\begin{bmatrix}-1 & 0\\ 0 & -1\end{bmatrix}$

21. ถ้า $x=(A+B)-C$ แล้ว $x^{-1}$ ตรงกับข้อใด

ก $\begin{bmatrix}3/13 & -1/26\\ -1/13 & 2/13\end{bmatrix}$ ข. $\begin{bmatrix}3/13 & -1/26\\ 1/13 & 2/13\end{bmatrix}$

ค. $\begin{bmatrix}4 & 1\\ -2 & 6\end{bmatrix}$ ง. $\begin{bmatrix}4 & -1\\ 2 & 6\end{bmatrix}$

22. ถ้า $A = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ -3 & 0 \end{bmatrix}$ และ $B = \begin{bmatrix} 1 & -3 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$ จงหา $(AB)^t$

ก. $\begin{bmatrix} 3 & 5 \\ -3 & 9 \end{bmatrix}$ ข. $\begin{bmatrix} 3 & 5 \\ -6 & 0 \end{bmatrix}$

ค. $\begin{bmatrix} 3 & -3 \\ 5 & 9 \end{bmatrix}$ ง. $\begin{bmatrix} 3 & -6 \\ 5 & 0 \end{bmatrix}$

23. ข้อใดเป็นอินเวอร์สการบวกของเมทริกซ์ $\begin{bmatrix} 1 & 3 \\ -4 & 2 \end{bmatrix}$

ก. $\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ ข. $\begin{bmatrix} -1 & -3 \\ 4 & -2 \end{bmatrix}$

ค. $\begin{bmatrix} 1 & 4 \\ -3 & 2 \end{bmatrix}$ ง. $\begin{bmatrix} -1 & 3 \\ -2 & -4 \end{bmatrix}$

24. กำหนดให้ $A = \begin{bmatrix} -2 & -2 \\ 3 & -1 \end{bmatrix}$ และ $B = \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$ ค่าของ det(AB) ตรงกับข้อใด

ก. 2 ข. 4

ค. 6 ง. 8

25. กำหนดให้ $A = \begin{bmatrix} -1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 0 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 0 & 0 & -2 & 6 & 7 \\ 0 & 0 & 0 & 4 & 8 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -5 \end{bmatrix}$ จงหาค่าของ det(A)

ก. -120 ข. -60

ค. 60 ง. 120

26. กำหนด $A = \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$ จงหา $M_{12} + C_{21}$

ก. -5 ข. -3

ค. 3 ง. 5

27. ถ้า $2x + 3y = 8$ และ $x - 2y + 3 = 0$ แล้วค่าของ $x + y$ ตรงกับข้อใด

ก. 1 ข. 2

ค. 3 ง. 5

28. ถ้ากำหนดระบบสมการเชิงเส้น

$$3x + y = 7$$
$$x - z = 0$$
$$y - 2x + 8 = 0$$

แล้วค่าของ $x + y$ ตรงกับข้อใด

ก. 1 ข. -1

ค. -2 ง. 3

29. ถ้ากำหนดระบบสมการเชิงเส้น

$$x + 3y + 3z = 7$$
$$-2x - 6y - 2z = 4$$
$$y + z = 6$$

แล้วค่าของ $x + z$ ตรงกับข้อใด

ก. -16 ข. -14

ค. 4 ง. 6

30. ระยะทางระหว่างจุด (-7, 4) และ (1, -11) ตรงกับข้อใด

ก. 16 ข. 17

ค. 18 ง. 19

31. จุดกึ่งกลางระหว่างจุด $(x_1, y_1)$ และ $(x_2, y_2)$ คือจุดใด

ก. $\left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$ ข. $\left(\frac{x_1 - x_2}{2}, \frac{y_1 - y_2}{2}\right)$

ค. $\left(\frac{x_1 + y_1}{2}, \frac{x_1 + y_2}{2}\right)$ ง. $\left(\frac{x_1 - y_2}{2}, \frac{x_2 - y_1}{2}\right)$

32. เส้นตรงที่ผ่านจุด (k, 1) และ (3, 7) มีความชันเท่ากับ 2 แล้ว k มีค่าตรงกับข้อใด

ก. -6 ข. 0

ค. 1 ง. 7

33. ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้องที่สุด

ก. เส้นตรงที่ขนานกับแกน x และผ่านจุด (0, b) มีสมการคือ $x = b$

ข. เส้นตรงที่ขนานกับแกน y และผ่านจุด (a, 0) มีสมการคือ $y = a$

ค. เส้นตรงที่ผ่านจุด $(x_1, y_1)$ และ $(x_2, y_2)$ มีสมการคือ $y - y_1 = \left(\frac{x_2 - x_1}{y_2 - y_1}\right)(x - x_1)$

ง. เส้นตรงที่ผ่านจุด $(x_1, y_1)$ และมีความชัน m มีสมการคือ $y - y_1 = m(x - x_1)$

34. สมการเส้นตรงที่ตั้งฉากกับเส้นตรง $2x + 6y - 31 = 0$ และผ่านจุด (1, 1) ตรงกับข้อใด

ก. $3x - y - 2 = 0$ ข. $x + 3y - 4 = 0$

ค. $3x + y - 4 = 0$ ง. $4x - 3y - 1 = 0$

35. ข้อใดต่อไปนี้**ไม่**ถูกต้อง

ก. ระยะทางจากจุด (2, -3) ถึงเส้นตรง $3x + 4y - 12$ คือ 6

ข. สมการเส้นตรงที่ผ่านจุด (0, 3) และความชันเท่ากัน –4 คือ $3x + 4y - 12 = 0$

ค. ระยะทางระหว่างเส้นตรง $4x - 3y + 7 = 0$ กับเส้นตรง $4x - 3y + 17 = 0$ คือ 10

ง. เส้นตรงที่มีสมการ $3x + 2y + 10 = 0$ มีความชันคือ $-\frac{3}{2}$

36. ข้อใดเป็นสมการวงกลมที่มีจุดศูนย์กลางที่ (-3, 4) และเส้นผ่านศูนย์กลาง 10 หน่วย

ก. $x^2 + y^2 - 6x + 8y = 0$ ข. $x^2 + y^2 + 6x - 8y = 0$

ค. $x^2 + y^2 - 8x + 6y = 0$ ง. $x^2 + y^2 + 8x - 6y = 0$

37. สมการพาราโบลาซึ่งมีจุดยอดอยู่ที่ (-2, 1) และจุดโฟกัส (-2, -1) ตรงกับข้อใด

ก. $x^2 + 4x + 8y - 4 = 0$ ข. $x^2 - 6x - 10y + 20 = 0$

ค. $y^2 - 4y + 8x + 8 = 0$ ง. $y^2 - 6y - 10x - 12 = 0$

38. ให้ $y^2 + 6y + 8x - 12 = 0$ เป็นสมการของพาราโบลา ข้อความใดต่อไปนี้บ่งบอกลักษณะของพาราโบลา**ไม่**ถูกต้อง

ก. จุดยอดอยู่ที่ $(\frac{21}{4}, -3)$ ข. จุดยอดอยู่บนเส้นตรง $y = -3$

ค. จุดยอดอยู่ที่ $(\frac{15}{4}, -3)$ ง. มีเส้นตรง $x = \frac{25}{4}$ เป็นไดเรกทริกซ์

39. ข้อใดเป็นสมการของวงรีที่มีจุดยอด (0, 5) และจุด (0, -5) และโฟกัสอยู่ที่จุด (0, 3) และ (0, -3)

ก. $25x^2 + 16y^2 - 400 = 0$ ข. $5x^2 + 4y^2 - 20 = 0$

ค. $25x^2 + 16y^2 + 400 = 0$ ง. $5x^2 + 4y^2 + 20 = 0$

40. ข้อใดเป็นสมการของไฮเพอร์โบลาที่จุดศูนย์กลางอยู่ที่ (0, 0) และจุดโฟกัสจุดหนึ่งอยู่ที่ (-5, 0) และมีค่าคงที่เป็น 6 หน่วย

ก. $34x2 - 9y^2 - 306 = 0$ ข. $25x^2 - 36y^2 - 800 = 0$

ค. $16x^2 - 9y^2 - 144 = 0$ ง. $9x^2 - 16y^2 - 144 = 0$

## เฉลยแบบประเมินผลการเรียนรู้ก่อนเรียน/หลังเรียน

| | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **1.** | **ง.** | **6.** | **ค.** | **11.** | **ง.** | **16.** | **ข.** | **21.** | **ข.** | **26.** | **ก.** | **31.** | **ก.** | **36.** | **ข** |
| **2.** | **ข.** | **7.** | **ก.** | **12.** | **ข.** | **17.** | **ก.** | **22.** | **ค.** | **27.** | **ค.** | **32.** | **ค.** | **37.** | **ก.** |
| **3.** | **ค.** | **8.** | **ง.** | **13.** | **ง.** | **18.** | **ง.** | **23.** | **ข.** | **28.** | **ก.** | **33.** | **ง.** | **38.** | **ค.** |
| **4.** | **ก.** | **9.** | **ก.** | **14.** | **ง.** | **19.** | **ก.** | **24.** | **ง.** | **29.** | **ข.** | **34.** | **ก.** | **39.** | **ก.** |
| **5.** | **ง.** | **10.** | **ข.** | **15.** | **ค.** | **20.** | **ค.** | **25.** | **ก.** | **30.** | **ข.** | **35.** | **ค.** | **40.** | **ค.** |

# แผนการจัดการเรียนรู้แบบบูรณาการที่ 2

**หน่วยที่ 1**

**รหัสวิชา** 2000-5102 **วิชา** คณิตศาสตร์ในงานอุตสาหกรรม **สอนครั้งที่ 4-6**

**ชื่อหน่วย** ฟังก์ชันเอ็กซ์โปเนนเชียลและฟังก์ชันลอการิทึม **จำนวนชั่วโมง 3 ช.ม.**

**เรื่อง** ฟังก์ชันเอ็กซ์โปเนนเชียลและฟังก์ชันลอการิทึม

## สาระสำคัญ

1. ฟังก์ชันเอ็กซ์โปเนนเชียล คือ ฟังก์ชันที่เขียนในรูป $f(x) = ax$ เมื่อ $a > 0, a \neq 1$ และ x เป็นจำนวนจริงใดๆ
2. การหาค่าฟังก์ชันเอ็กซ์โปเนนเชียล หาได้โดยใช้สมบัติของเลขยกกำลัง
3. กราฟของฟังก์ชันเอ็กซ์โปเนนเชียล $f(x) = a^x$ จะตัดแกน y ที่จุด (0, 1) มี 2 ลักษณะคือ
   ถ้า $0 < a < 1$ จะได้ $f(x) = a^x$ เป็นฟังก์ชันลดลง
   และ $a > 1$ จะได้ $f(x) = a^x$ เป็นฟังก์ชันเพิ่มขึ้น
4. ฟังก์ชันเอ็กซ์โปเนนเชียลฐาน e คือ ฟังก์ชันที่เขียนในรูป $f(x) = \exp(x) = e^x$ เมื่อ $e = 2.71828$
5. ฟังก์ชันลอการิทึม คือ ฟังก์ชันที่เขียนอยู่ในรูป $f(x) = \log_a x$ เมื่อ $a > 0$ และ $a \neq 1$
6. ฟังก์ชันลอการิทึม เป็นฟังก์ชันผกผันกับฟังก์ชันเอ็กซ์โปเนนเชียล
7. การหาค่าฟังก์ชันลอการิทึม หาได้โดยใช้สมบัติของลอการิทึม
8. กราฟของฟังก์ชันลอการิทึม $f(x) = \log_a x$ จะตัดแกน x ที่จุด (1, 0)
   ถ้า $0 < a < 1$ จะได้ $f(x) = \log_a x$ เป็นฟังก์ชันลดลง
   และ $a > 1$ จะได้ $f(x) = \log_a x$ เป็นฟังก์ชันเพิ่มขึ้น
9. ฟังก์ชันลอการิทึมธรรมชาติ ของจำนวน N เขียนแทนด้วย $\ln N$

## จุดประสงค์การเรียนรู้

1. บอกความหมายของฟังก์ชันเอ็กซ์โปเนนเชียลได้
2. บอกสมบัติของเลขยกกำลังได้
3. หาค่าของฟังก์ชันเอ็กซ์โปเนนเชียลได้
4. เขียนกราฟของฟังก์ชันเอ็กซ์โปเนนเชียลได้
5. หาค่าของฟังก์ชันเอ็กซ์โปเนนเชียลธรรมชาติ ได้
6. มีการพัฒนาคุณธรรม จริยธรรม ค่านิยม และคุณลักษณะอันพึงประสงค์ที่อาจารย์สามารถสังเกตเห็นได้ในด้านความมีมนุษยสัมพันธ์ ความมีวินัย ความรับผิดชอบ ความเชื่อมั่นในตนเอง ความสนใจใฝ่รู้ ความรักสามัคคี ความกตัญญูกตเวที

## เนื้อหาสาระ

1. ฟังก์ชันเอ็กซ์โปเนนเชียล
   1.1 ความหมายของฟังก์ชันเอ็กซ์โปเนนเชียล
   1.2 สมบัติของเลขยกกำลัง
   1.3 กราฟของฟังก์ชันเอ็กซ์โปเนนเชียล

1.4 ฟังก์ชันเอ็กซ์โปเนนเชียลธรรมชาติ

## กิจกรรมการเรียนรู้

**ขั้นนำเข้าสู่บทเรียน**

1. อาจารย์ทบทวนเลขยกกำลังและยกตัวอย่างโดยใช้การถามตอบ

**ขั้นสอน**

2. อาจารย์บอกบทนิยามของฟังก์ชันเอ็กซ์โปเนนเชียล โดยวิธีอธิบายและแสดงเหตุผล
3. อาจารย์ใช้การถามตอบให้นักศึกษาพิจารณาตัวอย่างฟังก์ชันเอ็กซ์โปเนนเชียลเพื่อให้นักศึกษาสรุปได้ว่า เมื่อ $a > 0$ และ $a \neq 1$ จะได้ฟังก์ชันเอ็กซ์โปเนนเชียลเป็นสองกรณี คือ $a > 1$ กับ $0 < a < 1$
4. อาจารย์ยกตัวอย่างที่ 1.4 โดยใช้การสาธิตประกอบคำถามเขียนกราฟของฟังก์ชัน $f(x) = 2^x$ บนกระดานดำ หลังจากนั้นใช้การถามตอบเพื่อให้นักศึกษาสรุปได้ว่า

   4.1 โดเมนของฟังก์ชัน (x) คือ เซตของจำนวนจริง ส่วนเรนจ์ของฟังก์ชัน (y) คือเซตของจำนวนจริงบวก

   4.2 กราฟตัดแกน y ที่จุด (0, 1)

   4.3 กราฟเพิ่มขึ้นจากซ้ายไปขวา นั่นคือ เมื่อ x มีค่าเพิ่มขึ้น $y = f(x)$ จะเพิ่มขึ้นด้วย เรียกว่าฟังก์ชันเพิ่ม
5. อาจารย์ยกตัวอย่าง พร้อมกับให้นักศึกษาช่วยกันเขียนกราฟของฟังก์ชัน $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ บนกระดานดำ และให้นักศึกษาช่วยกันสรุปโดยใช้การถามตอบ ซึ่งจะสรุปได้ว่า

   5.1 โดเมนของฟังก์ชัน (x) คือ เซตของจำนวนจริง ส่วนเรนจ์ของฟังก์ชัน (y) คือ เซตของจำนวนจริงบวก

   5.2 กราฟตัดแกน y ที่จุด (0, 1)

   5.3 กราฟลดลงจากซ้ายไปขวา นั่นคือ เมื่อ x เพิ่มขึ้นค่า $y = f(x)$ จะลดลง เรียกว่า ฟังก์ชันลด
6. อาจารย์แบ่งนักศึกษาออกเป็น 5 กลุ่ม ตามความเหมาะสม ให้แต่ละกลุ่มเลือกประธานกลุ่ม เลขานุการ และผู้ประเมินกิจกรรม แล้วอาจารย์แจกบัตรกิจกรรมพร้อมกระดานกราฟ ให้นักศึกษาในกลุ่มช่วยกันเขียนกราฟและตอบคำถามในบัตรกิจกรรม
7. ให้ตัวแทนนักศึกษาแต่ละกลุ่มมาเสนอผลที่ได้จากการอภิปรายตามรายการที่กำหนดในบัตรกิจกรรม โดยการรายงานหน้าชั้นเรียน
8. อาจารย์อธิบายลักษณะของกราฟ $y = e^x$ และตัวอย่าง ให้นักศึกษาดูโดยใช้การอธิบายและแสดงเหตุผล

**ขั้นสรุปและการประยุกต์**

9. อาจารย์ใช้การถามตอบให้นักศึกษาสรุปลักษณะของฟังก์ชันเอ็กซ์โปเนนเชียล
10. นักศึกษาทำแบบประเมินผลการเรียนรู้ที่ 1 ส่งตามกำหนด
11. อาจารย์ตรวจแบบประเมินผลการเรียนรู้และชี้แจงสิ่งที่บกพร่องหรือผิดพลาดให้นักศึกษาทราบ

## สื่อและแหล่งการเรียนรู้

1. หนังสือเรียนวิชา คณิตศาสตร์ในงานอุตสาหกรรม (2000-5102) ของสำนักพิมพ์เอมพันธ์
2. กรณีศึกษา

## การวัดผลและการประเมินผล

**วิธีวัดผล**

1. สังเกตพฤติกรรมการปฏิบัติงานรายบุคคล
2. สังเกตพฤติกรรมการเข้าร่วมกิจกรรมกลุ่ม
3. ตรวจแบบประเมินผลการเรียนรู้ หน่วยที่ 1
4. การสังเกตและประเมินผลพฤติกรรมด้านคุณธรรม จริยธรรม ค่านิยม และคุณลักษณะอันพึงประสงค์

**เครื่องมือวัดผล**

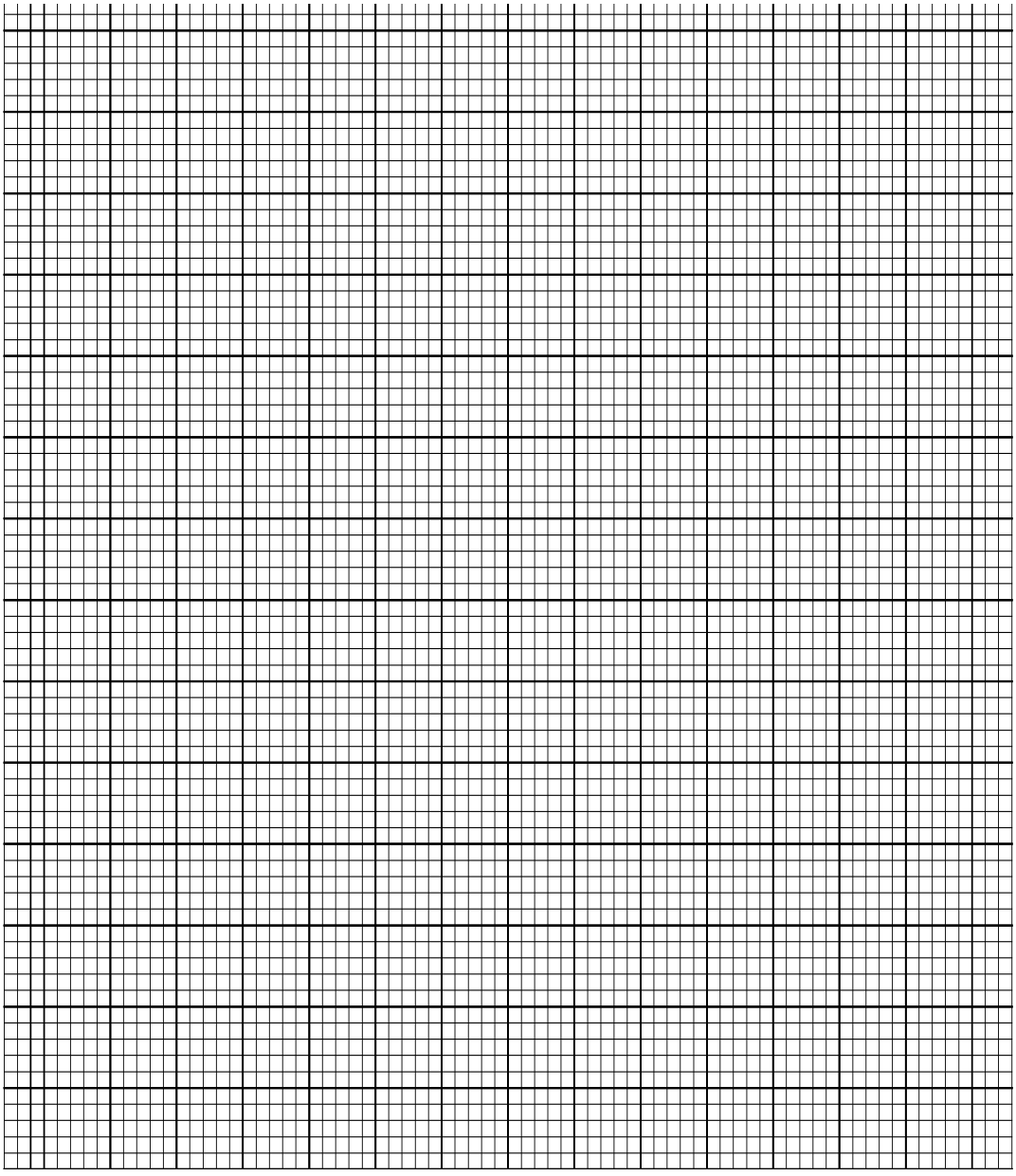
1. แบบสังเกตพฤติกรรมการปฏิบัติงานรายบุคคล
2. แบบสังเกตพฤติกรรมการเข้าร่วมกิจกรรมกลุ่ม
3. แบบประเมินผลการเรียนรู้ หน่วยที่ 1
4. แบบประเมินคุณธรรม จริยธรรม ค่านิยม และคุณลักษณะอันพึงประสงค์ โดยอาจารย์และนักศึกษาร่วมกันประเมิน

**เกณฑ์การประเมินผล**

1. แบบสังเกตพฤติกรรมการปฏิบัติงานรายบุคคล เกณฑ์ผ่าน ต้องไม่มีช่องปรับปรุง
2. แบบสังเกตพฤติกรรมการเข้าร่วมกิจกรรมกลุ่ม เกณฑ์ผ่าน 50% ขึ้นไป
3. แบบประเมินผลการเรียนรู้ หน่วยที่ 1 เกณฑ์ผ่าน ทำถูกต้อง 50% ขึ้นไป
4. แบบประเมินคุณธรรม จริยธรรม ค่านิยม และคุณลักษณะอันพึงประสงค์ คะแนนขึ้นอยู่กับการประเมินตามสภาพจริง

## กรณีศึกษา

**คำสั่ง** จงเขียนกราฟของ $y = 2^x$, $y = 3^x$, $y = 10^x$, $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$, $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$ ลงในระบบแกนมุมฉากเดียวกัน



**จากกราฟที่ได้ จงเติมคำในช่องว่างต่อไปนี้**

1. ลักษณะของกราฟ $y = 2^x$ สรุปได้ว่า

   1.1 กราฟตัดแกน y ที่จุด .....

   1.2 เมื่อค่า x เพิ่ม ค่า y จะ (เพิ่มขึ้น/ลดลง) .....

   ดังนั้น $y = 2^x$ เป็นฟังก์ชัน (เพิ่ม/ลด) .....

   1.3 โดเมนของฟังก์ชัน คือ .....

   เรนจ์ของฟังก์ชันคือ .....

2. ลักษณะของกราฟ $y = 3^x$ สรุปได้ว่า

   2.1 กราฟตัดแกน y ที่จุด .....

   2.2 เมื่อค่า x เพิ่ม ค่า y จะ (เพิ่มขึ้น/ลดลง) .....

   ดังนั้น $y = 3^x$ เป็นฟังก์ชัน (เพิ่ม/ลด) .....

   2.3 โดเมนของฟังก์ชัน คือ .....

   เรนจ์ของฟังก์ชันคือ .....

3. ลักษณะของกราฟ $y = 10^x$ สรุปได้ว่า

   3.1 กราฟตัดแกน y ที่จุด .....

   3.2 เมื่อค่า x เพิ่ม ค่า y จะ (เพิ่มขึ้น/ลดลง) .....

   ดังนั้น $y = 10^x$ เป็นฟังก์ชัน (เพิ่ม/ลด) .....

   3.3 โดเมนของฟังก์ชัน คือ .....

   เรนจ์ของฟังก์ชันคือ .....

4. ลักษณะของกราฟ $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ สรุปได้ว่า

   4.1 กราฟตัดแกน y ที่จุด .....

   4.2 เมื่อค่า x เพิ่ม ค่า y จะ (เพิ่มขึ้น/ลดลง) .....

   ดังนั้น $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ เป็นฟังก์ชัน (เพิ่ม/ลด) .....

4.3 โดเมนของฟังก์ชัน คือ .....

เรนจ์ของฟังก์ชันคือ .....

5. ลักษณะของกราฟ $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$ สรุปได้ว่า

5.1 กราฟตัดแกน y ที่จุด .....

5.2 เมื่อค่า x เพิ่ม ค่า y จะ (เพิ่มขึ้น/ลดลง) .....

ดังนั้น $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$ เป็นฟังก์ชัน (เพิ่ม/ลด) .....

5.3 โดเมนของฟังก์ชัน คือ .....

เรนจ์ของฟังก์ชันคือ .....

สรุปลักษณะสำคัญของฟังก์ชันเอกซ์โปเนนเชียล

1. .....

2. .....

3. .....

4. .....

## บันทึกหลังการสอน

**ข้อสรุปหลังการสอน**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

**ปัญหาที่พบ**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

**แนวทางแก้ปัญหา**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

# แผนการจัดการเรียนรู้แบบบูรณาการที่ 3

**หน่วยที่** 1

**รหัสวิชา** 2000-5102 **วิชา** คณิตศาสตร์ในงานอุตสาหกรรม **สอนครั้งที่** 7-9

**ชื่อหน่วย** ฟังก์ชันเอ็กซ์โปเนนเชียลและฟังก์ชันลอการิทึม **จำนวนชั่วโมง** 3 ช.ม.

**เรื่อง** ฟังก์ชันเอ็กซ์โปเนนเชียลและฟังก์ชันลอการิทึม

## สาระสำคัญ

1. ฟังก์ชันเอ็กซ์โปเนนเชียล คือ ฟังก์ชันที่เขียนในรูป $f(x) = a^x$ เมื่อ $a > 0$, $a \neq 1$ และ $x$ เป็นจำนวนจริงใดๆ
2. การหาค่าฟังก์ชันเอ็กซ์โปเนนเชียล หาได้โดยใช้สมบัติของเลขยกกำลัง
3. กราฟของฟังก์ชันเอ็กซ์โปเนนเชียล $f(x) = a^x$ จะตัดแกน y ที่จุด (0, 1) มี 2 ลักษณะคือ

   ถ้า $0 < a < 1$ จะได้ $f(x) = a^x$ เป็นฟังก์ชันลดลง

   และ $a > 1$ จะได้ $f(x) = a^x$ เป็นฟังก์ชันเพิ่มขึ้น
4. ฟังก์ชันเอ็กซ์โปเนนเชียลฐาน e คือ ฟังก์ชันที่เขียนในรูป $f(x) = \exp(x) = e^x$ เมื่อ $e = 2.71828$
5. ฟังก์ชันลอการิทึม คือ ฟังก์ชันที่เขียนอยู่ในรูป $f(x) = \log_a x$ เมื่อ $a > 0$ และ $a \neq 1$
6. ฟังก์ชันลอการิทึม เป็นฟังก์ชันผกผันกับฟังก์ชันเอ็กซ์โปเนนเชียล
7. การหาค่าฟังก์ชันลอการิทึม หาได้โดยใช้สมบัติของลอการิทึม
8. กราฟของฟังก์ชันลอการิทึม $f(x) = \log_a x$ จะตัดแกน x ที่จุด (1, 0)

   ถ้า $0 < a < 1$ จะได้ $f(x) = \log_a x$ เป็นฟังก์ชันลดลง

   และ $a > 1$ จะได้ $f(x) = \log_a x$ เป็นฟังก์ชันเพิ่มขึ้น
9. ฟังก์ชันลอการิทึมธรรมชาติ ของจำนวน N เขียนแทนด้วย $\ln N$

## จุดประสงค์การเรียนรู้

2. บอกความหมายของฟังก์ชันลอการิทึมได้
3. บอกสมบัติของลอการิทึมได้
4. หาค่าลอการิทึมฐานต่างๆ ได้
5. เขียนกราฟของฟังก์ชันลอการิทึมฐานต่างๆ ได้
6. นำความรู้เรื่องฟังก์ชันเอ็กซ์โปเนนเชียลและฟังก์ชันลอการิทึมไปประยุกต์ใช้ในวิชาชีพและชีวิตประจำวันได้
7. มีการพัฒนาคุณธรรม จริยธรรม ค่านิยม และคุณลักษณะอันพึงประสงค์ที่อาจารย์สามารถสังเกตเห็นได้ในด้านความมีมนุษยสัมพันธ์ ความมีวินัย ความรับผิดชอบ ความเชื่อมั่นในตนเอง ความสนใจใฝ่รู้ ความรักสามัคคี ความกตัญญูกตเวที

## เนื้อหาสาระ

2. ฟังก์ชันลอการิทึม
   - 2.1 ความหมายของฟังก์ชันลอการิทึม
   - 2.2 สมบัติของลอการิทึม
   - 2.3 ลอการิทึมสามัญ
   - 2.4 ฟังก์ชันลอการิทึมธรรมชาติ
   - 2.5 กราฟของฟังก์ชันลอการิทึม
   - 2.6 กราฟของฟังก์ชันลอการิทึมธรรมชาติ

## กิจกรรมการเรียนรู้

**ขั้นนำเข้าสู่บทเรียน**

1. อาจารย์ทบทวนฟังก์ชันเอ็กซ์โปเนนเชียลโดยการถามตอบ

**ขั้นสอน**

2. อาจารย์บอกบทนิยามของฟังก์ชันลอการิทึม โดยการอธิบายและแสดงเหตุผล
3. อาจารย์ใช้การถามตอบเพื่อให้นักศึกษาสรุปความสัมพันธ์ระหว่างสมการในรูปเลขยกกำลังกับสมการในรูปลอการิทึม แล้วแจกเอกสารฝึกหัดให้นักศึกษาช่วยกันทำ แล้วอาจารย์ตรวจสอบความถูกต้อง
4. อาจารย์ยกตัวอย่าง $y = \log_2 x$ และให้นักศึกษาช่วยกันเขียนกราฟ บนกระดาน
5. อาจารย์ใช้แผ่นโปร่งใสภาพซ้อนที่แสดงกราฟของ $y = 2^x$ และ $y = \log_2 x$ แล้วใช้การถามตอบเพื่อให้นักศึกษาสรุปได้ว่า การเขียนกราฟของฟังก์ชันลอการิทึม $y = \log_a x$ อาจเขียนได้จากกราฟของ $y = a^x$ โดยอาศัยสมบัติของฟังก์ชันอินเวอร์ส (ผกผัน)
6. อาจารย์ใช้แผ่นภาพซ้อน และใช้การถามตอบให้นักศึกษาสรุปลักษณะของกราฟฟังก์ชันลอการิทึมได้ว่า
   - 6.1 กราฟจะตัดแกน x ที่จุด (1, 0)
   - 6.2 กราฟจะไม่ตัดแกน y และจะอยู่ทางขวาของแกน y เสมอ
   - 6.3 กรณี $a > 1$ กราฟของ $f(x) = \log_a x$ เป็นฟังก์ชันเพิ่ม
7. อาจารย์ยกตัวอย่าง $y = \log_{1/2} x$ และให้นักศึกษาช่วยกันเขียนกราฟ พร้อมกับใช้การถามตอบให้นักศึกษาสรุปลักษณะของกราฟของฟังก์ชันลอการิทึมได้ว่า กรณี $0 < a < 1$ กราฟของ $f(x) = \log_a x$ เป็นฟังก์ชันลด
8. อาจารย์อธิบายสมบัติของลอการิทึม พร้อมยกตัวอย่างประกอบการอธิบาย
9. อาจารย์ยกตัวอย่าง โดยใช้การถามตอบแล้วให้นักศึกษาช่วยกันทำบนกระดานดำ

10. อาจารย์บอกนักศึกษาว่าลอการิทึมที่มีฐานเป็นสิบเรียกว่า ลอการิทึมสามัญ นิยมเขียนโดยไม่มีฐานกำกับ เช่น $\log_{10}3$ ด้วย $\log 3$ และ $\log_{10}N$ จะเขียนแทนด้วย $\log N$
11. อาจารย์ยกตัวอย่าง แล้วให้นักศึกษาทุกคนทำ อาจารย์ตรวจสอบความถูกต้อง
12. อาจารย์อธิบายลอการิทึมธรรมชาติ พร้อมอธิบายความสัมพันธ์ระหว่างลอการิทึมฐาน e กับลอการิทึมฐานสิบ พร้อมยกตัวอย่าง โดยใช้การอธิบายและแสดงเหตุผล

**ขั้นสรุปและการประยุกต์**

13. อาจารย์ใช้การถามตอบให้นักศึกษาสรุปลักษณะของฟังก์ชันลอการิทึมและสมบัติของลอการิทึม
14. นักศึกษาทำแบบประเมินผลการเรียนรู้ที่ 1 ส่งตามกำหนด
15. อาจารย์ตรวจแบบประเมินผลการเรียนรู้ และชี้แจงสิ่งที่บกพร่องหรือผิดพลาดให้นักศึกษาทราบ

## สื่อและแหล่งการเรียนรู้

1. หนังสือเรียนวิชา คณิตศาสตร์ในงานอุตสาหกรรม (2000-5102) ของสำนักพิมพ์เอมพันธ์
2. กรณีศึกษา
3. แผ่นโปร่งใสภาพซ้อน

## การวัดผลและการประเมินผล

**วิธีวัดผล**

1. สังเกตพฤติกรรมการปฏิบัติงานรายบุคคล
2. สังเกตพฤติกรรมการเข้าร่วมกิจกรรมกลุ่ม
3. ตรวจแบบประเมินผลการเรียนรู้ หน่วยที่ 1
4. การสังเกตและประเมินผลพฤติกรรมด้านคุณธรรม จริยธรรม ค่านิยม และคุณลักษณะอันพึงประสงค์

**เครื่องมือวัดผล**

1. แบบสังเกตพฤติกรรมการปฏิบัติงานรายบุคคล
2. แบบสังเกตพฤติกรรมการเข้าร่วมกิจกรรมกลุ่ม
3. แบบประเมินผลการเรียนรู้ หน่วยที่ 1
4. แบบประเมินคุณธรรม จริยธรรม ค่านิยม และคุณลักษณะอันพึงประสงค์ โดยอาจารย์และนักศึกษาร่วมกันประเมิน

**เกณฑ์การประเมินผล**

1. แบบสังเกตพฤติกรรมการปฏิบัติงานรายบุคคล เกณฑ์ผ่าน ต้องไม่มีช่องปรับปรุง
2. แบบสังเกตพฤติกรรมการเข้าร่วมกิจกรรมกลุ่ม เกณฑ์ผ่าน 50% ขึ้นไป
3. แบบประเมินผลการเรียนรู้ หน่วยที่ 1 เกณฑ์ผ่าน ทำถูกต้อง 50% ขึ้นไป
4. แบบประเมินคุณธรรม จริยธรรม ค่านิยม และคุณลักษณะอันพึงประสงค์ คะแนนขึ้นอยู่กับการประเมินตามสภาพจริง

## กรณีศึกษา

**คำสั่ง** จงเติมข้อความลงในตารางให้สมบูรณ์

| ลำดับที่ | รูปเลขยกกำลัง | รูปลอการิทึม |
|---|---|---|
| 1 | $3^3 = 27$ | |
| 2 | $8^{2/3} = 4$ | |
| 3 | $2^{-4} = \frac{1}{16}$ | |
| 4 | $5^{-x} = 125$ | |
| 5 | $y = e^3$ | |
| 6 | | $\log_5 625 = 4$ |
| 7 | | $\log_{1/2} 8 = -3$ |
| 8 | | $\log_e 1 = 0$ |
| 9 | | $2 = \log_3 9$ |
| 10 | | $-4 = \log_{10} 0.0001$ |

## บันทึกหลังการสอน

**ข้อสรุปหลังการสอน**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

**ปัญหาที่พบ**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

**แนวทางแก้ปัญหา**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

# แผนการจัดการเรียนรู้แบบบูรณาการที่ 4

**หน่วยที่** 2

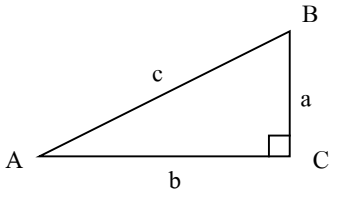
**รหัสวิชา** 2000-5102 **วิชา** คณิตศาสตร์ในงานอุตสาหกรรม **สอนครั้งที่** 10-12

**ชื่อหน่วย** ฟังก์ชันตรีโกณมิติ **จำนวนชั่วโมง** 3 ช.ม.

**เรื่อง** ฟังก์ชันตรีโกณมิติ

## สาระสำคัญ

1. ฟังก์ชันตรีโกณมิติมี 6 ฟังก์ชัน คือ $\sin\theta$, $\cos\theta$, $\tan\theta$, $\operatorname{cosec}\theta$, $\sec\theta$ และ $\cot\theta$
2. จากรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก จะได้




a เรียกว่า ด้านตรงข้ามมุม A

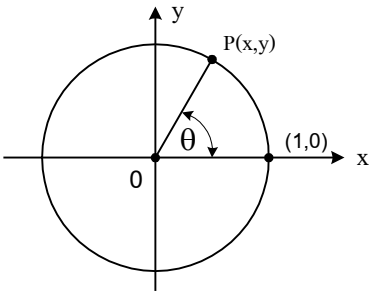
b เรียกว่า ด้านประชิดมุม A

c เรียกว่า ด้านตรงข้ามมุมฉาก

$$\sin A = \frac{a}{c} \qquad \cos A = \frac{b}{c} \qquad \tan A = \frac{a}{b}$$

$$\operatorname{cosec} A = \frac{c}{a} \qquad \sec A = \frac{c}{b} \qquad \cot A = \frac{b}{a}$$

3. วงกลมหนึ่งหน่วย คือ วงกลมที่มีจุดศูนย์กลางอยู่ที่จุดกำเนิด และรัศมียาว 1 หน่วย
4. จากรูปวงกลมหนึ่งหน่วย จะได้




$$\sin\theta = y$$

$$\cos\theta = x$$

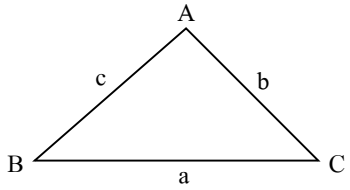
$$\tan\theta = \frac{y}{x} = \frac{\sin\theta}{\cos\theta} \quad \text{เมื่อ} \quad \cos\theta \neq 0$$

$$\operatorname{cosec}\theta = \frac{1}{y} = \frac{1}{\sin\theta} \quad \text{เมื่อ} \quad \sin\theta \neq 0$$

$$\sec\theta = \frac{1}{x} = \frac{1}{\cos\theta} \quad \text{เมื่อ} \quad \cos\theta \neq 0$$

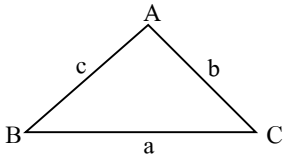
$$\cot\theta = \frac{x}{y} = \frac{\cos\theta}{\sin\theta} \quad \text{เมื่อ} \quad \sin\theta \neq 0$$

5. จากรูป $\Delta$ ABC ใดๆ ถ้า a, b และ c เป็นด้านตรงข้ามมุม A, B และ C ตามลำดับจะได้กฎของไซน์ คือ




$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

6. จากรูป $\Delta$ ABC ใดๆ ถ้า a, b และ c เป็นด้านตรงข้ามมุม A, B และ C ตามลำดับ จะได้กฎของโคไซน์ คือ




$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos A$$
$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac\cos B$$
$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos C$$

## จุดประสงค์การเรียนรู้

1. สามารถเปลี่ยนหน่วยของมุมได้
2. สามารถหาค่าฟังก์ชันตรีโกณมิติของมุมต่างๆ ได้
3. มีการพัฒนาคุณธรรม จริยธรรม ค่านิยม และคุณลักษณะอันพึงประสงค์ที่อาจารย์สามารถสังเกตเห็นได้ในด้านความมีมนุษยสัมพันธ์ ความมีวินัย ความรับผิดชอบ ความเชื่อมั่นในตนเอง ความสนใจใฝ่รู้ ความรักสามัคคี ความกตัญญูกตเวที

## เนื้อหาสาระ

1. มุมและการวัดมุม
2. ฟังก์ชันตรีโกณมิติ

## กิจกรรมการเรียนรู้

**ขั้นนำเข้าสู่บทเรียน**

1. อาจารย์ทบทวนโดยใช้แผ่นโปร่งใสเรื่อง มุม โดยการถามตอบ

**ขั้นสอน**

2. อาจารย์อธิบายมุมที่ใช้ในตำแหน่งมาตรฐาน เพื่อนำไปสู่ข้อสรุปที่ว่ามุม $\theta$ มีเครื่องหมายเป็นบวก และมุม $\theta$ มีเครื่องหมายเป็นลบ
3. อาจารย์อธิบายการวัดขนาดของมุมใช้กันมี 2 ระบบ คือองศาและเรเดียน ตลอดจนอธิบายความสัมพันธ์ระหว่างมุมในหน่วยองศาและหน่วยเรเดียน
4. อาจารย์ยกตัวอย่าง และให้นักศึกษาช่วยกันหาคำตอบ โดยใช้วิธีการถามตอบ
5. ให้นักศึกษาพิจารณารูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ABC เพื่อนำไปสู่ข้อสรุปที่ว่า การหาค่าฟังก์ชันตรีโกณมิติทั้งหมด 6 ฟังก์ชัน พร้อมยกตัวอย่าง โดยใช้การถามตอบและอธิบายแสดงเหตุผล
6. อาจารย์ใช้การถามตอบในการหาค่าฟังก์ชันตรีโกณมิติจากวงกลมหนึ่งหน่วย
7. อาจารย์ยกตัวอย่าง 2.4, 2.5, 2.6 และ 2.7 โดยใช้การอธิบายและแสดงเหตุผล

8. อาจารย์ใช้แผ่นโปร่งใสให้นักศึกษาเติมคำตอบของฟังก์ชันตรีโกณมิติของมุมต่างๆ
9. อาจารย์อธิบายการหาฟังก์ชันตรีโกณมิติในจตุภาคต่างๆ โดยใช้การถามตอบและอธิบายแสดงเหตุพร้อมยกตัวอย่าง
10. อาจารย์อธิบายการหาฟังก์ชันตรีโกณมิติที่มีมุมเกิน 360 องศา และมุมเป็นลบโดยการอธิบายและแสดงเหตุผลพร้อมยกตัวอย่าง

**ขั้นสรุปและการประยุกต์**

11. นักศึกษาช่วยกันสรุปฟังก์ชันตรีโกณมิติโดยการถามตอบ
12. นักศึกษาทำแบบประเมินผลการเรียนรู้ที่ 2 ส่งตามกำหนด
13. อาจารย์ตรวจแบบประเมินผลการเรียนรู้ และชี้แจงสิ่งที่บกพร่อง หรือผิดพลาดให้นักศึกษาทราบ

## สื่อและแหล่งการเรียนรู้

1. หนังสือเรียนวิชา คณิตศาสตร์ในงานอุตสาหกรรม (2000-5102) ของสำนักพิมพ์เอมพันธ์
2. แผ่นโปร่งใส เรื่องฟังก์ชันตรีโกณมิติ

## การวัดผลและการประเมินผล□

**วิธีวัดผล**

1. สังเกตพฤติกรรมการปฏิบัติงานรายบุคคล
2. สังเกตพฤติกรรมการเข้าร่วมกิจกรรมกลุ่ม
3. ตรวจแบบประเมินผลการเรียนรู้ หน่วยที่ 2
4. การสังเกตและประเมินผลพฤติกรรมด้านคุณธรรม จริยธรรม ค่านิยม และคุณลักษณะอันพึงประสงค์

**เครื่องมือวัดผล**

1. แบบสังเกตพฤติกรรมการปฏิบัติงานรายบุคคล
2. แบบสังเกตพฤติกรรมการเข้าร่วมกิจกรรมกลุ่ม
3. แบบประเมินผลการเรียนรู้ หน่วยที่ 2
4. แบบประเมินคุณธรรม จริยธรรม ค่านิยม และคุณลักษณะอันพึงประสงค์ โดยอาจารย์และนักศึกษาร่วมกันประเมิน

**เกณฑ์การประเมินผล**

1. แบบสังเกตพฤติกรรมการปฏิบัติงานรายบุคคล เกณฑ์ผ่าน ต้องไม่มีช่องปรับปรุง
2. แบบสังเกตพฤติกรรมการเข้าร่วมกิจกรรมกลุ่ม เกณฑ์ผ่าน 50% ขึ้นไป
3. แบบประเมินผลการเรียนรู้ หน่วยที่ 2 เกณฑ์ผ่าน ทำถูกต้อง 50% ขึ้นไป
4. แบบประเมินคุณธรรม จริยธรรม ค่านิยม และคุณลักษณะอันพึงประสงค์ คะแนนขึ้นอยู่กับการประเมินตามสภาพจริง

## บันทึกหลังการสอน

**ข้อสรุปหลังการสอน**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

**ปัญหาที่พบ**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

**แนวทางแก้ปัญหา**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

# แผนการจัดการเรียนรู้แบบบูรณาการที่ 5

**หน่วยที่ 2**

**รหัสวิชา** 2000-5102 **วิชา** คณิตศาสตร์ในงานอุตสาหกรรม **สอนครั้งที่ 13-15**

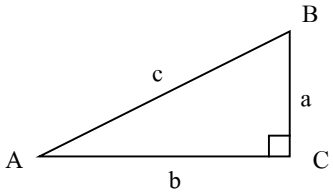
**ชื่อหน่วย** ฟังก์ชันตรีโกณมิติ **จำนวนชั่วโมง 3 ช.ม.**

**เรื่อง** ฟังก์ชันตรีโกณมิติ

---

## สาระสำคัญ

1. ฟังก์ชันตรีโกณมิติมี 6 ฟังก์ชัน คือ $\sin\theta$, $\cos\theta$, $\tan\theta$, $\operatorname{cosec}\theta$, $\sec\theta$ และ $\cot\theta$
2. จากรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก จะได้




a เรียกว่า ด้านตรงข้ามมุม A

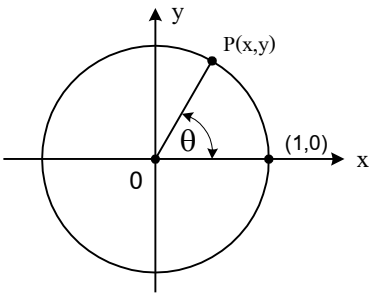
b เรียกว่า ด้านประชิดมุม A

c เรียกว่า ด้านตรงข้ามมุมฉาก

$$\sin A = \frac{a}{c} \qquad \cos A = \frac{b}{c} \qquad \tan A = \frac{a}{b}$$

$$\operatorname{cosec} A = \frac{c}{a} \qquad \sec A = \frac{c}{b} \qquad \cot A = \frac{b}{a}$$

3. วงกลมหนึ่งหน่วย คือ วงกลมที่มีจุดศูนย์กลางอยู่ที่จุดกำเนิด และรัศมียาว 1 หน่วย
4. จากรูปวงกลมหนึ่งหน่วย จะได้




$$\sin\theta = y$$

$$\cos\theta = x$$

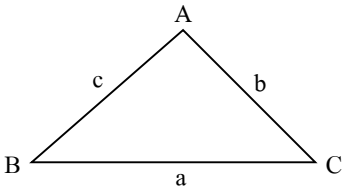
$$\tan\theta = \frac{y}{x} = \frac{\sin\theta}{\cos\theta} \quad \text{เมื่อ} \quad \cos\theta \neq 0$$

$$\operatorname{cosec}\theta = \frac{1}{y} = \frac{1}{\sin\theta} \quad \text{เมื่อ} \quad \sin\theta \neq 0$$

$$\sec\theta = \frac{1}{x} = \frac{1}{\cos\theta} \quad \text{เมื่อ} \quad \cos\theta \neq 0$$

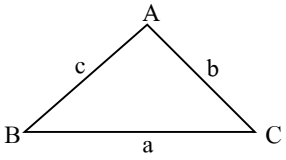
$$\cot\theta = \frac{x}{y} = \frac{\cos\theta}{\sin\theta} \quad \text{เมื่อ} \quad \sin\theta \neq 0$$

5. จากรูป $\Delta$ ABC ใดๆ ถ้า a, b และ c เป็นด้านตรงข้ามมุม A, B และ C ตามลำดับจะได้กฎของไซน์ คือ




$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

6. จากรูป $\Delta$ ABC ใดๆ ถ้า a, b และ c เป็นด้านตรงข้ามมุม A, B และ C ตามลำดับ จะได้กฎของโคไซน์ คือ




$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$$
$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos B$$
$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$$

## จุดประสงค์การเรียนรู้

3. สามารถประยุกต์ใช้กฎของไซน์และกฎของโคไซน์ได้
4. สามารถเขียนกราฟของฟังก์ชันตรีโกณมิติได้
5. สามารถหาอินเวอร์สของฟังก์ชันตรีโกณมิติได้
6. สามารถนำความรู้เรื่องตรีโกณมิติไปประยุกต์ใช้ในงานวิชาชีพและชีวิตประจำวันได้
7. มีการพัฒนาคุณธรรม จริยธรรม ค่านิยม และคุณลักษณะอันพึงประสงค์ที่อาจารย์สามารถสังเกตเห็นได้ในด้านความมีมนุษยสัมพันธ์ ความมีวินัย ความรับผิดชอบ ความเชื่อมั่นในตนเอง ความสนใจใฝ่รู้ ความรักสามัคคี ความกตัญญูกตเวที

## เนื้อหาสาระ

3. กฎของไซน์
4. กฎของโคไซน์
5. กราฟของฟังก์ชันตรีโกณมิติ
6. อินเวอร์สของฟังก์ชันตรีโกณมิติ

## กิจกรรมการเรียนรู้

**ขั้นนำเข้าสู่บทเรียน**

1. อาจารย์ทบทวนฟังก์ชันตรีโกณมิติ โดยใช้การถามตอบ

**ขั้นสอน**

2. อาจารย์ให้นักศึกษาพิจารณารูปสามเหลี่ยม เพื่อนำไปสู่ข้อสรุปกฎของไซน์พร้อมกับพิสูจน์โดยใช้การอธิบายและแสดงเหตุผล

3. อาจารย์ยกตัวอย่าง โดยใช้การถามตอบ แล้วให้นักศึกษาทำลงในสมุด
4. อาจารย์ให้นักศึกษาพิจารณารูปสามเหลี่ยม เพื่อนำไปสู่ข้อสรุปกฎของโคไซน์ พร้อมกับพิสูจน์ โดยใช้การอธิบายและแสดงเหตุผล
5. อาจารย์ยกตัวอย่าง โดยใช้การอธิบายและแสดงเหตุผล
6. อาจารย์ใช้แผ่นโปร่งใส กราฟของฟังก์ชันตรีโกณมิติ โดยใช้การอธิบาย
7. อาจารย์ยกตัวอย่าง โดยใช้การถามตอบ
8. อาจารย์อธิบายอินเวอร์สของฟังก์ชันตรีโกณมิติตามบทนิยาม 2-4
9. อาจารย์ยกตัวอย่าง โดยใช้การถามตอบ

**ขั้นสรุปและการประยุกต์**

10. อาจารย์และนักศึกษาช่วยกันสรุปกฎของไซน์และกฎของโคไซน์
11. นักศึกษาทำแบบประเมินผลการเรียนรู้ที่ 2 ส่งตามกำหนด
12. อาจารย์ตรวจแบบประเมินผลการเรียนรู้และชี้แจงข้อบกพร่องหรือผิดพลาดให้นักศึกษาทราบ

## สื่อและแหล่งการเรียนรู้

1. หนังสือเรียนวิชา คณิตศาสตร์ในงานอุตสาหกรรม (2000-5102) ของสำนักพิมพ์เอมพันธ์
2. แผ่นโปร่งใส เรื่องฟังก์ชันตรีโกณมิติ

## การวัดผลและการประเมินผล□

**วิธีวัดผล**

1. สังเกตพฤติกรรมการปฏิบัติงานรายบุคคล
2. สังเกตพฤติกรรมการเข้าร่วมกิจกรรมกลุ่ม
3. ตรวจแบบประเมินผลการเรียนรู้ หน่วยที่ 2
4. การสังเกตและประเมินผลพฤติกรรมด้านคุณธรรม จริยธรรม ค่านิยม และคุณลักษณะอันพึงประสงค์

**เครื่องมือวัดผล**

1. แบบสังเกตพฤติกรรมการปฏิบัติงานรายบุคคล
2. แบบสังเกตพฤติกรรมการเข้าร่วมกิจกรรมกลุ่ม
3. แบบประเมินผลการเรียนรู้ หน่วยที่ 2
4. แบบประเมินคุณธรรม จริยธรรม ค่านิยม และคุณลักษณะอันพึงประสงค์ โดยอาจารย์และนักศึกษาร่วมกันประเมิน

**เกณฑ์การประเมินผล**

1. แบบสังเกตพฤติกรรมการปฏิบัติงานรายบุคคล เกณฑ์ผ่าน ต้องไม่มีช่องปรับปรุง
2. แบบสังเกตพฤติกรรมการเข้าร่วมกิจกรรมกลุ่ม เกณฑ์ผ่าน 50% ขึ้นไป
3. แบบประเมินผลการเรียนรู้ หน่วยที่ 2 เกณฑ์ผ่าน ทำถูกต้อง 50% ขึ้นไป

4. แบบประเมินคุณธรรม จริยธรรม ค่านิยม และคุณลักษณะอันพึงประสงค์ คะแนนขึ้นอยู่กับการประเมินตามสภาพจริง

## บันทึกหลังการสอน

**ข้อสรุปหลังการสอน**

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

**ปัญหาที่พบ**

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

**แนวทางแก้ปัญหา**

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

# แผนการจัดการเรียนรู้แบบบูรณาการที่ 6

**หน่วยที่ 3**

**รหัสวิชา** 2000-5102 **วิชา** คณิตศาสตร์ในงานอุตสาหกรรม **สอนครั้งที่ 16-18**

**ชื่อหน่วย** ทฤษฎีบททวินาม **จำนวนชั่วโมง 3 ช.ม.**

**เรื่อง** ทฤษฎีบททวินาม

## สาระสำคัญ

1. ทวินาม เป็นผลบวกหรือผลต่างของพจน์ 2 พจน์ เช่น $a + b$ หรือ $a - b$
2. เมื่อ n เป็นจำนวนเต็มบวก แฟกทอเรียลของ n เขียนแทนด้วย n!

   และ $n! = n(n - 1)(n - 2)(n - 3)\ldots3\cdot2\cdot1$
3. สัมประสิทธิ์ทวินาม เอ็น อาร์ เขียนแทนด้วย $\frac{n}{r}$ และ $\left(\frac{n}{r}\right) = \frac{n!}{r!(n-r)!}$
4. การกระจายทวินาม อาจใช้สามเหลี่ยมปาสกาล หรือ ทฤษฎีบททวินามก็ได้
5. พจน์ที่ $r + 1$ กระจายได้เป็น $\frac{n}{r}a^{n-r}b^{r}$
6. สัมประสิทธิ์ของพจน์ที่ r + 1 คือ $\left(\frac{n}{r}\right) = \frac{n!}{r!(n-r)!}$

## จุดประสงค์การเรียนรู้

1. หาค่าจำนวนที่อยู่ในรูปแฟกทอเรียลได้
2. กระจายทวินาม โดยใช้สามเหลี่ยมปาสกาลได้
3. กระจายทวินาม โดยใช้ทฤษฎีบททวินามได้
4. สามารถใช้ทฤษฎีบททวินามคำนวณหาค่าประมาณที่ต้องการผลลัพธ์ที่มีความละเอียดสูงได้
5. มีการพัฒนาคุณธรรม จริยธรรม ค่านิยม และคุณลักษณะอันพึงประสงค์ที่อาจารย์สามารถสังเกตเห็นได้ในด้านความมีมนุษยสัมพันธ์ ความมีวินัย ความรับผิดชอบ ความเชื่อมั่นในตนเอง ความสนใจใฝ่รู้ ความรักสามัคคี ความกตัญญูกตเวที

## เนื้อหาสาระ

1. แฟกทอเรียล
2. สัมประสิทธิ์ทวินาม
3. สามเหลี่ยมปาสกาล
4. ทฤษฎีบททวินาม

## กิจกรรมการเรียนรู้

**ขั้นนำเข้าสู่บทเรียน**

1. อาจารย์สนทนาซักถามด้วยความเป็นกันเอง

**ขั้นสอน**

2. อาจารย์บอกนิยามของแฟกทอเรียล โดยวิธีอธิบายและแสดงเหตุผลแล้วแจกกรณีศึกษา ให้นักศึกษาทุกคนทำ เสร็จแล้วแลกกันตรวจโดยอาจารย์เฉลยคำตอบ
3. อาจารย์บอกนิยามสัมประสิทธิ์ทวินามโดยการอธิบายและแสดงเหตุผล
4. อาจารย์ยกตัวอย่าง โดยใช้วิธีการถามตอบ
5. อาจารย์อธิบายสามเหลี่ยมของปาสกาล โดยให้นักศึกษาพิจารณาการกระจาย $(a + b)^n$ เมื่อ a, b เป็นจำนวนจริงใดๆ และ n เป็นจำนวนเต็มบวก เมื่อกระจายด้วยวิธีการคูณพร้อมยกตัวอย่างที่ 3.5 และ 3.6
6. อาจารย์อธิบายทฤษฎีบททวินาม และยกตัวอย่าง โดยใช้วิธีการถามตอบ
7. อาจารย์ยกตัวอย่าง โดยใช้วิธีการถามตอบประกอบการอธิบายและแสดงเหตุผล
8. อาจารย์ยกตัวอย่าง โดยใช้วิธีการถามตอบ และให้นักศึกษาทุกคนช่วยกันทำ

**ขั้นสรุปและการประยุกต์**

9. อาจารย์ให้นักศึกษาช่วยกันสรุปทฤษฎีบททวินามโดยใช้วิธีการถามตอบ
10. นักศึกษาทำแบบประเมินผลการเรียนรู้ที่ 3 ส่งตามกำหนด
11. อาจารย์ตรวจแบบประเมินผลการเรียนรู้และชี้แจงข้อบกพร่องหรือผิดพลาดให้นักศึกษาทราบ

## สื่อและแหล่งการเรียนรู้

1. หนังสือเรียนคณิตศาสตร์ในงานอุตสาหกรรม (2000-5102) ของสำนักพิมพ์เอมพันธ์
2. กรณีศึกษา

## การวัดผลและการประเมินผล

**วิธีวัดผล**

1. สังเกตพฤติกรรมการปฏิบัติงานรายบุคคล
2. สังเกตพฤติกรรมการเข้าร่วมกิจกรรมกลุ่ม
3. ตรวจแบบประเมินผลการเรียนรู้ หน่วยที่ 3
4. การสังเกตและประเมินผลพฤติกรรมด้านคุณธรรม จริยธรรม ค่านิยม และคุณลักษณะอันพึงประสงค์

**เครื่องมือวัดผล**

1. แบบสังเกตพฤติกรรมการปฏิบัติงานรายบุคคล
2. แบบสังเกตพฤติกรรมการเข้าร่วมกิจกรรมกลุ่ม
3. แบบประเมินผลการเรียนรู้ หน่วยที่ 3
4. แบบประเมินคุณธรรม จริยธรรม ค่านิยม และคุณลักษณะอันพึงประสงค์ โดยอาจารย์และนักศึกษาร่วมกันประเมิน

**เกณฑ์การประเมินผล**

1. แบบสังเกตพฤติกรรมการปฏิบัติงานรายบุคคล เกณฑ์ผ่าน ต้องไม่มีช่องปรับปรุง
2. แบบสังเกตพฤติกรรมการเข้าร่วมกิจกรรมกลุ่ม เกณฑ์ผ่าน 50% ขึ้นไป
3. แบบประเมินผลการเรียนรู้ หน่วยที่ 3 เกณฑ์ผ่าน ทำถูกต้อง 50% ขึ้นไป
4. แบบประเมินคุณธรรม จริยธรรม ค่านิยม และคุณลักษณะอันพึงประสงค์ คะแนนขึ้นอยู่กับการประเมินตามสภาพจริง

## กรณีศึกษา

**คำสั่ง** แสดงขั้นตอนในการหาค่าต่อไปนี้

1. จงหาค่าของ

1.1 $5!$ = .....

1.2 $\frac{10!}{7!}$ = .....

1.3 $\frac{12!}{8!4!}$ = .....

1.4 $\frac{9!}{5!3!}$ = .....

1.5 $\frac{8!}{5!2!}$ = .....

2. จงเขียนจำนวนต่อไปนี้ในรูปแฟกทอเรียล

2.1 $4\cdot5\cdot6\cdot7\cdot8\cdot9$ = .....

2.2 $30\cdot29\cdot28\cdot27\cdot26$ = .....

2.3 $12\cdot10\cdot15\cdot14\cdot13\cdot11$ = .....

2.4 $(n+1)(n+2)(n+3)(n+4)(n+5)$ = .....

2.5 $n(n^2-1)(n^2-4)(n^2-9)$ = .....

## เฉลยกรณีศึกษา

1.1 120 1.2 720 1.3 495

1.4 494 1.5 168

2.1 $\frac{9!}{3!}$ 2.2 $\frac{30!}{25!}$ 2.3 $\frac{15!}{9!}$

2.4 $\frac{(n+5)!}{n!}$ 2.5 $\frac{(n+3)!}{(n-4)!}$

## บันทึกหลังการสอน

**ข้อสรุปหลังการสอน**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

**ปัญหาที่พบ**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

**แนวทางแก้ปัญหา**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

# แผนการจัดการเรียนรู้แบบบูรณาการที่ 7

**หน่วยที่** 4

**รหัสวิชา** 2000-5102 **วิชา** คณิตศาสตร์ในงานอุตสาหกรรม **สอนครั้งที่** 19-21

**ชื่อหน่วย** ฟังก์ชันตรรกยะ **จำนวนชั่วโมง** 3 ช.ม.

**เรื่อง** ฟังก์ชันตรรกยะ

## สาระสำคัญ

1. ฟังก์ชันพหุนาม คือ ฟังก์ชันที่เขียนอยู่ในรูป

   $f(x) = a_n x^n + a_{n-1}x^{n-1} + a_{n-2}x^{n-2} + \ldots + a_1 x + a_0$

   โดยที่ a เป็นจำนวนจริงใดๆ และเลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็มบวก หรือ ศูนย์

   เช่น $f(x) = 3x^6 + 2x^5 - 3x + 2$

2. ฟังก์ชันตรรกยะ คือ ฟังก์ชันที่เขียนอยู่ในรูป

   $R(x) = \dfrac{p(x)}{q(x)}$ เมื่อ p(x) และ q(x) เป็นฟังก์ชันพหุนามของตัวแปร x

3. ฟังก์ชันตรรกยะ มี 2 ชนิด คือ

   1) ฟังก์ชันตรรกยะที่เป็นเศษส่วนแท้ คือ ฟังก์ชันตรรกยะที่กำลังของ p(x) น้อยกว่ากำลังของ q(x) เช่น $\dfrac{2x-3}{x^2+3x+2}$

   2) ฟังก์ชันตรรกยะที่ไม่เป็นเศษส่วนแท้ คือ ฟังก์ชันตรรกยะที่กำลังของ p(x) มากกว่าหรือเท่ากับกำลังของ q(x) เช่น $\dfrac{x^3}{x^2-2x+1}$

4. การทำฟังก์ชันตรรกยะเป็นเศษส่วนย่อย คือ การทำฟังก์ชันตรรกยะ ให้อยู่ในรูปผลบวกของฟังก์ชันตรรกยะที่เป็นเศษส่วนแท้ ซึ่งฟังก์ชันตรรกยะที่อยู่ในรูปผลบวกนี้ แต่ละฟังก์ชันจะมีกำลังน้อยกว่าฟังก์ชันตรรกยะเดิม

## จุดประสงค์การเรียนรู้

1. บอกรูปแบบของฟังก์ชันตรรกยะได้
2. แยกฟังก์ชันตรรกยะเป็นเศษส่วนย่อยได้

3. มีการพัฒนาคุณธรรม จริยธรรม ค่านิยม และคุณลักษณะอันพึงประสงค์ที่อาจารย์สามารถสังเกตเห็นได้ในด้านความมีมนุษยสัมพันธ์ ความมีวินัย ความรับผิดชอบ ความเชื่อมั่นในตนเอง ความสนใจใฝ่รู้ ความรักสามัคคี ความกตัญญูกตเวที

## เนื้อหาสาระ

1. ความหมายของฟังก์ชันตรรกยะ
2. เศษส่วนย่อย

## กิจกรรมการเรียนรู้

**ขั้นนำเข้าสู่บทเรียน**

1. อาจารย์ทบทวนนิยามของฟังก์ชันพหุนาม พร้อมพิจารณาตัวอย่างประกอบโดยใช้วิธีการถามตอบ

**ขั้นสอน**

2. อาจารย์สอนความหมายของฟังก์ชันตรรกยะโดยวิธีการอธิบายและแสดงเหตุผล
3. อาจารย์ใช้การถามตอบให้นักศึกษาพิจารณาตัวอย่างฟังก์ชันตรรกยะเพื่อให้นักศึกษาสรุปได้ว่าฟังก์ชันตรรกยะที่เป็นเศษส่วนแท้ และฟังก์ชันตรรกยะที่ไม่เป็นเศษส่วนแท้เป็นอย่างไร
4. อาจารย์ยกตัวอย่าง โดยใช้วิธีการอธิบายและแสดงเหตุผล
5. อาจารย์อธิบายเศษส่วนย่อย ด้วยการให้นักศึกษาพิจารณาจากตัวอย่าง เพื่อสรุปได้ว่า การแยกฟังก์ชันตรรกยะให้เป็นเศษส่วนย่อยทำอย่างไร
6. อาจารย์อธิบายขั้นตอนการแยกฟังก์ชันตรรกยะที่เป็นเศษส่วนแท้ให้เป็นเศษส่วนย่อย โดยใช้วิธีการถามตอบ
7. อาจารย์ยกตัวอย่าง โดยใช้วิธีการถามตอบ และให้นักศึกษาช่วยกันทำบนกระดานดำ
8. อาจารย์ยกตัวอย่าง โดยใช้วิธีการถามตอบประกอบการอธิบายและแสดงเหตุผล
9. อาจารย์สอนการแยกฟังก์ชันตรรกยะที่ไม่เป็นเศษส่วนแท้พร้อมยกตัวอย่างโดยใช้วิธีการอธิบายและแสดงเหตุผล

**ขั้นสรุปและการประยุกต์**

10. อาจารย์ให้นักศึกษาช่วยกันสรุปฟังก์ชันตรรกยะและการทำฟังก์ชันตรรกยะเป็นเศษส่วนย่อย
11. นักศึกษาทำแบบประเมินผลการเรียนรู้ที่ 4 ส่งตามกำหนด
12. อาจารย์ตรวจแบบประเมินผลการเรียนรู้และชี้แจงข้อบกพร่องหรือผิดพลาดให้นักศึกษาทราบ

## สื่อและแหล่งการเรียนรู้

หนังสือเรียนวิชา คณิตศาสตร์ในงานอุตสาหกรรม (2000-5102) ของสำนักพิมพ์เอมพันธ์

## การวัดผลและการประเมินผล

**วิธีวัดผล**

1. สังเกตพฤติกรรมการปฏิบัติงานรายบุคคล
2. สังเกตพฤติกรรมการเข้าร่วมกิจกรรมกลุ่ม

3. ตรวจแบบประเมินผลการเรียนรู้ หน่วยที่ 4
4. การสังเกตและประเมินผลพฤติกรรมด้านคุณธรรม จริยธรรม ค่านิยม และคุณลักษณะอันพึงประสงค์

**เครื่องมือวัดผล**

1. แบบสังเกตพฤติกรรมการปฏิบัติงานรายบุคคล
2. แบบสังเกตพฤติกรรมการเข้าร่วมกิจกรรมกลุ่ม
3. แบบประเมินผลการเรียนรู้ หน่วยที่ 4
4. แบบประเมินคุณธรรม จริยธรรม ค่านิยม และคุณลักษณะอันพึงประสงค์ โดยอาจารย์และนักศึกษาร่วมกันประเมิน

**เกณฑ์การประเมินผล**

1. แบบสังเกตพฤติกรรมการปฏิบัติงานรายบุคคล เกณฑ์ผ่าน ต้องไม่มีช่องปรับปรุง
2. แบบสังเกตพฤติกรรมการเข้าร่วมกิจกรรมกลุ่ม เกณฑ์ผ่าน 50% ขึ้นไป
3. แบบประเมินผลการเรียนรู้ หน่วยที่ 4 เกณฑ์ผ่าน ทำถูกต้อง 50% ขึ้นไป
4. แบบประเมินคุณธรรม จริยธรรม ค่านิยม และคุณลักษณะอันพึงประสงค์ คะแนนขึ้นอยู่กับการประเมินตามสภาพจริง

## บันทึกหลังการสอน

**ข้อสรุปหลังการสอน**

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

**ปัญหาที่พบ**

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

**แนวทางแก้ปัญหา**

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

# แผนการจัดการเรียนรู้แบบบูรณาการที่ 4

**หน่วยที่** 5

**รหัสวิชา** 2000-5102 **วิชา** คณิตศาสตร์ในงานอุตสาหกรรม **สอนครั้งที่** 22-24

**ชื่อหน่วย** เมทริกซ์ **จำนวนชั่วโมง** 3 ช.ม.

**เรื่อง** เมทริกซ์

## สาระสำคัญ

1. เมทริกซ์ (Matrix) คือ กลุ่มตัวเลขที่นำมาเรียงกันอยู่ในวงเล็บ [ ] หรือ ( ) เช่น

$$\begin{bmatrix} 2 & 4 & 5 \\ 3 & -0 & 1 \\ 0 & -3 & 4 \end{bmatrix}$$

2. ชนิดของเมทริกซ์มีดังนี้ คือ เมทริกซ์แถว เมทริกซ์หลัก เมทริกซ์ศูนย์ เมทริกซ์จัตุรัส เมทริกซ์เอกลักษณ์ เมทริกซ์เชิงสเกลาร์ เมทริกซ์ทแยงมุม เมทริกซ์สามเหลี่ยมบน เมทริกซ์สามเหลี่ยมล่าง
3. การเท่ากันของเมทริกซ์จะเท่ากัน เมื่อมีขนาดเท่ากันและสมาชิกที่อยู่ในตำแหน่งเดียวกันเท่ากัน
4. การดำเนินการของเมทริกซ์ มีดังนี้ คือ การบวกเมทริกซ์ การลบเมทริกซ์ การคูณเมทริกซ์ด้วยสเกลาร์ และการคูณเมทริกซ์ด้วยเมทริกซ์
5. เมทริกซ์สลับเปลี่ยนของเมทริกซ์ A คือ เมทริกซ์ที่ได้จากการสลับเปลี่ยนของแถว และหลักของเมทริกซ์ A และเขียนแทนด้วย $A^T$
6. เมทริกซ์ผกผันสำหรับการคูณของ A เขียนแทนด้วย $A^{-1}$ และเป็นเมทริกซ์ที่ทำให้ $A\,A^{-1} = A^{-1}\,A = I$

## จุดประสงค์การเรียนรู้

1. บอกความหมายของเมทริกซ์ได้
2. อธิบายเมทริกซ์ชนิดต่างๆ ได้
3. บอกเงื่อนไขที่ทำให้เมทริกซ์เท่ากันได้
4. บวกและลบเมทริกซ์ได้
5. คูณเมทริกซ์ด้วยจำนวนจริง และคูณเมทริกซ์ด้วยเมทริกซ์ได้
6. มีการพัฒนาคุณธรรม จริยธรรม ค่านิยม และคุณลักษณะอันพึงประสงค์ที่อาจารย์สามารถสังเกตเห็นได้ในด้านความมีมนุษยสัมพันธ์ ความมีวินัย ความรับผิดชอบ ความเชื่อมั่นในตนเอง ความสนใจใฝ่รู้ ความรักสามัคคี ความกตัญญูกตเวที

## เนื้อหาสาระ

1. ความหมายของเมทริกซ์
2. ชนิดของเมทริกซ์
3. การเท่ากันของเมทริกซ์

4. การดำเนินการของเมทริกซ์

## กิจกรรมการเรียนรู้

**ขั้นนำเข้าสู่บทเรียน**

1. อาจารย์สนทนาซักถามนักศึกษาเกี่ยวกับชีวิตประจำวันเกี่ยวกับการเขียนในรูปเมทริกซ์

**ขั้นสอน**

2. อาจารย์ใช้การสอนแบบอุปนัย โดยให้นักศึกษาทำเอกสารแนะแนวทาง ให้นักศึกษาสังเกตและหาข้อสรุปเกี่ยวกับชนิดของเมทริกซ์ หากมีข้อสงสัยอาจารย์ใช้คำถามเพิ่มเติม
3. อาจารย์อธิบายการเท่ากันของเมทริกซ์ พร้อมยกตัวอย่าง แล้วแจกกรณีศึกษา ให้นักศึกษาทำและอาจารย์ตรวจสอบความถูกต้อง
4. อาจารย์อธิบายการบวกลบเมทริกซ์ พร้อมยกตัวอย่าง
5. อาจารย์ใช้การถามตอบประกอบการอธิบายและแสดงเหตุผลเพื่อให้นักศึกษาสรุป การคูณเมทริกซ์ด้วยสเกลาร์ พร้อมยกตัวอย่าง
6. อาจารย์แจกกรณีศึกษา ให้นักศึกษาทำและอาจารย์ตรวจสอบความถูกต้อง

**ขั้นสรุปและการประยุกต์**

7. อาจารย์ให้นักศึกษาช่วยกันสรุป ชนิดของเมทริกซ์ การเท่ากันของเมทริกซ์ และการดำเนินการของเมทริกซ์ โดยใช้วิธีการถามตอบ
8. นักศึกษาทำแบบประเมินผลการเรียนรู้ที่ 5 ส่งตามกำหนด
9. อาจารย์ตรวจแบบประเมินผลการเรียนรู้และชี้แจงข้อบกพร่องหรือผิดพลาดให้นักศึกษาทราบ

## สื่อและแหล่งการเรียนรู้

1. หนังสือเรียนวิชา คณิตศาสตร์ในงานอุตสาหกรรม (2000-5102) ของสำนักพิมพ์เอมพันธ์
2. กรณีศึกษา

## การวัดผลและการประเมินผล

**วิธีวัดผล**

1. สังเกตพฤติกรรมการปฏิบัติงานรายบุคคล
2. สังเกตพฤติกรรมการเข้าร่วมกิจกรรมกลุ่ม
3. ตรวจแบบประเมินผลการเรียนรู้ หน่วยที่ 5
4. การสังเกตและประเมินผลพฤติกรรมด้านคุณธรรม จริยธรรม ค่านิยม และคุณลักษณะอันพึงประสงค์

**เครื่องมือวัดผล**

1. แบบสังเกตพฤติกรรมการปฏิบัติงานรายบุคคล
2. แบบสังเกตพฤติกรรมการเข้าร่วมกิจกรรมกลุ่ม
3. แบบประเมินผลการเรียนรู้ หน่วยที่ 5
4. แบบประเมินคุณธรรม จริยธรรม ค่านิยม และคุณลักษณะอันพึงประสงค์ โดยอาจารย์และนักศึกษาร่วมกันประเมิน

**เกณฑ์การประเมินผล**

1. แบบสังเกตพฤติกรรมการปฏิบัติงานรายบุคคล เกณฑ์ผ่าน ต้องไม่มีช่องปรับปรุง
2. แบบสังเกตพฤติกรรมการเข้าร่วมกิจกรรมกลุ่ม เกณฑ์ผ่าน 50% ขึ้นไป
3. แบบประเมินผลการเรียนรู้ หน่วยที่ 5 เกณฑ์ผ่าน ทำถูกต้อง 50% ขึ้นไป

**4.** แบบประเมินคุณธรรม จริยธรรม ค่านิยม และคุณลักษณะอันพึงประสงค์ คะแนนขึ้นอยู่กับการประเมินตามสภาพจริง

## กรณีศึกษา

**คำแนะนำ การเรียนโดยใช้เอกสารแนะแนวทาง**

1. ให้นักศึกษาอ่านเอกสารอย่างช้าๆ และทำความเข้าใจไปเรื่อยๆ
2. เมื่อนักศึกษาทำแบบฝึกหัดในเอกสารแนะแนวทางเสร็จแล้ว ให้ตัวแทนกลุ่มมาดูเฉลยจากอาจารย์
3. หากนักศึกษาอ่านแล้วไม่เข้าใจข้อความใด ให้นักศึกษาซักถามหรืออภิปรายกับเพื่อนๆ ในกลุ่มเดียวกัน

**จงเติมข้อความลงในช่องว่างให้สมบูรณ์**

1. เมทริกซ์คือกลุ่มตัวเลขที่นำมาเรียงกันอยู่ในวงเล็บใหญ่ คือ [ ] หรือวงเล็บเล็ก คือ ( ) โดยเรียงกันในรูปแบบ เช่น $\begin{bmatrix} m & n & o \\ p & q & r \end{bmatrix}$ หรือ .....
.....

2. ใช้สัญลักษณ์ $a_{ij}$ แทนสมาชิกในแถวที่ i และหลักที่ j และใช้อักษรภาษาอังกฤษตัวพิมพ์ใหญ่ เช่น A, B, C ... เป็นชื่อแทนเมทริกซ์ ส่วนสมาชิกของเมทริกซ์เราใช้อักษรภาษาอังกฤษตัวพิมพ์เล็กเช่น

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \cdots a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \cdots a_{2n} \\ \vdots & & \\ a_{m1} & a_{m2} & a_{m3} \cdots a_{mn} \end{bmatrix}$$

A เป็นเมทริกซ์ ที่มี ..... แถว และ .....หลัก หรือเขียนย่อๆ ได้เป็น

$$A = [aij]_{m \times n}$$

3. กำหนด $A = \begin{bmatrix} 3 & -1 & 8 & 0 \\ 2 & 3 & 7 & -7 \\ 0 & 2 & 9 & 2 \end{bmatrix}$

เมทริกซ์ A มีขนาด .....

สมาชิกในแถวที่ 2 คือ .....

สมาชิกในแถวที่ 3 คือ .....

$a_{11}$ = ..... $a_{23}$ = ..... และ $a_{34}$ = .....

4. 4.1 เมทริกซ์ที่มีอยู่เพียง 1 แถว สำหรับหลักจะมีกี่หลักก็ได้เรียกว่า .....

เช่น $A = [1 \quad 2 \quad 4 \quad -5]$

4.2 เมทริกซ์ที่มีอยู่เพียง 1 หลัก สำหรับแถวจะมีกี่แถวก็ได้เรียกว่า .....

เช่น $A = \begin{bmatrix} 0 \\ 8 \\ 9 \end{bmatrix}$

4.3 เมทริกซ์ที่มีสมาชิกทุกตัวเป็นศูนย์ โดยทั่วไปเขียนแทนด้วย $\underline{0}$ เรียกว่า .....

เช่น $\underline{0} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

4.4 เมทริกซ์ที่มีจำนวนแถวเท่ากับจำนวนหลัก เรียกว่า .....

เช่น $A = \begin{bmatrix} 3 & 1 & -2 \\ 0 & 4 & 7 \\ 5 & 2 & 3 \end{bmatrix}$

4.5 เมทริกซ์จัตุรัสที่มีสมาชิกในแนวเส้นทแยงมุมหลักเป็น 1 ส่วนสมาชิกที่อยู่เหนือและใต้เส้นทแยงมุมหลักเป็น 0 ทั้งหมดเขียนแทนได้ด้วย $I, I_n$ หรือ $I_{n\times n}$ เรียกว่า .....

เช่น $I_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

4.6 เมทริกซ์จัตุรัสที่มีสมาชิกในแนวเส้นทแยงมุมหลักเป็นตัวเลขที่แตกต่างกัน ส่วนสมาชิกที่อยู่เหนือและใต้เส้นทแยงมุมหลักเป็น 0 ทั้งหมด เรียกว่า .....

เช่น $A = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$

4.7 เมทริกซ์จัตุรัสที่มีสมาชิกใต้แนวเส้นทแยงมุมหลักเป็น 0 ทั้งหมดเรียกว่า .....

เช่น $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 0 & 4 & 2 \\ 0 & 0 & -2 \end{bmatrix}$

4.8 เมทริกซ์จัตุรัสที่มีสมาชิกเหนือเส้นทแยงมุมหลักเป็น 0 ทั้งหมด เรียกว่า .....

เช่น $A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 3 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -3 \end{bmatrix}$

## ชุดที่ 1

**จงหาค่าต่อไปนี้**

1. กำหนดให้ $\begin{bmatrix} x & y+2 \\ 2z & 3w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 7 \\ 4 & 2 \end{bmatrix}$

   จงหาค่าของ x, y, z และ w

2. กำหนดให้ $\begin{bmatrix} 1 & 4 \\ x & y \\ 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 2x+1 & 2y \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$

   จงหาค่าของ x และ y

## เฉลยชุดที่ 1

1. $x = 3$

   $y + 2 = 7$ จะได้ $y = 5$

   $2z = 4$ จะได้ $z = 2$

   $3w = 2$ จะได้ $w = \frac{2}{3}$

2. $x = 2x + 1$ จะได้ $x = -1$

   $y = 2y$ จะได้ $y = 0$

## ชุดที่ 2

**จงหาค่าของตัวแปรต่อไปนี้**

1. กำหนดให้ $A = \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 5 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$

   จงหาค่าของ $A + 2B$

2. กำหนดให้ $A = \begin{bmatrix} 7 & -3 & 2 \\ 0 & 4 & 1 \\ 6 & 5 & 3 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 2 & 3 & -1 \\ 1 & -2 & 3 \\ 3 & -1 & -2 \end{bmatrix}$

   จงหาค่าของ $3A - 4B$

## เฉลยชุดที่ 2

1. $A + 2B = \begin{bmatrix} 6 & 6 \\ 7 & 9 \end{bmatrix}$

2. $3A - 4B = \begin{bmatrix} 21 & -9 & 6 \\ 0 & 12 & 3 \\ 18 & 15 & 9 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 8 & 12 & -4 \\ 4 & -8 & 12 \\ 12 & -4 & -8 \end{bmatrix}$

   $3A - 4B = \begin{bmatrix} 13 & -21 & 10 \\ -4 & 20 & -9 \\ 6 & 19 & 17 \end{bmatrix}$

## บันทึกหลังการสอน

**ข้อสรุปหลังการสอน**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

**ปัญหาที่พบ**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

**แนวทางแก้ปัญหา**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

# แผนการจัดการเรียนรู้แบบบูรณาการที่ 9

**หน่วยที่ 5**

**รหัสวิชา** 2000-5102 **วิชา** คณิตศาสตร์ในงานอุตสาหกรรม **สอนครั้งที่ 25-27**

**ชื่อหน่วย** เมทริกซ์ **จำนวนชั่วโมง 3 ช.ม.**

**เรื่อง** เมทริกซ์

## สาระสำคัญ

1. เมทริกซ์ (Matrix) คือ กลุ่มตัวเลขที่นำมาเรียงกันอยู่ในวงเล็บ [ ] หรือ ( ) เช่น

$$\begin{bmatrix} 2 & 4 & 5 \\ 3 & -0 & 1 \\ 0 & -3 & 4 \end{bmatrix}$$

2. ชนิดของเมทริกซ์มีดังนี้ คือ เมทริกซ์แถว เมทริกซ์หลัก เมทริกซ์ศูนย์ เมทริกซ์จัตุรัส เมทริกซ์เอกลักษณ์ เมทริกซ์เชิงสเกลาร์ เมทริกซ์ทแยงมุม เมทริกซ์สามเหลี่ยมบน เมทริกซ์สามเหลี่ยมล่าง
3. การเท่ากันของเมทริกซ์จะเท่ากัน เมื่อมีขนาดเท่ากันและสมาชิกที่อยู่ในตำแหน่งเดียวกันเท่ากัน
4. การดำเนินการของเมทริกซ์ มีดังนี้ คือ การบวกเมทริกซ์ การลบเมทริกซ์ การคูณเมทริกซ์ด้วยสเกลาร์ และการคูณเมทริกซ์ด้วยเมทริกซ์
5. เมทริกซ์สลับเปลี่ยนของเมทริกซ์ A คือ เมทริกซ์ที่ได้จากการสลับเปลี่ยนของแถว และหลักของเมทริกซ์ A และเขียนแทนด้วย $A^T$
6. เมทริกซ์ผกผันสำหรับการคูณของ A เขียนแทนด้วย $A^{-1}$ และเป็นเมทริกซ์ที่ทำให้ $A A^{-1} = A^{-1} A = I$

## จุดประสงค์การเรียนรู้

5. อธิบายสมบัติการบวกและการคูณของเมทริกซ์ได้
6. หาเมทริกซ์สลับเปลี่ยนได้
7. หาเมทริกซ์ผกผันสำหรับการคูณได้
8. มีการพัฒนาคุณธรรม จริยธรรม ค่านิยม และคุณลักษณะอันพึงประสงค์ที่อาจารย์สามารถสังเกตเห็นได้ในด้านความมีมนุษยสัมพันธ์ ความมีวินัย ความรับผิดชอบ ความเชื่อมั่นในตนเอง ความสนใจใฝ่รู้ ความรักสามัคคี ความกตัญญูกตเวที

## เนื้อหาสาระ

5. สมบัติการบวกและการคูณของเมทริกซ์
6. เมทริกซ์สลับเปลี่ยน

7. เมทริกซ์ผกผันสำหรับการคูณ

## กิจกรรมการเรียนรู้

**ขั้นนำเข้าสู่บทเรียน**

1. อาจารย์ทบทวนการคูณเมทริกซ์ด้วยสเกลาร์โดยใช้การถามตอบ

**ขั้นสอน**

2. อาจารย์อธิบายการคูณเมทริกซ์ด้วยเมทริกซ์ พร้อมยกตัวอย่าง 5.7 โดยใช้วิธีการถามตอบ
3. อาจารย์ยกตัวอย่าง โดยใช้วิธีการอธิบายและแสดงเหตุผล
4. อาจารย์ให้นักศึกษาทุกคนทำเอกสารฝึกหัด และอาจารย์เฉลยคำตอบ
5. อาจารย์ใช้แผ่นโปร่งใส สมบัติการบวกและการคูณของเมทริกซ์ สมบัติการคูณเมทริกซ์ด้วยสเกลาร์ และสมบัติการคูณเมทริกซ์ด้วยเมทริกซ์ โดยใช้วิธีการอธิบายและแสดงเหตุผล
6. อาจารย์ใช้การถามตอบให้นักศึกษาพิจารณาตัวอย่างเมทริกซ์สลับเปลี่ยน
7. อาจารย์ยกตัวอย่าง โดยใช้การถามตอบ แล้วให้นักศึกษาช่วยกันทำบนกระดาน
8. อาจารย์อธิบายเมทริกซ์ผกผันสำหรับการคูณพร้อมยกตัวอย่าง โดยใช้การถามตอบ
9. อาจารย์ยกตัวอย่าง โดยใช้วิธีการอธิบายและแสดงเหตุผล
10. อาจารย์ใช้แผ่นใส สมบัติของเมทริกซ์ผกผันสำหรับการคูณโดยใช้วิธีการอธิบายและแสดงเหตุผล

**ขั้นสรุปและการประยุกต์**

11. อาจารย์ให้นักศึกษาช่วยกันสรุปการคูณเมทริกซ์ด้วยเมทริกซ์ และการหาเมทริกซ์ผกผันสำหรับการคูณ
12. นักศึกษาทำแบบประเมินผลการเรียนรู้ หน่วยที่ 5
13. อาจารย์ตรวจแบบประเมินผลการเรียนรู้พร้อมชี้แจงข้อบกพร่องของนักศึกษา

## สื่อและแหล่งการเรียนรู้

1. หนังสือเรียนวิชา คณิตศาสตร์ในงานอุตสาหกรรม (2000-5102) ของสำนักพิมพ์เอมพันธ์
2. เอกสารฝึกหัด
3 แผ่นโปร่งใส

## การวัดผลและการประเมินผล

**วิธีวัดผล**

1. สังเกตพฤติกรรมการปฏิบัติงานรายบุคคล
2. สังเกตพฤติกรรมการเข้าร่วมกิจกรรมกลุ่ม
3. ตรวจแบบประเมินผลการเรียนรู้ หน่วยที่ 5
4. การสังเกตและประเมินผลพฤติกรรมด้านคุณธรรม จริยธรรม ค่านิยม และคุณลักษณะอันพึงประสงค์

**เครื่องมือวัดผล**

1. แบบสังเกตพฤติกรรมการปฏิบัติงานรายบุคคล
2. แบบสังเกตพฤติกรรมการเข้าร่วมกิจกรรมกลุ่ม
3. แบบประเมินผลการเรียนรู้ หน่วยที่ 5
4. แบบประเมินคุณธรรม จริยธรรม ค่านิยม และคุณลักษณะอันพึงประสงค์ โดยอาจารย์และนักศึกษาร่วมกันประเมิน

**เกณฑ์การประเมินผล**

1. แบบสังเกตพฤติกรรมการปฏิบัติงานรายบุคคล เกณฑ์ผ่าน ต้องไม่มีช่องปรับปรุง
2. แบบสังเกตพฤติกรรมการเข้าร่วมกิจกรรมกลุ่ม เกณฑ์ผ่าน 50% ขึ้นไป
3. แบบประเมินผลการเรียนรู้ หน่วยที่ 5 เกณฑ์ผ่าน ทำถูกต้อง 50% ขึ้นไป
4. แบบประเมินคุณธรรม จริยธรรม ค่านิยม และคุณลักษณะอันพึงประสงค์ คะแนนขึ้นอยู่กับการประเมินตามสภาพจริง

## เอกสารฝึกหัด

**จงหาค่าต่อไปนี้**

1. กำหนดให้ $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 4 & 5 & -6 \end{bmatrix}$ และ $B = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 1 \\ -1 & 4 & 7 \\ 2 & 5 & 0 \end{bmatrix}$

   จงหาค่าของ AB และ BA

2. กำหนดให้ $A = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 4 \\ 3 & 0 & 5 \\ -1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} -2 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 3 \\ 4 & -1 & 5 \end{bmatrix}$

   จงหาค่าของ AB และ BA

## เฉลยเอกสารฝึกหัด

1. $AB = \begin{bmatrix} 13 & 11 & -5 \\ -5 & -10 & 39 \end{bmatrix}$ BA หาผลคูณไม่ได้

2. $AB = \begin{bmatrix} 14 & -8 & 15 \\ 14 & -5 & 28 \\ 6 & 3 & 10 \end{bmatrix}$

   $BA = \begin{bmatrix} -3 & 6 & -7 \\ 3 & 6 & 13 \\ 4 & 2 & 16 \end{bmatrix}$

## บันทึกหลังการสอน

**ข้อสรุปหลังการสอน**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

**ปัญหาที่พบ**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

**แนวทางแก้ปัญหา**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

# แผนการจัดการเรียนรู้แบบบูรณาการที่10

**หน่วยที่** 6

**รหัสวิชา** 2000-5102 **วิชา** คณิตศาสตร์ในงานอุตสาหกรรม **สอนครั้งที่** 28-30

**ชื่อหน่วย** ดีเทอร์มิแนนต์ **จำนวนชั่วโมง** 3 ช.ม.

**เรื่อง** ดีเทอร์มิแนนต์

## สาระสำคัญ

1. ดีเทอร์มิแนนต์หรือตัวกำหนด (Determinants) เป็นจำนวนจริงที่อยู่คู่กับเมทริกซ์จัตุรัสทุกเมทริกซ์ ดีเทอร์มิแนนต์ของ A เขียนแทนด้วย det.A, det(A) หรือ $|A|$
2. การหาค่าดีเทอร์มิแนนต์มี 2 วิธี คือ
   1) การหาค่าดีเทอร์มิแนนต์โดยการคูณทแยง
   2) การหาค่าดีเทอร์มิแนนต์โดยการกระจายโคแฟกเตอร์
3. การหาค่าดีเทอร์มิแนนต์โดยการคูณทแยง ใช้เฉพาะดีเทอร์มิแนนต์อันดับ 2 และ 3 เท่านั้นดังนี้

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} = a_{11}a_{12} - a_{21}a_{12}$$

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = a_{11}a_{22}a_{23} + a_{12}a_{23}a_{31} + a_{13}a_{21}a_{32} - a_{31}a_{22}a_{13} - a_{32}a_{23}a_{11} - a_{33}a_{21}a_{12}$$

4. การหาค่าดีเทอร์มิแนนต์ โดยการกระจายโคแฟกเตอร์ ใช้ได้กับดีเทอร์มิแนนต์ตั้งแต่อันดับ 2 ขึ้นไป
   1) ถ้ากระจายตามแถวที่ 1 จะได้

      $\det.A = a_{11}c_{11} + a_{12}c_{12} + a_{13}c_{13} + \ldots + a_{1n}c_{1n}$

   2) ถ้ากระจายตามหลักที่ 1 จะได้

      $\det.A = a_{11}c_{11} + a_{21}c_{21} + a_{31}c_{31} + \ldots + a_{n1}c_{n1}$

5. สมบัติของดีเทอร์มิแนนต์มีทั้งหมด 9 ข้อ ซึ่งใช้สำหรับช่วยในการหาค่าดีเทอร์มิแนนต์ให้ง่าย สะดวกและรวดเร็วขึ้น

## จุดประสงค์การเรียนรู้

1. สามารถบอกความหมายของดีเทอร์มิแนนต์ได้
2. สามารถหาค่าดีเทอร์มิแนนต์ โดยการคูณทแยงได้
3. สามารถหาค่าไมเนอร์ และโคแฟกเตอร์ได้
4. สามารถหาค่าดีเทอร์มิแนนต์ โดยวิธีการกระจายโคแฟกเตอร์ได้
5. สามารถนำสมบัติของดีเทอร์มิแนนต์ ไปประยุกต์หาค่าดีเทอร์มิแนนต์ได้
6. มีการพัฒนาคุณธรรม จริยธรรม ค่านิยม และคุณลักษณะอันพึงประสงค์ที่อาจารย์สามารถสังเกตเห็นได้ในด้านความมีมนุษยสัมพันธ์ ความมีวินัย ความรับผิดชอบ ความเชื่อมั่นในตนเอง ความสนใจใฝ่รู้ ความรักสามัคคี ความกตัญญูกตเวที

## เนื้อหาสาระ

1. ความหมายของดีเทอร์มิแนนต์
2. การหาค่าดีเทอร์มิแนนต์ โดยการคูณทแยง
3. การกระจายโคแฟกเตอร์
4. การหาค่าดีเทอร์มิแนนต์ โดยวิธีการกระจายโคแฟกเตอร์
5. สมบัติของดีเทอร์มิแนนต์

## กิจกรรมการเรียนรู้

**ขั้นนำเข้าสู่บทเรียน**

1. อาจารย์ทบทวนเมทริกซ์จัตุรัสโดยใช้วิธีการถามตอบ

**ขั้นสอน**

2. อาจารย์บอกความหมายของดีเทอร์มิแนนต์ พร้อมยกตัวอย่างประกอบโดยวิธีอธิบายและแสดงเหตุผล
3. อาจารย์ยกตัวอย่าง โดยใช้การถามตอบแล้วให้นักศึกษาช่วยกันทำบนกระดาน
4. อาจารย์แจกเอกสารฝึกหัด 1 ให้นักศึกษาช่วยกันทำ แล้วอาจารย์ตรวจสอบความถูกต้อง
5. อาจารย์ยกตัวอย่าง โดยใช้การถามตอบ
6. อาจารย์สอนวิธีการหาค่าดีเทอร์มิแนนต์ในการกระจายโคแฟกเตอร์ โดยการอธิบายและแสดงเหตุผล
7. อาจารย์แจกเอกสารฝึกหัด 2 ให้นักศึกษาทำ และอาจารย์ตรวจสอบความถูกต้อง
8. อาจารย์ใช้แผ่นโปร่งใส สมบัติของดีเทอร์มิแนนต์ โดยการถามตอบพร้อมยกตัวอย่างประกอบ

**ขั้นสรุปและการประยุกต์**

9. อาจารย์ใช้การถามตอบให้นักศึกษาสรุปการหาค่าดีเทอร์มิแนนต์และสมบัติของดีเทอร์มิแนนต์
10. นักศึกษาทำแบบประเมินผลการเรียนรู้ที่ 6
11. อาจารย์ตรวจแบบประเมินผลการเรียนรู้ และชี้แจงสิ่งที่บกพร่องหรือผิดพลาดให้นักศึกษาทราบ

## สื่อและแหล่งการเรียนรู้

1. หนังสือเรียนวิชา คณิตศาสตร์ในงานอุตสาหกรรม (2000-5102) ของสำนักพิมพ์เอมพันธ์
2. เอกสารฝึกหัด 1 และ 2
3. แผ่นโปร่งใส เรื่อง สมบัติของดิเทอร์มิแนนต์

## การวัดและการประเมินผล

**วิธีวัดผล**

1. สังเกตพฤติกรรมการปฏิบัติงานรายบุคคล
2. สังเกตพฤติกรรมการเข้าร่วมกิจกรรมกลุ่ม
3. ตรวจแบบประเมินผลการเรียนรู้ หน่วยที่ 5
4. การสังเกตและประเมินผลพฤติกรรมด้านคุณธรรม จริยธรรม ค่านิยม และคุณลักษณะอันพึงประสงค์

**เครื่องมือวัดผล**

1. แบบสังเกตพฤติกรรมการปฏิบัติงานรายบุคคล
2. แบบสังเกตพฤติกรรมการเข้าร่วมกิจกรรมกลุ่ม
3. แบบประเมินผลการเรียนรู้ หน่วยที่ 5
4. แบบประเมินคุณธรรม จริยธรรม ค่านิยม และคุณลักษณะอันพึงประสงค์ โดยอาจารย์และนักศึกษาร่วมกันประเมิน

**เกณฑ์การประเมินผล**

1. แบบสังเกตพฤติกรรมการปฏิบัติงานรายบุคคล เกณฑ์ผ่าน ต้องไม่มีช่องปรับปรุง
2. แบบสังเกตพฤติกรรมการเข้าร่วมกิจกรรมกลุ่ม เกณฑ์ผ่าน 50% ขึ้นไป
3. แบบประเมินผลการเรียนรู้ หน่วยที่ 5 เกณฑ์ผ่าน ทำถูกต้อง 50% ขึ้นไป
4. แบบประเมินคุณธรรม จริยธรรม ค่านิยม และคุณลักษณะอันพึงประสงค์ คะแนนขึ้นอยู่กับการประเมินตามสภาพจริง

## เอกสารฝึกหัด 1

**จงหาค่าดีเทอร์มิแนนต์ของเมทริกซ์ต่อไปนี้**

1. $A = [\,2\,]$ จะได้ det (A) = .....

2. $B = \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 5 & -2 \end{bmatrix}$ จะได้ det (B) = .....

3. $C = \begin{bmatrix} 0 & 4 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$ จะได้ $|C|$ = .....

4. $D = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 5 \\ 1 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 0 \end{bmatrix}$ จะได้ $|D|$ = .....

5. $E = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 0 \\ 3 & 1 & 4 \end{bmatrix}$ จะได้ $|E|$ = .....

## เฉลยเอกสารฝึกหัด 1

1. det(A) = 2
2. det(B) = -26
3. $|C|$ = -4
4. $|D|$ = 9
5. $|E|$ = -24

## เอกสารฝึกหัด 2

**จงหาค่าดีเทอร์มิแนนต์โดยวิธีกระจายโคแฟกเตอร์**

1. $A = \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 4 & -5 \end{bmatrix}$

2. $A = \begin{bmatrix} 3 & 0 & -4 \\ -2 & 1 & 5 \\ 1 & 5 & 0 \end{bmatrix}$

3. $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 5 \\ 1 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 0 \end{bmatrix}$

## เฉลยเอกสารฝึกหัด 2

1. $\det(A) = -23$

2. $\det(A) = -31$

3. $\det(A) = 9$

## บันทึกหลังการสอน

**ข้อสรุปหลังการสอน**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

**ปัญหาที่พบ**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

**แนวทางแก้ปัญหา**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

# แผนการจัดการเรียนรู้แบบบูรณาการที่ 11

**หน่วยที่** 7

**รหัสวิชา** 2000-5102 **วิชา** คณิตศาสตร์ในงานอุตสาหกรรม **สอนครั้งที่** 31-33

**ชื่อหน่วย** การแก้ระบบสมการเชิงเส้น **จำนวนชั่วโมง** 3 ช.ม.

**เรื่อง** การแก้ระบบสมการเชิงเส้น

## สาระสำคัญ

1. แอดจอยท์หรือส่วนผูกพันของเมทริกซ์ A เขียนแทนด้วย adj(A) และ

$$\text{adj}(A) = [c_{ij}]^T$$

2. เมทริกซ์ผกผันสำหรับการคูณ เขียนแทนด้วย $A^{-1}$ และ

$$A^{-1} = \frac{1}{\det . A} . \text{adj}(A)$$

3. การแก้ระบบสมการเชิงเส้น ในที่นี้นำเสนอ 3 วิธี คือ
   (1) การแก้ระบบสมการเชิงเส้น โดยใช้เมทริกซ์ผกผันสำหรับการคูณ
   (2) การแก้ระบบสมการเชิงเส้น โดยใช้กฎของคราเมอร์
   (3) การแก้ระบบสมการเชิงเส้น โดยใช้เมทริกซ์แต่งเติม

## จุดประสงค์การเรียนรู้

1. หาแอดจอยท์หรือส่วนผกผันของเมทริกซ์ได้
2. หาเมทริกซ์ผกผันสำหรับการคูณได้
3. แก้ระบบสมการเชิงเส้น โดยใช้เมทริกซ์ผกผันสำหรับการคูณได้
4. มีการพัฒนาคุณธรรม จริยธรรม ค่านิยม และคุณลักษณะอันพึงประสงค์ที่อาจารย์สามารถสังเกตเห็นได้ในด้านความมีมนุษยสัมพันธ์ ความมีวินัย ความรับผิดชอบ ความเชื่อมั่นในตนเอง ความสนใจใฝ่รู้ ความรักสามัคคี ความกตัญญูกตเวที

## เนื้อหาสาระ

1. แอดจอยท์หรือส่วนผกผันของเมทริกซ์
2. เมทริกซ์ผกผันสำหรับการคูณ
3. การแก้ระบบสมการเชิงเส้น โดยใช้เมทริกซ์ผกผันสำหรับการคูณ

## กิจกรรมการเรียนรู้

**ขั้นนำเข้าสู่บทเรียน**

1. อาจารย์ทบทวนหาโคแฟกเตอร์ของเมทริกซ์โดยให้นักศึกษาพิจารณาตัวอย่างโดยใช้วิธีถามตอบ

**ขั้นสอน**

2. อาจารย์บอกนิยามของแอดจอยท์ พร้อมยกตัวอย่าง โดยใช้การถามตอบ
3. อาจารย์สอนเมทริกซ์ผกผันสำหรับการคูณ พร้อมยกตัวอย่าง โดยวิธีการถามตอบประกอบการอธิบายและแสดงเหตุผล
4. อาจารย์ใช้แผ่นโปร่งใส เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้นเพื่อไปสู่ข้อสรุปการแก้ระบบสมการเชิงเส้นโดยใช้เมทริกซ์ผกผันสำหรับการคูณ นั่นคือ $x = A^{-1}x$
5. อาจารย์ยกตัวอย่าง โดยใช้วิธีการถามตอบประกอบการอธิบายและแสดงเหตุผล

**ขั้นสรุปและการประยุกต์**

6. อาจารย์ให้นักศึกษาช่วยกันสรุปวิธีการแก้ระบบสมการเชิงเส้นโดยใช้เมทริกซ์ผกผันสำหรับการคูณ
7. นักศึกษาทำแบบประเมินผลการเรียนรู้ที่ 7
8. อาจารย์ตรวจแบบประเมินผลการเรียนรู้และชี้แจงสิ่งที่บกพร่องหรือผิดพลาดให้นักศึกษาทราบ

## สื่อการเรียนการสอน

1. หนังสือเรียนวิชา คณิตศาสตร์ในงานอุตสาหกรรม (2000-5102) ของสำนักพิมพ์เอมพันธ์
2. แผ่นโปร่งใส เรื่องระบบสมการเชิงเส้น

## การวัดและการประเมินผล

**วิธีวัดผล**

1. สังเกตพฤติกรรมการปฏิบัติงานรายบุคคล
2. สังเกตพฤติกรรมการเข้าร่วมกิจกรรมกลุ่ม
3. ตรวจแบบประเมินผลการเรียนรู้ หน่วยที่ 7
4. การสังเกตและประเมินผลพฤติกรรมด้านคุณธรรม จริยธรรม ค่านิยม และคุณลักษณะอันพึงประสงค์

**เครื่องมือวัดผล**

1. แบบสังเกตพฤติกรรมการปฏิบัติงานรายบุคคล
2. แบบสังเกตพฤติกรรมการเข้าร่วมกิจกรรมกลุ่ม
3. แบบประเมินผลการเรียนรู้ หน่วยที่ 7
4. แบบประเมินคุณธรรม จริยธรรม ค่านิยม และคุณลักษณะอันพึงประสงค์ โดยอาจารย์และนักศึกษาร่วมกันประเมิน

**เกณฑ์การประเมินผล**

1. แบบสังเกตพฤติกรรมการปฏิบัติงานรายบุคคล เกณฑ์ผ่าน ต้องไม่มีช่องปรับปรุง
2. แบบสังเกตพฤติกรรมการเข้าร่วมกิจกรรมกลุ่ม เกณฑ์ผ่าน 50% ขึ้นไป
3. แบบประเมินผลการเรียนรู้ หน่วยที่ 7 เกณฑ์ผ่าน ทำถูกต้อง 50% ขึ้นไป
4. แบบประเมินคุณธรรม จริยธรรม ค่านิยม และคุณลักษณะอันพึงประสงค์ คะแนนขึ้นอยู่กับการประเมินตามสภาพจริง

## บันทึกหลังการสอน

**ข้อสรุปหลังการสอน**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

**ปัญหาที่พบ**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

**แนวทางแก้ปัญหา**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

# แผนการจัดการเรียนรู้แบบบูรณาการที่ 12

**หน่วยที่** 7

**รหัสวิชา** 2000-5102 **วิชา** คณิตศาสตร์ในงานอุตสาหกรรม **สอนครั้งที่** 34-36

**ชื่อหน่วย** การแก้ระบบสมการเชิงเส้น **จำนวนชั่วโมง** 3 ช.ม.

**เรื่อง** การแก้ระบบสมการเชิงเส้น

## สาระสำคัญ

1. แอดจอยท์หรือส่วนผูกพันของเมทริกซ์ A เขียนแทนด้วย adj(A) และ

$$\text{adj}(A) = [c_{ij}]^T$$

2. เมทริกซ์ผกผันสำหรับการคูณ เขียนแทนด้วย $A^{-1}$ และ

$$A^{-1} = \frac{1}{\det . A}.\text{adj}(A)$$

3. การแก้ระบบสมการเชิงเส้น ในที่นี้นำเสนอ 3 วิธี คือ
   (1) การแก้ระบบสมการเชิงเส้น โดยใช้เมทริกซ์ผกผันสำหรับการคูณ
   (2) การแก้ระบบสมการเชิงเส้น โดยใช้กฎของคราเมอร์
   (3) การแก้ระบบสมการเชิงเส้น โดยใช้เมทริกซ์แต่งเติม

## จุดประสงค์การเรียนรู้

4. แก้ระบบสมการเชิงเส้น โดยใช้กฎของคราเมอร์ได้
5. แก้ระบบสมการเชิงเส้น โดยใช้เมทริกซ์แต่งเติมได้
6. มีการพัฒนาคุณธรรม จริยธรรม ค่านิยม และคุณลักษณะอันพึงประสงค์ที่อาจารย์สามารถสังเกตเห็นได้ในด้านความมีมนุษยสัมพันธ์ ความมีวินัย ความรับผิดชอบ ความเชื่อมั่นในตนเอง ความสนใจใฝ่รู้ ความรักสามัคคี ความกตัญญูกตเวที

## เนื้อหาสาระ

4. การแก้ระบบสมการเชิงเส้น โดยใช้กฎของคราเมอร์
5. การแก้ระบบสมการเชิงเส้น โดยใช้เมทริกซ์แต่งเติม

## กิจกรรมการเรียนรู้

**ขั้นนำเข้าสู่บทเรียน**

1. อาจารย์ทบทวนการแก้ระบบสมการเชิงเส้นโดยการถามตอบ

**ขั้นสอน**

2. ให้นักศึกษาพิจารณาระบบสมการเชิงเส้นเพื่อให้นำไปสู่ข้อสรุป การแก้ระบบสมการเชิงเส้นโดยใช้กฎของคราเมอร์ นั่นคือ $AX = B$

$$x_i = \frac{\det A_i}{\det A} \quad ; i = 1, 2, \ldots n$$

3. อาจารย์ยกตัวอย่าง โดยใช้วิธีการถามตอบประกอบการอธิบายและแสดงเหตุผล
4. อาจารย์อธิบายการแก้ระบบสมการเชิงเส้นโดยใช้เมทริกซ์แต่งเติม
5. อาจารย์ยกตัวอย่าง โดยใช้วิธีการอธิบายและแสดงเหตุผล
6. อาจารย์แบ่งกลุ่มนักศึกษาตามความเหมาะสม ให้แต่ละกลุ่มเลือกประธาน เลขานุการและผู้ประเมินกิจกรรม อาจารย์แจกเอกสารฝึกหัด ให้นักศึกษาช่วยกันหาคำตอบ
7. ให้ตัวแทนนักศึกษาแต่ละกลุ่มมาเสนอผลงานหน้าชั้นเรียน

**ขั้นสรุปและการประยุกต์**

8. อาจารย์และนักศึกษาช่วยกันสรุปวิธีการแก้ระบบสมการเชิงเส้นโดยใช้การถามตอบ
9. นักศึกษาทำแบบประเมินผลการเรียนรู้ที่ 7
10. อาจารย์ตรวจแบบประเมินผลการเรียนรู้และชี้แจงสิ่งที่บกพร่องหรือผิดพลาดให้นักศึกษาทราบ

## สื่อและแหล่งการเรียนรู้

1. หนังสือเรียนวิชาคณิตศาสตร์ในงานอุตสาหกรรม (2000-5102) ของสำนักพิมพ์เอมพันธ์
2. เอกสารฝึกหัด

## การวัดผลและการประเมินผล

**วิธีวัดผล**

1. สังเกตพฤติกรรมการปฏิบัติงานรายบุคคล
2. สังเกตพฤติกรรมการเข้าร่วมกิจกรรมกลุ่ม
3. ตรวจแบบประเมินผลการเรียนรู้ หน่วยที่ 7
4. การสังเกตและประเมินผลพฤติกรรมด้านคุณธรรม จริยธรรม ค่านิยม และคุณลักษณะอันพึงประสงค์

**เครื่องมือวัดผล**

1. แบบสังเกตพฤติกรรมการปฏิบัติงานรายบุคคล
2. แบบสังเกตพฤติกรรมการเข้าร่วมกิจกรรมกลุ่ม
3. แบบประเมินผลการเรียนรู้ หน่วยที่ 7
4. แบบประเมินคุณธรรม จริยธรรม ค่านิยม และคุณลักษณะอันพึงประสงค์ โดยอาจารย์และนักศึกษาร่วมกันประเมิน

**เกณฑ์การประเมินผล**

1. แบบสังเกตพฤติกรรมการปฏิบัติงานรายบุคคล เกณฑ์ผ่าน ต้องไม่มีช่องปรับปรุง
2. แบบสังเกตพฤติกรรมการเข้าร่วมกิจกรรมกลุ่ม เกณฑ์ผ่าน 50% ขึ้นไป
3. แบบประเมินผลการเรียนรู้ หน่วยที่ 7 เกณฑ์ผ่าน ทำถูกต้อง 50% ขึ้นไป
4. แบบประเมินคุณธรรม จริยธรรม ค่านิยม และคุณลักษณะอันพึงประสงค์ คะแนนขึ้นอยู่กับการประเมินตามสภาพจริง

## เอกสารฝึกหัดที่ 1

**จงแก้ระบบสมการเชิงเส้น**

โดยใช้กฎของคราเมอร์

โดยใช้เมทริกซ์แต่งเติม

(1) $2x + 5y = -9$

$3x + 4y = -2$

(2) $2x + y - z = 1$

$x + 2y + z = 5$

$x + 3y - z = 2$

## เอกสารฝึกหัดที่ 2

**จงแก้ระบบสมการเชิงเส้น**

โดยใช้กฎของคราเมอร์

โดยใช้เมทริกซ์แต่งเติม

(1) $2x + y = 3$

$x - 3y = 5$

(2) $x + y + z = 4$

$2x + y - 2z = 2$

$x - y + 3z = 2$

## เอกสารฝึกหัดที่ 3

**จงแก้ระบบสมการเชิงเส้น**

โดยใช้กฎของคราเมอร์

โดยใช้เมทริกซ์แต่งเติม

(1) $2x - y = 2$

$x + y = 4$

(2) $x + y + z = 4$

$x - y - z = 0$

$x + y + 2z = 0$

## บันทึกหลังการสอน

**ข้อสรุปหลังการสอน**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

**ปัญหาที่พบ**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

**แนวทางแก้ปัญหา**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

# แผนการจัดการเรียนรู้แบบบูรณาการที่ 13

**หน่วยที่ 8**

**รหัสวิชา** 2000-5102 **วิชา** คณิตศาสตร์ในงานอุตสาหกรรม **สอนครั้งที่ 37-39**

**ชื่อหน่วย** เส้นตรง **จำนวนชั่วโมง 3 ช.ม.**

**เรื่อง** เส้นตรง

## สาระสำคัญ

1. ระบบพิกัดฉาก ประกอบไปด้วยเส้นจำนวน 2 เส้น ที่ตั้งฉากกันบนระนาบเดียวกัน
2. ระยะทางระหว่างจุด 2 จุด $P_1(x_1, y_1)$ และ $P_2(x_2, y_2)$ คือ

$$\left| P_1P_2 \right| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_2)^2}$$

3. จุดกึ่งกลางระหว่างจุด 2 จุด $P_1(x_1, y_1)$ และ $Q(x_2, y_2)$ คือ $S(\bar{x}, \bar{y})$

เมื่อ $(\bar{x}, \bar{y}) = \left( \frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2} \right)$

4. ความชันของเส้นตรง เขียนแทนด้วย m คือ

$m = \tan\theta$ เมื่อ $\theta$ คือมุมเอียงของเส้นตรง

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

5. เส้นตรง 2 เส้นขนานกัน เมื่อความชันเท่ากัน
6. เส้นตรง 2 เส้นตั้งฉากกัน เมื่อความชันคูณกันเท่ากับ –1
7. มุมระหว่างเส้นตรง 2 เส้น หาได้จาก

(1) ถ้า $\alpha$ เป็นมุมจากเส้นตรง $L_1$ ไปยัง $L_2$

จะได้ $\tan\alpha = \frac{m_2 - m_1}{1 + m_1m_2}$

(2) ถ้า $\beta$ เป็นมุมจากเส้นตรง $L_2$ ไปยัง $L_1$

จะได้ $\tan\beta = \frac{m_1 - m_2}{1 + m_1m_2}$

8. สมการเส้นตรง มี 6 รูปแบบ ดังนี้

(1) $x = a$ (เมื่อเส้นตรงขนานกับแกน y)

(2) $y = b$ (เมื่อเส้นตรงขนานกับแกน x)

(3) $y-y_1 = m(x-x_1)$ (เมื่อทราบจุดที่เส้นตรงผ่าน 1 จุด และความชัน)

(4) $\frac{y - y_1}{x - x_1} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ (เมื่อทราบ 2 จุด ที่เส้นตรงผ่าน)

(5) $y = mx+b$ (เมื่อทราบความชัน และจุดตัดแกน y)

(6) $\frac{x}{a}+\frac{y}{b} = 1$ (เมื่อทราบจุดตัด 2 แกน)

9. สมการรูปทั่วไปของเส้นตรง $Ax + By + C = 0$ เมื่อ A, B และ C เป็นค่าคงตัว A และ B ไม่เป็นศูนย์พร้อมกัน

10. ระยะระหว่างจุด $P(x_1, y_1)$ และเส้นตรง $Ax + By + C = 0$ คือ $d = \frac{|Ax_1 + By_1 + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$

11. ระยะทางระหว่างเส้นตรง $Ax_1 + By_1 + C_1 = 0$ กับเส้นตรง $Ax_2 + By_2 + C_2$ คือ

$$d = \frac{|C_1 - C_2|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$$

## จุดประสงค์การเรียนรู้

1. อธิบายเกี่ยวกับระบบพิกัดฉากได้
2. หาระยะทางระหว่างจุดสองจุดได้
3. หาจุดกึ่งกลางระหว่างจุดสองจุดได้
4. มีการพัฒนาคุณธรรม จริยธรรม ค่านิยม และคุณลักษณะอันพึงประสงค์ที่อาจารย์สามารถสังเกตเห็นได้ในด้านความมีมนุษยสัมพันธ์ ความมีวินัย ความรับผิดชอบ ความเชื่อมั่นในตนเอง ความสนใจใฝ่รู้ ความรักสามัคคี ความกตัญญูกตเวที

## เนื้อหาสาระ

1. ระบบพิกัดฉาก
2. ระยะทางระหว่างจุด 2 จุด
3. จุดกึ่งกลางระหว่างจุด 2 จุด

## กิจกรรมการเรียนการสอน

**ขั้นนำเข้าสู่บทเรียน**

1. อาจารย์ทบทวนการเขียนคู่อันดับลงบนระนาบเส้นตรง 2 เส้น ที่ตั้งฉากเพื่อไปสู่ระบบพิกัดฉาก

**ขั้นสอน**

2. ให้นักศึกษาออกมาเขียนพิกัดต่างๆ ลงบนระนาบ เช่น A(3, 2), B(-2, 3) เป็นต้น
3. อาจารย์ใช้การถามตอบให้นักศึกษาพิจารณาตัวอย่าง การหาระยะทางระหว่างจุด 2 จุด โดยการเขียนพิกัดจุด เพื่อให้นักศึกษาสรุปได้ดังนิยามที่ 1

นั่นคือ $|AB| = |x_1 - x_2| = |x_2 - x_1|$

หรือ $|CD| = |y_1 - y_2| = |y_2 - y_1|$

4. อาจารย์แบ่งกลุ่มนักศึกษาตามความเหมาะสม โดยเลือกประธาน เลขานุการและผู้ประเมินกลุ่ม และให้นักศึกษาทำเอกสารแนะแนวทางเรื่องระยะทางระหว่างจุดสองจุด แล้วให้ตัวแทนแต่ละกลุ่มนำเสนอผลงานโดยรายงานหน้าชั้นเรียน

5. อาจารย์อธิบายการหาจุดกึ่งกลางระหว่างจุด 2 จุด โดยใช้การอธิบายและแสดงเหตุผลพร้อมยกตัวอย่างที่ 8.4
6. อาจารย์ยกตัวอย่าง โดยใช้การถามตอบแล้วให้นักศึกษาช่วยกันทำบนกระดาน

**ขั้นสรุปและการประยุกต์**

7. อาจารย์และนักศึกษาช่วยกันสรุปสูตร การหาระยะทางระหว่างจุด 2 จุด และจุดกึ่งกลางระหว่างจุด 2 จุด โดยใช้การถามตอบ
8. นักศึกษาทำแบบประเมินผลการเรียนรู้ที่ 8
9. อาจารย์ตรวจแบบประเมินผลการเรียนรู้ และชี้แจงสิ่งที่บกพร่องหรือผิดพลาดให้นักศึกษาทราบ

## สื่อการเรียนการสอน

1. หนังสือเรียนวิชา คณิตศาสตร์ในงานอุตสาหกรรม (2000-5102) ของสำนักพิมพ์เอมพันธ์
2. เอกสารแนะแนวทาง เรื่อง ระยะทางระหว่างจุดสองจุด

## การวัดและการประเมินผล

**วิธีวัดผล**

1. สังเกตพฤติกรรมการปฏิบัติงานรายบุคคล
2. สังเกตพฤติกรรมการเข้าร่วมกิจกรรมกลุ่ม
3. ตรวจแบบประเมินผลการเรียนรู้ หน่วยที่ 8
4. การสังเกตและประเมินผลพฤติกรรมด้านคุณธรรม จริยธรรม ค่านิยม และคุณลักษณะอันพึงประสงค์

**เครื่องมือวัดผล**

1. แบบสังเกตพฤติกรรมการปฏิบัติงานรายบุคคล
2. แบบสังเกตพฤติกรรมการเข้าร่วมกิจกรรมกลุ่ม
3. แบบประเมินผลการเรียนรู้ หน่วยที่ 8
4. แบบประเมินคุณธรรม จริยธรรม ค่านิยม และคุณลักษณะอันพึงประสงค์ โดยอาจารย์และนักศึกษาร่วมกันประเมิน

**เกณฑ์การประเมินผล**

1. แบบสังเกตพฤติกรรมการปฏิบัติงานรายบุคคล เกณฑ์ผ่าน ต้องไม่มีช่องปรับปรุง
2. แบบสังเกตพฤติกรรมการเข้าร่วมกิจกรรมกลุ่ม เกณฑ์ผ่าน 50% ขึ้นไป
3. แบบประเมินผลการเรียนรู้ หน่วยที่ 8 เกณฑ์ผ่าน ทำถูกต้อง 50% ขึ้นไป
4. แบบประเมินคุณธรรม จริยธรรม ค่านิยม และคุณลักษณะอันพึงประสงค์ คะแนนขึ้นอยู่กับการประเมินตามสภาพจริง

## เอกสารแนะแนวทาง

**เรื่อง** ระยะทางระหว่างจุดสองจุด

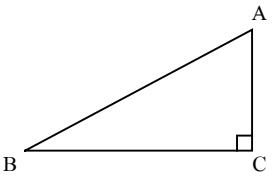
1. กำหนดพิกัดของจุด A และจุด B ต่อไปนี้ ให้หา AB แล้วเติมลงในตาราง

| พิกัดของจุด A | พิกัดของจุด B | AB |
|---|---|---|
| (-3, 0) | (7, 0) | ..... |
| (1, 3) | (6, 3) | ..... |
| (-2, -1) | (-9, -1) | ..... |
| (8, -2) | (-4, 2) | ..... |

2. กำหนดพิกัดของจุด A และจุด B ต่อไปนี้ ให้หา AB แล้วเติมลงในตาราง

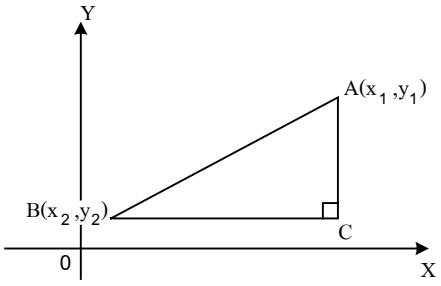
| พิกัดของจุด A | พิกัดของจุด B | AB |
|---|---|---|
| (3, 1) | (3, 5) | ..... |
| (1, 4) | (1, -6) | ..... |
| (-2, -5) | (-2, 0) | ..... |
| (-8, -3) | (-8, -4) | ..... |

3. จากทฤษฎีบทปีทาโกรัส กล่าวว่าในรูปสามเหลี่ยมมุมฉากใดๆ พื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสบนด้านตรงข้ามมุมฉากเท่ากับผลบวกของพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสบนด้านประกอบมุมฉาก ดังนั้นเมื่อเขียนรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ABC (ดังรูป)




จะได้ว่า .....

4.




จากรูป กำหนดจุด $A(x_1, y_1)$ และจุด $B(x_2, y_2)$ เป็นจุดสองจุด

ลาก $\overline{AB}$ จากจุด A และจุด B ลากเส้นตรงขนานกับแกน y และแกน x ตามลำดับ

ซึ่งจะพบกันที่จุด C จุด C คือจุด ..... (ให้เขียนที่รูปด้วย)

AC มีค่าเท่ากับ ..... (ให้เขียนที่รูปด้วย)

BC มีค่าเท่ากับ ..... (ให้เขียนที่รูปด้วย)

เนื่องจากรูปสามเหลี่ยม ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

และโดยทฤษฎีบทปีทาโกรัส จะได้ว่า

$AB^2$ = .....

และ $|a-b|^2 = (a-b)^2$

ดังนั้น AB = .....

สรุป ถ้า $A(x_1, y_1)$ และจุด $B(x_2, y_2)$ เป็นจุดสองจุดใดๆ ในระนาบแล้ว

AB = .....

5. กำหนดพิกัดของจุดสองจุดต่อไปนี้ ให้หาระยะทางระหว่างจุดสองจุดแล้วเติมลงในช่องว่าง

| **พิกัดของจุดสองจุด** | **AB** |
|---|---|
| A(3, -2), B(-1, 1) | ..... |
| C(8, 1), D(0, 7) | ..... |
| E(1, 1), F(3, 2) | ..... |
| G(-3, 1), H(4, -2) | ..... |

6. จงแสดงว่าจุด A(7, 5), B(2, 3) และ C(6, -7) เป็นจุดยอดของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

**วิธีทำ** เนื่องจากจุด A(7, 5), B(2, 3) และ C(6, -7) เป็นจุดยอดของรูปสามเหลี่ยมจะได้ว่า

AB = .....

BC = .....

AC = .....

และ $AB^2$ = .....

$BC^2$ = .....

$AC^2$ = .....

และโดยทฤษฎีบทที่กล่าวว่าในรูปสามเหลี่ยมใดๆ ถ้าผลบวกของกำลังสองของด้านสองด้านมีค่าเท่ากับกำลังสองของด้านที่เหลือแล้ว รูปสามเหลี่ยมรูปนั้นจะเป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

จะได้ว่า .....

นั่นคือ จุด A(7, 5), B(2, 3) และ C(6, -7) เป็นจุดยอดของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

7. จงแสดงว่าจุด A(-4, 7), B(2, 5) และ C(4, -1) เป็นจุดยอดของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว

**วิธีทำ** เนื่องจากจุด A(-4, 7), B(2, 5) และ C(4, -1) เป็นจุดยอดของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วจะได้ว่า

AB = .....

BC = .....

AC = .....

และ ..... เท่ากับ .....

ดังนั้นจุด A(-4, 7), B(2, 5) และ C(4, -1) เป็นจุดยอดของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว

## เฉลยเอกสารแนะแนวทาง

**เรื่อง** ระยะทางระหว่างจุดสองจุด

1. 10, 5, 7, 12
2. 4, 10, 5, 1
3. $AB^2 = BC^2 + AC^2$
4. $(x_1, y_2)$

   $|y_1 - y_2|$

   $|x_1 - x_2|$

   $|x_1 - x_2|^2 + |y_1 - y_2|^2$

   $\sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$
5. 5, 10, $\sqrt{5}$, $\sqrt{58}$
6. $\sqrt{29}$, $\sqrt{116}$, $\sqrt{145}$

   29, 116, 145

   $AC^2 = AB^2 + BC^2$
7. $\sqrt{40}$ หรือ $2\sqrt{10}$

   $\sqrt{40}$ หรือ $2\sqrt{10}$

   $\sqrt{128}$ หรือ $8\sqrt{2}$

   AB = BC

## บันทึกหลังการสอน

**ข้อสรุปหลังการสอน**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

**ปัญหาที่พบ**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

**แนวทางแก้ปัญหา**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

# แผนการจัดการเรียนรู้แบบบูรณาการที่ 14

**หน่วยที่ 8**

**รหัสวิชา** 2000-5102 **วิชา** คณิตศาสตร์ในงานอุตสาหกรรม **สอนครั้งที่ 40-42**

**ชื่อหน่วย** เส้นตรง **จำนวนชั่วโมง 3 ช.ม.**

**เรื่อง** เส้นตรง

## สาระสำคัญ

1. ระบบพิกัดฉาก ประกอบไปด้วยเส้นจำนวน 2 เส้น ที่ตั้งฉากกันบนระนาบเดียวกัน
2. ระยะทางระหว่างจุด 2 จุด $P_1(x_1, y_1)$ และ $P_2(x_2, y_2)$ คือ

$$\left| P_1P_2 \right| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_2)^2}$$

3. จุดกึ่งกลางระหว่างจุด 2 จุด $P_1(x_1, y_1)$ และ $Q(x_2, y_2)$ คือ $S(\bar{x}, \bar{y})$

เมื่อ $(\bar{x}, \bar{y}) = \left( \frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2} \right)$

4. ความชันของเส้นตรง เขียนแทนด้วย m คือ

$m = \tan\theta$ เมื่อ $\theta$ คือมุมเอียงของเส้นตรง

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

5. เส้นตรง 2 เส้นขนานกัน เมื่อความชันเท่ากัน
6. เส้นตรง 2 เส้นตั้งฉากกัน เมื่อความชันคูณกันเท่ากับ –1
7. มุมระหว่างเส้นตรง 2 เส้น หาได้จาก

(1) ถ้า $\alpha$ เป็นมุมจากเส้นตรง $L_1$ ไปยัง $L_2$

จะได้ $\tan\alpha = \frac{m_2 - m_1}{1 + m_1 m_2}$

(2) ถ้า $\beta$ เป็นมุมจากเส้นตรง $L_2$ ไปยัง $L_1$

จะได้ $\tan\beta = \frac{m_1 - m_2}{1 + m_1 m_2}$

8. สมการเส้นตรง มี 6 รูปแบบ ดังนี้

(1) $x = a$ (เมื่อเส้นตรงขนานกับแกน y)

(2) $y = b$ (เมื่อเส้นตรงขนานกับแกน x)

(3) $y - y_1 = m(x - x_1)$ (เมื่อทราบจุดที่เส้นตรงผ่าน 1 จุด และความชัน)

(4) $\frac{y - y_1}{x - x_1} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ (เมื่อทราบ 2 จุด ที่เส้นตรงผ่าน)

(5) $y = mx + b$ (เมื่อทราบความชัน และจุดตัดแกน y)

(6) $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$ (เมื่อทราบจุดตัด 2 แกน)

9. สมการรูปทั่วไปของเส้นตรง $Ax + By + C = 0$ เมื่อ $A, B$ และ $C$ เป็นค่าคงตัว $A$ และ $B$ ไม่เป็นศูนย์พร้อมกัน

10. ระยะระหว่างจุด $P(x_1, y_1)$ และเส้นตรง $Ax + By + C = 0$ คือ $d = \dfrac{|Ax_1 + By_1 + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$

11. ระยะทางระหว่างเส้นตรง $Ax_1 + By_1 + C_1 = 0$ กับเส้นตรง $Ax_2 + By_2 + C_2$ คือ

$$d = \frac{|C_1 - C_2|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$$

## จุดประสงค์การเรียนรู้

4. หาความชันของเส้นตรงได้
5. เขียนเส้นขนานและเส้นตั้งฉากได้
6. หามุมระหว่างเส้นตรง 2 เส้นได้
7. มีการพัฒนาคุณธรรม จริยธรรม ค่านิยม และคุณลักษณะอันพึงประสงค์ที่อาจารย์สามารถสังเกตเห็นได้ในด้านความมีมนุษยสัมพันธ์ ความมีวินัย ความรับผิดชอบ ความเชื่อมั่นในตนเอง ความสนใจใฝ่รู้ ความรักสามัคคี ความกตัญญูกตเวที

## เนื้อหาสาระ

4. ความชันของเส้นตรง
5. เส้นขนานและเส้นตั้งฉาก
6. มุมระหว่างเส้นตรง 2 เส้น

## กิจกรรมการเรียนรู้

**ขั้นนำเข้าสู่บทเรียน**

1. อาจารย์ทบทวนการหาระยะทางระหว่างจุดสองจุดและอัตราส่วนตรีโกณมิติโดยใช้การถามตอบ

**ขั้นสอน**

2. อาจารย์บอกความชันของเส้นตรง โดยวิธีการหาความชันของมุมเอียง (ตามนิยามที่ 2) โดยใช้วิธีอธิบายและแสดงเหตุผล
3. นักศึกษาแบ่งกลุ่มตามความเหมาะสม อาจารย์แจกเอกสารแนะแนวทางเรื่องความชันของเส้นตรง เพื่อให้นักศึกษาสรุปได้ว่า ความชันของเส้นตรง L(m) จะได้ $m = \tan\theta$ และ

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \quad ; \ x_1 \neq x_2$$

4. อาจารย์สอนเรื่องเส้นขนานและเส้นตั้งฉาก โดยใช้วิธีการอธิบายและแสดงเหตุผล พร้อมยกตัวอย่างที่ 8.10 และ 8.11
5. อาจารย์แจกใบงานเรื่องเส้นขนาน และเส้นตั้งฉากโดยให้นักศึกษาจับคู่กัน แล้วอาจารย์ตรวจสอบคำตอบ
6. อาจารย์ใช้แผ่นโปร่งใสเรื่อง มุมระหว่างเส้นตรงสองเส้น โดยใช้วิธีการอธิบายและแสดงเหตุผล
7. อาจารย์ยกตัวอย่าง โดยใช้วิธีการถามตอบ

**ขั้นสรุปและการประยุกต์**

8. อาจารย์และนักศึกษาช่วยกันสรุป ความชันของเส้นตรง
   เส้นตรง 2 เส้นขนานกันเมื่อความชันเท่ากัน
   เส้นตรง 2 ตั้งฉากกันเมื่อความชันคูณกันเท่ากับ –1
   และการหามุมระหว่างเส้นตรง 2 เส้น โดยใช้การถามตอบ
9. นักศึกษาทำแบบประเมินผลการเรียนรู้ที่ 8
10. อาจารย์ตรวจแบบประเมินผลการเรียนรู้ และชี้แจงสิ่งที่บกพร่อง หรือผิดพลาดให้นักศึกษาทราบ

## สื่อและแหล่งการเรียนรู้

1. หนังสือเรียนวิชา คณิตศาสตร์ในงานอุตสาหกรรม (2000-5102) ของสำนักพิมพ์เอมพันธ์
2. แผ่นโปร่งใส เรื่องมุมระหว่างเส้นตรงสองเส้น
3. เอกสารแนะแนวทาง เรื่อง ความชันของเส้นตรง
4. ใบงาน เรื่อง เส้นขนานและเส้นตั้งฉาก

## การวัดผลและการประเมินผล

**วิธีวัดผล**

1. สังเกตพฤติกรรมการปฏิบัติงานรายบุคคล
2. สังเกตพฤติกรรมการเข้าร่วมกิจกรรมกลุ่ม
3. ตรวจแบบประเมินผลการเรียนรู้ หน่วยที่ 8
4. การสังเกตและประเมินผลพฤติกรรมด้านคุณธรรม จริยธรรม ค่านิยม และคุณลักษณะอันพึงประสงค์

**เครื่องมือวัดผล**

1. แบบสังเกตพฤติกรรมการปฏิบัติงานรายบุคคล
2. แบบสังเกตพฤติกรรมการเข้าร่วมกิจกรรมกลุ่ม
3. แบบประเมินผลการเรียนรู้ หน่วยที่ 8
4. แบบประเมินคุณธรรม จริยธรรม ค่านิยม และคุณลักษณะอันพึงประสงค์ โดยอาจารย์และนักศึกษาร่วมกันประเมิน

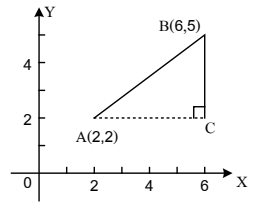
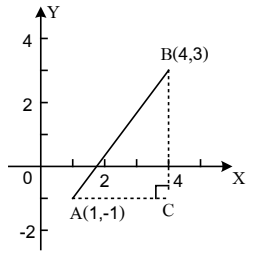
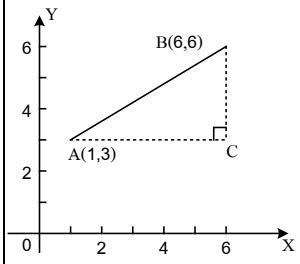
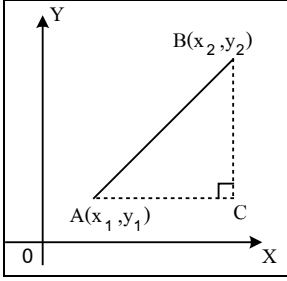
**เกณฑ์การประเมินผล**

1. แบบสังเกตพฤติกรรมการปฏิบัติงานรายบุคคล เกณฑ์ผ่าน ต้องไม่มีช่องปรับปรุง
2. แบบสังเกตพฤติกรรมการเข้าร่วมกิจกรรมกลุ่ม เกณฑ์ผ่าน 50% ขึ้นไป
3. แบบประเมินผลการเรียนรู้ หน่วยที่ 8 เกณฑ์ผ่าน ทำถูกต้อง 50% ขึ้นไป
4. แบบประเมินคุณธรรม จริยธรรม ค่านิยม และคุณลักษณะอันพึงประสงค์ คะแนนขึ้นอยู่กับการประเมินตามสภาพจริง

## เอกสารแนะแนวทาง 1

**เรื่อง** ความชันของเส้นตรง

1. กำหนดรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ABC ให้หาพิกัดของจุด C ความยาวของด้าน BC และด้าน AC ค่าของ$\tan\theta$ และความชันของเส้นตรงที่ผ่านจุด A และจุด B แล้วเติมคำตอบลงในตาราง

| รูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ABC | พิกัดของจุด C | ความยาวของด้าน BC | ความยาวของด้าน AC | ค่าของ $\tan\theta$ | ความชันของเส้นตรงที่ผ่านจุด A และจุด B |
|---|---|---|---|---|---|
|  | (6, 2) | 3 | 4 | $\frac{3}{4}$ | $\frac{3}{4}$ |
|  | | | | | |
|  | | | | | |
|  | | | | | |

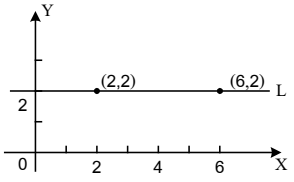
สรุปได้ว่า ถ้า L เป็นเส้นตรงที่ผ่านจุด $A(x_1, y_1)$ และ $B(x_2, y_2)$
และ m เป็นความชันของเส้นตรง L
จะได้ว่า $m =$ ..... เมื่อ $\theta$ เป็นมุมเอียง
และ $m =$ ..... เมื่อ $x_1 \neq x_2$
และ ถ้า $x_1 = x_2$ ความชันของเส้นตรง L จะหาค่าไม่ได้

2. กำหนดพิกัดของจุดสองจุดที่เส้นตรงผ่าน หาความชันของเส้นตรงแล้วเติมลงในตาราง

| **พิกัดของจุดสองจุด ที่เส้นตรง L ผ่าน** | **ความชันของเส้นตรง L (m)** |
|---|---|
| (0, 0) และ (-4, 5) | ..... |
| (1, 2) และ (3, 5) | ..... |
| (-2, -3) และ (4, 5) | ..... |
| (-5, 2) และ (3, 2) | ..... |

3.

3.1 กำหนดพิกัดของจุดสองจุดที่เส้นตรง L ผ่าน หาความชันของเส้นตรง L และเขียนกราฟของเส้นตรง L แล้วเติมลงในช่องว่าง

| **ข้อที่** | **พิกัดของจุดสองจุดที่เส้นตรง L ผ่าน** | **ความชันของเส้นตรง L** | **กราฟของเส้นตรง L** |
|---|---|---|---|
| 1 | (2, 2) และ (6, 2) | 0 |   |
| 2 | (3, 4) และ (7, 8) | ..... | |
| 3 | (1, 5) และ (6, 1) | ..... | |
| 4 | (3, -1) และ (3, 4) | ..... | |

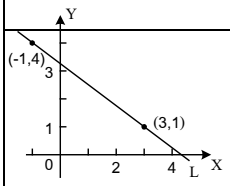
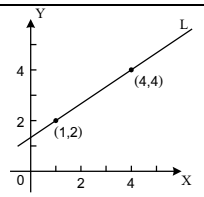
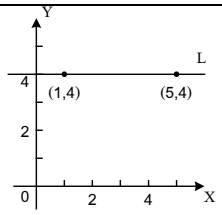
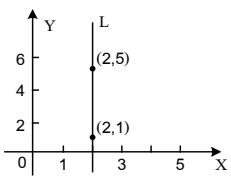
3.2 ใช้ข้อมูลในตารางข้อ 3.1 มาเติมลงในตารางข้างล่างนี้

| **ความชันของเส้นตรง L (m)** | **ค่าความชันของเส้นตรง L** | | | | **ลักษณะกราฟของเส้นตรง L** | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | มากกว่าศูนย์ | น้อยกว่าศูนย์ | เท่ากับศูนย์ | หาค่าไม่ได้ | มุมแหลมกับแกน x | มุมป้านกับแกน y | ขนานกับแกน x | ขนานกับแกน y |
| 0 | | | 3 | | | | 3 | |
| ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... |
| ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... |
| ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... |

3.3 กำหนดพิกัดของจุดสองจุดที่เส้นตรงผ่าน หาค่าความชันของเส้นตรงและบอกลักษณะของเส้นตรง โดยพิจารณาจากความชัน แล้วเติมลงในช่องว่าง

| **กราฟของเส้นตรงที่ผ่านจุดสองจุด** | **ความชันของเส้นตรง** | **ลักษณะของเส้นตรง** | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| | | **มุมแหลมกับแกน x** | **มุมป้านกับแกน x** | **ขนานกับแกน x** | **ขนานกับแกน y** |
| (3, 4) และ (1, -2) | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... |
| (1, 3) และ (7, 1) | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... |
| (2, 4) และ (1, -4) | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... |
| (6, 0) และ (6, 3) | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... |

4. กำหนดกราฟของเส้นตรง L ที่ผ่านจุดสองจุด หาความชันของเส้นตรงและค่าความชันของเส้นตรงแล้วเติมลงในตาราง

| **พิกัดของจุดสองจุดที่เส้นตรง L ผ่าน** | **ลักษณะของกราฟเส้นตรง** | **ความชันของเส้นตรง (m)** | **ค่าความชันของเส้นตรง** | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | **มากกว่าศูนย์** | **น้อยกว่าศูนย์** | **เท่ากับศูนย์** | **หาค่าไม่ได้** |
|  | ทำมุมป้านกับแกน X (เมื่อวัดทวนเข็มนาฬิกา) | $-\frac{3}{4}$ | | 3 | | |
|  | ทำมุมแหลมกับแกน X (เมื่อวัดทวนเข็มนาฬิกา) | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... |
|  | ขนานกับแกน X | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... |
|  | ขนานกับแกน y | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... |

**จากตารางสรุปได้ว่า**

1. ถ้าเส้นตรงทำมุมแหลมกับแกน x เมื่อวัดทวนเข็มนาฬิกา
   จะได้ความชันของเส้นตรง .....
   มากกว่าศูนย์/น้อยกว่าศูนย์/เท่ากับศูนย์/หาค่าไม่ได้
2. ถ้าเส้นตรงทำมุมป้านกับแกน x เมื่อวัดทวนเข็มนาฬิกา
   จะได้ความชันของเส้นตรง .....
   มากกว่าศูนย์/น้อยกว่าศูนย์/เท่ากับศูนย์/หาค่าไม่ได้
3. ถ้าเส้นตรงขนานกับแกน x
   จะได้ความชันของเส้นตรง .....
   มากกว่าศูนย์/น้อยกว่าศูนย์/เท่ากับศูนย์/หาค่าไม่ได้
4. ถ้าเส้นตรงขนานกับแกน y
   จะได้ความชันของเส้นตรง .....
   มากกว่าศูนย์/น้อยกว่าศูนย์/เท่ากับศูนย์/หาค่าไม่ได้

5.

5.1 หาค่าของ y ที่ทำให้เส้นตรงที่ผ่านจุด (3, 2) และ (5, y) มีความชันเท่ากับ 4 ได้ดังนี้

จากสูตร m = .....

ให้ $(x_1, y_1)$ = ..... และ $(x_2, y_2)$ = .....

โจทย์กำหนดความชันของเส้นตรง เท่ากับ .....

แทนค่าในสูตร จะได้ 4 = .....

ดังนั้น y = .....

5.2 ถ้าจุด A(a, 3), จุด B(0, 2) และจุด C(-3, 5) เป็นจุดยอดของรูปสามเหลี่ยม ABC ซึ่งด้าน AB มีความชันเท่ากับ $-\frac{1}{2}$ หาพิกัดของจุด A และความชันของด้าน AC ได้ดังนี้

ให้ m เป็นความชันของด้าน AB ที่มีจุด A(a, 3) และจุด B(0, 2)

m = .....

โจทย์กำหนดความชันของด้าน AB เท่ากับ $-\frac{1}{2}$

ดังนั้น $-\frac{1}{2}$ = .....

จะได้ a = .....

$\therefore$ จุด A มีพิกัดเป็น .....

เนื่องจากด้าน AC มีพิกัด A เป็น ..... และพิกัด C เป็น .....

ดังนั้นความชันของด้าน AC เท่ากับ .....

## ใบงาน

**เรื่อง** เส้นขนานและเส้นตั้งฉาก

1. ถ้าเส้นตรงที่ผ่านจุด A(k, 2) และจุด B(3, 4) ขนานกับเส้นตรงที่ผ่านจุด C(-2, 3) และจุด D(1, 6) หาค่าของ k ได้ดังนี้

ให้ $m_1$ เป็นความชันของเส้นตรงที่ผ่านจุด A(k, 2) และจุด B(3, 4)

ดังนั้น $m_1$ = …….. (1)

ให้ $m_2$ เป็นความชันของเส้นตรงที่ผ่านจุด C(-2, 3) และจุด D(1, 6)

ดังนั้น $m_2$ = …….. (2)

โจทย์กำหนดเส้นตรง AB ขนานกับเส้นตรง CD

ดังนั้น $m_1$ …….. $m_2$ (3)

นำ (1) และ (2) มาแทนค่าใน (3) จะได้

……

……

……

ดังนั้น k = ……..

2. ถ้าเส้นตรง $L_1$ ผ่านจุด (3, 2) และจุด (2, 9) และเส้นตรง $L_2$ ผ่านจุด (1, -5) และจุด (8, -4) จงแสดงว่า $L_1$ ตั้งฉากกับ $L_2$ ได้ดังนี้

เส้นตรง $L_1$ ผ่านจุด (3, 2) และจุด (2, 9) มีความชันเท่ากับ $m_1$

$m_1$ = …….

เส้นตรง $L_2$ ผ่านจุด (1, -5) และจุด (8, -4) มีความชันเท่ากับ $m_2$

$m_2$ = …….

จะได้ $m_1 \times m_2$ = ……..

ดังนั้นเส้นตรง $L_1$ …….. กับเส้นตรง $L_2$

## บันทึกหลังการสอน

**ข้อสรุปหลังการสอน**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

**ปัญหาที่พบ**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

**แนวทางแก้ปัญหา**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

# แผนการจัดการเรียนรู้แบบบูรณาการที่ 15

**หน่วยที่ 8**

**รหัสวิชา** 2000-5102 **วิชา** คณิตศาสตร์ในงานอุตสาหกรรม **สอนครั้งที่ 43-45**

**ชื่อหน่วย** เส้นตรง **จำนวนชั่วโมง 3 ช.ม.**

**เรื่อง** เส้นตรง

## สาระสำคัญ

1. ระบบพิกัดฉาก ประกอบไปด้วยเส้นจำนวน 2 เส้น ที่ตั้งฉากกันบนระนาบเดียวกัน
2. ระยะทางระหว่างจุด 2 จุด $P_1(x_1, y_1)$ และ $P_2(x_2, y_2)$ คือ

$$|P_1P_2| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_2)^2}$$

3. จุดกึ่งกลางระหว่างจุด 2 จุด $P_1(x_1, y_1)$ และ $Q(x_2, y_2)$ คือ $S(\bar{x}, \bar{y})$

เมื่อ $(\bar{x}, \bar{y}) = \left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$

4. ความชันของเส้นตรง เขียนแทนด้วย m คือ

$m = \tan\theta$ เมื่อ $\theta$ คือมุมเอียงของเส้นตรง

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

5. เส้นตรง 2 เส้นขนานกัน เมื่อความชันเท่ากัน
6. เส้นตรง 2 เส้นตั้งฉากกัน เมื่อความชันคูณกันเท่ากับ –1
7. มุมระหว่างเส้นตรง 2 เส้น หาได้จาก

(1) ถ้า $\alpha$ เป็นมุมจากเส้นตรง $L_1$ ไปยัง $L_2$

จะได้ $\tan\alpha = \frac{m_2 - m_1}{1 + m_1 m_2}$

(2) ถ้า $\beta$ เป็นมุมจากเส้นตรง $L_2$ ไปยัง $L_1$

จะได้ $\tan\beta = \frac{m_1 - m_2}{1 + m_1 m_2}$

8. สมการเส้นตรง มี 6 รูปแบบ ดังนี้

(1) $x = a$ (เมื่อเส้นตรงขนานกับแกน y)

(2) $y = b$ (เมื่อเส้นตรงขนานกับแกน x)

(3) $y - y_1 = m(x - x_1)$ (เมื่อทราบจุดที่เส้นตรงผ่าน 1 จุด และความชัน)

(4) $\frac{y - y_1}{x - x_1} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ (เมื่อทราบ 2 จุด ที่เส้นตรงผ่าน)

(5) $y = mx + b$ (เมื่อทราบความชัน และจุดตัดแกน y)

(6) $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$ (เมื่อทราบจุดตัด 2 แกน)

9. สมการรูปทั่วไปของเส้นตรง $Ax + By + C = 0$ เมื่อ A, B และ C เป็นค่าคงตัว A และ B ไม่เป็นศูนย์พร้อมกัน

10. ระยะระหว่างจุด $P(x_1, y_1)$ และเส้นตรง $Ax + By + C = 0$ คือ $d = \frac{|Ax_1 + By_1 + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$

11. ระยะทางระหว่างเส้นตรง $Ax_1 + By_1 + C_1 = 0$ กับเส้นตรง $Ax_2 + By_2 + C_2$ คือ

$$d = \frac{|C_1 - C_2|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$$

## จุดประสงค์การเรียนรู้

7. หาสมการเส้นตรงพร้อมทั้งบอกรูปทั่วไปของสมการและเส้นตรงได้
8. หาจุดตัดของเส้นตรงได้
9. หาระยะระหว่างจุดกับเส้นตรงได้
10. หาระยะระหว่างเส้นตรงกับเส้นตรงได้
11. มีการพัฒนาคุณธรรม จริยธรรม ค่านิยม และคุณลักษณะอันพึงประสงค์ที่อาจารย์สามารถสังเกตเห็นได้ในด้านความมีมนุษยสัมพันธ์ ความมีวินัย ความรับผิดชอบ ความเชื่อมั่นในตนเอง ความสนใจใฝ่รู้ ความรักสามัคคี ความกตัญญูกตเวที

## เนื้อหาสาระ

7. สมการของเส้นตรง
8. สมการของเส้นตรงในรูปทั่วไป
9. การเขียนกราฟและหาจุดตัดของเส้นตรง
10. ระยะทางระหว่างจุดกับเส้นตรง
11. ระยะทางระหว่างเส้นตรงกับเส้นตรง

## กิจกรรมการเรียนรู้

**ขั้นนำเข้าสู่บทเรียน**

1. อาจารย์ทบทวนการหาความชันของเส้นตรงโดยใช้การถามตอบ
2. อาจารย์ทบทวนลักษณะของเส้นตรงที่ทำมุมกับแกน x โดยใช้การถามตอบ

**ขั้นสอน**

3. อาจารย์ยกตัวอย่างกราฟของเส้นตรงที่ขนานกับแกน y และแกน x ลงในแผ่นโปร่งใสซ้อนและใช้การถามตอบประกอบการอธิบาย เพื่อนำไปสู่ข้อสรุปที่ว่า

   สมการเส้นตรงที่ขนานกับแกน y คือ $x = a$

   สมการเส้นตรงที่ขนานกับแกน x คือ $y = b$

4. อาจารย์กำหนดเส้นตรง L ผ่านจุด $(x_1, y_1)$ และจุด $(x, y)$ ใดๆ โดยที่เส้นตรง L มีความชันเป็น m แล้วใช้การถามตอบประกอบการอธิบายและแสดงเหตุผลเพื่อนำไปสู่ข้อสรุปที่ว่า $y - y_1 = m(x - x_1)$
5. อาจารย์ยกตัวอย่าง ใช้การถามตอบประกอบการอธิบายและแสดงวิธีทำ

6. อาจารย์กำหนดเส้นตรงที่ผ่านจุด $(x_1, y_1)$ และ $(x_2, y_2)$ โดยใช้การอธิบายและแสดงเหตุผล เพื่อนำไปสู่ข้อสรุปที่ว่า

$$\frac{y-y_1}{x-x_1} = \frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$$

7. อาจารย์ยกตัวอย่าง โดยใช้การถามตอบ
8. อาจารย์กำหนดเส้นตรงที่มีความชัน m และมีส่วนตัดแกน y (y- intercept) เป็น b โดยใช้แผ่นใสซ้อนเพื่อนำไปสู่ข้อสรุปที่ว่า

$$y = mx + b$$

9. อาจารย์ยกตัวอย่าง โดยใช้การถามตอบ
10. อาจารย์ใช้แผ่นโปร่งใสซ้อน สมการรูปแบบจุดตัดแกนเพื่อนำไปสู่ข้อสรุปที่ว่า $\frac{x}{a}+\frac{y}{b} = 1$ พร้อมยกตัวอย่าง โดยใช้วิธีการอธิบาย และแสดงเหตุผล
11. อาจารย์ยกตัวอย่างสมการของเส้นตรงและใช้การถามตอบประกอบการอธิบาย เพื่อหาความชันของเส้นเพื่อจะนำไปสู่ข้อสรุปที่ว่าสมการเส้นตรงในรูปทั่วไปเป็น $Ax + By + C = 0$ และมีความชันเท่ากับ $-\frac{A}{B}$
12. อาจารย์ใช้การถามตอบให้นักศึกษาพิจารณาตัวอย่างการเขียนกราฟของเส้นตรงและการหาจุดตัดของเส้นตรง
13. อาจารย์กำหนดจุดจุดหนึ่งให้อยู่นอกเส้นตรงแล้วใช้การถามตอบประกอบการอธิบาย เพื่อหาระยะทางระหว่างจุดกับเส้นตรงเพื่อจะนำไปสู่ข้อสรุปที่ว่า

$$d = \frac{\left|Ax_1 + By_1 + C\right|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$$

14. อาจารย์กำหนดสมการเส้นตรง $Ax + By + C_1 = 0$ และเส้นตรง $Ax + By + C_2 = 0$ และกำหนดจุด $(x_1, y_1)$ อยู่บนเส้นตรง $Ax + By + C_2 = 0$ แล้วใช้การถามตอบประกอบการอธิบาย เพื่อนำไปสู่ข้อสรุปการหาระยะทางระหว่างเส้นตรงกับเส้นตรงที่เป็นคู่ขนานกัน ซึ่งสรุปได้ว่า

$$d = \frac{\left|C_1 - C_2\right|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$$

15. ให้นักศึกษาทำใบงาน เสร็จแล้วอาจารย์เฉลยคำตอบ

**ขั้นสรุปและการประยุกต์**

16. อาจารย์ใช้การถามตอบให้นักศึกษาช่วยกันสรุปรูปแบบของสมการเส้นตรง การหาระยะทางระหว่างจุดกับเส้นตรง และระยะทางระหว่างเส้นตรงกับเส้นตรง
17. นักศึกษาทำแบบประเมินผลการเรียนรู้ที่ 8
18. อาจารย์ตรวจแบบประเมินผลการเรียนรู้และชี้แจงข้อบกพร่องหรือผิดพลาดให้นักศึกษาทราบ

## สื่อและแหล่งการเรียนรู้

1. หนังสือเรียนวิชา คณิตศาสตร์ในงานอุตสาหกรรม (2000-5102) ของสำนักพิมพ์เอมพันธ์
2. แผ่นโปร่งใส เรื่อง สมการของเส้นตรง
3. ใบงาน

## การวัดผลและการประเมินผล

**วิธีวัดผล**

1. สังเกตพฤติกรรมการปฏิบัติงานรายบุคคล
2. สังเกตพฤติกรรมการเข้าร่วมกิจกรรมกลุ่ม
3. ตรวจแบบประเมินผลการเรียนรู้ หน่วยที่ 8
4. การสังเกตและประเมินผลพฤติกรรมด้านคุณธรรม จริยธรรม ค่านิยม และคุณลักษณะอันพึงประสงค์

**เครื่องมือวัดผล**

1. แบบสังเกตพฤติกรรมการปฏิบัติงานรายบุคคล
2. แบบสังเกตพฤติกรรมการเข้าร่วมกิจกรรมกลุ่ม
3. แบบประเมินผลการเรียนรู้ หน่วยที่ 8
4. แบบประเมินคุณธรรม จริยธรรม ค่านิยม และคุณลักษณะอันพึงประสงค์ โดยอาจารย์และนักศึกษาร่วมกันประเมิน

**เกณฑ์การประเมินผล**

1. แบบสังเกตพฤติกรรมการปฏิบัติงานรายบุคคล เกณฑ์ผ่าน ต้องไม่มีช่องปรับปรุง
2. แบบสังเกตพฤติกรรมการเข้าร่วมกิจกรรมกลุ่ม เกณฑ์ผ่าน 50% ขึ้นไป
3. แบบประเมินผลการเรียนรู้ หน่วยที่ 8 เกณฑ์ผ่าน ทำถูกต้อง 50% ขึ้นไป
4. แบบประเมินคุณธรรม จริยธรรม ค่านิยม และคุณลักษณะอันพึงประสงค์ คะแนนขึ้นอยู่กับการประเมินตามสภาพจริง

## ใบงาน

1. จงหาระยะทางจากจุด (-2, -3) ไปยังเส้นตรง $8x + 15y = 24$
2. เส้นตรง $3x + 4y + k = 0$ ห่างจากจุด (2, -1) เท่ากับ 2 หน่วย จงหาค่า k
3. จงหาระยะทางระหว่างเส้นตรง $5x + 12y = 23$ และเส้นตรง $5x + 12y + 16 = 0$

## เฉลยใบงาน

1. 5
2. (8, -12)
3. 3

## บันทึกหลังการสอน

**ข้อสรุปหลังการสอน**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

**ปัญหาที่พบ**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

**แนวทางแก้ปัญหา**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

# แผนการจัดการเรียนรู้แบบบูรณาการที่ 16

**หน่วยที่** 9

**รหัสวิชา** 2000-5102 **วิชา** คณิตศาสตร์ในงานอุตสาหกรรม **สอนครั้งที่** 46-48

**ชื่อหน่วย** ภาคตัดกรวย **จำนวนชั่วโมง** 3 ช.ม.

**เรื่อง** ภาคตัดกรวย

## สาระสำคัญ

1. ภาคตัดกรวย เป็นการศึกษาเกี่ยวกับกราฟเส้นโค้งในลักษณะต่างๆ ได้แก่ วงกลม พาราโบลา วงรี และไฮเพอร์โบลา
2. วงกลม คือ เซตหรือทางเดินของจุดบนระนาบ ที่มีระยะห่างจากจุดตรึง จุดหนึ่งเป็นระยะที่คงที่

   จุดตรึง เรียกว่า จุดศูนย์กลาง

   ระยะที่คงที่ เรียกว่า รัศมี

   ทางเดินของจุด เรียกว่า เส้นรอบวง

   สมการรูปมาตรฐานของวงกลม คือ $(x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2$

   เมื่อ $(h, k)$ คือ จุดศูนย์กลางของวงกลม และ $r$ คือ รัศมี

   สมการรูปทั่วไปของวงกลม คือ $x^2 + y^2 + Dx + Ey + F = 0$

   เมื่อ $D = -2h$ , $E = -2k$ และ $F = h^2 + k^2 - r^2$

   เส้นสัมผัสวงกลม คือ เส้นตรงที่ลากผ่าน (ตัด) วงกลมเพียงจุดเดียว
3. พาราโบลา คือ เซตหรือทางเดินของจุดบนระนาบ ซึ่งแต่ละจุดจะมีระยะห่างจากจุดคงที่จุดหนึ่ง และเส้นตรงคงที่อีกเส้นหนึ่งเป็นความยาวที่เท่ากัน

   จุดคงที่ เรียกว่า จุดโฟกัส

   เส้นตรงคงที่ เรียกว่า เส้นไดเรกทริกซ์

   สมการรูปมาตรฐานของพาราโบลา

   (1) สมการรูปมาตรฐานของพาราโบลา ที่จุดยอดอยู่ที่จุดกำเนิด มี 4 แบบ คือ

   $y^2 = 4|c|x$ (พาราโบลาเปิดทางขวา)

   $y^2 = -4|c|x$ (พาราโบลาเปิดทางซ้าย)

   $x^2 = 4|c|y$ (พาราโบลาเปิดด้านบน)

   $x^2 = -4|c|y$ (พาราโบลาเปิดด้านล่าง)

   (2) สมการรูปมาตรฐานของพาราโบลา ที่จุดยอดอยู่ที่จุด $(h, k)$ มี 4 แบบ คือ

   $(y - k)^2 = 4|c|(x - h)$ (พาราโบลาเปิดทางขวา)

   $(y - k)^2 = -4|c|(x - h)$ (พาราโบลาเปิดทางซ้าย)

   $(x - h)^2 = 4|c|(y - k)$ (พาราโบลาเปิดด้านบน)

   $(x - h)^2 = -4|c|(y - k)$ (พาราโบลาเปิดด้านล่าง)

สมการรูปทั่วไปของพาราโบลา มี 2 แบบ

(1) เมื่อแกนพาราโบลาขนานกับแกน y สมการ คือ

$x^2 + Ax + By + C = 0$ เมื่อ A, B, C เป็นค่าคงตัว และ $B \neq 0$

(2) เมื่อแกนพาราโบลาขนานกับแกน x สมการ คือ

$y^2 + Ax + By + C = 0$ เมื่อ A, B, C เป็นค่าคงตัว และ $A \neq 0$

4. วงรี คือ เซตหรือทางเดินของจุดบนระนาบ ซึ่งมีผลบวกของระยะทางจากจุดบนวงรีไปยังจุดคงที่ 2 จุด เป็นค่าคงตัว จุด 2 จุดนี้ เรียกว่า จุดโฟกัส

สมการรูปมาตรฐานของวงรี มี 2 แบบ

(1) เมื่อจุดศูนย์กลางอยู่ที่จุดกำเนิด มี 2 แบบ คือ

$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ (เมื่อแกนหลักอยู่บนแกน x)

$\frac{x^2}{b^2} + \frac{y^2}{a^2} = 1$ (เมื่อแกนหลักอยู่บนแกน y)

(2) เมื่อจุดศูนย์กลางอยู่ที่จุด (h, k) มี 2 แบบ คือ

$\frac{(x-h)^2}{a^2} + \frac{(y-k)^2}{b^2} = 1$ (เมื่อแกนหลักขนานกับแกน X)

$\frac{(x-h)^2}{b^2} + \frac{(y-k)^2}{a^2} = 1$ (เมื่อแกนหลักขนานกับแกน y)

สมการรูปทั่วไปของวงรี $Ax^2 + By^2 + Cx + Dy + E = 0$

เมื่อ $A \neq B$, A และ B มีเครื่องหมายเหมือนกัน $A \neq 0, B \neq 0$

5. ไฮเพอร์โบลา คือ เซตหรือทางเดินของจุดที่มีผลต่างของระยะ จากจุดบนไฮเพอร์โบลาไปยังจุดคงที่ 2 จุด เป็นค่าคงตัว จุดคงที่ 2 จุดนี้ เรียกว่า โฟกัส

สมการรูปมาตรฐานของไฮเพอร์โบลา มี 2 แบบ ดังนี้

(1) เมื่อจุดยอดอยู่ที่จุดกำเนิด (0, 0) มี 2 แบบ คือ

$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ (เมื่อแกนอยู่บนแกน x)

$\frac{y^2}{a^2} - \frac{x^2}{b^2} = 1$ (เมื่อแกนอยู่บนแกน y)

(2) เมื่อจุดยอดอยู่ที่จุด (h, k) มี 2 แบบ คือ

$\frac{(x-h)^2}{a^2} - \frac{(y-k)^2}{b^2} = 1$ (เมื่อแกนขนานกับแกน x)

$\frac{(y-k)^2}{a^2} - \frac{(x-h)^2}{b^2} = 1$ (เมื่อแกนขนานกับแกน y)

สมการรูปทั่วไปของไฮเพอร์โบลา มี 2 แบบ ดังนี้

(1) เมื่อแกนขนานกับแกน x คือ

$Ax^2 - By^2 + Cx + Dy + E = 0$

(2) เมื่อแกนขนานกับแกน y คือ

$Ay^2 - Bx^2 + Cx + Dy + E = 0$

## จุดประสงค์การเรียนรู้

1. บอกความหมายของวงกลม พาราโบลา วงรี และไฮเพอร์โบลาได้
2. หาสมการของวงกลมเมื่อทราบรัศมีและจุดศูนย์กลางได้
3. หารัศมีและจุดศูนย์กลางของวงกลมเมื่อทราบสมการวงกลมได้
4. หาสมการของพาราโบลาที่มีจุดยอดอยู่ที่จุดกำเนิดได้
5. หาสมการของพาราโบลาที่มีจุดยอดอยู่ที่จุด (h, k) ได้
6. มีการพัฒนาคุณธรรม จริยธรรม ค่านิยม และคุณลักษณะอันพึงประสงค์ที่อาจารย์สามารถสังเกตเห็นได้ในด้านความมีมนุษยสัมพันธ์ ความมีวินัย ความรับผิดชอบ ความเชื่อมั่นในตนเอง ความสนใจใฝ่รู้ ความรักสามัคคี ความกตัญญูกตเวที

## เนื้อหาสาระ

1. วงกลม
2. พาราโบลา

## กิจกรรมการเรียนรู้

**ขั้นนำเข้าสู่บทเรียน**

1. อาจารย์ทบทวนระบบพิกัดฉากและการหาระยะทางระหว่างจุดสองจุดโดยใช้การถามตอบ

**ขั้นสอน**

2. อาจารย์อธิบายลักษณะของกรวยกลมตรง ใช้สื่อการสอนสำเร็จรูป โดยใช้การสาธิตประกอบคำถามเพื่อนำไปสู่ข้อสรุป 4 ลักษณะได้แก่ วงกลม พาราโบลา วงรี และไฮเพอร์โบลา
3. อาจารย์กำหนดจุดคงที่ให้จุดหนึ่ง ให้นักศึกษาหาจุดต่างๆ ที่ห่างจากจุดคงที่นี้เป็นระยะทางเท่ากัน นักศึกษาหาจุดต่างๆ เหล่านี้ได้โดยผูกปลายเชือกข้างหนึ่งกับปลายดินสอ เชือกอีกปลายหนึ่งติดกับหมุดแล้วนำหมุดไปติดที่จุดคงที่จับดินสอให้ตั้งฉากกับระนาบดึงเชือกให้ตึงเขียนจุดต่างๆ รอบๆ หมุด เพื่อนำไปสู่ข้อสรุปนิยามของวงกลม คือ เซตหรือทางเดินของจุดที่มีระยะห่างจากจุดตรึง โดยใช้การถามตอบ
4. อาจารย์อธิบายวงกลมที่มีจุดศูนย์กลางให้อยู่ที่จุดกำเนิด (0, 0) และรัศมี $r$ หน่วย โดยใช้วิธีการถามตอบ

5. อาจารย์ยกตัวอย่างที่ 9.1 พร้อมกับให้นักศึกษาศึกษากราฟของ $x^2 + y^2 = 9$ บนกระดาน และให้นักศึกษาช่วยกันสรุปโดยใช้การถามตอบ
6. อาจารย์อธิบายวงกลมที่มีจุดศูนย์กลางอยู่ที่จุด (h, k) และรัศมี r หน่วย โดยใช้วิธีการอธิบายและแสดงเหตุผลเพื่อนำไปสู่ข้อสรุป $(x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2$ ว่าสมการรูปมาตรฐานของวงกลม เขียนในรูปแบบใหม่คือ $x^2 + y^2 + Dx + Ey + F = 0$
7. ให้นักศึกษาอภิปรายถึงวิธีการที่จะเขียนกราฟจากสมการที่เขียนในรูปทั่วไป
8. อาจารย์ยกตัวอย่าง โดยการถามตอบ
9. อาจารย์สอนการหาจุดศูนย์กลางและรัศมีของวงกลม ซึ่งมี 2 วิธี คือ

   9.1 โดยจัดสมการให้อยู่ในรูปแบบสมการรูปมาตรฐานของวงกลม คือ

   $$(x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2$$

   ดังนั้นจุดศูนย์กลาง คือ (h, k) รัศมีคือ r

   9.2 โดยจัดสมการให้อยู่ในรูปแบบสมการรูปทั่วไปของวงกลม คือ

   $$x^2 + y^2 + Dx + Ey + F = 0$$

   ดังนั้นจุดศูนย์กลาง คือ (h, k) หรือ $(-\frac{D}{2}, -\frac{E}{2})$

   รัศมี คือ $r = \sqrt{h^2 + k^2 - F} = \frac{\sqrt{D^2 + E^2 - 4F}}{2}$
10. อาจารย์ยกตัวอย่าง โดยใช้การถามตอบ
11. อาจารย์บอกนิยามเส้นสัมผัสวงกลม พร้อมยกตัวอย่าง
12. อาจารย์บอกนิยามพาราโบลา โดยใช้แผ่นใส แสดงส่วนประกอบของพาราโบลา ได้แก่ โฟกัส ไดเรกทริกซ์ และจุดยอด เป็นต้น
13. อาจารย์อธิบายพาราโบลาที่มีจุดยอดอยู่ที่จุดกำเนิด (0, 0) ซึ่งมีพาราโบลา 4 รูปแบบ โดยใช้การถามตอบ
14. ให้นักศึกษาเขียนกราฟของพาราโบลาที่มีสมการอยู่ในรูป $y^2 = 4cx$ และ $x^2 = 4cy$ แล้วอาจารย์แนะนำแกนของพาราโบลา โฟกัส และจุดยอดของพาราโบลา
15. อาจารย์ยกตัวอย่าง โดยใช้วิธีการถามตอบประกอบการอธิบายและแสดงเหตุผล
16. อาจารย์ใช้แผ่นใสซ้อนภาพอธิบายพาราโบลาที่มีจุดยอดอยู่ที่จุด (h, k) เพื่อไปสู่ข้อสรุป 2 แบบ คือ

    $$(y - k)^2 = 4c(x - h)$$

    และ $$(x - h)^2 = 4c(y - k)$$
17. อาจารย์ยกตัวอย่าง โดยใช้วิธีการถามตอบ

**ขั้นสรุปและการประยุกต์**

18. อาจารย์ให้นักศึกษาช่วยกันสรุป สมการวงกลมและสมการพาราโบลา
19. นักศึกษาทำแบบประเมินผลการเรียนรู้ที่ 9 ส่งตามกำหนด
20. อาจารย์ตรวจแบบประเมินผลการเรียนรู้และชี้แจงข้อบกพร่องหรือผิดพลาดให้นักศึกษาทราบ

## สื่อและแหล่งการเรียนรู้

1. หนังสือเรียนวิชา คณิตศาสตร์ในงานอุตสาหกรรม (2000-5102) ของสำนักพิมพ์เอมพันธ์
2. แผ่นโปร่งใส เรื่อง พาราโบลา
3. สื่อการสอนสำเร็จรูป

## การวัดผลและการประเมินผล

**วิธีวัดผล**

1. สังเกตพฤติกรรมการปฏิบัติงานรายบุคคล
2. สังเกตพฤติกรรมการเข้าร่วมกิจกรรมกลุ่ม
3. ตรวจแบบประเมินผลการเรียนรู้ หน่วยที่ 9
4. การสังเกตและประเมินผลพฤติกรรมด้านคุณธรรม จริยธรรม ค่านิยม และคุณลักษณะอันพึงประสงค์

**เครื่องมือวัดผล**

1. แบบสังเกตพฤติกรรมการปฏิบัติงานรายบุคคล
2. แบบสังเกตพฤติกรรมการเข้าร่วมกิจกรรมกลุ่ม
3. แบบประเมินผลการเรียนรู้ หน่วยที่ 9
4. แบบประเมินคุณธรรม จริยธรรม ค่านิยม และคุณลักษณะอันพึงประสงค์ โดยอาจารย์และนักศึกษาร่วมกันประเมิน

**เกณฑ์การประเมินผล**

1. แบบสังเกตพฤติกรรมการปฏิบัติงานรายบุคคล เกณฑ์ผ่าน ต้องไม่มีช่องปรับปรุง
2. แบบสังเกตพฤติกรรมการเข้าร่วมกิจกรรมกลุ่ม เกณฑ์ผ่าน 50% ขึ้นไป
3. แบบประเมินผลการเรียนรู้ หน่วยที่ 9 เกณฑ์ผ่าน ทำถูกต้อง 50% ขึ้นไป
4. แบบประเมินคุณธรรม จริยธรรม ค่านิยม และคุณลักษณะอันพึงประสงค์ คะแนนขึ้นอยู่กับการประเมินตามสภาพจริง

## บันทึกหลังการสอน

**ข้อสรุปหลังการสอน**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

**ปัญหาที่พบ**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

**แนวทางแก้ปัญหา**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

# แผนการจัดการเรียนรู้แบบบูรณาการที่ 17

**หน่วยที่** 9

**รหัสวิชา** 2000-5102 **วิชา** คณิตศาสตร์ในงานอุตสาหกรรม **สอนครั้งที่** 49-51

**ชื่อหน่วย** ภาคตัดกรวย **จำนวนชั่วโมง** 3 ช.ม.

**เรื่อง** ภาคตัดกรวย

## สาระสำคัญ

1. ภาคตัดกรวย เป็นการศึกษาเกี่ยวกับกราฟเส้นโค้งในลักษณะต่างๆ ได้แก่ วงกลม พาราโบลา วงรี และไฮเพอร์โบลา
2. วงกลม คือ เซตหรือทางเดินของจุดบนระนาบ ที่มีระยะห่างจากจุดตรึง จุดหนึ่งเป็นระยะที่คงที่ จุดตรึง เรียกว่า จุดศูนย์กลาง
   ระยะที่คงที่ เรียกว่า รัศมี
   ทางเดินของจุด เรียกว่า เส้นรอบวง
   สมการรูปมาตรฐานของวงกลม คือ $(x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2$
   เมื่อ (h, k) คือ จุดศูนย์กลางของวงกลม และ r คือ รัศมี
   สมการรูปทั่วไปของวงกลม คือ $x^2 + y^2 + Dx + Ey + F = 0$
   เมื่อ $D = -2h$ , $E = -2k$ และ $F = h^2 + k^2 - r^2$
   เส้นสัมผัสวงกลม คือ เส้นตรงที่ลากผ่าน (ตัด) วงกลมเพียงจุดเดียว
3. พาราโบลา คือ เซตหรือทางเดินของจุดบนระนาบ ซึ่งแต่ละจุดจะมีระยะห่างจากจุดคงที่จุดหนึ่ง และเส้นตรงคงที่อีกเส้นหนึ่งเป็นความยาวที่เท่ากัน
   จุดคงที่ เรียกว่า จุดโฟกัส
   เส้นตรงคงที่ เรียกว่า เส้นไดเรกทริกซ์
   สมการรูปมาตรฐานของพาราโบลา
   (1) สมการรูปมาตรฐานของพาราโบลา ที่จุดยอดอยู่ที่จุดกำเนิด มี 4 แบบ คือ

   $y^2 = 4|c|x$ (พาราโบลาเปิดทางขวา)
   $y^2 = -4|c|x$ (พาราโบลาเปิดทางซ้าย)
   $x^2 = 4|c|y$ (พาราโบลาเปิดด้านบน)
   $x^2 = -4|c|y$ (พาราโบลาเปิดด้านล่าง)

   (2) สมการรูปมาตรฐานของพาราโบลา ที่จุดยอดอยู่ที่จุด (h, k) มี 4 แบบ คือ

   $(y - k)^2 = 4|c|(x - h)$ (พาราโบลาเปิดทางขวา)
   $(y - k)^2 = -4|c|(x - h)$ (พาราโบลาเปิดทางซ้าย)
   $(x - h)^2 = 4|c|(y - k)$ (พาราโบลาเปิดด้านบน)
   $(x - h)^2 = -4|c|(y - k)$ (พาราโบลาเปิดด้านล่าง)

   สมการรูปทั่วไปของพาราโบลา มี 2 แบบ
   (1) เมื่อแกนพาราโบลาขนานกับแกน y สมการ คือ
   $x^2 + Ax + By + C = 0$ เมื่อ A, B, C เป็นค่าคงตัว และ $B \neq 0$

(2) เมื่อแกนพาราโบลาขนานกับแกน X สมการ คือ

$y^2 + Ax + By + C = 0$ เมื่อ A, B, C เป็นค่าคงตัว และ $A \neq 0$

4. วงรี คือ เซตหรือทางเดินของจุดบนระนาบ ซึ่งมีผลบวกของระยะทางจากจุดบนวงรีไปยังจุดคงที่ 2 จุด เป็นค่าคงตัว จุด 2 จุดนี้ เรียกว่า จุดโฟกัส

สมการรูปมาตรฐานของวงรี มี 2 แบบ

(1) เมื่อจุดศูนย์กลางอยู่ที่จุดกำเนิด มี 2 แบบ คือ

$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ (เมื่อแกนหลักอยู่บนแกน x)

$\frac{x^2}{b^2} + \frac{y^2}{a^2} = 1$ (เมื่อแกนหลักอยู่บนแกน y)

(2) เมื่อจุดศูนย์กลางอยู่ที่จุด (h, k) มี 2 แบบ คือ

$\frac{(x-h)^2}{a^2} + \frac{(y-k)^2}{b^2} = 1$ (เมื่อแกนหลักขนานกับแกน X)

$\frac{(x-h)^2}{b^2} + \frac{(y-k)^2}{a^2} = 1$ (เมื่อแกนหลักขนานกับแกน y)

สมการรูปทั่วไปของวงรี $Ax^2 + By^2 + Cx + Dy + E = 0$

เมื่อ $A \neq B$, A และ B มีเครื่องหมายเหมือนกัน $A \neq 0, B \neq 0$

5. ไฮเพอร์โบลา คือ เซตหรือทางเดินของจุดที่มีผลต่างของระยะ จากจุดบนไฮเพอร์โบลาไปยังจุดคงที่ 2 จุด เป็นค่าคงตัว จุดคงที่ 2 จุดนี้ เรียกว่า โฟกัส

สมการรูปมาตรฐานของไฮเพอร์โบลา มี 2 แบบ ดังนี้

(1) เมื่อจุดยอดอยู่ที่จุดกำเนิด (0, 0) มี 2 แบบ คือ

$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ (เมื่อแกนอยู่บนแกน x)

$\frac{y^2}{a^2} - \frac{x^2}{b^2} = 1$ (เมื่อแกนอยู่บนแกน y)

(2) เมื่อจุดยอดอยู่ที่จุด (h, k) มี 2 แบบ คือ

$\frac{(x-h)^2}{a^2} - \frac{(y-k)^2}{b^2} = 1$ (เมื่อแกนขนานกับแกน x)

$\frac{(y-k)^2}{a^2} - \frac{(x-h)^2}{b^2} = 1$ (เมื่อแกนขนานกับแกน y)

สมการรูปทั่วไปของไฮเพอร์โบลา มี 2 แบบ ดังนี้

(1) เมื่อแกนขนานกับแกน X คือ

$Ax^2 - By^2 + Cx + Dy + E = 0$

(2) เมื่อแกนขนานกับแกน y คือ

$Ay^2 - Bx^2 + Cx + Dy + E = 0$

## จุดประสงค์การเรียนรู้

3. หาสมการของวงรีที่มีจุดศูนย์กลางอยู่ที่จุดกำเนิดได้
4. หาสมการของวงรีที่มีจุดศูนย์กลางอยู่ที่จุด (h, k) ได้
5. หาสมการของไฮเพอร์โบลาที่มีจุดศูนย์กลางอยู่ที่จุดกำเนิดได้
6. หาสมการของไฮเพอร์โบลาที่มีจุดศูนย์กลางอยู่ที่จุด (h, k) ได้
7. นำความรู้เรื่องภาคตัดกรวยไปใช้แก้ปัญหาในวิชาชีพและชีวิตประจำวันได้
8. มีการพัฒนาคุณธรรม จริยธรรม ค่านิยม และคุณลักษณะอันพึงประสงค์ที่อาจารย์สามารถสังเกตเห็นได้ในด้านความมีมนุษยสัมพันธ์ ความมีวินัย ความรับผิดชอบ ความเชื่อมั่นในตนเอง ความสนใจใฝ่รู้ ความรักสามัคคี ความกตัญญูกตเวที

## เนื้อหาสาระ

3. วงรี
4. ไฮเพอร์โบลา

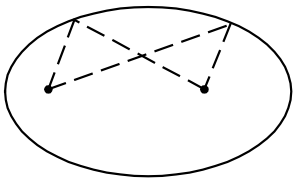
## กิจกรรมการเรียนรู้

**ขั้นนำเข้าสู่บทเรียน**

1. อาจารย์ทบทวนวงกลมและพาราโบลาโดยใช้วิธีการถามตอบ

**ขั้นสอน**

2. อาจารย์ใช้การสาธิตโดยนำเชือกมาเส้นหนึ่ง ตรึงปลายเชือกทั้งสองข้างด้วยหมุดที่จุดคงที่ที่กำหนดให้ ใช้ปากกาไวต์บอร์ด (หรือชอล์ก) ดึงเชือกให้ตึงดังรูป เพื่อให้ไปสู่บทนิยามของวงรี



3. อาจารย์อธิบายวงรีที่มีจุดศูนย์กลางอยู่ที่จุดกำเนิดจะมีอยู่ 2 แบบคือ

   3.1 วงรีที่มีแกนหลักอยู่บนแกน x

   จะมีสมการ $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2} = 1$

   3.2 วงรีที่มีแกนหลักอยู่บนแกน y

   จะมีสมการ $\frac{y^2}{a^2}+\frac{x^2}{b^2} = 1$

4. อาจารย์ยกตัวอย่างเรื่อง วงรี โดยใช้วิธีการถามตอบและการอธิบายและแสดงเหตุผล

5. อาจารย์อธิบายวงรีที่มีจุดศูนย์กลางอยู่ที่จุด (h, k) โดยใช้แผ่นใสในการสอน แล้วดำเนินการจนได้สมการรูปมาตรฐานของวงรี คือ

$$\frac{(x-h)^2}{a^2}+\frac{(y-k)^2}{b^2} = 1$$

และ $$\frac{(x-h)^2}{b^2}+\frac{(y-k)^2}{a^2} = 1$$

6. อาจารย์ยกตัวอย่าง โดยใช้วิธีการถามตอบประกอบการอธิบายและแสดงเหตุผล
7. อาจารย์ใช้แผ่นโปร่งใสนิยามของไฮเพอร์โบลา โดยใช้วิธีการอธิบายและแสดงเหตุผล
8. อาจารย์อธิบายไฮเพอร์โบลาที่จุดศูนย์กลางอยู่ที่จุดกำเนิด (0, 0) มี 2 แบบ คือ

3.1 ไฮเพอร์โบลาที่มีแกนหลักอยู่บนแกน x

จะมีสมการ $$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2} = 1$$

3.2 ไฮเพอร์โบลาที่มีแกนหลักอยู่บนแกน y

จะมีสมการ $$\frac{y^2}{a^2}-\frac{x^2}{b^2} = 1$$

9. อาจารย์ยกตัวอย่างเรื่องไฮเพอร์โบลา โดยใช้การถามตอบ
10. อาจารย์อธิบายไฮเพอร์โบลาที่มีจุดศูนย์กลางอยู่ที่จุด (h.k) โดยใช้แผ่นใสในการสอน แล้วดำเนินการจนได้สมการรูปมาตรฐานของไฮเพอร์โบลา

$$\frac{(x-h)^2}{a^2}-\frac{(y-k)^2}{b^2} = 1 \quad \text{เมื่อ } a^2+b^2=c^2$$

และ $$\frac{(y-k)^2}{a^2}-\frac{(x-h)^2}{b^2} = 1 \quad \text{เมื่อ } b^2=c^2-a^2$$

11. อาจารย์ยกตัวอย่างที่ 9.20 โดยใช้วิธีการถามตอบประกอบการอธิบายและแสดงเหตุผล

**ขั้นสรุปและการประยุกต์**

12. อาจารย์ให้นักศึกษาช่วยกันสรุปสมการวงรีโดยใช้การถามตอบ
13. อาจารย์ให้นักศึกษาช่วยกันสรุปสมการไฮเพอร์โบลาโดยใช้การถามตอบ
14. นักศึกษาทำแบบประเมินผลการเรียนรู้ที่ 9 ส่งตามกำหนด
15. อาจารย์ตรวจแบบประเมินผลการเรียนรู้และชี้แจงข้อบกพร่องหรือผิดพลาดให้นักศึกษาทราบ

## สื่อและแหล่งการเรียนรู้

1. หนังสือเรียนวิชา คณิตศาสตร์ในงานอุตสาหกรรม (2000-5102) ของสำนักพิมพ์เอมพันธ์
2. แผ่นโปร่งใส เรื่อง วงรี

## การวัดผลและการประเมินผล

### วิธีวัดผล

1. สังเกตพฤติกรรมการปฏิบัติงานรายบุคคล
2. สังเกตพฤติกรรมการเข้าร่วมกิจกรรมกลุ่ม
3. ตรวจแบบประเมินผลการเรียนรู้ หน่วยที่ 9
4. การสังเกตและประเมินผลพฤติกรรมด้านคุณธรรม จริยธรรม ค่านิยม และคุณลักษณะอันพึงประสงค์

### เครื่องมือวัดผล

1. แบบสังเกตพฤติกรรมการปฏิบัติงานรายบุคคล
2. แบบสังเกตพฤติกรรมการเข้าร่วมกิจกรรมกลุ่ม
3. แบบประเมินผลการเรียนรู้ หน่วยที่ 9
4. แบบประเมินคุณธรรม จริยธรรม ค่านิยม และคุณลักษณะอันพึงประสงค์ โดยอาจารย์และนักศึกษาร่วมกันประเมิน

### เกณฑ์การประเมินผล

1. แบบสังเกตพฤติกรรมการปฏิบัติงานรายบุคคล เกณฑ์ผ่าน ต้องไม่มีช่องปรับปรุง
2. แบบสังเกตพฤติกรรมการเข้าร่วมกิจกรรมกลุ่ม เกณฑ์ผ่าน 50% ขึ้นไป
3. แบบประเมินผลการเรียนรู้ หน่วยที่ 9 เกณฑ์ผ่าน ทำถูกต้อง 50% ขึ้นไป
4. แบบประเมินคุณธรรม จริยธรรม ค่านิยม และคุณลักษณะอันพึงประสงค์ คะแนนขึ้นอยู่กับการประเมินตามสภาพจริง

## บันทึกหลังการสอน

**ข้อสรุปหลังการสอน**

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

**ปัญหาที่พบ**

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

**แนวทางแก้ปัญหา**

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

# ภาคผนวก ก

**ตัวอย่าง**

**แบบประเมินด้วยแฟ้มสะสมงาน (Portfolio)**

ประเมินจากผลงานที่ผู้เรียนจัดทำและนำมาจัดเก็บไว้ในแฟ้ม แฟ้มนั้นจะประกอบด้วย

1. ปก
2. คำนำ
3. ข้อมูลส่วนตัว
4. สารบัญ
5. จุดประสงค์
6. เกณฑ์การประเมินงาน
7. งานทั้งหมด
8. แบบทดสอบต่างๆ
9. งานที่มอบหมาย/ใบงาน
10. การประเมินตนเอง/เพื่อน/ผู้สอน/ผู้ปกครอง
11. ความคิดเห็นต่อวิชา

**ตัวอย่างข้อมูลส่วนตัว**

1. ชื่อ……
2. เกิดวันที่……เดือน……พ.ศ. ……
3. ชื่อบิดา……ชื่อมารดา……
   พี่……คน น้อง……คน
4. ที่อยู่……
5. วิชาที่ชอบ……
6. กิจกรรมที่ชอบ……
7. สิ่งที่ประทับใจในการเรียน……..
8. รางวัลที่เคยได้รับ……
9. ความสามารถพิเศษ……
10. อุดมคติของการทำงาน……
11. ผลงานที่สะสม……..

**หมายเหตุ :** สะสมงานได้ทุกหน่วย ผู้เรียนนำผลงานที่พอใจใส่แฟ้มสะสมไว้

# ภาคผนวก ข

**ตัวอย่าง**

**แบบสังเกตพฤติกรรมการปฏิบัติงานรายบุคคล**

| ที่ | พฤติกรรม / ชื่อ-สกุล | ความสนใจ | | | | การแสดงความคิดเห็น | | | | การตอบคำถาม | | | | การยอมรับฟังคนอื่น | | | | ทำงานตามที่ได้รับมอบหมาย | | | | หมายเหตุ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | 4 | 3 | 2 | 1 | 4 | 3 | 2 | 1 | 4 | 3 | 2 | 1 | 4 | 3 | 2 | 1 | 4 | 3 | 2 | 1 | |
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |

**เกณฑ์การวัดผล** ให้คะแนนระดับคุณภาพของแต่ละพฤติกรรมดังนี้

ดีมาก = 4 สนใจฟัง ไม่หลับ ไม่พูดคุยในชั้น มีคำถามที่ดี ตอบคำถามถูกต้อง ทำงานส่งครบตรงเวลา

ดี = 3 การแสดงออกอยู่ในเกณฑ์ประมาณ 70%

ปานกลาง = 2 การแสดงออกอยู่ในเกณฑ์ประมาณ 50%

ปรับปรุง = 1 เข้าชั้นเรียน แต่การแสดงออกน้อยมาก ส่งงานไม่ครบ ไม่ตรงเวลา

**ลงชื่อ**.....**ผู้สังเกต**

(.....)

...../...../.....

# ภาคผนวก ค

**ตัวอย่าง**

**แบบสังเกตพฤติกรรมการเข้าร่วมกิจกรรมกลุ่ม**

**กลุ่มที่**.....**ชั้น/แผนก**.....

| ลำดับที่ | ชื่อ-สกุล สมาชิกกลุ่ม | พฤติกรรม | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | รวม |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | ความร่วมมือ | | | | การแสดงความคิดเห็น | | | | การรับฟังความคิดเห็น | | | | ความตั้งใจในการทำงาน | | | | การมีส่วนร่วมในการอภิปราย | | | | |
| | | 4 | 3 | 2 | 1 | 4 | 3 | 2 | 1 | 4 | 3 | 2 | 1 | 4 | 3 | 2 | 1 | 4 | 3 | 2 | 1 | 20 |
| 1 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 2 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 3 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 4 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 5 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 6 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 7 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 8 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 9 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 10 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |

**เกณฑ์การให้คะแนน**

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| ดีมาก | = | 4 | ประสิทธิภาพอยู่ในเกณฑ์ | 90-100% | หรือปฏิบัติบ่อยครั้ง |
| ดี | = | 3 | ประสิทธิภาพอยู่ในเกณฑ์ | 70-89% | หรือปฏิบัติบางครั้ง |
| ปานกลาง | = | 2 | ประสิทธิภาพอยู่ในเกณฑ์ | 50-69% | หรือปฏิบัติครั้งเดียว |
| ปรับปรุง | = | 1 | ประสิทธิภาพต่ำกว่าเกณฑ์ | 50% | หรือไม่ปฏิบัติเลย |

**ลงชื่อ**.....**ผู้สังเกต**

(.....)

...../...../.....

# ภาคผนวก ง

**ตัวอย่าง**

**แบบประเมินการนำเสนอผลงานรายบุคคล**

| พฤติกรรม / ชื่อ-สกุล | บุคลิก การแต่งกาย | มารยาทใน การพูด | การใช้ ภาษา | วิธีการ นำเสนอ | เนื้อหาที่ นำเสนอ | รวม |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | 10 | 10 | 10 | 10 | 10 | 50 |
| 1. | | | | | | |
| 2. | | | | | | |
| 3. | | | | | | |
| 4. | | | | | | |
| 5. | | | | | | |
| 6. | | | | | | |

**ข้อเสนอแนะเพิ่มเติม**

.....

.....

.....

**เกณฑ์ผ่าน** 25 คะแนน

**เกณฑ์การสังเกต**

บุคลิก การแต่งกาย : มีความเชื่อมั่นในตนเอง แต่งกายสะอาด ถูกระเบียบ เสื้อไม่หลุดลุ่ย ลอยชาย
มารยาทในการพูด : มองหน้าและสบตาผู้ฟัง ไม่เหน็บแนม เสียดสีผู้อื่น
การใช้ภาษา : ชัดเจน ตามหลักภาษา ตัว ร ล คำควบกล้ำ ถ้อยคำข้อความสุภาพ
วิธีการนำเสนอ : น่าสนใจหลากหลาย เช่น ใช้แผ่นใส รูปภาพ ตั้งคำถาม เล่นเกม ไม่เยิ่นเย้อ
เนื้อหาที่นำเสนอ : มีสาระสำคัญ ตรงกับหัวข้อเรื่อง ใช้เวลาตามที่กำหนด

**ลงชื่อ**.....**ผู้สังเกต**

(.....)

...../...../.....

# ภาคผนวก จ

**ตัวอย่าง**

**แบบประเมินคุณธรรม จริยธรรม ค่านิยม และคุณลักษณะอันพึงประสงค์**

**ชื่อผู้ประเมิน/กลุ่มประเมิน**……..
**ชื่อกลุ่มรับการประเมิน**……
**ประเมินผลครั้งที่**……..…….. **วันที่** ……..…… **เดือน** ……..…… **พ.ศ.**
**เรื่อง**…….

| | คุณลักษณะ/พฤติกรรมบ่งชี้ | ระดับพฤติกรรม | | คะแนนที่ได้ |
|---|---|---|---|---|
| | | ใช้ได้ = 1 | ควรปรับปรุง = 0 | |
| 1 | **ความมีมนุษยสัมพันธ์**<br>➲ แสดงกิริยาท่าทางสุภาพต่อผู้อื่น<br>➲ ให้ความร่วมมือกับผู้อื่น | | | |
| 2 | **ความมีวินัย**<br>➲ ปฏิบัติตามกฎระเบียบ ข้อบังคับ และข้อตกลงต่างๆ ของวิทยาลัย ได้แก่ แต่งกายถูกต้องตามระเบียบและข้อบังคับ ตรงต่อเวลา | | | |
| 3 | **ความรับผิดชอบ**<br>➲ มีการเตรียมความพร้อมในการเรียนและการปฏิบัติงาน<br>➲ ปฏิบัติงานด้วยความตั้งใจ<br>➲ มีความเพียรพยายามในการเรียนและการปฏิบัติงาน | | | |
| 4 | **ความเชื่อมั่นในตนเอง**<br>➲ กล้าแสดงความคิดเห็นอย่างมีเหตุผล | | | |
| 5 | **ความสนใจใฝ่รู้**<br>➲ ซักถามปัญหาข้อสงสัย | | | |
| 6 | **ความรักสามัคคี**<br>➲ ร่วมมือในการทำงาน | | | |
| 7 | **ความกตัญญูกตเวที**<br>➲ มีสัมมาคารวะต่อครู-อาจารย์อย่างสม่ำเสมอ ทั้งต่อหน้าและลับหลัง | | | |

**รวมคะแนนที่ได้ทั้งหมด** = …… **คะแนน**

**หมายเหตุ :** แบบประเมินนี้ใช้แบบเดียวกันทั้งผู้สอนและประธานกลุ่ม และประเมินคุณลักษณะดังกล่าวตลอดภาคการศึกษา

# ภาคผนวก ฉ

**ตัวอย่าง**

**แบบรวมคะแนนการประเมินคุณธรรม จริยธรรม ค่านิยม**
**และคุณลักษณะอันพึงประสงค์**

**ชื่อ-สกุล**.....**รหัสประจำตัว**.....
**ระดับชั้น**.....**กลุ่ม**.....**แผนกวิชา**.....

| **คุณลักษณะอันพึงประสงค์** | **ครั้งที่ประเมิน** | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | คะแนนรวม | นำจำนวนครั้งที่ประเมิน | คะแนนที่ได้ |
| | **คะแนนที่ได้** | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 1. ความมีมนุษยสัมพันธ์ | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 2. ความมีวินัย | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 3. ความรับผิดชอบ | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 4. ความเชื่อมั่นในตนเอง | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 5. ความสนใจใฝ่รู้ | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 6. ความรักสามัคคี | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 7. ความกตัญญูกตเวที | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |

**ลงชื่อ**.....**ผู้ประเมิน**
(.....)
...../...../.....

**หมายเหตุ :** แบบรวมคะแนนนี้ใช้แบบเดียวกันทั้งผู้สอนและประธานกลุ่ม

# ภาคผนวก ช

**ตัวอย่าง**

**แบบสรุปผลการประเมินคุณธรรม จริยธรรม ค่านิยม**

**และคุณลักษณะอันพึงประสงค์**

**ภาคเรียนที่.....ปีการศึกษา.....**

| **รหัสวิชา**.....<br>**ชื่อวิชา**.....<br>**ระดับชั้น**.....<br>**แผนก/กลุ่ม**..... | | | ความมีมนุษยสัมพันธ์ | ความมีวินัย | ความรับผิดชอบ | ความเชื่อมั่นในตนเอง | ความสนใจใฝ่รู้ | ความรักสามัคคี | ความเคารพกฎกติกาฯ | รวม (ในส่วนของผู้สอน) | รวม (ในส่วนของประธานกลุ่ม) | รวมคะแนนที่ได้จากทั้ง 2 ส่วน |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **ลำดับที่** | **รหัสประจำตัว** | **ชื่อ-สกุล** | **2** | **1** | **3** | **1** | **1** | **1** | **1** | **10** | **10** | **20** |
| | | | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | |

# ภาคผนวก ฌ

**ตัวอย่าง**

**บันทึกหลังการสอน**

**ชื่อผู้สอน**..... **รหัส** 2000-5102 3(3) **วิชา** คณิตศาสตร์ในงานอุตสาหกรรม

**ภาคเรียนที่**.....ปีการศึกษา.....

| ห้องเรียน | วัน/เดือน/ปี | เวลา | บันทึกความคิดเห็น | หมายเหตุ |
|---|---|---|---|---|
| | | | | |
| | | | | |
| | | | | |

**หมายเหตุ :** บันทึกนี้ใช้บันทึกท้ายสุดของทุกแผนการจัดการเรียนรู้